

## 相互相関を有する非定常人工地震波の作成

THE CORRELATED NONSTATIONARY RANDOM  
PROCESSES FOR EARTHQUAKE INPUTS石 井 清\*  
By Kiyoshi ISHII

## 1. 目 的

地震動波形の振幅成分および周波数成分は時間的に、不規則に変動する。この不規則性に着目して、地震動を確率過程でモデル化した人工地震波を作成し、これを外力として構造物の応答解析や安全性の定量的評価を行う耐震設計法、いわゆる確率論的耐震設計法が近年盛んである<sup>1),2)</sup>。この傾向は、地震動のもつ不規則性を考えると当然の傾向といえよう。

地震動を確率過程でモデル化する場合、解析上の容易さと物理的意味が明確であることから定常確率過程で取り扱うことが多い。しかし、地震動には振幅および周波数特性の2つの非定常性があることから、本質的には、地震動を非定常確率過程としてモデル化の方が妥当であろう<sup>3)~6)</sup>。

さらに、長大構造物の地震応答解析における入力地震動の位相差の問題や地中構造物の地震時挙動などを取り扱う際には、表層や地盤内での地表面に沿った方向への地震波の伝播特性、特に位相速度や波長を考慮できるモデルが必要となる<sup>7)~9)</sup>。

上記の観点より、本研究は以下の2点を目的とする。

(1) 複数の地震動の相互の相関特性および波形の非定常性を本論文で提案する重みつき2重フーリエスペクトルでとらえること。

(2) さらに、原波形と同じ非定常性と相互の相関特性をもつ人工地震波を確率過程モデルを用いて作成すること。

なお、本研究は、星谷らによる物理スペクトルを用いた1次元調和関数型非定常人工地震波の作成方法を拡張したものである<sup>3),4)</sup>。また、重みつき2重フーリエスペクトルの定義は2.で示すが、上記物理スペクトルと2重フーリエスペクトルの定義を組み合わせたものであり、

\* 正会員 工修 清水建設(株) 研究所力学研究部

その物理的意味は明確である。

また、多次元定常確率過程のモデルはすでに提案されているが<sup>5)</sup>、本研究では初めに述べたように、多次元非定常確率過程をめざしている。本方法のモデルは、2次元モデルを扱うが、多次元に拡張可能であり、多地点あるいは1地点3方向入力などの解析に利用できる。

## 2. 相互相関を有する非定常確率過程

相互に相関を有する確率過程、本研究の場合には、離れた2地点における地震加速度波を、以下に示される $x(t)$  および  $y(t)$  によりモデル化しよう。

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t) \cos(\omega_k t + \phi_k) \dots\dots\dots (1)$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N b(\omega_k, t) \cos(\omega_k t + \phi_k - \alpha_k(t)) \dots\dots (2)$$

すなわち、式(1)、(2)は調和関数型モデルであり、振幅および周波数特性が非定常性を示す確率過程である。各周波数成分 $\omega_k$ の強度 $a(\omega_k, t)$ 、 $b(\omega_k, t)$ は時間 $t$ により変動し、各周波数成分を合成することにより、 $x(t)$  および  $y(t)$ の振幅および周波数特性の非定常性を示す。また、位相角としては、各周波数成分における $x(t)$ と $y(t)$ 間の位相のずれを示す確率関数 $-\alpha_k(t)$ が式(2)に加えられている。また、 $\phi_k$ は $x(t)$ 、 $y(t)$ を確率過程とするための $(-\pi \sim \pi)$ の一樣乱数である。ここで、式(1)のモデルは1次元非定常確率過程のモデルであり、すでにその適用性は検討されている<sup>4)</sup>。本研究では、モデルを多次元とするために、 $x(t)$ に対して $y(t)$ に振幅レベルおよび位相角の関係を後述する重みつき2重フーリエスペクトルによりもたせている。

以下、記号を説明する。なお、解析の結果得られる $a(\omega_k, t)$ 、 $b(\omega_k, t)$  および  $\alpha_k(t)$ についても便宜上、一括して以下に示し、その誘導についてはAppendixに示す。

i)  $\phi_k$ は $-\pi$ から $\pi$ で一樣な確率変数 $\phi_k = U(-\pi,$

z) ( $k=1, \dots, N$ ) であり,  $\phi_k$  と  $\phi_l$  は互いに独立とする.

ii)  $a(\omega_k, t)$  は  $x(t)$  の物理スペクトル  $S_x(\omega, t; W)$  を用いて,

$$a(\omega_k, t) = \sqrt{4 S_x(\omega_k, t; W) \Delta\omega} \dots \dots \dots (3)$$

で与えられる. ここで, 物理スペクトル  $S_x(\omega, t; W)$  は式 (4) で定義されるものであり, 時間  $t$  の近傍における  $x(t)$  のパワー (自乗和) の周波数分解の期待値で与えられる. また,  $W(t)$  は  $x(t)$  から時間  $t$  の近傍をとり出すためのガウス型ウィンドウ関数である.  $T$  はフィルター時間である.

$$S_x(\omega, t; W) = E \left[ \frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} W(t-u)x(u)e^{-i\omega u} du \right|^2 \right]_{-\infty < \omega < \infty} \dots \dots \dots (4)$$

$$W(t) = \left( \frac{\sqrt{2}}{T} \right)^{1/2} e^{-\pi t^2/T^2} \dots \dots \dots (5)$$

$\omega_k, \Delta\omega$  は地震動の周波数成分の上下限值  $\omega_u, \omega_l$  および周波数領域の分割数  $N$  により次式で与えられる.

$$\omega_k = \omega_l + (k-1/2)\Delta\omega$$

$$\Delta\omega = (\omega_u - \omega_l)/N$$

iii)  $b(\omega_k, t)$  および  $\alpha_k(t)$  は時間  $t_1$  の近傍における  $x(t)$  と時間  $t_2$  の近傍における  $y(t)$  の 2 重フーリエスペクトルすなわち, 重みつき 2 重フーリエスペクトル密度関数  $S_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W) = C_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W) + iQ_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W)$  を用いて,

$$b(\omega_k, t_2) = \frac{8\pi\Delta\omega \{ C_{xy}^2(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W) + Q_{xy}^2(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W) \}}{a(\omega_k, t)} \dots (6)$$

$$\alpha_k(t_2) = -\tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{xy}(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W)}{C_{xy}(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W)} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

で与えられる.

ただし, 重みつき 2 重フーリエスペクトルの定義は

$$S_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W) = C_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W) + iQ_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W)$$

$$= E \left[ \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1-u_1)W(t_2-u_2) \cdot x(u_1)y(u_2)e^{i(\omega'_1 u_1 - \omega'_2 u_2)} du_1 du_2 \right] \dots (8)$$

である. また,  $C_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W)$ ,  $Q_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W)$  は  $S_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W)$  のそれぞれ実数部および虚数部である. 式 (6), (7) のカッコ内では  $\omega'_1 = \omega_k, \omega'_2 = \omega_k$  である. 式 (6), (7) は,  $S_{xy}(\omega'_1, \omega'_2, t_1, t_2; W)$  にオイラーの公式を適用している.

ここで, 2 重フーリエスペクトルの大きさがおのおのの時系列のフーリエスペクトル強度の積により 2 つの時

系列間の相関を示すことを考え合わせれば, 式 (6) の分子は, 周波数  $\omega_k$  における  $t_1$  時間の  $x(t)$  の振幅レベルと  $t_2$  時間の  $y(t)$  の振幅レベルの積を示していることがわかる. したがって,  $b(\omega_k, t_2)$  は上記の分子を  $a(\omega_k, t_1)$  で割ることにより与えられる. また, 式 (7) は同様に, 周波数  $\omega_k$  における  $t_1$  時間の  $x(t)$  と  $t_2$  時間の  $y(t)$  の位相角を示していることがわかる.

なお, 式 (6), (7) の証明は **Appendix** に示すが, その証明は式 (1), (2) で示めされる  $x(t)$  および  $y(t)$  の重みつき 2 重フーリエスペクトルを求めることにより導かれる.

式 (6), (7) の誘導するにあたっては, 以下に示す 3 つの仮定が必要である. 次に, これらの仮定について検討しておこう. これらの仮定を詳細に検討することにより  $a(\omega_k, t)$ ,  $b(\omega_k, t)$  あるいは  $\alpha_k(t)$  の性質がよりよく理解されよう.

(1)  $a(\omega_k, t)$  および  $b(\omega_k, t)$  は時間  $t$  の近傍において滑らかに変化すること.

(2)  $\alpha_k(t)$  もまた, 時間  $t$  の近傍で滑らかに変化すること.

(3)  $(\omega'_1 - \omega'_2)$  の最小値すなわち周波数のきざみ幅  $\Delta\omega$  に対して  $\sqrt{8\pi}/T$  が十分に小さいこと.

(3) の仮定は重みつき 2 重フーリエスペクトルの周波数領域における分解能を規定しており, (3) の仮定が満足されれば,  $\omega'_i \neq \omega'_j$  の重みつき 2 重フーリエスペクトルは解析上無視できることを示している.

これらの仮定は実際の地震加速度データを用いて検討する必要がある.

以下, 次章で詳説するが, 本研究解析例で用いるサンフェルナンド地震におこる異なる 2 地点, VO・VT 地点の記録を用いて検討する.

地震動の物理スペクトルはウィンドウ関数  $W(t)$  のフィルター時間  $T$  を 2.5 sec 以上とすれば十分滑らかになることが知られている<sup>3)</sup>. しかし, (3) の仮定から, ウィンドウ関数のフィルター時間  $T$  についてはさらに制約がある.

