

地震時における地盤内の応力，ひずみの評価

STRESS AND STRAIN IN GROUND DURING EARTHQUAKE

神 山 真*

By Makoto KAMIYAMA

1. ま え が き

地震時において地盤内に生じる応力，ひずみの大きさを把握することは砂地盤の液状化をはじめとする地震時の地盤変状の検討のうえからきわめて重要である¹⁾。また，最近の研究によれば，沈埋トンネルをはじめとする種々の地下埋設物の耐震性の検討のうえからも地震時における地盤内の応力，ひずみの大きさの把握は重要とされている²⁾。

以上の観点から，地震時における地盤内の応力，ひずみを把握する試みがいくつかなされてきた。これらの試みは大別すれば2つに分けられる。1つは地盤を多質点系に置換し，いわゆるモーダル・アナリシスの手法によるものであり³⁾，他は地盤を連続体として扱い，波動論的に応力，ひずみを求めるものである^{4), 5)}。そして，これら2つの手法の長所欠点もすでに論じられている。

ところで，これらの従来の試みは，いずれも，地震波としてせん断波が鉛直下方から入射するという仮定のもとに地盤内の応力，ひずみを求めたものである。工学上，利便の多い，いわゆるS波重複反射理論とよばれるこの単純な仮定は妹沢・金井⁶⁾の一連の研究により確立されてきたものである。しかるに，この理論の実証的研究は軽震観測結果に対して若干，行われているのみで，その多用性に比し総体に少なく，理論そのものに対していささか疑念の余地がないわけではない。

たとえば，われわれは地盤内の応力，ひずみ状態を特に震害が生じるおそれのある強震時におけるそれとして把握したいのであるが，従来，強震記録自体が甚少であったこともあり，強震時における波動伝播特性に関する

実体的研究はほとんどみられなかったといつてよい。しかるに，最近，強震記録が次第に蓄積されるにおよび，アメリカを中心としてこの種の実体的研究が行われるようになってきたが^{7), 8)}，それらの結果によると，強震時の波動伝播特性はS波重複反射よりもむしろLove波，Rayleigh波のような表面波によるものが多いことが指摘されている。さらに，観測例は少ないが，軽震に対しても多点観測を行うことにより表面波と考えられる地表面に沿う伝播性の波動の存在を確認した事例がある⁹⁾。

以上のような状況を考えると，耐震工学上，多用されてきたS波重複反射理論の安易な適用は多分に再考を要すると思われるし，と同時に，強震記録に存在するとされるLove波，Rayleigh波などの表面波に対する耐震工学的吟味は緊急な課題と考えられる。とりわけ，ここで問題としている地盤内の応力，ひずみのようなテンソル量の場合，加速度などのベクトル量と異なり，平面的に伝播する表面波の影響は多大であることが予想されるので，その詳細な評価は急務と考えられる。

以上の観点から，この論文ではS波重複反射，Love波，Rayleigh波などのいくつかの地震波動を考え，それらが伝播するときに生じる応力，ひずみ状態を明らかにするとともに，それらのおおの波動伝播による地震記録が地表で知られた場合について応力，ひずみを求める一方法を提示した。さらに，この方法をいくつかの強震記録に適用し，その強震記録にみられる地震波動特性を論じながら，地盤内の応力，ひずみを求めた。そして，それらの結果について耐震工学的観点から考察を加え，応力，ひずみ状態に及ぼす地震波動伝播特性の重要性について論じた。

なお，この論文においては，地盤は平行な多層構造をなす線形弾性体として扱っている。

* 正会員 工修 東北工業大学講師 工学部土木工学科

2. S 波重複反射および Love 波伝播により生じる応力, ひずみの算定

(1) S 波重複反射, Love 波伝播による応力, ひずみ成分

S 波重複反射および Love 波とも, 後にみるように, ベクトルの現象としては同一の様相を呈することが多い。したがって, 共振を主とする耐震的観点のみからなら, S 波重複反射, Love 波とことさらに識別する必要はないかも知れない。しかしながら, 応力, ひずみのようなテンソル量を問題とすると, これらはまったく変わってくる。

いま, 図-1 に示す右手系座標を考え, x_3 方向の変位 u_3 が S 波重複反射および Love 波伝播によって生じたものとする。このとき, S 波重複反射, Love 波は次のいずれかの運動方程式を考えるかの違いである。

S 波重複反射

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{G}{\rho} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \dots\dots\dots(1)$$

Love 波

$$\frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{G}{P} \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \right) \dots\dots\dots(2)$$

ここに,

G :せん断弾性係数, ρ :密度, t :時間

式(1),(2)の素解はおのおの次の式(3),(4)と表わされる(ただし, Love 波は座標 x_1 の正方向のみの伝播を考えている)。

$$u_3 = B_1 \exp i(\omega t + kx_2) + B_2 \exp i(\omega t - kx_2) \dots\dots\dots(3)$$

$$u_3 = F(x_2) \exp i(\omega t - kx_1) \dots\dots\dots(4)$$

ここに,

B_1, B_2 :任意の定数, ω :円振動数, k :波数,
 $F(x_2)$: x_2 の任意の関数, i :虚数

ところが, ひずみ成分 e_{ij} および応力成分 τ_{ij} は微小ひずみの仮定のもとに, 次の関係で変位 u_i と結ばれている。

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \dots\dots\dots(5)$$

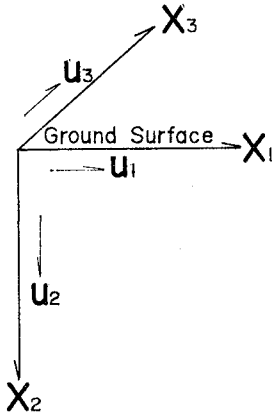


図-1 座標系

$$\tau_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2 G e_{ij} \dots\dots\dots(6)$$

ここに,

λ, G : Lamé の定数, δ_{ij} : Kronecker のデルタ

$e = e_{11} + e_{22} + e_{33}$ (体積ひずみ)

式(5),(6)から S 波重複反射の場合, 生じる応力, ひずみ成分は $\tau_{23} = \tau_{32}, e_{23} = e_{32}$ であり, Love 波伝播で生じる成分は $\tau_{13} = \tau_{31}, \tau_{23} = \tau_{32}, e_{13} = e_{31}, e_{23} = e_{32}$ である。これを地盤の微小要素に加わる応力成分に関して表わせば, 図-2 に示すようである。すなわち, Love 波伝播の場合, S 波重複反射には現われない伝播方向垂直面にせん断応力 τ_{13} が働く。

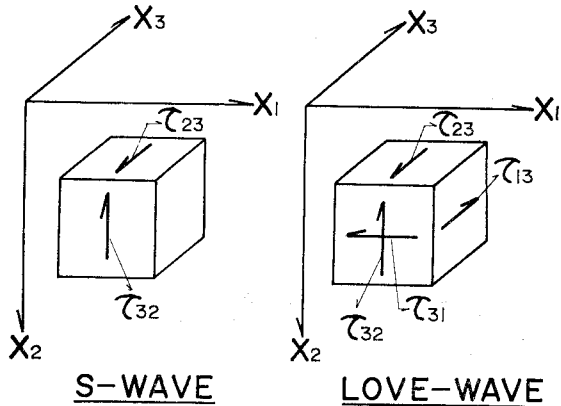


図-2 S 波重複反射, Love 波によって生じる応力成分

(2) 多層地盤内での S 波重複反射, Love 波伝播による応力, ひずみの算定

S 波重複反射, Love 波伝播によって地盤内に生じる応力, ひずみ成分は前記のとおりであるが, ここでは地盤が平行な多層構造をなす場合について応力, ひずみを求める式を示す。

応力, ひずみを具体的に求めるためには何らかの形で地震記録が知られていることが必要であるが, ここでは, S 波重複反射, Love 波のおのおのによる応力, ひずみを比較する便宜上, 特に地表で地震記録が知られている場合について示す。

また, ここで述べる手法は Haskell¹⁰⁾ が多層地盤における地震波伝播を論じる際に用いた手法を応用したものであるが, S 波重複反射と Love 波の差異は表面波である Love 波に以下で述べる分散問題が生じるだけで他の手法はほとんど同じであるので, 以下の議論においては主に Love 波伝播による応力, ひずみを求める方法を中心に述べる。

いま, 図-3 に示すような基盤を含めて n 層からなる多層地盤を x_1 の正方向に Love 波が伝播するとする。このとき, 任意 m 層内での運動方程式は次のようにな

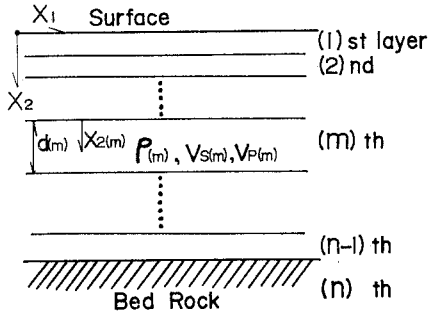


図-3 多層地盤

る。

$$\frac{\partial^2 u_{3(m)}(t, x_1, x_2)}{\partial t^2} = V_{S(m)}^2 \left\{ \frac{\partial^2 u_{3(m)}(t, x_1, x_2)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_{3(m)}(t, x_1, x_2)}{\partial x_2^2} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここに、

$u_{3(m)}$: m 層における x_3 方向の変位

$V_{S(m)}$: m 層における S 波伝播速度

ここで、地盤深さ方向座標 x_2 を各層の境界が原点となるようにとるとき、式(7)を満足する任意 m 層の任意深さ $x_{2(m)}$ での変位 $u_{3(m)}(t, x_1, x_{2(m)})$ 、応力 $\tau_{23(m)}(t, x_1, x_{2(m)})$ 、 $\tau_{13(m)}(t, x_1, x_{2(m)})$ のおのおのの時間に関する Fourier 変換 $U_{3(m)}(\omega, x_1, x_{2(m)})$ 、 $T_{23(m)}(\omega, x_1, x_{2(m)})$ 、 $T_{13(m)}(\omega, x_1, x_{2(m)})$ は次式のようにおくことができる。

$$U_{3(m)}(\omega, x_1, x_{2(m)}) = \{A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)})\} \cdot \exp(-i \cdot k \cdot x_1) \dots\dots\dots (8)$$

$$T_{23(m)}(\omega, x_1, x_{2(m)}) = i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot G(m) \cdot \{-A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)})\} \cdot \exp(-i \cdot k \cdot x_1) \dots\dots\dots (9)$$

$$T_{13(m)}(\omega, x_1, x_{2(m)}) = -i \cdot k \cdot G(m) \cdot \{A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)})\} \cdot \exp(-i \cdot k \cdot x_1) \dots\dots\dots (10)$$