(3) の仮定すなわち, 式 (A.15) より式 (A.17) を導くには式 (A.15) の係数;

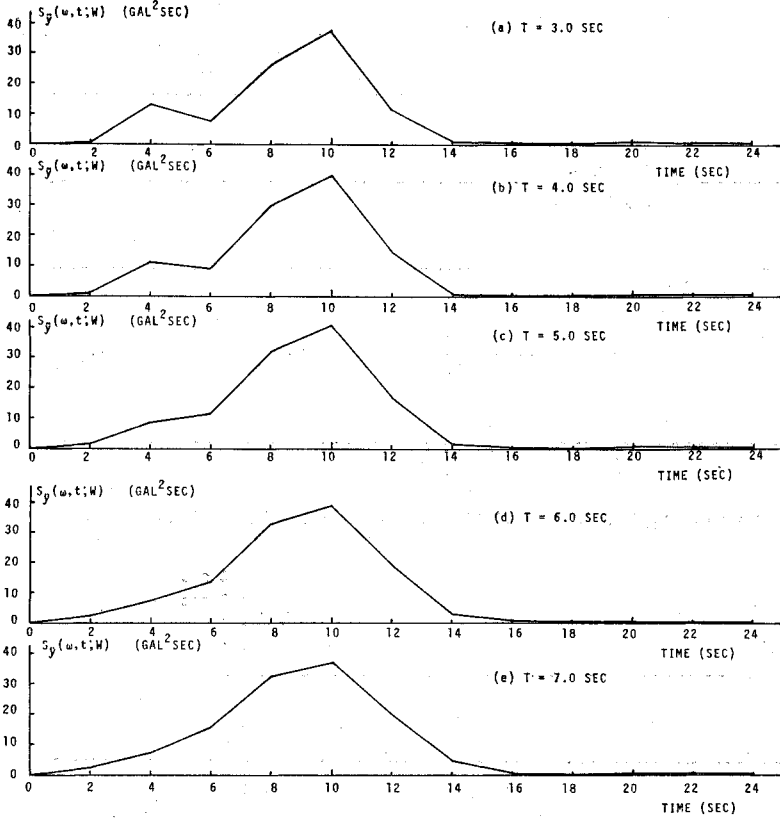
$$e^{-\frac{1}{2\pi T^2} \left( \frac{\omega'_1 - \omega'_2}{2} \right)^2} \leq e^{-\frac{1}{2\pi T^2} \left( \frac{\Delta\omega}{2} \right)^2} \cong 0 \dots \dots \dots (9)$$

を満足しなければならない. いま, 解析において, 周波数  $\omega$  の上, 下限値を  $\omega_u = 20\pi$  rad/sec,  $\omega_l = 0$  rad/sec, 分割数  $N=40$  とすれば,  $\Delta\omega$  は

$$\Delta\omega = (20\pi - 0)/40 = \pi/2 \text{ rad/sec}$$

となる.

したがって, フィルター時間  $T$  を変数とすると, 式 (9) の左辺は以下ようになる.



図一1 フィルター時間  $T$  による物理スペクトル I 137, (VT),  $f=5$  Hz (TRAV. COMP.)

$T=2.0$ sec	$e^{-\frac{T^2}{2\pi}(\pi/4)^2}=0.675$
$T=4.0$	$=0.208$
$T=5.0$	$=0.0859$
$T=6.0$	$=0.0292$

上記の数値より、 $\Delta\omega=\pi/2$  rad/sec のとき、(3) の仮定を満足するには、フィルター時間を  $T=6.0$  sec 程度とする必要がある。また、 $\Delta\omega$  をさらに小さくすれば、それに反比例して、フィルター時間  $T$  を増す必要がある。

各フィルター時間  $T$  に対する物理スペクトルを図一1に示す。図一1はサンフェルナンド地震のVT地点における  $\omega=10\pi$  rad/sec ( $f=5$  Hz) の物理スペクトルである。フィルター時間  $T=6.0$  sec の物理スペクトルは  $T<6.0$  sec と比較して、時間方向の挙動は若干ぼけるが、十分滑らかな物理スペクトルが得られている。なお、上記考察より本研究では、 $\Delta\omega=\pi/2$  rad/sec,  $T=6.0$  sec を用いる。

次に、(2) 両波形の各周波数における位相角  $\alpha_k(t_2)$  について検討しよう。図一2 (a) および (b) に周波数  $\omega_k=0.75\pi$  rad/sec ( $f_k=0.375$  Hz) および  $\omega_k=10.25\pi$  rad/sec ( $f_k=5.125$  Hz) における位相角  $\alpha_k(t_2)$  を示す。図

中には数本線が入っている。これは、位相角  $\alpha_k(t_2)$  が式(7)に示されるように  $t_2$  のみの関数でなく、 $t_1$  の関数ともなっていることから、 $t_2$  と  $t_1$  の時間差を変数として示したものである。

図一2 (a), (b) から、時間差による影響はあまり大きくないこと、また、その変動は十分滑らかであることがわかる。なお、図一2 (b) の時間  $t_2=40\sim 50$  sec で位相角  $\alpha_k(t_2)$  が多少異なるのは、この範囲では、 $\omega_k=10.25\pi$  rad/sec の成分がほとんど含まれていないこと、 $t_2-t_1=2$  sec として、約10サイクルも離れた位置で位相角を計算していることなどが理由にあげられよう。

以上の考察から、位相角  $\alpha_k(t_2)$  は、 $t_2-t_1=0$  sec により解析を行う。なお、式(6)で与えられる物理スペクトルも  $t_1$  の関数であるが、位相角と同様の検討から、その影

響は1%以下であることがわかった。このことから、 $b(\omega_k, t_2)$  もまた、 $t_2-t_1=0$  として計算する。

### 3. 地震加速度記録によるシミュレーション

前章では、相互に相関を有する地震動のモデルが物理スペクトルを用いてうまく取り扱うことができ、解析に必要な仮定も地震加速度波についてはほぼ満足されていることを示した。本章では、さらに実際の地震加速度波形を解析、シミュレートし、原波形と比較検討することにより、本モデルの有用性を検討する。

本章の目的からは、異なる2地点における同時観測記録が必要である。ここで、地震動の短周期成分は減衰が著しいことから、2地点間の距離は数km以内とすべきである。さらに、本解析では、上に述べたように、その有用性を示すことが目的であるので、位相特性などの明確な地震記録すなわち、震央を通る直線上に位置する観測記録の方がつごうがよい。

上記の観点から、本研究では、1971年サンフェルナンド地震の際に、ロサンゼルス地方で得られた多数の記録の中から、図一3に示されるVO地点およびVT地

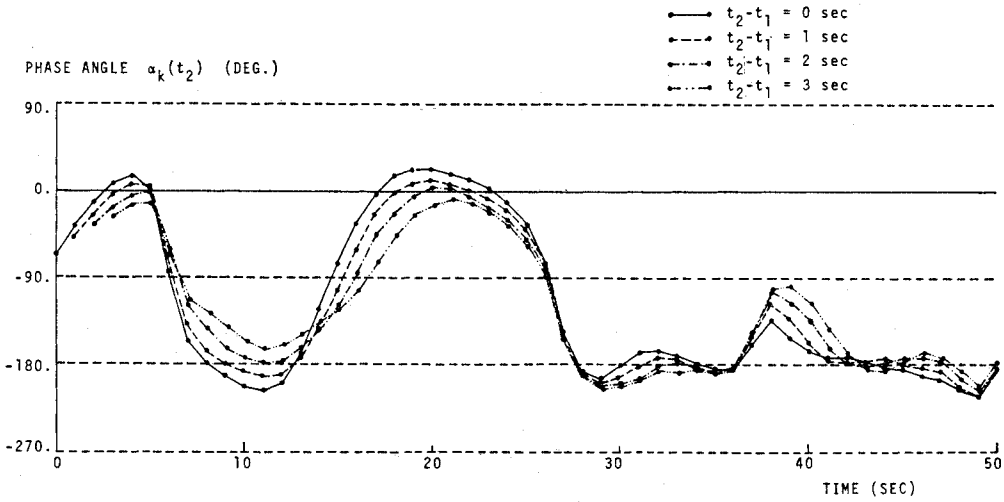


図-2 (a) J145(VO) と I137(VT) の位相角  $\alpha_k(t_2)$ ,  $\omega_k=0.75\pi$  rad/sec ( $f_k=0.375$  Hz) (TRAV. COMP.)