ここに、

$A_{1(m)}$, $A_{2(m)}$: 任意 m 層内の定数

$x_{2(m)}$: m 層上境界からの深さ

$G(m)$: m 層のせん断弾性係数

$$\tau_{S(m)} = \begin{cases} \{(c/V_{S(m)})^2 - 1\}^{1/2} & \dots\dots\dots c \geq V_{S(m)} \text{ のとき} \\ -i \cdot \{1 - (c/V_{S(m)})^2\}^{1/2} & \dots\dots\dots c < V_{S(m)} \text{ のとき} \end{cases}$$

ただし、

$c = \omega/k$ (位相速度), ω : 円振動数, k : 波数

以下の議論において $x_1 = 0$ としても一般性は失われなから簡易化のため $x_1 = 0$ として、 x_1 の項を省略する。

いま、式(8)~(10)を各層に対して求め、各層の境界においては $U_{3(m)}$ 、 $T_{23(m)}$ が連続であるという境界条件を考えると、 m 層の上境界および地表面における $U_{3(m)}$ 、 $T_{23(m)}$ を関係づける次式を得る(ただし、ここでは変位の Fourier 変換 $U_{3(m)}$ の連続は速度 $\partial u_{3(m)}/\partial t = \dot{u}_{3(m)}$ の Fourier 変換 $\dot{U}_{3(m)}$ の連続と等価であり、かつ位相速度 c は全層を通じて同一であるから、 $U_{3(m)}$ の連続のかわりに速度 $\dot{u}_{3(m)}$ の Fourier 変換 $\dot{U}_{3(m)}$ ($\omega, x_{2(m)}$) と c の比である $\dot{U}_{3(m)}/c$ の連続を考えている)。

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_{3(m)}(\omega, 0)/c \\ T_{23(m)}(\omega, 0) \end{bmatrix} = [a_{(m-1)}] \cdot [a_{(m-2)}] \dots [a_{(l)}] \dots [a_{(2)}] \cdot [a_{(1)}] \cdot \begin{bmatrix} \dot{U}_{3(l)}(\omega, 0)/c \\ T_{23(l)}(\omega, 0) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $[a_{(l)}]$ は $l=1 \sim m-1$ の任意 l 層に対する Love 波の層マトリックスとよばれる、次のような 2×2 のマトリックスである。

$$[a_{(l)}] = \begin{bmatrix} \cos(Q_{(l)}) & i \sin(Q_{(l)}) / (G_{(l)} \cdot \tau_{S(l)}) \\ i \cdot G_{(l)} \cdot \tau_{S(l)} \cdot \sin(Q_{(l)}) & \cos(Q_{(l)}) \end{bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$Q_{(l)} = k \cdot \tau_{S(l)} \cdot d_{(l)}$

$d_{(l)}$: l 層の層厚

$G_{(l)}$: l 層のせん断弾性係数

式(11)の関係は任意の層に対して成立するが $m=n$ とすれば、基盤の上境界と地表面での関係を与えることになる。式(11)において $m=n$ として、かつ、地表における応力の Fourier 変換 $T_{23(n)}(\omega, 0)$ が境界条件よりゼロとなること、および、Love 波の表面波の条件から無限深さでは変位振幅がゼロ、すなわち、

$$\lim_{x_{2(n)} \rightarrow \infty} U_{3(n)}(\omega, x_{2(n)}) = 0$$

となることを考慮すると次式の関係が導かれる。

$$-L_{21(n-1)} - G_{(n)} \cdot \tau_{S(n)} \cdot L_{11(n-1)} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $L_{11(n-1)}$ 、 $L_{21(n-1)}$ は層マトリックスの積 $[a_{(n-1)}] \cdot [a_{(n-2)}] \dots [a_{(2)}] \cdot [a_{(1)}]$ の (1, 1) 成分、(2, 1) 成分である。

すなわち、図-3に示すような n 層からなる多層地盤を Love 波が伝播するときには式(13)の関係がなければならぬことになる。式(13)が円振動数 ω と位相速度 c との関係を与える、いわゆる分散を決定する式である。以下、式(13)を次式のように表わし、これを Love 波の分散方程式とよぶ。

$$F_L\{\omega, c(\omega)\} = -L_{21(n-1)} - G_{(n)} \cdot \tau_{S(n)} \cdot L_{11(n-1)} = 0 \quad \dots\dots\dots(14)$$

結局、Love 波による地盤内の応力を求めることは式(14)の条件のもとに、式(9)、(10)の係数 $A_{1(m)}$ 、 $A_{2(m)}$ を求めることに帰着する。式(11)に対して若干の計算を施すことにより、任意 m 層内での係数 $A_{1(m)}$ 、 $A_{2(m)}$ は次式のように与えられる。

$$A_{1(m)} = \frac{1}{2} \{ L_{11(m-1)} \cdot U_{3(1)}(\omega, 0) - L_{21(m-1)} \cdot U_{3(1)}(\omega, 0) / (G_{(m)} \cdot \tau_{S(m)}) \} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$A_{2(m)} = \frac{1}{2} \{ L_{11(m-1)} \cdot U_{3(1)}(\omega, 0) + L_{21(m-1)} \cdot U_{3(1)}(\omega, 0) / (G_{(m)} \cdot \tau_{S(m)}) \} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、

$$U_{3(1)}(\omega, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} u_{3(1)}(t, 0) \cdot \exp(-i\omega t) dt$$

$u_{3(1)}(t, 0)$: 地表における Love 波の変位記録

また、 $L_{11(m-1)}$ 、 $L_{21(m-1)}$ はおのおの層マトリックスの積 $[a_{(m-1)}] \cdot [a_{(m-2)}] \dots [a_{(2)}] \cdot [a_{(1)}]$ の (1, 1) 成分、(2, 1) 成分である。

以上から、任意 m 層の深さ $x_{2(m)}$ での応力 $\tau_{23(m)}(t, x_{2(m)})$ 、 $\tau_{13(m)}(t, x_{2(m)})$ は式(15)、(16)から定まる係数 $A_{1(m)}$ 、 $A_{2(m)}$ を式(9)、(10)に代入し、 $T_{23(m)}$ 、 $T_{13(m)}$ を Fourier 逆変換すれば次式のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \tau_{23(m)}(t, x_{2(m)}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} i \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot \tau_{S(m)} \cdot G_{(m)} \\ &\cdot \left[-A_{1(m)} \cdot \exp\left\{-i \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}\right\} \right. \\ &+ A_{2(m)} \cdot \exp\left\{i \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}\right\} \left. \right] \\ &\cdot \exp(i\omega t) d\omega \quad \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{13(m)}(t, x_{2(m)}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} -i \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot G_{(m)} \\ &\cdot \left[A_{1(m)} \cdot \exp\left\{-i \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}\right\} \right. \\ &+ A_{2(m)} \cdot \exp\left\{i \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot \tau_{S(m)} \cdot x_{2(m)}\right\} \left. \right] \\ &\cdot \exp(i\omega t) d\omega \quad \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

ここに、

$$F_L\{\omega, c(\omega)\} = 0$$

である。

これより、ひずみ $e_{23(m)}(t, x_{2(m)})$ 、 $e_{13(m)}(t, x_{2(m)})$ は式(6)の関係から容易に求めることができる。

以上は地表で Love 波による変位記録が知られた場合

に任意深さでの応力、ひずみを求めるための式であるが、一般には変位記録より加速度記録が知られている場合が多い。その場合には、加速度記録の Fourier 変換よりあらかじめ変位記録の Fourier 変換を求めておけば他は上記と同様にして応力、ひずみを求めることができる。

なお、強震記録の時間長は有限であるから、実際の Fourier 変換および逆変換の計算は有限 Fourier 変換として処理され、その際、高速 Fourier 変換 (FFT) を使えば大幅に計算時間を短縮できる。

3. Rayleigh 波伝播による応力、ひずみの算定

(1) Rayleigh 波伝播により生じる応力、ひずみ成分

Rayleigh 波はベクトル成分的には水平、鉛直の各一成分を有する。Rayleigh 波が鉛直方向の成分を有することは前記の S 波重複反射、Love 波と著しく異なる点である。現行の耐震工学は鉛直動に対する検討が十分でなく、このこと自体、多分に問題を含んでいると考えられるが、鉛直動に焦点を合わせた場合、当然その重要な因子として Rayleigh 波が浮かびあがってくる。

いま、図-1の座標系において、 x_1 の正方向へ平面的に Rayleigh 波が伝播するとする。このように平面的に伝播する Rayleigh 波を考えると、問題は周知の平面ひずみ問題となり、 x_3 方向の変位成分 $u_3=0$ 、および $\partial u_i / \partial x_3 = 0 (i=1, 2, 3)$ として、運動方程式は次のようにおける。

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} &= G \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \right) \\ &+ (G + \lambda) \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) \quad \dots(19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} &= G \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right) \\ &+ (G + \lambda) \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) \quad \dots(20) \end{aligned}$$

ここに、

- u_1 : x_1 方向の変位
- u_2 : x_2 方向の変位
- λ, G : Lamé の定数
- ρ : 密度
- t : 時間

ここで、式(19)、(20)と等価な式として、次式のような波動方程式が導かれる。

$$\rho \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = (2G + \lambda) \left(\frac{\partial^2 e}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial x_2^2} \right) \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = G \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) \quad \dots\dots\dots(22)$$