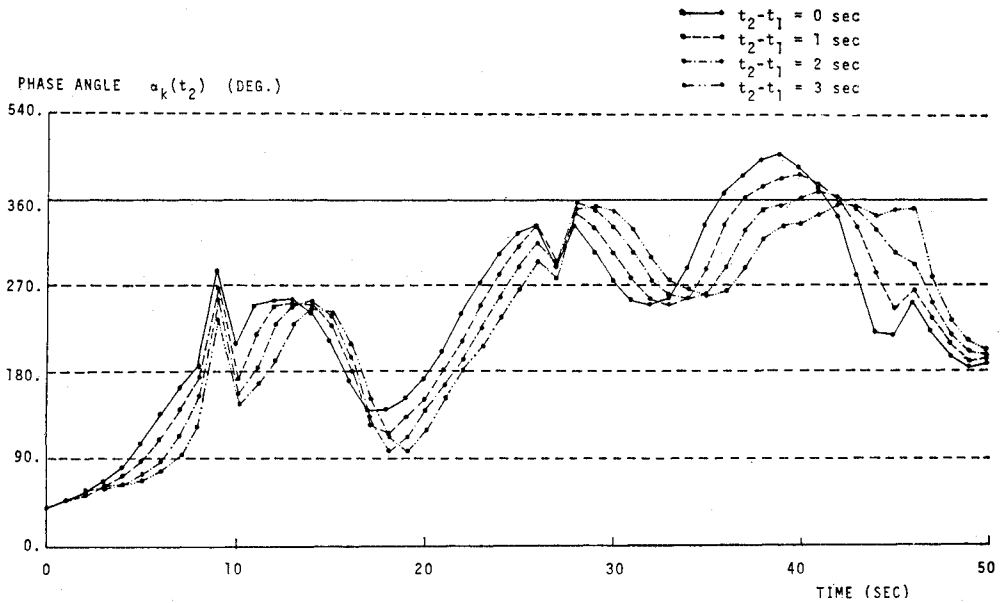


図-2 (b) J145(VO) と I137(VT) の位相角  $\alpha_k(t_2)$ ,  $\omega_k=10.25\pi$  rad/sec ( $f_k=5.125$  Hz) (TRAV. COMP.)

点の記録を解析に用いる<sup>12)</sup>。また、表-1には、両観測点の位置、強震計の設置場所、地盤条件などを示す。

VO, VT 地点間の距離は約 4.5 km であり、距離の基準は満足されよう。

図-4には、解析に用いた地震加速度波形を示す。図-4の波形は、両地点における観測方向が異なるため、水平動2成分の記録から震央直角方向 (TRAV.) に分離合成したものである。さらに、両記録は同時にスタートしていないので、VTの時間軸を +1.5 sec 補正し、同時性を満足する<sup>13)</sup>。これは以下の理由による。周期 4 ~ 5 sec の成分の波動の伝播速度は基盤岩でのせん断速度の 90~95% 程度と考えられる。したがって、周期 4

~ 5 sec の波動が両地点間を伝わるのに要する時間の概略値は推定でき、これに基づいて両記録の時間軸が対応づけられる。すなわち、周期 4 sec 程度の波の位相速度を 3 km/sec とすれば、両地点間の位相遅れは、1.5 sec = 4.5 km / 3 km/sec と推定できる。これに対し、両記録の時間軸を補正しない場合の周期 4 sec 程度の波では約 3 sec 前後の位相遅れが見られることから、時間軸の補正は 1.5 sec となる。

図-4の加速度波形より、両地点における主要動到着時間の差は明瞭であり、記録の前半 (20 sec) ではかなり短周期成分が目立ち、後半になると周期 1.5 sec 以上の長周期成分の波が卓越してくるなど明確に強震記録の

特徴を示している。

また、図-5 (a), (b), (c) には、両波形のフーリエスペクトルおよびクロススペクトルを示す。なお、図-5 の各スペクトルは、その最大値により正規化されたもの

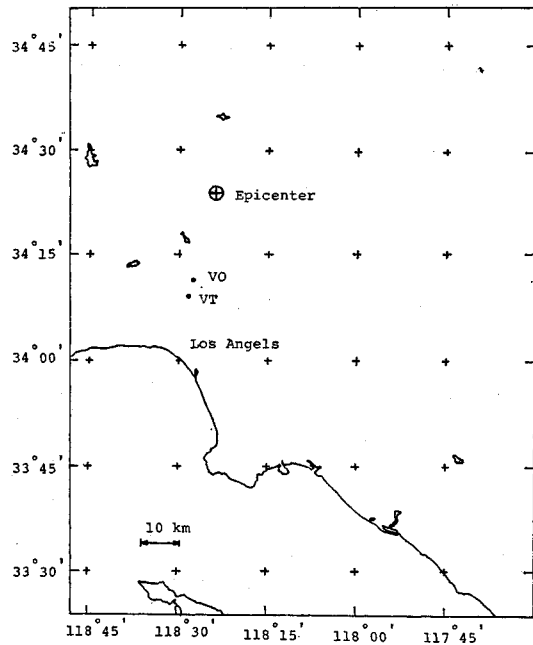


図-3 観測点位置

表-1 地震観測点のデータ

STATION	LOCATION	GEOLOGY	REF. NO.
VO.....15107 VANNOWEN ST.	BASEMENT OF 7-STORY BLDG.	ALLUVIUM	J 145
VT.....15910 VENTURA BLVD.	BASEMENT OF 17-STORY BLDG.	ALLUVIUM	I 137

である。

図-5 (a), (b) からは、両波形の周波数成分として、0.1 sec~8 sec 程度までの波を含んでいること。VT の波形では、1.8 sec 程度の波のみが卓越しているのに対して、VO の波形では、それよりも長い周期の波もかなり含まれていることがわかる。また、図-5 (c) からは、両波形の相関は、0.3~5.0 sec にわたってあり、特に1.8 sec 付近で強くなっている。

また、図-6 (a), (b) には、VO 地点、VT 地点の物理スペクトルをマップにしたものを示す。図-6 (a), (b) はその最大値により規準化され、記号によりその強度が示されている。物理スペクトルは、時間および周波数の2つの非定常性を同時に示すことができるので、時間領域の原波形および周波数領域のフーリエスペクトルに対する説明が直観的に理解されよう。

原波形の位相角については、仮定の検証の際に一部検討したが、位相角に関しては次のことがいえよう。

位相角は、図-2 (a), (b) に示されるように、滑らかに変化しており、その周期はかなり長い。また、正負いずれをとるかといった傾向にはきまったものはない。その変動幅は最大 540° 程度である。

次に、式 (1), (2) のモデルによって、原波形の各特性が十分とらえられ、さらに再生できるかについて検討しよう。

なお、地震加速度波形に対するシミュレーションモデルには、以下の諸定数を使用する<sup>3), 4)</sup>。

周波数  $\omega$  の上限値  $\omega_u = 20\pi$  rad/sec (10 Hz)

” の下限値  $\omega_l = 0$  rad/sec (0 Hz)

周波数領域の分割数  $N=40$

また、物理スペクトルの解析は、時間方向に 1.0 sec

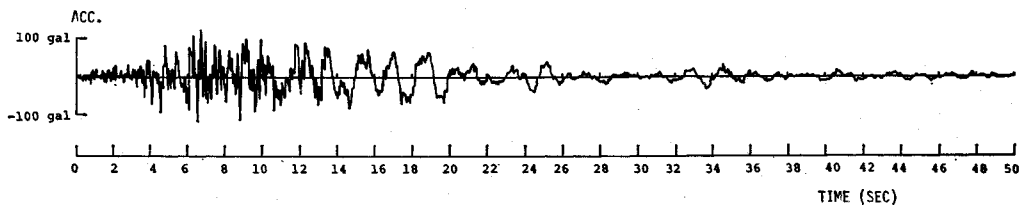
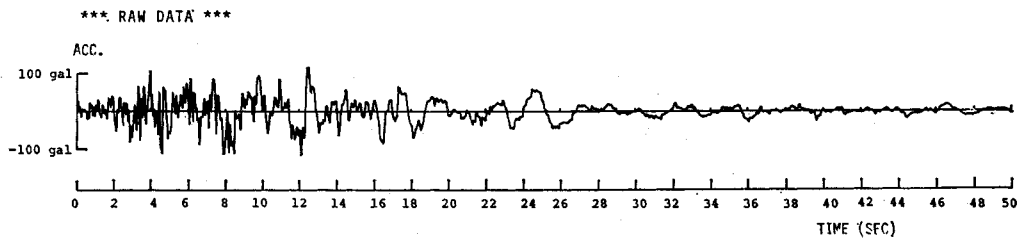


図-4 地震加速度波形、VO、VT 両地点 (TRAV. COMP.)

のステップで行った<sup>3),4)</sup>。きざみ 1.0 sec は以下の考察から決定した。図-7 に一例として VT 地点,  $\omega=10\pi$  rad/sec ( $f=5$  Hz) の物理スペクトルを黒丸で 0.5 sec きざみに示す。図-7 から、きざみを 1.0 sec としても最大値にして 3% 程度の誤差であり、形も十分滑らになっている。このことから、位相角  $\alpha_k(t_2)$  も十分推定できる範囲としてきざみを 1.0 sec とした (図-2 参照)。

図-8 に、シミュレーションの結果である 1 組のサンプル関数を示す。

図-8 のサンプル関数の最大加速度値は VO 地点において 188.8 gal, VT 地点において 125.8 gal となっている。原波形では最大加速度値は VO 地点において

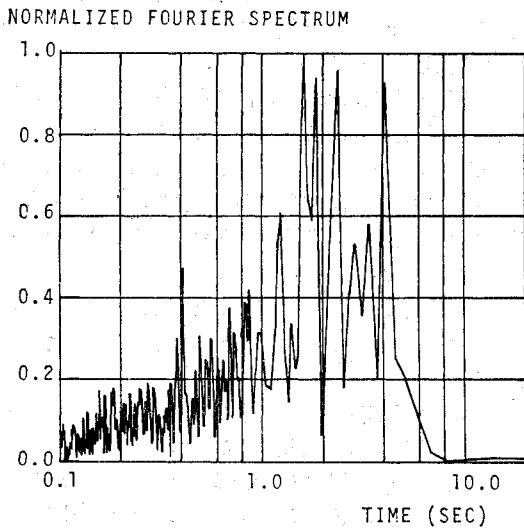


図-5 (a) 原波形の正規化フーリエスペクトル密度関数 J 145 (VO) (TRAV. COMP.)

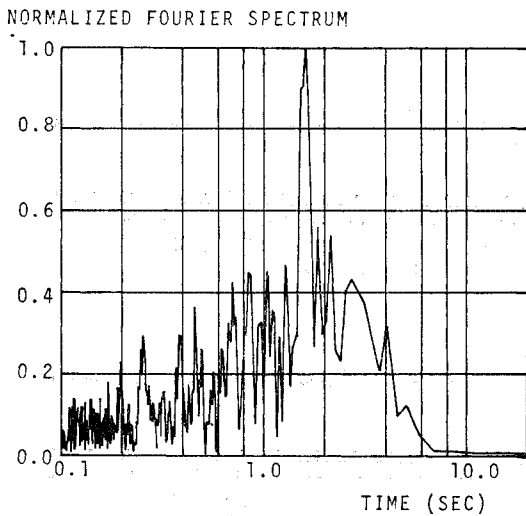


図-5 (b) 原波形の正規化フーリエスペクトル密度関数 I 137 (VT) (TRAV. COMP.)

148.0 gal, VT 地点において 146.0 gal となることから、VO 地点においては大きく、VT 地点においては多少小さくなっている。

また、位相特性については、両地点における初期微動の長さの差、また、前半 (20 sec 程度) に短周期の波が

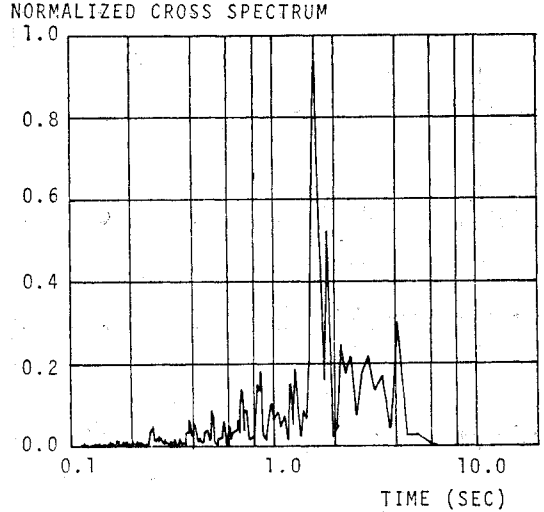


図-5 (c) 原波形の正規化二重フーリエスペクトル密度関数 J 145 (VO) と I 137 (VT) (TRAV. COMP.)

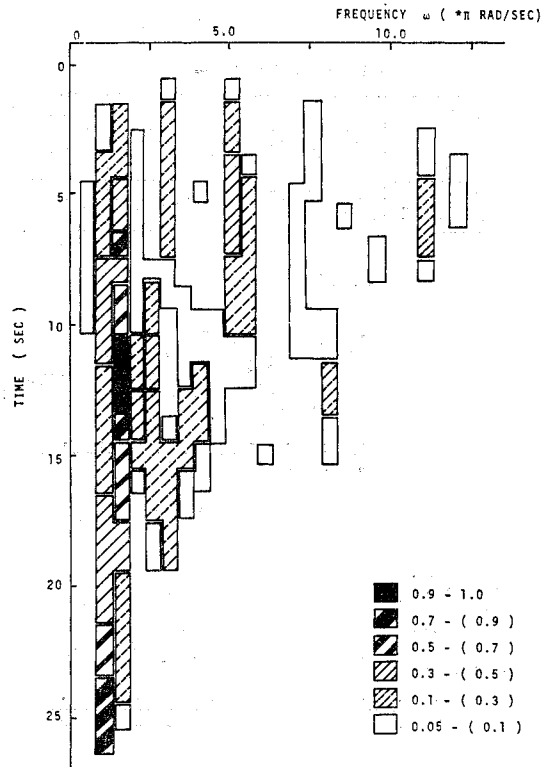


図-6 (a) 原波形 J 145 (VO), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル



図-6 (b) 原波形 I137 (VT), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル

目立ち、後半に長周期の波が卓越してくるなど、原波形の位相特性とよく類似している。

次に、両サンプル関数のフーリエスペクトル、クロススペクトルを図-9 (a), (b) および (c) に示す。図-9 の各スペクトルも図-5 と同様に、その最大値により正規化したものである。図-9 (a) では 1.8 sec, 2.5 sec の周期の波が卓越している。図-5 (a) に示されるように原波形では長周期の成分がもう少し含まれていることがわかる。次に、図-9 (b), 図-5 (b) では卓越周期もほぼ一致し、全体の傾向もよく似たものとなっている。これは、サンプル関数に  $\omega_k$  成分のほかに、 $\alpha_k(t)$  の変動により、その付近の周波数成分も加わるためであろう。また、図-9 (c) と図-5 (c) より、サンプル関数間の相関に原波形間の相関を比較すると、両者は全体的な傾向はよく似ているが、長周期成分の相関は少なくなっている。なお、図-9 (a), (b), (c) を通じて、長周期成分が原波形と比較して少ないが、これはシミュレーションモデルにおいて、周波数領域  $\omega$  を均等に分割したことによる。

次に、両サンプル関数が、原波形間の位相角を満足し、かつ、原波形の各周波数における振幅レベル、すなわち、物理スペクトルにおいても等しくなっているかについて検討しよう。

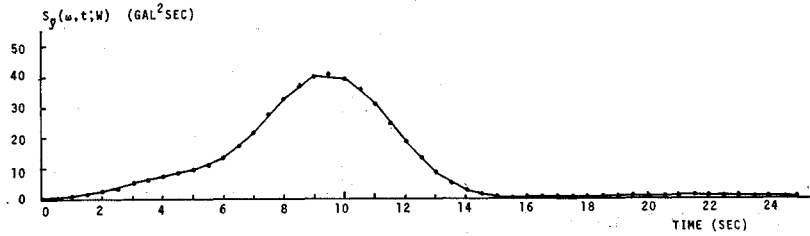
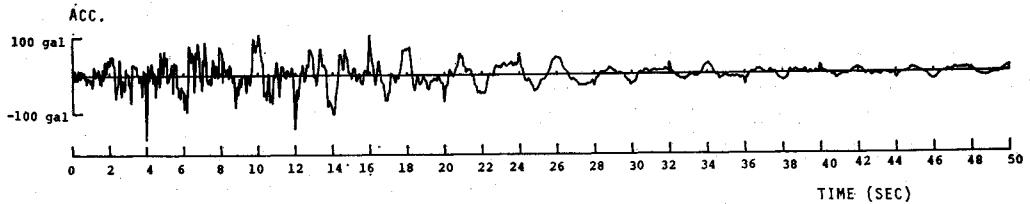
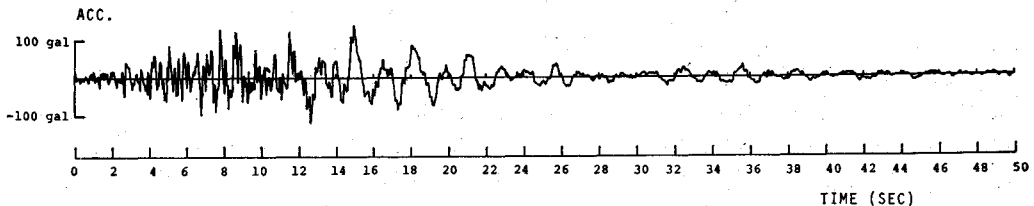


図-7 物理スペクトルの時間分割 I137 (VT)  $f=5$  Hz (TRAV. COMP.)

\*\*\* ARTIFICIAL EARTHQUAKE \*\*\*



(a) J145 VANOWEN STREET, 15107 SAN FERNANDO



(b) I137 VENTURA BLVD., 15910 SAN FERNANDO

図-8 人工地震波, VO, VT 両地点 (TRAV. COMP.)

NORMALIZED FOURIER SPECTRUM

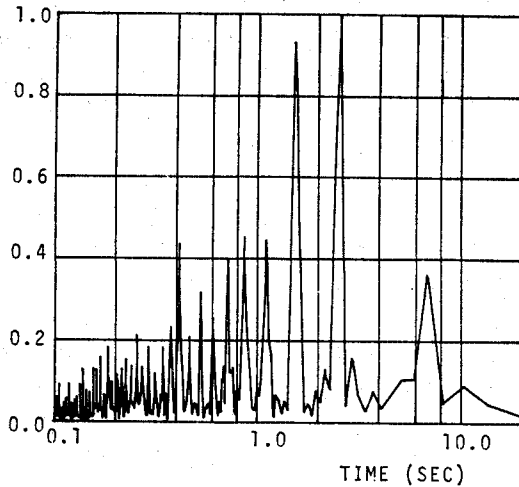


図-9 (a) 人工地震波の正規化フーリエスペクトル密度関数 J145 (VO), (TRAV. COMP.)

NORMALIZED FOURIER SPECTRUM

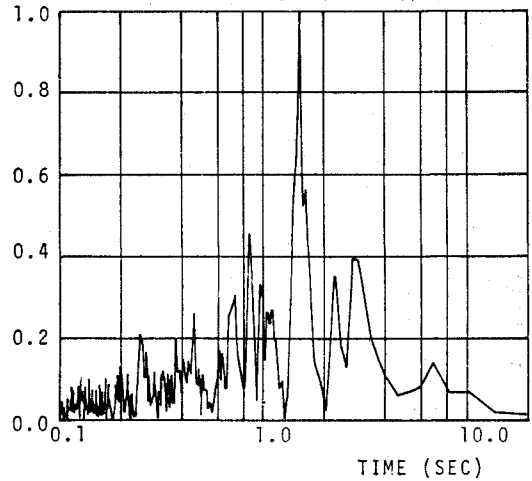


図-9 (b) 人工地震波の正規化フーリエスペクトル密度関数 I137 (VT), (TRAV. COMP.)