ここに，

$$e = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \quad (\text{体積ひずみ}) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$w = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \quad (\text{回転}) \quad \dots\dots\dots(24)$$

式 (21), (22) の素解はおのおの次式のようにおける。

$$e = F(x_2) \cdot \exp i(\omega t - kx_1) \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$w = G(x_2) \cdot \exp i(\omega t - kx_1) \quad \dots\dots\dots(26)$$

ここに，

$F(x_2), G(x_2)$: x_2 の関数

ω : 円振動数

k : 波数

式 (19)~(26) より，変位 u_1, u_2 の素波は次式のように与えられる。

$$u_1 = -2 \frac{V_S^2}{\omega^2} \frac{\partial w}{\partial x_2} - \frac{V_P^2}{\omega^2} \frac{\partial e}{\partial x_1} \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$u_2 = 2 \frac{V_S^2}{\omega^2} \frac{\partial w}{\partial x_1} - \frac{V_P^2}{\omega^2} \frac{\partial e}{\partial x_2} \quad \dots\dots\dots(28)$$

ここに，

$V_S = \sqrt{G/\rho}$ (S 波伝播速度)

$V_P = \sqrt{(\lambda+2G)/\rho}$ (P 波伝播速度)

ところが，ひずみ成分 e_{ij} ，応力成分 τ_{ij} は式 (5)，

(6) の関係で変位成分 u_i と結ばれている。式 (5)，

(6) から Rayleigh 波が伝播するとき生じる成分は

$$e_{11}, e_{12} = e_{21}, e_{22}, \tau_{11}, \tau_{12} = \tau_{21}, \tau_{22}, \tau_{33}$$

であり，微小要素に加わる成分として図示すれば図-4 のようである。すなわち，S 波重複反射，Love 波ではすべてせん断成分としてひずみ，応力が生じたのに比べ，Rayleigh 波の場合， e_{21}, τ_{21} のようなせん断成分に加え， $e_{11}, e_{22}, \tau_{11}, \tau_{22}, \tau_{33}$ のような垂直成分が働く。

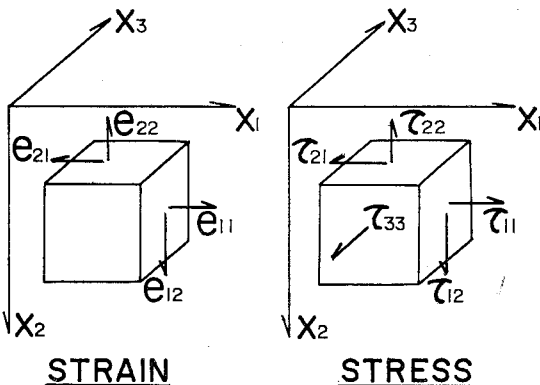


図-4 Rayleigh 波によって生じるひずみ，応力成分

(2) 多層地盤を Rayleigh 波が伝播するときの応力，ひずみの算定

Rayleigh 波が伝播するとき地盤内に生じる応力，ひずみ成分は前記の通りであるが，次に地盤が平行な多

層構造をなす場合で地表において Rayleigh 波による地震記録が知られているケースについて，それらを求める式を示す。基本的誘導は前述の Love 波と同様，各層ごとに運動方程式を解き，各層の境界における変位，応力の連続条件を考慮しながら層マトリックスを求め，地表における地震記録の Fourier 変換より各層の係数を決め，応力，ひずみを求める手法である。なお，以下の式においては，先の Love 波の場合と同様の理由により， x_1 の項は省略する。

いま，図-3 に示すような n 層からなる多層地盤を x_1 の正方向へ Rayleigh 波が伝播するとする。このとき，地盤深さ方向座標 x_2 を各層の境界がおのおのの原点となるようにとれば，式 (19), (20) を満足する任意 m 層内の任意深さ $x_{2(m)}$ での変位 $u_{1(m)}(t, x_{2(m)})$ ， $u_{2(m)}(t, x_{2(m)})$ および体積ひずみ $e_{(m)}(t, x_{2(m)})$ ，ひずみ $e_{11(m)}(t, x_{2(m)})$ ， $e_{21(m)}(t, x_{2(m)})$ ， $e_{22(m)}(t, x_{2(m)})$ のおのおの Fourier 変換 $U_{1(m)}(\omega, x_{2(m)})$ ， $U_{2(m)}(\omega, x_{2(m)})$ ， $E_{(m)}(\omega, x_{2(m)})$ ， $E_{11(m)}(\omega, x_{2(m)})$ ， $E_{21(m)}(\omega, x_{2(m)})$ ， $E_{22(m)}(\omega, x_{2(m)})$ は次式のようにおける。

$$U_{1(m)}(\omega, x_{2(m)}) = i \cdot \frac{V_P(m)^2}{\omega^2} \cdot k \cdot \{A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot P_{(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot P_{(m)})\} - 2 \cdot i \cdot \frac{V_S(m)^2}{\omega^2} \cdot k \cdot \tau_{S(m)} \cdot \{-B_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot Q_{(m)}) + B_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot Q_{(m)})\} \quad \dots\dots\dots(29)$$

$$U_{2(m)}(\omega, x_{2(m)}) = -i \cdot \frac{V_P(m)^2}{\omega^2} \cdot k \cdot \tau_{P(m)} \cdot \{-A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot P_{(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot P_{(m)})\} - 2 \cdot i \cdot \frac{V_S(m)^2}{\omega^2} \cdot k \cdot \{B_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot Q_{(m)}) + B_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot Q_{(m)})\} \quad \dots\dots\dots(30)$$

$$E_{(m)}(\omega, x_{2(m)}) = A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot P_{(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot P_{(m)}) \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$E_{11(m)}(\omega, x_{2(m)}) = \frac{V_P(m)^2}{c^2} \{A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot P_{(m)}) + A_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot P_{(m)})\} - 2 \cdot \frac{V_S(m)^2}{c^2} \cdot \tau_{S(m)} \cdot \{-B_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot Q_{(m)}) + B_{2(m)} \cdot \exp(i \cdot Q_{(m)})\} \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$E_{21(m)}(\omega, x_{2(m)}) = \frac{V_P(m)^2}{c^2} \cdot \tau_{P(m)} \cdot \{A_{1(m)} \cdot \exp(-i \cdot P_{(m)})$$

$$\begin{aligned}
 & -A_{2(m)} \cdot \exp(iP_{(m)}) \\
 & + \frac{V_{S(m)}^2}{c^2} (\gamma_{S(m)}^2 - 1) \cdot \{B_{1(m)} \cdot \exp(iQ_{(m)}) \\
 & + B_{2(m)} \cdot \exp(iQ_{(m)})\} \dots\dots\dots (33)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & E_{22(m)}(\omega, x_{2(m)}) \\
 & = \frac{V_{P(m)}^2}{c^2} \cdot \gamma_{P(m)}^2 \cdot \{A_{1(m)} \cdot \exp(-iP_{(m)}) \\
 & + A_{2(m)} \cdot \exp(iP_{(m)})\} \\
 & + 2 \cdot \frac{V_{S(m)}^2}{c^2} \cdot \gamma_{S(m)} \cdot \{-B_{1(m)} \cdot \exp(-iQ_{(m)}) \\
 & + B_{2(m)} \cdot \exp(iQ_{(m)})\} \dots\dots\dots (34)
 \end{aligned}$$

ここに,

$A_{1(m)}, A_{2(m)}, B_{1(m)}, B_{2(m)}$: 任意 m 層内の定数
 $V_{P(m)}$: m 層の P 波伝播速度
 $V_{S(m)}$: m 層の S 波伝播速度
 $c = \omega/k$ (位相速度), ω : 円振動数, k : 波数
 $P_{(m)} = k \cdot \gamma_{P(m)} \cdot x_{2(m)}$, $Q_{(m)} = k \cdot \gamma_{S(m)} \cdot x_{2(m)}$

$$\gamma_{P(m)} = \begin{cases} \{(c/V_{P(m)})^2 - 1\}^{1/2} & \dots\dots\dots (c \geq V_{P(m)} \text{ のとき}) \\ -i\{1 - (c/V_{P(m)})^2\}^{1/2} & \dots\dots\dots (c < V_{P(m)} \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots\dots (35)$$

$$\gamma_{S(m)} = \begin{cases} \{(c/V_{S(m)})^2 - 1\}^{1/2} & \dots\dots\dots (c \geq V_{S(m)} \text{ のとき}) \\ -i\{1 - (c/V_{S(m)})^2\}^{1/2} & \dots\dots\dots (c < V_{S(m)} \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots\dots (36)$$

また, 応力 $\tau_{11(m)}(t, x_{2(m)})$, $\tau_{21(m)}(t, x_{2(m)})$, $\tau_{22(m)}(t, x_{2(m)})$, $\tau_{33(m)}(t, x_{2(m)})$ のおのの Fourier 変換 $T_{11(m)}(\omega, x_{2(m)})$, $T_{21(m)}(\omega, x_{2(m)})$, $T_{22(m)}(\omega, x_{2(m)})$, $T_{33(m)}(\omega, x_{2(m)})$ は式 (6) の関係から次式のようにおける.

$$\begin{aligned}
 T_{11(m)}(\omega, x_{2(m)}) & = \lambda_{(m)} \cdot E_{(m)}(\omega, x_{2(m)}) \\
 & + 2 G_{(m)} \cdot E_{11(m)}(\omega, x_{2(m)}) \\
 & \dots\dots\dots (37)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{21(m)}(\omega, x_{2(m)}) & = 2 G_{(m)} \cdot E_{21(m)}(\omega, x_{2(m)}) \\
 & \dots\dots\dots (38)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 T_{22(m)}(\omega, x_{2(m)}) & = \lambda_{(m)} \cdot E_{(m)}(\omega, x_{2(m)}) \\
 & + 2 G_{(m)} \cdot E_{22(m)}(\omega, x_{2(m)}) \\
 & \dots\dots\dots (39)
 \end{aligned}$$

$$T_{33(m)}(\omega, x_{2(m)}) = \lambda_{(m)} \cdot E_{(m)}(\omega, x_{2(m)}) \dots (40)$$