まず、図-10 (a), (b) および (c) に、周波数  $\omega = 0.75 \pi \text{ rad/sec}$  ( $f = 0.375 \text{ Hz}$ ),  $\omega = 4.75 \pi \text{ rad/sec}$  ( $f = 2.375 \text{ Hz}$ ) および  $\omega = 10.25 \pi \text{ rad/sec}$  ( $f = 5.125 \text{ Hz}$ ) の原波形間の位相角  $\alpha(t)$  とサンプル関数間の位相角を示す。図-10 (a), (b) からは、サンプル関数間の位相角  $\alpha(t)$  が原波形の位相角と比較し幾分滑らかになっていることがわかる。しかし、全体に位相角はほぼ一致している。次に図-10 (c) からは、サンプル関数間の位相角  $\alpha(t)$  が原波形間の位相角と比較してかなり滑らかなものとなっており、0~10 sec および 45~50 sec において多少異なった値となっていることがわかる。0~10 sec における位相角の差は、原波形間における 9 sec 前後にある局所的な変動に対して、サンプル関数では十分追従できなかったためと思われる。また、45~50 sec における差は、この周波数成分の物理スペクトル自体きわめて小さいことなどが理由としてあげられよう。しかし、図-10 (a)~(c) を通じてみれば、サンプル関数の位相角  $\alpha(t)$  は、原波形の位相角と比較して、滑らかな曲線となっており、実用的には十分、原波形の位相角に追従しているといえよう。

次に、サンプル関数の物理スペクトルをマップにし、図-11 (a), (b) に示す。図-11 (a), (b) の結果を原波形の物理スペクトルのマップ、図-6 (a), (b) と比較すると、その強度レベルは若干異なるが、その分布状況はほぼ一致する。なお、強度レベルの違いは、両サンプル関数の物理スペクトルの最大値が原波形に対して1割程度大きくなっているためである。原波形およびサンプル関数の物理スペクトルの最大値は、VO 地点では、周波数  $\omega = 1.25 \pi \text{ rad/sec}$  ( $f = 0.625 \text{ Hz}$ ) において、それぞ

NORMALIZED CROSS SPECTRUM

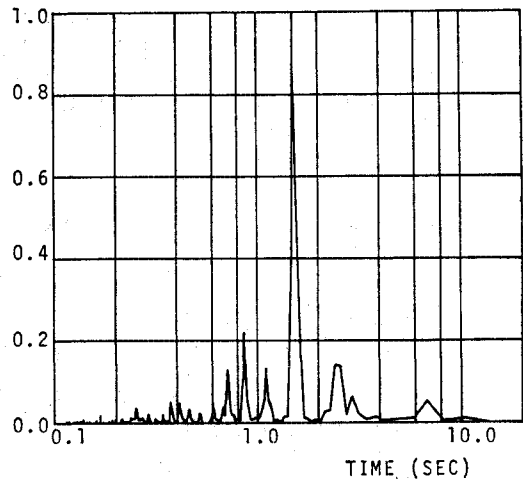


図-9 (c) 人工地震波の正規化二重フーリエスペクトル密度関数, J145 (VO) と I137 (VT), (TRAV. COMP.)

れ  $465 \text{ gal}^2 \text{ sec}$  および  $426 \text{ gal}^2 \text{ sec}$  あり、VT 地点でも、周波数  $\omega = 1.25 \pi \text{ rad/sec}$  において、それぞれ  $842 \text{ gal}^2 \text{ sec}$  および  $749 \text{ gal}^2 \text{ sec}$  である。

さらに、原波形の物理スペクトルとサンプル関数の物理スペクトルの関数を明らかにするために、代表的な周波数領域3箇所を図-12 (a)~(f) に示す。

図-12 (a), (b) はそれぞれ VO, VT 地点における周波数領域  $\omega = 0.25 \pi \sim 2.25 \pi \text{ rad/sec}$  ( $f = 0.125 \sim 1.125 \text{ Hz}$ ) である。図-12 (c), (d) は VO, VT 地点における周波数  $\omega = 2.75 \pi \sim 4.75 \pi \text{ rad/sec}$  ( $f = 1.375 \sim 2.375 \text{ Hz}$ )、図-12 (e), (f) には  $\omega = 7.75 \pi \sim 9.75 \pi \text{ rad/sec}$



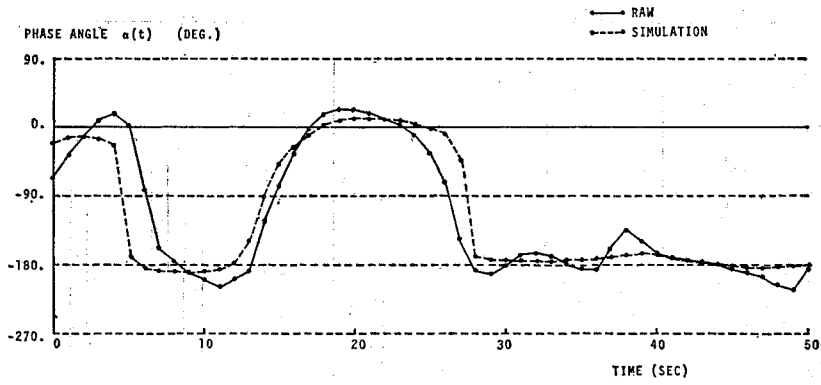


図-10 (a) J 145 (VO) と I 137 (VT) の位相角  $\alpha(t)$ ,  $\omega=0.75 \pi \text{ rad/sec}$   
( $f=0.375 \text{ Hz}$ ) (TRAV. COMP.)

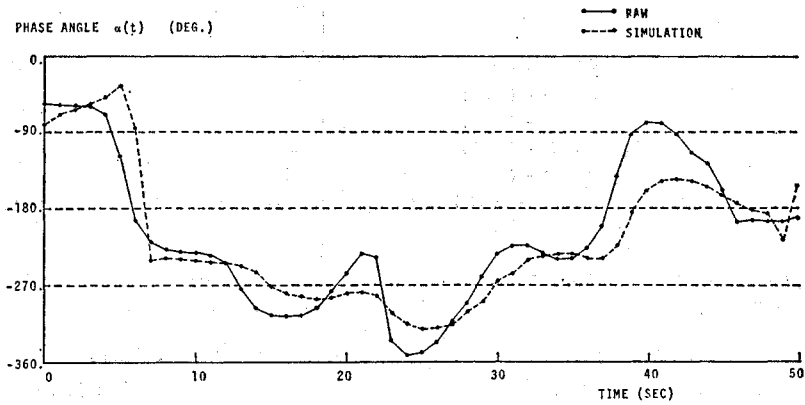


図-10 (b) J 145 と (VO) I 137 (VT) の位相角  $\alpha(t)$ ,  $\omega=4.75 \pi \text{ rad/sec}$   
( $f=2.375 \text{ Hz}$ ) (TRAV. COMP.)

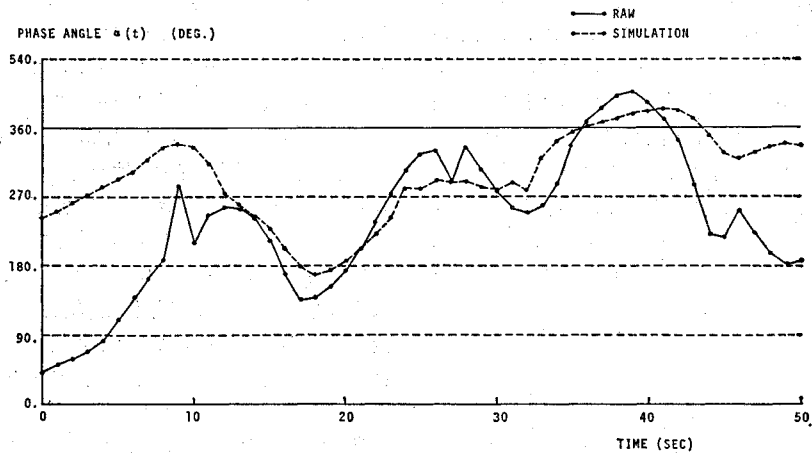


図-10 (c) J 145 と (VO) I 137 (VT) の位相角  $\alpha(t)$ ,  $\omega=10.25 \pi \text{ rad/sec}$   
( $f=5.125 \text{ Hz}$ ) (TRAV. COMP.)