ここに,

$\lambda_{(m)}, G_{(m)}$: m 層の Lamé の定数

ここで, Rayleigh 波に対する境界条件を考える. すなわち, 変位の Fourier 変換 $U_{1(m)}, U_{2(m)}$, 応力の Fourier 変換 $T_{22(m)}, T_{21(m)}$ はそれぞれ各層の境界で連続, および, 地表においては $T_{22(m)}, T_{21(m)}$ はゼロ, さらに, 無限深さでは $U_{1(m)}, U_{2(m)}$ はゼロという境界

条件を考慮すると Haskell¹⁰⁾ にしたがって次式が導かれる.

$$\begin{aligned}
 \frac{U_{1(1)}(\omega, 0)}{U_{2(1)}(\omega, 0)} & = \frac{R_{22(n)} - R_{12(n)}}{R_{11(n)} - R_{21(n)}} \\
 & = \frac{R_{42(n)} - R_{32(n)}}{R_{31(n)} - R_{41(n)}} \dots\dots\dots (41)
 \end{aligned}$$

ここに,

$U_{1(1)}(\omega, 0)$: 地表における x_1 方向の変位の Fourier 変換

$U_{2(1)}(\omega, 0)$: 地表における x_2 方向の変位の Fourier 変換

また, $R_{ij(n)}$ は

$$[R_{(n)}] = [F_{(n)}] \cdot [a_{(n-1)}] \cdot [a_{(n-2)}] \dots [a_{(2)}] \cdot [a_{(1)}]$$

で表わされる層マトリックスの積 $[R_{(n)}]$ の (i, j) 成分である (ただし, 任意 m 層に対するマトリックス $[F_{(m)}]$, $[a_{(m)}]$ の成分は付録に与えられている).

上式, 式 (41) の第 2 辺と第 3 辺が Rayleigh 波に対する分散を与える式であるが, いま, これを次式のように変形し, 次式を Rayleigh 波の分散方程式とよぶ.

$$\begin{aligned}
 F_R\{\omega, c(\omega)\} & = (R_{22(n)} - R_{12(n)}) \cdot (R_{31(n)} - R_{41(n)}) \\
 & - (R_{11(n)} - R_{21(n)}) \cdot (R_{42(n)} - R_{32(n)}) \\
 & = 0 \dots\dots\dots (42)
 \end{aligned}$$

また, 式 (41) の第 1 辺は Rayleigh 波の地表における水平動と鉛直動の Fourier 変換の比 $U_{1(1)}(\omega, 0)/U_{2(1)}(\omega, 0)$ が伝播する地盤固有の値を有し, 円振動数 ω により変化することを示している.

結局, Rayleigh 波によって生じる任意 m 層内の任意深さ $x_{2(m)}$ でのひずみ, 応力を求めることは式 (42) を満足する $\omega, c(\omega)$ に対して式 (31)~(34) 中の係数 $A_{1(m)}, A_{2(m)}, B_{1(m)}, B_{2(m)}$ を求めることに帰着する. これらの係数は Love 波における誘導と同形の誘導を行うことにより次式のように与えられる.

$$\begin{aligned}
 A_{1(m)} & = \frac{i}{2} \left\{ (R_{11(m)} + R_{21(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{1(1)}(\omega, 0) \right. \\
 & \left. + (R_{12(m)} + R_{22(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{2(1)}(\omega, 0) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (43)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_{2(m)} & = \frac{i}{2} \left\{ (R_{11(m)} - R_{21(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{1(1)}(\omega, 0) \right. \\
 & \left. + (R_{12(m)} - R_{22(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{2(2)}(\omega, 0) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (44)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_{1(m)} & = \frac{i}{2} \left\{ (R_{41(m)} + R_{31(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{1(1)}(\omega, 0) \right. \\
 & \left. + (R_{42(m)} + R_{32(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{2(1)}(\omega, 0) \right\} \\
 & \dots\dots\dots (45)
 \end{aligned}$$

$$B_{2(m)} = \frac{i}{2} \left\{ (R_{41(m)} - R_{31(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{1(1)}(\omega, 0) \right.$$

$$+ (R_{42(m)} - R_{32(m)}) \cdot \frac{\omega}{c(\omega)} \cdot U_{2(1)}(\omega, 0) \} \dots\dots\dots(46)$$

ただし,

$$F_R\{\omega, c(\omega)\} = 0$$

ここに, $R_{ij(m)}$ は前出の $R_{ij(m)}$ において n を m と置換したものであり, また $U_{1(1)}(\omega, 0)$, $U_{2(1)}(\omega, 0)$ は地表における x_1 方向, x_2 方向の変位記録の Fourier 変換である.

以上から, 任意 m 層内の任意深さ $x_{2(m)}$ での各ひずみは式 (43)~(46) から定まる係数 $A_{1(m)}$, $A_{2(m)}$, $B_{1(m)}$, $B_{2(m)}$ を式 (31)~(34) に代入し, おのおのを Fourier 逆変換すれば得られる. また, 各応力についても同様に式 (37)~(40) を Fourier 逆変換すれば得ることができる.

4. 地表で水平動 1 成分の地震記録が知られた場合の応力, ひずみの算定例

(1) 地震記録のスペクトル解析からみた波動伝播特性

図-5 は図-6 に示す地盤構造¹¹⁾を有する地盤の地表で得られた水平動の地震加速度記録¹²⁾である.

このように地表での地震記録が知られた場合に地盤内の応力, ひずみを求めるのに, 従来の試みでは, この地震記録に対して波動伝播特性の検証を行うことなく, 無条件に S 波重複反射を適用するのが普通であった. しかしながら, このような場合, 最初にその地震記録に対して適用する波動伝播特性の妥当性を検証し, その検証に基づき応力, ひずみを評価することが順当であることは論をまたないであろう.

地震記録に対する波動特性の検証をいかに行うかはそれ自体, 一大テーマと考えられるが, ここでは地震記録のスペクトルを波動伝播による増幅特性と比較検討するという方法でこれを行った.

いま, 図-6 の地盤に対して S 波重複反射, Love 波伝播のおのおの増幅特性を求めると 図-7, 図-8 のようになる. 図-7 は S 波重複反射が起こった場合に地表で期待される増幅特性を基盤入射波に対する増幅スベ

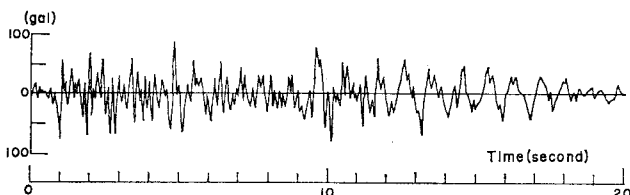


図-5 水平動地震記録 (細島港湾 SMAC 強震記録, S-544, N-S)

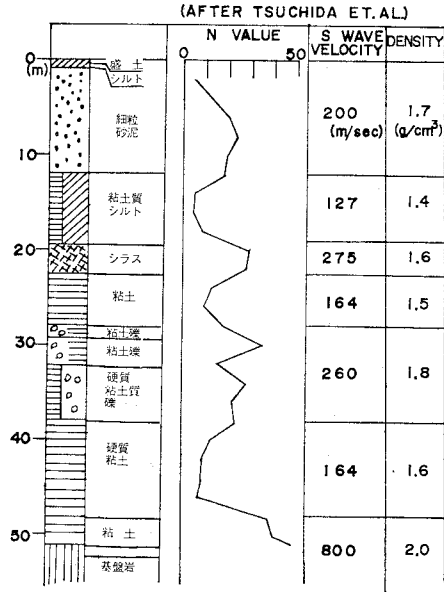


図-6 地盤構造 (細島港湾)

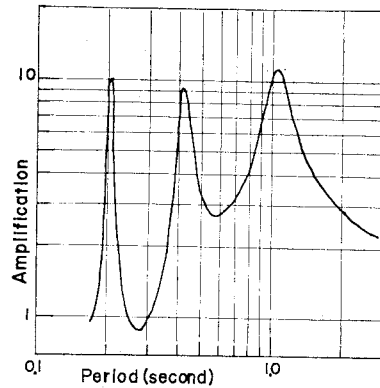


図-7 S 波重複反射による増幅度

クトルとして表わしたものであり, 図-8 は Love 波伝播による増幅特性を Harkrider¹³⁾ のいう Medium Response として表わしたものである. 一方, 図-9 は図-5 の地震記録の (0.0~20.0)sec を Fourier 解析して得たスペクトルである.

図-7~図-9 の比較から, Love 波の各モードの Medium Response のピークとなる周期は S 波重複反射の増幅スペクトルのピークとなる周期とほとんど一致し, しかも, これらのピークとなる周期は地震記録の実測スペクトルでピークとなる周期とよく一致することがわかる. したがって, 増幅特性の比較からでは, ここでの地震記録は S 波重複反射, Love 波のいずれの波動伝播によるものとも理解される. 多くの地盤に対して計算を行って見たところ, このような

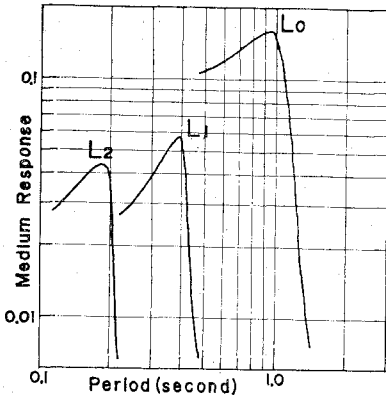


図-8 Love 波による増幅度

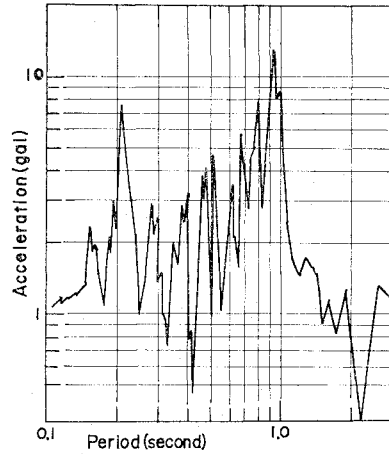


図-9 Fourier スペクトル

例は案外多く存在するようであるが、一般に基盤と表面層のS波速度が明確なコントラストを有する地盤ではこのような傾向が強いと考えられる¹⁴⁾。

(2) S波重複反射, Love波伝播に基づく応力, ひずみの算定

以上みたように図-5の地震記録はS波重複反射, Love波のいずれとも理解される。そこで、次の地震記録がS波重複反射のみによるもの、およびLove波のみによるものとの2つの仮定を設け、それぞれの仮定の波動伝播に対して応力, ひずみを算定して、波動特性の違いによるそれらの結果の差異を検討する。なお、

以下に示されるLove波による応力, ひずみの算定ではLove波の基本モードの重要性を考え、すべての波動が基本モードのみで伝播すると仮定して応力, ひずみを求めている。

図-10は図-5の地震記録に対してそれぞれS波重複反射, Love波を想定した場合の応力の時間曲線を地盤の代表的深さについて示したものである。また、図-11は図-10のように求まる時間曲線のうちの最大値を応力, ひずみのおのおのに対して深度ごとにプロットした結果である。これらの結果のうち特徴的なものを要約すると次のようになる。

応力 τ_{23} についてはS波重複反射, Love波とも地表でゼロであり、深くなるにしたがいその最大値は増大する。ただ

し、Love波による応力 τ_{23} はS波重複反射による τ_{23} より全般に小さい。ひずみ e_{23} も深度とともに大きくなる傾向を有するが、地盤各層の剛性に応じて層境界で不連続に変動する。一方、Love波によるひずみ e_{13} は地表でもゼロでなく、しかも、一部の変動を除いて全般に地盤の浅部ほどその値が大きい。Love波のひずみ e_{13} が層境界で連続であるに対して、応力 τ_{13} は層境界で不連続となり、各層ごとに剛性に応じて大きさが変動するが、地盤浅部でかなり大きな値を有するのが特徴である。

以上の結果から、地盤内の応力, ひずみの算定に際し

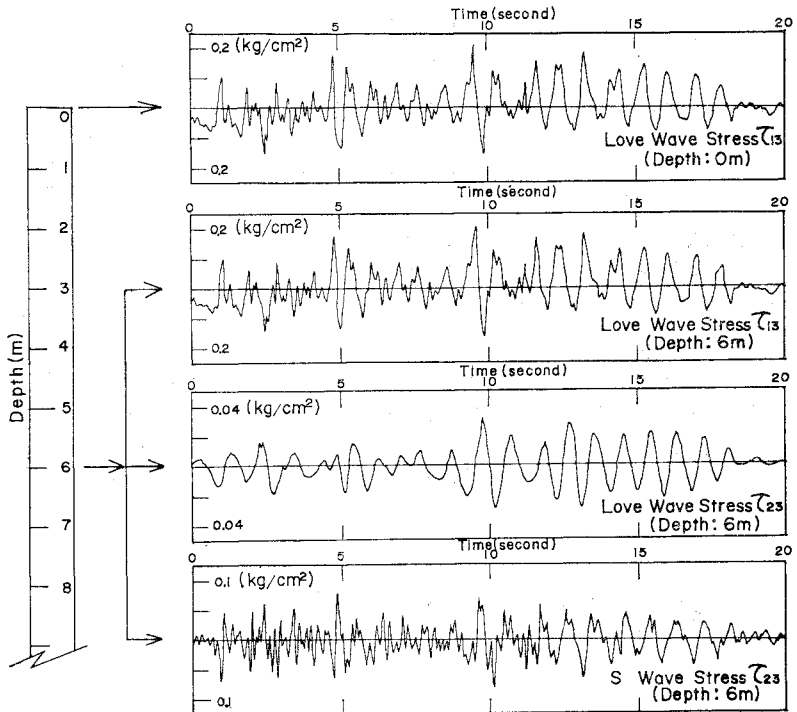


図-10 Love波, S波重複反射による応力-時間曲線の例(深さ0m, 6m)

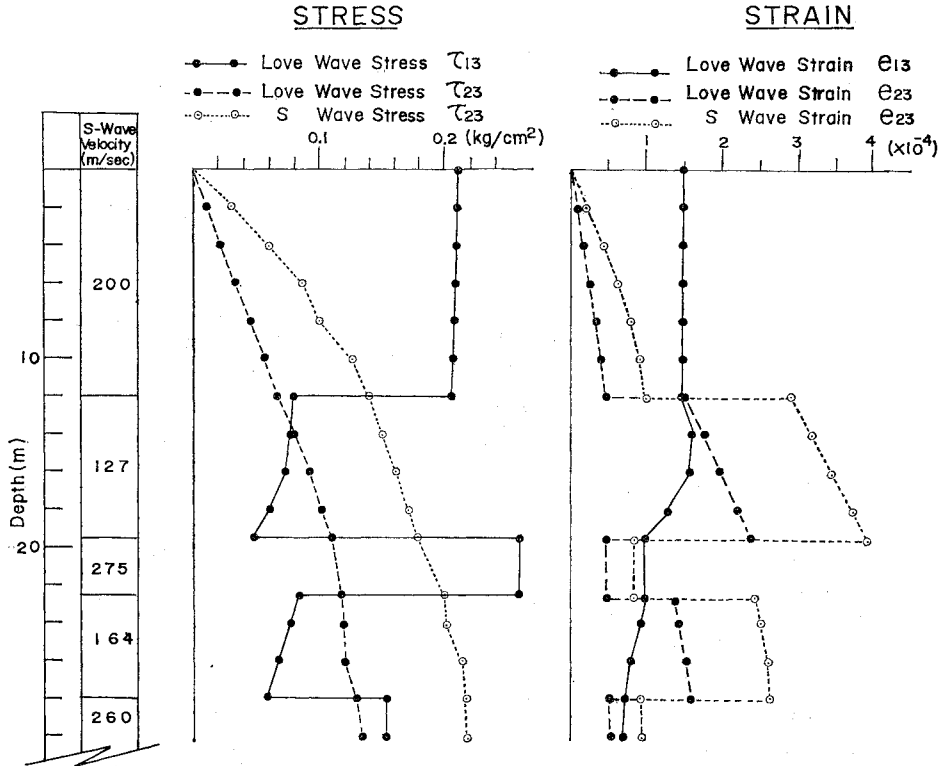


図-11 Love 波、S 波重複反射による応力、ひずみの最大値分布

て、波動伝播特性の検証がきわめて大切であることがわかる。特に、従来、多用されてきた S 波重複反射を応力、ひずみ算定に安易に適用することは決して工学的安全側の評価でないのみならず、重大な誤りを招来するおそれがあることを十分留意する必要があると思われる。たとえば、飽和砂地盤における液状化を考えた場合、一般に地盤浅部ほど有効圧が小さく液状化し易い条件となっている¹⁵⁾。これに対して、S 波重複反射および Love 波の両方の伝播を考え、いずれの波動伝播によって液状化し易いかを比較したとき、Love 波による地盤内での応力分布と S 波重複反射によるそれとを比較してみれば、Love 波伝播の場合により液状化し易いことは自明であろう。したがって、液状化の検討では地表における最大加速度等の数値的算定に加え、地震波の波動特性についての検討が重要な関心事とならなければならないことがわかる。このことは地下埋設物の耐震性の検討についても同様にあてはまるであろう。

5. 強震記録による地盤内の応力、ひずみの算定例

4. において、地表で水平動 1 成分の地震記録が知られた場合について応力、ひずみの算定例を述べたが、これ

は、現在、多用されている S 波重複反射の問題点を指摘する意味で行ったものである。しかし、ひるがえって考えるに、現行の耐震工学全般がそうであるように、水平動 1 成分のみの議論は多分に問題を含んでいると考えられる。そこで、この研究では水平動成分に加え、鉛直動成分の重要性を検討するうえから、過去に被害をもたらしたとされている地震の強震記録をとりあげ、その強震記録の各成分の特性を波動特性の面から検討を加えながら、地盤内の応力、ひずみ状態を推定してみる。

(1) 強震記録とその波動特性

図-12 は 1968 年十勝沖地震において八戸港湾で得られた SMAC 強震記録である¹⁶⁾。図-13, 14 はおのおの、この記録の水平動の N-S 成分、および上下動の 30~40 sec 間を Fourier 解析して得たスペクトルである。また、図-15 はこの記録が得られた地点の地盤構造¹⁷⁾である。

図-13, 14 のスペクトルから明らかなように、この強震記録は従来の常識を越えた長周期卓越周期を有していること、および図-15 に示す地盤構造ではその周期特性を説明できないことで注目を集めた。このような観点から、この記録の周期特性を理解すべく、八戸 SMAC 加速度計設置点におけるより深い地盤構造を把握する研

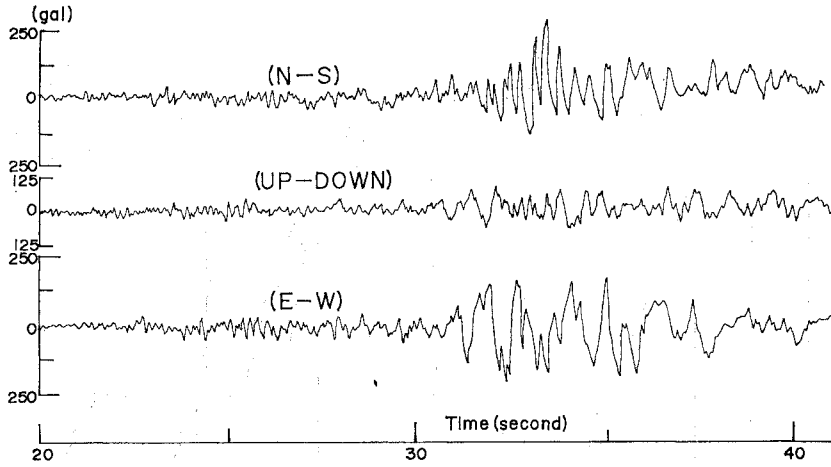


図-12 SMAC 強震記録 (1968 年十勝沖地震, 八戸港湾)