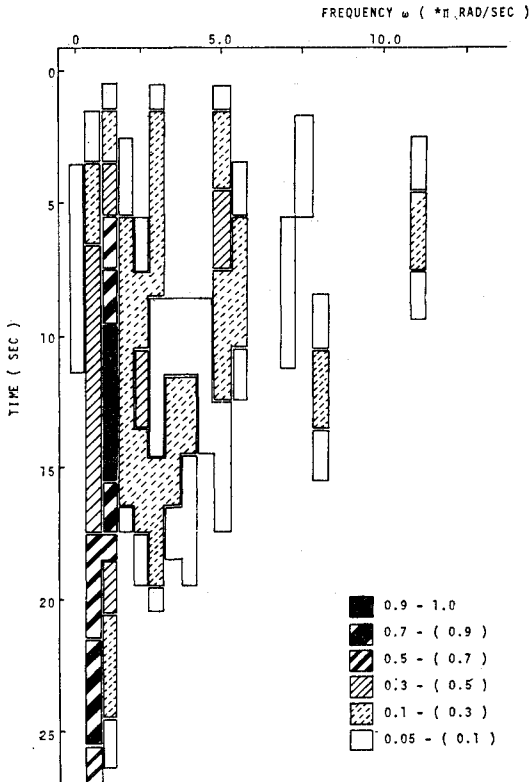


図-11 (a) 人工地震波 J 145 (VO), (TRAV, COMP.) の物理スペクトル

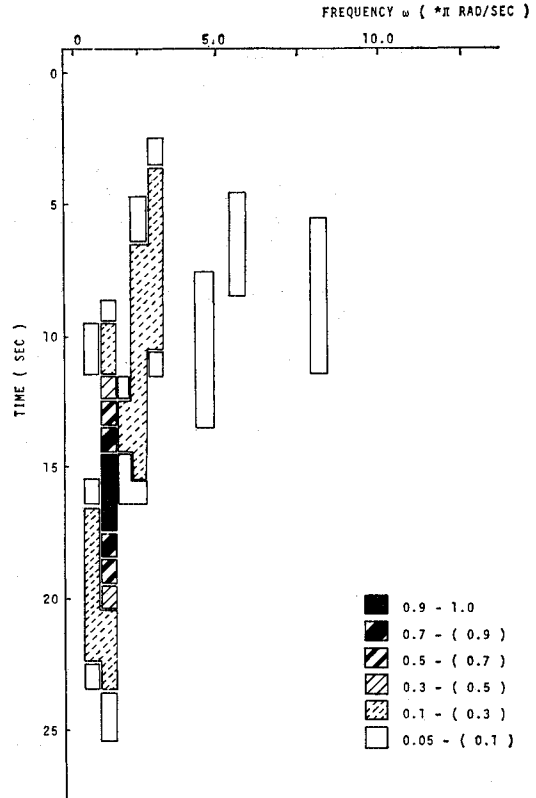


図-11 (b) 人工地震波 I 137 (VT), (TRAV, COMP.) の物理スペクトル

( $f=3.875\sim 4.875$  Hz) の物理スペクトルを示す。なお、縦軸は物理スペクトルの大きさを示すが、各図において、最大値を1と規準化していることに注意されたい。また、その規準値は( )内に示されている。

図-12 (a)~(f)からは、サンプル関数の物理スペクトルが原波形の物理スペクトルと比較して、ほぼ同じ傾向を示し、サンプル関数の物理スペクトルが少し大きいため、包絡線的な曲線となっている。なお、サンプル関数の物理スペクトルが原波形の物理スペクトルと比較して滑らかなのは、ウィンドウ関数に  $T=6.0$  sec という比較的長いフィルター時間を用いたためであろう。

なお、上記の考察から、サンプル関数間の位相角  $\alpha(t)$  および各サンプル関数の物理スペクトルはそれぞれ、原波形の位相角および物理スペクトルを十分にシミュレートしていることがわかる。

#### 4. ま と め

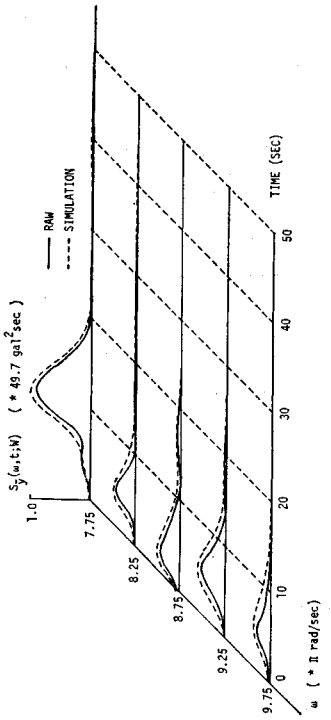
本研究の目的は (1) 複数地震動の相互の相関特性およびそれぞれの波形の非定常性を重みづき2重フーリエスペクトルでとらえること。(2) さらに、原波形と同じ非定常性と相互の相関特性をもつ人工地震波を確率過程

モデルを用いて作成することにある。

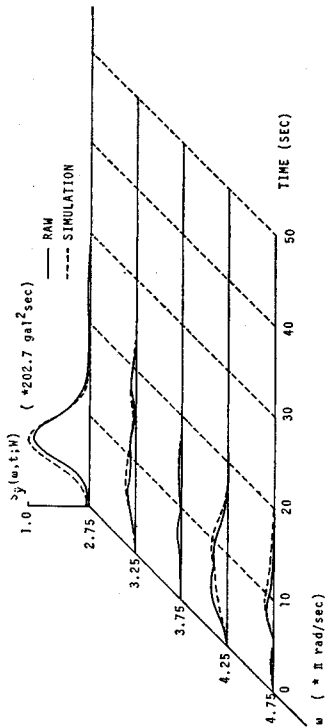
本研究の結論は次のように要約されよう。

(1) 本論文で提案した重みづき2重フーリエスペクトルの定義は式(8)で示されるように物理スペクトルと2重フーリエスペクトルの定義を組み合わせ拡張したものである。すなわち、重みづき2重フーリエスペクトルは時間  $t_1$  の近傍の地震動  $x(t)$  と時間  $t_2$  の近傍の地震動  $y(t)$  の2重フーリエスペクトルとして与えられる。また、この重みづき2重フーリエスペクトルは確率過程モデルに適用され、その有用性が確められた。

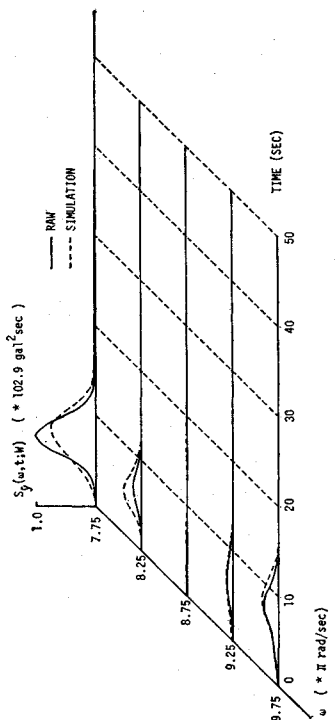
(2) 相互相関を有する地震動  $x(t)$ ,  $y(t)$  を式(1), (2)で示される調和関数型非定常確率過程でモデル化する。  $x(t)$  の周波数  $\omega_k$  における振幅  $a(\omega_k, t)$  は1次元の非定常確率過程として与えられる。また、  $y(t)$  は原波形の非定常性と原波形間の相関特性を表わすように、重みづき2重フーリエスペクトルを用いて、周波数  $\omega_k$  における振幅レベル  $b(\omega_k, t)$  と  $x(t)$  と  $y(t)$  の位相角  $\alpha_k(t)$  が決定される。ここで、  $b(\omega_k, t)$  と  $\alpha_k(t)$  は解析の結果として式(6)および式(7)で与えられる。さらに、  $b(\omega_k, t)$  と  $\alpha_k(t)$  は時間  $t_1$  と  $t_2$  の関数となっているが、地震動波形を用いた解析から  $t_1=t_2$  のときと、  $t_1 \neq t_2$  のときの数値結果には、あまり差がない。この



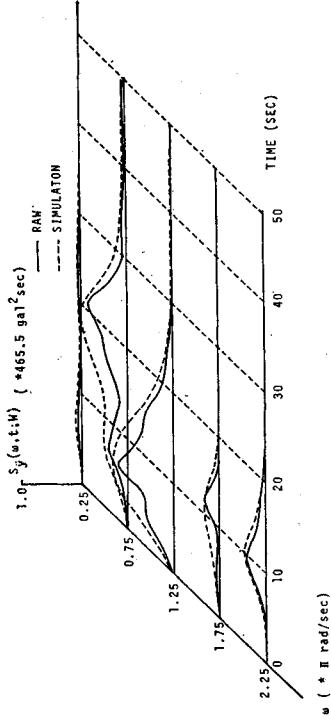
図—12 (d) J 137 (VT), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル  $\omega = 2.75\pi \sim 4.75\pi$  rad/sec



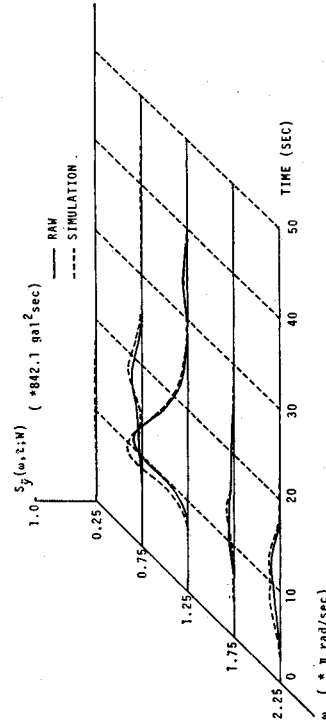
図—12 (e) J 145 (VO), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル  $\omega = 7.75\pi \sim 9.75\pi$  rad/sec



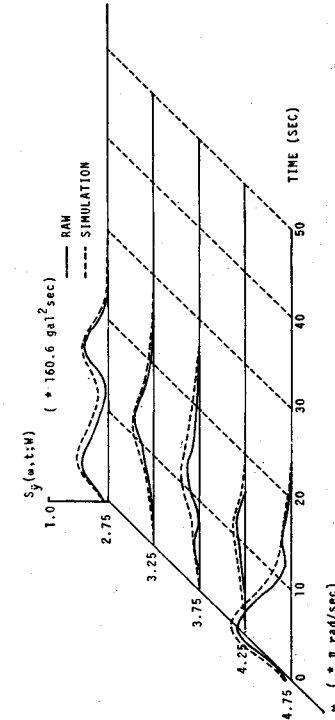
図—12 (f) I 137 (VT), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル  $\omega = 1.75\pi \sim 9.75\pi$  rad/sec