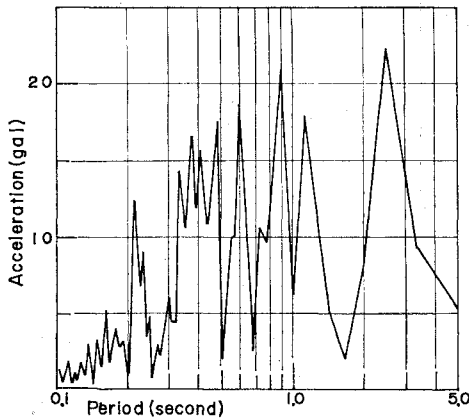


図-13 Fourier スペクトル (N-S 成分)

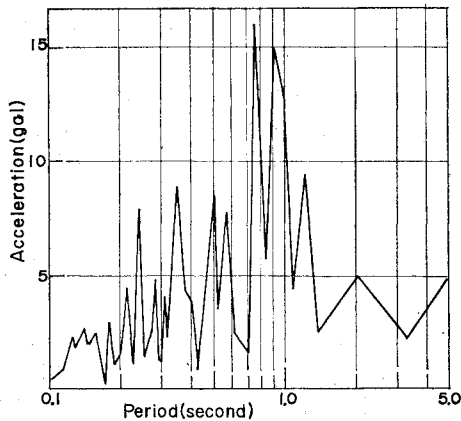


図-14 Fourier スペクトル (上下動成分)

究が行われた¹⁸⁾。表-1 はこの一連の研究から明らかにされた構造を総合してモデル化した地盤速度構造である。

表-1 のようにモデル化された地盤構造に対して S 波重複反射の増幅スペクトル, Love 波の Medium Response を求めた結果が図-16, 17 である。これらの理

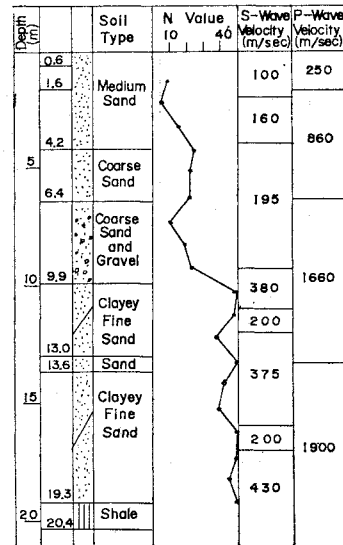


図-15 地盤構造 (八戸港湾)

表-1 八戸港湾における速度構造

Depth (m)	Thickness (m)	S-wave velocity (m/sec)	P-wave velocity (m/sec)	Density (g/cm ³)
2.0	2.0	100.0	250.0	1.8
4.0	2.0	160.0	860.0	1.8
7.0	3.0	195.0	860.0	1.9
10.0	3.0	195.0	1660.0	2.0
12.0	2.0	380.0	1660.0	2.0
13.0	1.0	200.0	1660.0	2.0
14.0	1.0	375.0	1660.0	2.0
17.0	3.0	375.0	1900.0	1.6
18.0	1.0	200.0	1900.0	1.6
28.0	10.0	430.0	1900.0	1.6
36.0	8.0	270.0	1900.0	1.7
180.0	144.0	370.0	1900.0	1.9
360.0	180.0	690.0	2060.0	2.0
380.0	20.0	1100.0	2600.0	2.1
		2800.0	4990.0	2.5

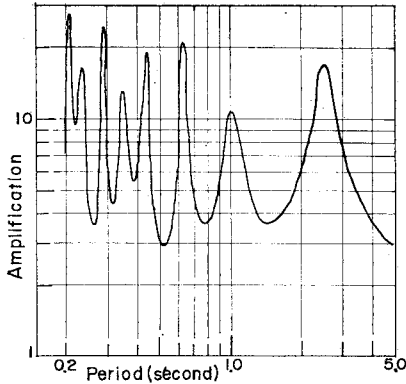


図-16 S波重複反射による増幅度

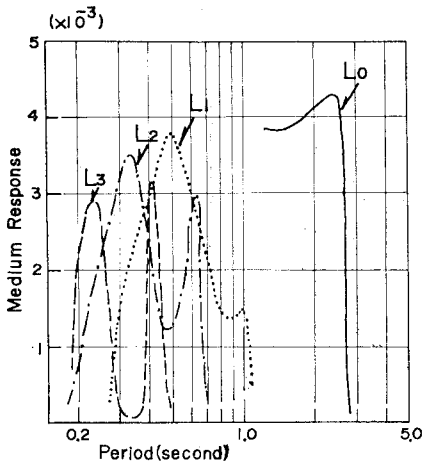


図-17 Love波による増幅度

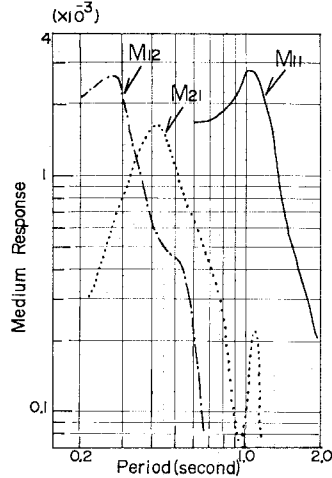


図-18 Rayleigh波による増幅度(上下動成分)

以下、この上下動記録は Rayleigh 波の上下動成分であると仮定する。このように上下動成分は Rayleigh 波によるものが強いと判断されるが、他方、この Rayleigh 波の水平動成分は強震記録からでは一向に明らかでない。というのは、地震記録においては、上下動記録は地震波構成上、比較的簡単な判定が可能であるが、これに比し、水平動記録は S 波のような実体波、Love 波、および Rayleigh 波の水平動成分の混在した形で得られるので、特別な例を除いて、Rayleigh 波の水平動成分のみを取り出すことが困難であるからである。そこで、この研究では後に述べるような方法により、既知である Rayleigh 波の上下動記録から未知の水平動記録を推定して、これに対して地盤内の応力、ひずみを求めてみる。

(2) S波重複反射, Love波伝播に基づく応力, ひずみの算定

図-12の強震記録の N-S 成分 (30~40 sec 間) に対して、それぞれ S 波重複反射, Love 波を想定したときの応力, ひずみを求め、その最大値を各深度についてプロットしたのが 図-19 である。

この結果から、4. で述べたと同様の 特徴を指摘することができるが、特に Love 波による応力, ひずみは、たとえ Love 波がここで考えている程度の深い地盤構造の影響を受けて伝播するとしても地表付近でかなりの大きさの値を有することを注目する必要があると思われる。

(3) Rayleigh波による応力, ひずみの算定

すでに式 (41) で述べたように、Rayleigh 波の地表での水平動と上下動の Fourier 変換 $U_{1(\omega)}(\omega, 0)$, $U_{2(\omega)}(\omega, 0)$ の比である $U_{1(\omega)}(\omega, 0)/U_{2(\omega)}(\omega, 0)$ は Rayleigh 波が伝播する地盤固有の値を有し、一般には次式のよう

論的増幅特性と 図-13 の水平動の実測スペクトルと比較してみると、確かに、この強震記録が表-1 に示した程度の深さの地盤構造の影響を受けたものであると推定される。しかし、これらの増幅特性のうえからの比較だけではこの強震記録の水平動 (N-S 成分) が S 波重複反射, Love 波のいずれの波動によるものかは、すでに述べた例と同様に明らかでない。筆者は別な観点から、この強震記録の主要動は Love 波, Rayleigh 波の混在した表面波によるものであることを指摘したが¹⁹⁾、これについては改めて詳細に論じることとして、ここでは一応、この強震記録の N-S 成分が S 波重複反射, および Love 波によるものとした場合のおおのについて地盤内の応力, ひずみを求めてみる。

一方、表-1の地盤構造に対して期待される Rayleigh 波の上下動成分の増幅スペクトルを Medium Response として求めた結果が 図-18 である。図-18 の増幅スペクトルと 図-14 の上下動の実測スペクトルとを比較すると、その特性 (特に卓越周期) は比較的一致すると思われる。したがって、この強震記録にみられる上下動は Rayleigh 波によるものが強いと考えられる。そこで、

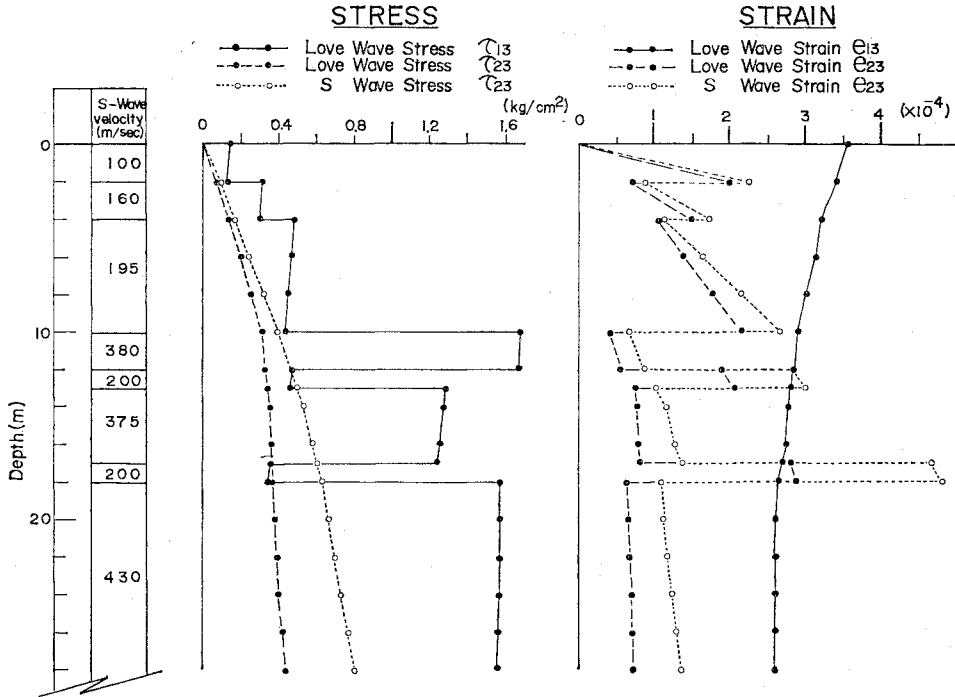


図-19 Love 波, S 波重複反射による応力, ひずみの最大値分布

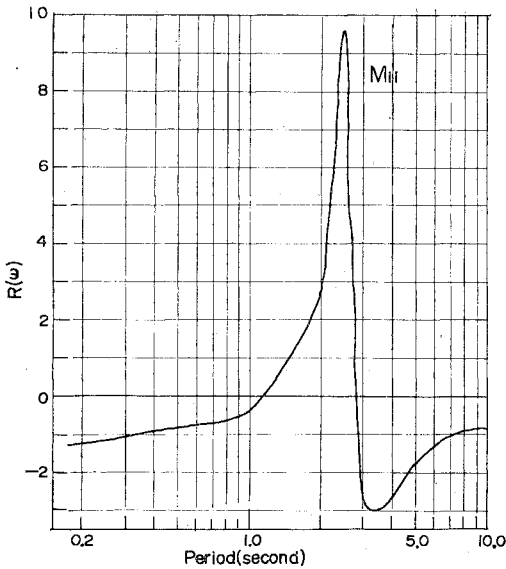


図-20 理論的に求められた $R(\omega)$

に表わされる。

$$\frac{U_{1(\omega)}(\omega, 0)}{U_{2(\omega)}(\omega, 0)} = iR(\omega) \dots\dots\dots(47)$$

ここに,

$i = \sqrt{-1}$, $R(\omega)$: 円振動数 ω の実関数

すなわち, 式 (47) から Rayleigh 波の水平動と上下動は位相が 90 度だけずれており, その振幅比は地盤固有の値として円振動数 ω により変化する。図-20 は

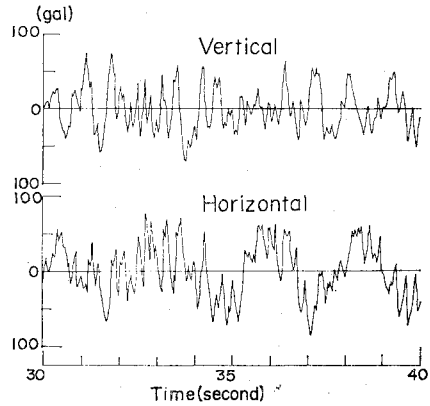


図-21 Rayleigh 波による強震記録
(Vertical: 実測, Horizontal: 計算)

表-1 の地盤構造に対して式 (47) の $R(\omega)$ を Rayleigh 波の基本モード M_{11} に対して求めた結果である。

一方, 先に述べたように図-12 の上下動記録は Rayleigh 波によるものと仮定しているから, 式 (47) における $U_{2(\omega)}(\omega, 0)$ はこれより求めることができ, したがって $U_{1(\omega)}(\omega, 0)$ は式 (47) より定まることになる。結局, 未知の Rayleigh 波水平動記録は $U_{1(\omega)}(\omega, 0)$ を Fourier 逆変換すれば推定できる。このように推定された水平動記録を強震記録に記録されている上下動記録とともに示したのが図-21 である。これは地震記録を分解する一方法を提示していることにもなる。

図-21 のような Rayleigh 波に対して応力, ひずみ

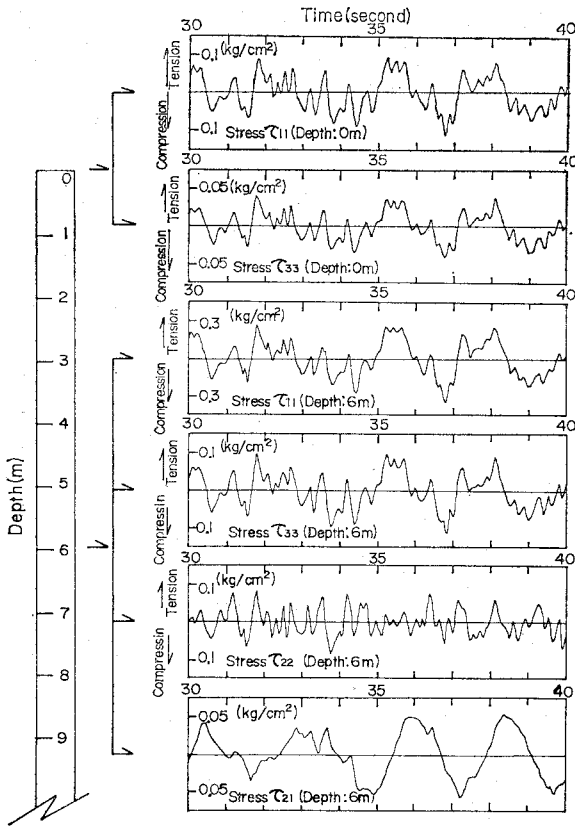


図-22 Rayleigh 波による応力-時間曲線の例 (深さ 0 m, 6 m)

を求めた。図-22 は求められた Rayleigh 波による応力の時間曲線を代表的深さについて示したものである。また、図-23 は図-22 のように求まる時間曲線のうちの最大値を応力，ひずみのおのおのに対して深度ごとにプロットした結果である。

図-22 の応力の時間曲線から知られるように応力 τ_{21} , τ_{22} は地表でゼロとなるが，応力 τ_{11} , τ_{33} は地表でもゼロとならない。しかも， τ_{11} , τ_{33} はおのおの垂直応力であるが，かなりの大きさの引張応力が地表で生じている。

一方，図-23 の応力，ひずみの最大値分布をみると以下のことが知れる。ひずみ e_{11} は一般に浅いほど大きく，層境界で連続となって分布する。ひずみ e_{22} も全般に浅いほど大きい傾向があるが，層境界で不連続となる。また，体積ひずみ e も同様に浅いほど大きい傾向があり，層境界で不連続に分布する。逆に，ひずみ e_{21} は地表でゼロとなり，深くなるに従い大きくなる傾向を有し，層境界で不連続に変動する。次に，応力の分布をみると，応力 τ_{22} , τ_{21} はともに地表でゼロとなり，深くなるに従い大きくなるが，他方，応力 τ_{11} , τ_{33} は地表でもゼロでなく，各層の剛性に依りてその大きさが変動し，層境界で不連続となる。

以上の結果から，注目されるのは応力 τ_{11} , τ_{33} およびひずみ e_{11} , e_{22} の挙動である。これらの挙動から，Rayleigh 波が伝播するときには地表付近の地盤浅部

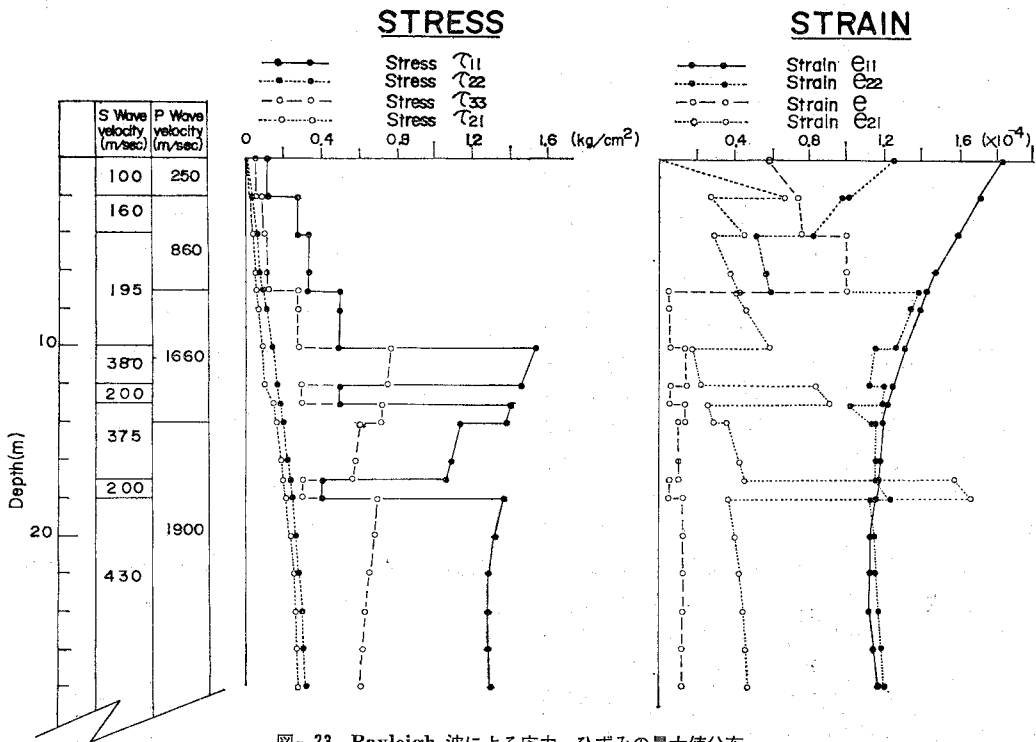


図-23 Rayleigh 波による応力，ひずみの最大値分布

でかなりの大きさの引張応力、引張りひずみが働くことがわかる。ところが、一般に地盤は引張に弱いとされている。したがって、Rayleigh 波が伝播するような条件のもとでは、地盤が引張破壊を起こす可能性もあるかも知れない。ちなみに、この観点から過去の大地震における地盤災害をみてみると、少なからず説明されることが多いと思われる。たとえば、大地震における発生がたびたび指摘される地割れが開閉するという事実²⁰⁾は Rayleigh 波による応力 τ_{11} , τ_{33} の地表における大きな引張応力、圧縮応力の交番作用によりある程度説明が可能と考えられる。

以上みたような特徴とそれによると思われる災害の例を考えると、地震時の地盤変状および地下埋設物の耐震性に対する検討においては Rayleigh 波をたやすく看過し得ないと考えられる。特に、Rayleigh 波は上下動を有することにその特徴があるので、今後、地盤震動における上下動は十分、留意する必要があるであろう。