図—12 (a) J 145 (VO), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル  $\omega = 0.25\pi \sim 2.25\pi$  rad/sec



図—12 (b) I 137 (VT), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル  $\omega = 0.25\pi \sim 2.25\pi$  rad/sec



図—12 (c) J 145 (VO), (TRAV. COMP.) の物理スペクトル  $\omega = 2.75\pi \sim 4.75\pi$  rad/sec

ことから、本研究の解析例では  $t=t_1=t_2$  として解析している。

(3) なお、式 (6), (7) の誘導には (1)  $a(\omega_k, t)$ ,  $b(\omega_k, t)$  および  $\alpha_k(t)$  が時間的に滑らかに変動するという仮定と (2) 重みづき 2 重フーリエスペクトルの値が  $\omega_i \neq \omega_j$  のときはほぼ無視できる値であるという仮定; 式 (27) が必要である。これらの仮定は、重みづき 2 重フーリエスペクトルあるいは物理スペクトルにおけるウィンドウ関数の時間フィルター  $T_F$  の長さを、周波数のきざみ幅  $\Delta\omega$  に対して十分長くすることにより満足される。具体的には  $\Delta\omega = \pi/2$  rad/sec で  $T_F = 6$  sec 程度である。

(4) サンフェルナンド地震における 2 地点の加速度波形に上記の確率過程モデルを適用し、人工地震波を作成した。作成された人工地震波は原波形の周波数および振幅レベルの非定常性をよく表わしており、位相角  $\alpha_k(t)$  もほぼその傾向が一致する。

[Appendix]

式 (6), (7) の証明をしよう。式 (6), (7) の誘導は式 (1), (2) で示される  $x(t)$ ,  $y(t)$  の重みづき 2 重フーリエスペクトルを求めることによりなされる。

式 (8) に、式 (1), (2) を代入して、

$$\begin{aligned}
 & S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \\
 &= E \left[ \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) W(t_2 - u_2) \right. \\
 &\quad \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N a(\omega_k, u_1) b(\omega_l, u_2) \cos(\omega_k u_1 + \phi_k) \\
 &\quad \left. \cdot \cos\{\omega_l u_2 + \phi_l - \alpha_l(u_2)\} e^{i(\omega_1' u_1 - \omega_2' u_2)} du_1 du_2 \right] \quad \dots\dots\dots (A.1) \\
 &= \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) W(t_2 - u_2) \\
 &\quad \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N a(\omega_k, u_1) b(\omega_l, u_2) \\
 &\quad \cdot E[\cos(\omega_k u_1 + \phi_k) \cos\{\omega_l u_2 + \phi_l - \alpha_l(u_2)\}] \\
 &\quad \cdot e^{i(\omega_1' u_1 - \omega_2' u_2)} du_1 du_2 \quad \dots\dots\dots (A.2)
 \end{aligned}$$

ここで、 $k \neq l$  のとき

$$\begin{aligned}
 & E[\cos(\omega_k u_1 + \phi_k) \cos\{\omega_l u_2 + \phi_l - \alpha_l(u_2)\}] \\
 &= E[\cos(\omega_k u_1 + \phi_k)] \\
 &\quad \cdot E[\cos\{\omega_l u_2 + \phi_l - \alpha_l(u_2)\}] = 0
 \end{aligned}$$

したがって、 $k=l$  のときだけ考えればよいから

$$\begin{aligned}
 & S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \\
 &= \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) W(t_2 - u_2) \\
 &\quad \cdot \sum_{k=1}^N a(\omega_k, u_1) b(\omega_k, u_2) \\
 &\quad \cdot E[\cos(\omega_k u_1 + \phi_k) \cos\{\omega_k u_2 + \phi_k - \alpha_k(u_2)\}] \\
 &\quad \cdot e^{i(\omega_1' u_1 - \omega_2' u_2)} du_1 du_2 \quad \dots\dots\dots (A.3)
 \end{aligned}$$

$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\}$  を適用すると、

$$\begin{aligned}
 & E[\cos(\omega_k u_1 + \phi_k) \cos\{\omega_k u_2 + \phi_k - \alpha_k(u_2)\}] \\
 &= \frac{1}{2} \cos\{\omega_k(u_1 - u_2) + \alpha_k(u_2)\} \\
 \therefore & S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \\
 &= \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) W(t_2 - u_2) \\
 &\quad \cdot \sum_{k=1}^N a(\omega_k, u_1) b(\omega_k, u_2) \\
 &\quad \cdot \frac{1}{2} \cos\{\omega_k(u_1 - u_2) + \alpha_k(u_2)\} \\
 &\quad \cdot e^{i(\omega_1' u_1 - \omega_2' u_2)} du_1 du_2 \quad \dots\dots\dots (A.4)
 \end{aligned}$$

ここで、 $a(\omega_k, t_1)$  および  $b(\omega_k, t_2)$  はそれぞれ  $t=t_1$  および  $t=t_2$  の近傍で滑らかに変化するものとするれば、

$$\begin{aligned}
 & S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \\
 &= \frac{1}{2(2\pi)^2} \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \\
 &\quad \cdot W(t_1 - u_1) W(t_2 - u_2) \cos\{\omega_k(u_1 - u_2) \\
 &\quad + \alpha_k(u_2)\} e^{i(\omega_1' u_1 - \omega_2' u_2)} du_1 du_2 \quad \dots\dots\dots (A.5) \\
 &= \frac{1}{2(2\pi)^2} \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \\
 &\quad \cdot W(t_1 - u_1) W(t_2 - u_2) \\
 &\quad \cdot \frac{e^{i\{\omega_k(u_1 - u_2) + \alpha_k(u_2)\}} + e^{-i\{\omega_k(u_1 - u_2) + \alpha_k(u_2)\}}}{2} \\
 &\quad \cdot e^{i(\omega_1' u_1 - \omega_2' u_2)} du_1 du_2 \quad \dots\dots\dots (A.6) \\
 &= \left( \frac{1}{4\pi} \right)^2 \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\quad \cdot \left[ \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) e^{i(\omega_k + \omega_1') u_1} du_1 \right. \\
 &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(t_2 - u_2) e^{i\{-(\omega_k + \omega_2') u_2 + \alpha_k(u_2)\}} du_2 \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) e^{i(-\omega_k + \omega_1') u_1} du_1 \\
 &\quad \left. \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(t_2 - u_2) e^{i\{(\omega_k - \omega_2') u_2 - \alpha_k(u_2)\}} du_2 \right] \quad \dots\dots\dots (A.7)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\alpha_k(t)$  は  $t=t_2$  の近傍で  $\omega_2' u$  の変動に比して十分滑らかに変化するものとするれば、

$$\begin{aligned}
 & S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \\
 &= \left( \frac{1}{4\pi} \right)^2 \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\quad \cdot \left[ e^{i\alpha_k(t_2)} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_2) e^{i(\omega_k + \omega_1') u_1} du_1 \right. \\
 &\quad \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(t_2 - u_2) e^{i\{-(\omega_k + \omega_2') u_2\}} du_2 \\
 &\quad + e^{-i\alpha_k(t_2)} \int_{-\infty}^{\infty} W(t_1 - u_1) e^{i(-\omega_k + \omega_1') u_1} du_1 \\
 &\quad \left. \cdot \int_{-\infty}^{\infty} W(t_2 - u_2) e^{i\{\omega_k - \omega_2' u_2\}} du_2 \right] \quad \dots\dots\dots (A.8)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 W(t) &= \left(\frac{\sqrt{2}}{T}\right)^{1/2} e^{-\pi i t^2/T^2} \text{ を代入すれば} \\
 S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) &= \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\cdot \left[ e^{i\alpha_k(t_1)} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{T}\right)^{1/2} e^{-\frac{\pi(t_1-u_1)^2}{T^2} + i(\omega_k + \omega_1')u_1} \right. \\
 &\cdot du_1 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{T}\right)^{1/2} e^{-\frac{\pi(t_2-u_2)^2}{T^2} - i(\omega_k + \omega_2')u_2} du_2 \\
 &+ e^{-i\alpha_k(t_2)} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{T}\right)^{1/2} e^{-\frac{\pi(t_1-u_1)^2}{T^2} + i(\omega_k + \omega_1')u_1} \\
 &\cdot du_1 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{T}\right)^{1/2} e^{-\frac{\pi(t_2-u_2)^2}{T^2} + i(\omega_k - \omega_2')u_2} du_2 \left. \right] \quad \dots\dots\dots (A.9)
 \end{aligned}$$