6. む す び

この論文ではいくつかの地震波伝播による地震記録が地表で知られた場合について地盤内の応力、ひずみを求める式を誘導した。そして、これをすでに得られている強震記録に適用し、その強震記録にみられる波動特性を論じながら、地盤中に生じたと推定される応力、ひずみを求め、その結果について詳しく議論した。これらの結果の結論を要約すると次のようになる。

(1) S 波重複反射、Love 波ともベクトル成分の現象としては SH 波による水平動として記録され、しかも、それらの増幅特性は同一の様相を呈することが多い。したがって、地震記録を一見しただけでは特別な差異が感じられないが、地盤内の応力、ひずみ状態を考えると両者はまったく異なる。

(2) 特に、Love 波による応力、ひずみのうち、伝播方向に垂直な面に生じるせん断応力、せん断ひずみは地盤浅部において大きくなる傾向があり、地盤中の応力、ひずみ分布からみた工学的危険度は S 波重複反射より Love 波の方が大きい。ゆえに、従来、多用されてきた S 波重複反射理論を地盤内の応力、ひずみ算定に安易に適用することは一考を要すると考えられる。

(3) Rayleigh 波が伝播するときには地盤中にせん断成分に加え、垂直成分の応力、ひずみが生じる。これらのうち、垂直成分は地表付近の地盤浅部で大きな値となる傾向があり、地盤の引張に対する弱さを考えると Rayleigh 波の伝播は地盤変状の点から少なからず危険と考えられる。この結論は八戸 SMAC 強震記録の上下動成分が Rayleigh 波によるものとの論証に基づき導かれた

ものであるが、以上の結論を考慮すると地盤震動の上下動は簡単に無視されるべきものではないと考えられる。

(4) 結局、地震時の地盤内における応力、ひずみ状態は伝播する地震波の波動特性によって大いに異なるので、砂地盤に対する液状化および地下埋設物の耐震性の検討などについては、最大加速度などの単なる数量的算定に加え、地震波の波動特性についての配慮を十分行う必要があると思われる。

また、今後の課題としては次のようなものがあげられる。

この論文では地盤を平行な多層構造をなす弾性体として扱ったが、実際の地盤は水平方向に不規則な層構造をなすし、弾性体でもない。したがって、このような層構造の不規則性および土の応力、ひずみの非線形性を考慮した検討が是非必要である。また、この論文で述べたような地震記録の波動特性の検証についてはより詳細な方法の確立が要望される。

この論文においては運輸省港湾技術研究所で提供されている SMAC 強震記録とそれに関する資料を数多く利用させていただいた。最後に、貴重な資料を提供されている港湾技術研究所の皆様へ感謝いたします。

【付 録】

Rayleigh 波の任意 m 層に対する層マトリックス $[a_{(m)}]$, $[F_{(m)}]$ の成分 $a_{ij(m)}$, $F_{ij(m)}$ は本文中の記号を使って次のように表わされる。

$$a_{11(m)} = S_{(m)} \cdot \cos P_{(m)} - (S_{(m)} - 1) \cdot \cos Q_{(m)}$$

$$a_{12(m)} = i \{ (S_{(m)} - 1) \cdot \gamma P_{(m)}^{-1} \cdot \sin P_{(m)} + S_{(m)} \cdot \gamma S_{(m)} \cdot \sin Q_{(m)} \}$$

$$a_{13(m)} = -(\cos P_{(m)} - \cos Q_{(m)}) \cdot (\rho_{(m)} \cdot c^2)^{-1}$$

$$a_{14(m)} = i \cdot (\gamma P_{(m)}^{-1} \cdot \sin P_{(m)} + \gamma S_{(m)} \cdot \sin Q_{(m)}) \cdot (\rho_{(m)} \cdot c^2)^{-1}$$

$$a_{21(m)} = -i \{ S_{(m)} \cdot \gamma P_{(m)} \cdot \sin P_{(m)} + (S_{(m)} - 1) \cdot \gamma S_{(m)}^{-1} \cdot \sin Q_{(m)} \}$$

$$a_{22(m)} = -(S_{(m)} - 1) \cdot \cos P_{(m)} + S_{(m)} \cdot \cos Q_{(m)}$$

$$a_{23(m)} = i \cdot (\gamma P_{(m)} \cdot \sin P_{(m)} + \gamma S_{(m)}^{-1} \cdot \sin Q_{(m)}) \cdot (\rho_{(m)} \cdot c^2)^{-1}$$

$$a_{24(m)} = a_{13(m)}$$

$$a_{31(m)} = \rho_{(m)} \cdot c^2 \cdot S_{(m)} \cdot (S_{(m)} - 1) \cdot (\cos P_{(m)} - \cos Q_{(m)})$$

$$a_{32(m)} = i \cdot \rho_{(m)} \cdot c^2 \cdot \{ (S_{(m)} - 1)^2 \cdot \gamma P_{(m)}^{-1} \cdot \sin P_{(m)} + S_{(m)}^2 \cdot \gamma S_{(m)} \cdot \sin Q_{(m)} \}$$

$$a_{33(m)} = a_{22(m)}$$

$$a_{34(m)} = a_{12(m)}$$

$$a_{41(m)} = i \cdot \rho_{(m)} \cdot c^2 \cdot \{ S_{(m)}^2 \cdot \gamma P_{(m)} \cdot \sin P_{(m)} + (S_{(m)} - 1)^2 \cdot \gamma S_{(m)}^{-1} \cdot \sin Q_{(m)} \}$$

$$a_{42(m)} = a_{31(m)}$$

$$a_{43(m)} = a_{21(m)}$$

$$a_{44(m)} = a_{11(m)}$$

$$F_{11(m)} = -2(V_{S(m)}/V_{P(m)})^2$$

$$F_{13(m)} = (\rho_{(m)} \cdot V_{P(m)}^2)^{-1}$$

$$F_{22(m)} = c^2 \cdot (S_{(m)} - 1) \cdot (V_{P(m)}^2 \cdot \gamma_{P(m)})^{-1}$$

$$F_{24(m)} = (\rho_{(m)} \cdot V_{P(m)}^2 \cdot \gamma_{P(m)})^{-1}$$

$$F_{31(m)} = (S_{(m)} - 1) \cdot (S_{(m)} \cdot \gamma_{S(m)})^{-1}$$

$$F_{33(m)} = -(\rho_{(m)} \cdot c^2 \cdot S_{(m)} \cdot \gamma_{S(m)})^{-1}$$

$$F_{42(m)} = 1$$

$$F_{44(m)} = (\rho_{(m)} \cdot c^2 \cdot S_{(m)})^{-1}$$

$$F_{12(m)} = F_{14(m)} = F_{21(m)} = F_{23(m)} = F_{32(m)}$$

$$= F_{34(m)} = F_{41(m)} = F_{43(m)} = 0$$

ここに,

$$S_{(m)} = 2 \cdot (V_{S(m)}/c)^2$$

参考文献

- 1) 小林芳正：地盤震害の諸現象とその機構，鉄道技術研究報告，No. 744, 1971.
- 2) Okamoto, S., C. Tamura and M. Hamada: Behaviors of submerged tunnels during earthquakes, Proc. 5th W.C.E.E., Vol. 1, pp. 544~553, 1974.
- 3) Idriss, I.M. and H.B. Seed: Seismic response of horizontal soil layers, Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM 4, pp. 1003~1031, 1968.
- 4) 土岐憲三：地震記録による地盤内震度分布の推定，土木学会論文報告集，第201号，pp. 25~36, 1972.
- 5) Schnabel, B.P., H.B. Seed and J. Lysmer: Modification of seismograph records for effects of local soil conditions, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 62, No. 6, pp. 1649~1664, 1972.
- 6) Sezawa, K. and K. Kanai: Possibility of free oscillations of strata excited by seismic waves, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 8, pp. 1~11, 1936.
- 7) Trifunac, M.D.: Response envelope spectrum and

interpretation of strong earthquake ground motion, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 61, No. 2, pp. 343~356, 1971.

- 8) 嶋 悦三：強震記録に見られる表面波成分，第3回日本地震工学シンポジウム講演集，pp. 277~284, 1970.
- 9) 桜井彰雄・高橋 忠・栗原千鶴子・矢島 浩：松代地震を利用した超高圧地中電線路埋設管の耐震研究，電力中央研究所・技術研究報告，No. 67058, 1967.
- 10) Haskell, N.A.: The dispersion of surface waves on multilayered media, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 43, No. 2, pp. 17~34, 1953.
- 11) 土田 肇・上部達生：地表における強震記録より推定した基盤の地震動の特性，港湾技術研究所報告，第11巻，第4号，pp. 191~270, 1972.
- 12) 土田 肇・倉田栄一・須藤克子：港湾地域強震観測年報(1970)，港湾技術資料，No. 116, 1971.
- 13) Harkrider, D. G.: Surface waves in multilayered elastic media, Bull. Seis. Soc. Am., Vol. 54, No. 2, pp. 627~679, 1964, Vol. 60, No. 6, pp. 1937~1987, 1970.
- 14) 神山 真：軟弱地盤内の波動伝播特性について，東北大学修士論文，1972.
- 15) Seed, H.B. and I.M. Idriss: Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential, J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, Vol. 97, No. SM 9, pp. 1249~1273, 1971.
- 16) Tsuchida, H., E. Kurata and K. Sudo: Strong-motion earthquake records on the 1968 Tokachi-Oki earthquake and its after shocks, Technical Note of the Port and Harbour Res. Inst., No. 80, 1969.
- 17) 前出 11)
- 18) 大沢 胖ほか：1968年十勝沖地震における八戸港湾の強震記録と地盤特性，文部省科学研究費「構造物災害に対する地震動特性の研究」報告，1972.
- 19) 神山 真：強震記録の波動論的考察，第13回地震工学研究発表会講演集，pp. 41~44, 1974.
- 20) 前出 1)

(1975.9.1・受付)