$t-u=v$  と変換して,

$$\begin{aligned}
 S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) &= \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\cdot \left[ e^{i\alpha_k(t_2)} \frac{\sqrt{2}}{T} e^{i(\omega_k + \omega_1')t_1 - (\omega_k + \omega_2')t_2} \right. \\
 &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2} - i(\omega_k + \omega_1')v} dv_1 \\
 &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2} + i(\omega_k + \omega_2')v} dv_2 + e^{-i\alpha_k(t_1)} \frac{\sqrt{2}}{T} \\
 &\cdot e^{i(-\omega_k + \omega_1')t_1 + (\omega_k - \omega_2')t_2} \\
 &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2} - i(-\omega_k + \omega_1')v} dv_1 \\
 &\cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2} - i(\omega_k - \omega_2')v} dv_2 \left. \right] \quad \dots\dots (A.10) \\
 &\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2} + i(\omega \pm \omega')v} dv \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2}} \{ \cos(\omega \pm \omega')v + i \sin(\omega \pm \omega')v \} dv \\
 &= 2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{\pi v^2}{T^2}} \cos(\omega \pm \omega')v dv = \frac{e^{-\frac{(\omega \pm \omega')^2}{4\pi/T^2}}}{1/T}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) &= \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \frac{\sqrt{2}}{T} \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\left[ e^{i\alpha_k(t_2) + i\{(\omega_k + \omega_1')t_1 - (\omega_k + \omega_2')t_2\}} \frac{e^{-\frac{(\omega_k + \omega_1')^2}{4\pi/T^2} - \frac{(\omega_k + \omega_2')^2}{4\pi/T^2}}}{(1/T)^2} \right. \\
 &+ e^{-i\alpha_k(t_1) + i\{(-\omega_k + \omega_1')t_1 + (\omega_k - \omega_2')t_2\}} \\
 &\cdot \left. \frac{e^{-\frac{(-\omega_k + \omega_1')^2}{4\pi/T^2} - \frac{(\omega_k - \omega_2')^2}{4\pi/T^2}}}{(1/T)^2} \right] \quad \dots\dots\dots (A.11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \frac{\sqrt{2}}{T} \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\left[ e^{i\alpha_k(t_2) + i\{(\omega_k + \omega_1')t_1 - (\omega_k + \omega_2')t_2\}} \right. \\
 &\cdot \left. \frac{1}{2\pi/T^2} \left\{ \left(\omega_k + \frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_1' - \omega_2'}{2}\right)^2 \right\} \right. \\
 &\left. + e^{-i\alpha_k(t_1) + i\{(-\omega_k + \omega_1')t_1 + (\omega_k - \omega_2')t_2\}} \right.
 \end{aligned}$$

$$\left. \frac{e^{-\frac{1}{2\pi/T^2} \left\{ \left(\omega_k - \frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_1' - \omega_2'}{2}\right)^2 \right\}}}{(1/T)^2} \right] \quad \dots\dots\dots (A.12)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{8\pi} e^{-\frac{1}{2\pi/T^2} \left(\frac{\omega_1' - \omega_2'}{2}\right)^2} \sum_{k=1}^N a(\omega_k, t_1) b(\omega_k, t_2) \\
 &\left[ e^{i\alpha_k(t_2) + i\{(\omega_k + \omega_1')t_1 - (\omega_k + \omega_2')t_2\}} \frac{e^{-\frac{(\omega_k + \omega_1' + \omega_2')^2}{2(\sqrt{\pi}/T)^2}}}{\sqrt{2\pi} (\sqrt{\pi}/T)} \right. \\
 &+ e^{-i\alpha_k(t_1) + i\{(-\omega_k + \omega_1')t_1 + (\omega_k - \omega_2')t_2\}} \\
 &\cdot \left. \frac{e^{-\frac{(\omega_k - \omega_1' + \omega_2')^2}{2(\sqrt{\pi}/T)^2}}}{\sqrt{2\pi} (\sqrt{\pi}/T)} \right] \quad \dots\dots\dots (A.13) \\
 &= \frac{1}{8\pi\Delta\omega} e^{-\frac{1}{2\pi/T^2} \left(\frac{\omega_1' - \omega_2'}{2}\right)^2} \int_0^{\infty} a(\omega', t_1) b(\omega', t_2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{e^{-\frac{(\omega' + \omega_1' + \omega_2')^2}{2(\sqrt{\pi}/T)^2}}}{\sqrt{2\pi} (\sqrt{\pi}/T)} \\
 &\left[ e^{i\alpha(\omega', t_2) + i\{(\omega' + \omega_1')t_1 - (\omega' + \omega_2')t_2\}} \left\{ \frac{e^{-\frac{(\omega' + \omega_1' + \omega_2')^2}{2(\sqrt{\pi}/T)^2}}}{\sqrt{2\pi} (\sqrt{\pi}/T)} \right\} \right. \\
 &+ e^{-i\alpha(\omega', t_1) + i\{(-\omega' + \omega_1')t_1 + (\omega' - \omega_2')t_2\}} \\
 &\cdot \left. \left\{ \frac{e^{-\frac{(\omega' - \omega_1' + \omega_2')^2}{2(\sqrt{\pi}/T)^2}}}{\sqrt{2\pi} (\sqrt{\pi}/T)} \right\} \right] d\omega \quad \dots\dots\dots (A.14)
 \end{aligned}$$

ここで、{ } 内は ガウス 確率密度関数である。すなわち、平均値  $\left(\mp \frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}\right)$  (符号 { } の順), 標準偏差  $(\sqrt{\pi}/T)$  である。

そこで、 $\sqrt{\pi}/T$  が十分に小さいとき

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sqrt{\pi}/T)} e^{-\frac{(\omega' \pm \frac{\omega_1' + \omega_2'}{2})^2}{2(\sqrt{\pi}/T)^2}} \rightarrow \delta\left(\omega' \pm \frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}\right)$$

$\omega' > 0$  であるから  $\delta\left(\omega' - \frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}\right)$  のみとって,

$$\begin{aligned}
 S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) &= \frac{1}{8\pi\Delta\omega} a\left(\frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}, t_1\right) b\left(\frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}, t_2\right) \\
 &\cdot e^{-\frac{1}{2\pi/T^2} \left(\frac{\omega_1' - \omega_2'}{2}\right)^2} e^{-i\alpha\left(\frac{\omega_1' + \omega_2'}{2}, t_2\right) + i\left(\frac{\omega_1' - \omega_2'}{2}\right)(t_1 + t_2)} \\
 &\quad \dots\dots\dots (A.15)
 \end{aligned}$$

$\omega_1' = \omega_2'$  のとき,

$$\begin{aligned}
 S_{xy}(\omega_1', \omega_1', t_1, t_2; W) &= \frac{1}{8\pi\Delta\omega} a(\omega_1', t_1) b(\omega_1', t_2) e^{-i\alpha(\omega_1', t_2)} \\
 &\quad \dots\dots\dots (A.16)
 \end{aligned}$$

$\omega_1' \neq \omega_2'$  のときは、 $(\omega_1' - \omega_2')$  に比較して  $\sqrt{8\pi}/T$  が十分に小さければ

$$S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \equiv 0 \quad (\omega_1' \neq \omega_2') \quad \dots\dots\dots (A.17)$$

ここで、 $S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W)$  は実数部, 虚数部を用いて, 次式で表わせるから,

$$\begin{aligned}
 S_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) &= C_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \\
 &+ iQ_{xy}(\omega_1', \omega_2', t_1, t_2; W) \quad \dots\dots\dots (A.18)
 \end{aligned}$$

式 (3) および式 (A.16) より式 (6), (7) が導かれる<sup>11)</sup>.

$$b(\omega_1, t_2) = \frac{8\pi d\omega \sqrt{C_{xy}^2(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W)}}{a(\omega_k, t_1) \sqrt{Q_{xy}^2(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W)}} \quad (6)$$

$$\omega_k(t_2) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Q_{xy}(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W)}{C_{xy}(\omega_k, \omega_k, t_1, t_2; W)} \right\} \quad (7)$$

参 考 文 献

- 1) 星谷 勝：確率論手法による構造解析，鹿島出版，1973.
- 2) 星谷 勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版，1974.
- 3) 星谷 勝・石井 清：非定常周波数特性を有する最悪人工地震波，土木学会論文報告集，No. 242，pp. 1~14，1975.10.
- 4) 星谷 勝・千葉利晃・草野直幹：地震加速度波の非定常性とそのシミュレーション，土木学会論文報告集，No. 245，pp. 51~58，1976.1.
- 5) 星谷 勝：非定常確率過程のスペクトル解析，土木学会誌，1975.3. pp. 41~46.
- 6) Shinozuka, M.: Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes., Journal of

- Acoustical Soc. of Am., Vol. 49, No. 1, Jan. 1971.
- 7) 桜井彰雄・栗原千鶴子・矢鳥 浩：多入力系としての長大構造物の地震応答解析法，電力中央研究所技術第二研究所報告，No. 72004，1972.11.
- 8) 浅田秋江・河上房義：地震震動特性に関する2, 3の考察，土木学会論文報告集，No. 236，pp. 93~107，1975.4.
- 9) 小坪清真・原田譲二：各支点で異なる地震波をうける橋梁の応答解析，土木学会論文報告集，No. 175，pp. 39~48，1970.3.
- 10) Mark, W.D.: Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Non-stationary Stochastic Processes., Jour. of Sound and Vibr., Vol. 11, No. 1, pp. 19~63, 1970.
- 11) Bendat, J.S. and Piersol, A.G.: Measurement and Analysis of Random Data., Jhon Wiley and Sons, 1966.
- 12) Earthquake Engineering Research Laboratory: Strong Motion Earthquake Accelerograms., Vol. 2, Part A, Report No. EERL 74-51, Part 2, Report No. EERL 74-52, California Institute Technology, Pasadena, Calif., 1974.
- 13) 土岐憲三：強震加速度記録による位相速度の検出，第4回日本地震工学シンポジウム講概集，pp. 265~272，1975. 11 (東京).

(1976.6.12・受付)