

非定常周波数特性を有する最悪人工地震波

WORST EARTHQUAKE ACCELERATION WITH FREQUENCY AND AMPLITUDE NONSTATIONARITY

星 谷 勝*・石 井 清**
By Masaru HOSHIYA and Kiyoshi ISHII

1. 研究の目的

(1) 目 的

本研究の目的は ① 最悪人工地震波を用いた耐震設計法^{1)~3)}の基礎理論を与えること、および ② 実際のデータ解析から本方法の実用性を検討することである。

ここで、最悪人工地震波とは理論および経験から想定しうる構造物に対し最も厳しい人工地震波を意味する。本研究では構造物は最も簡単な動的モデルである線形1自由度系(SDF系)とする。

この目的を達成するために、次に示す諸点について検討を行った。

- ① 最悪人工地震波を用いた耐震設計の理論的アプローチの定式化。また、最悪人工地震波を用いた耐震設計法が他の耐震設計法と比べて、どのような点ですぐれているのかを検討すること。
- ② 地震動強さのパラメーターの選択および検討。
- ③ 実際の地震動データを用いた最悪人工地震波の解析およびその応答スペクトルの検討。

②は次のような理由から検討が必要である。地震動強さが大きくなれば、構造物の応答も大きくなるので、最悪人工地震波の解析には、最悪人工地震波が一定の地震動強さをもつという条件が必要となる。また、地震動強さのパラメーターが変われば、最悪人工地震波は当然かわるので、地震動強さのパラメーターの選択・決定に際してはそのパラメーターを定性的・定量的に十分評価・検討する必要があるためである。

また③は実用性から、最悪地震波をより現実的な入力波とするためのものである。

なお、地震動強さのパラメーターには、検討の結果と

して、自乗平方根強度を使用する。また、本研究では、最悪人工地震波を現実的な入力とするために、実際の地震データから得られる振幅特性および周波数特性の情報を拘束条件として最悪人工地震波を解析する。

ここで、地震動波形には、振幅特性および周波数特性の2つの非定常性を有することが指摘されていること^{4)~6)}から、地震波形の情報をより正確にとらえるために、これら2つの非定常性を十分考慮して解析を行う。

また、構造物の設計に際しては想定される地震波形は構造物の種類や立地条件また、地震動の規模や震央距離、伝播経路によって大きく異なる。したがって、最悪人工地震波の解析はある属性を有する地震入力波の母集団の中で行われねばならない。本研究では例題として、耐震工学上重要と思われる近地地震という属性をもつ地震動の母集団の中で最悪人工地震波の解析を行う。

(2) 過去の研究

最悪入力および応答スペクトルの確定的上限値の解析例としては Drenick⁷⁾ および Shinozuka⁸⁾ の研究がある。

Drenick は本論文で用いる地震動強さ、すなわち自乗平方根強度 I の応答スペクトルの理論的上限值を与えた。

Drenick によれば、SDF 系の(相対)変位応答 $x(t)$ は次の関係式を満足する。また、最悪入力 $I/N_x \cdot h(-t)$ である。

$$|x(t)|_{\max} \leq I N_x \dots\dots\dots (1.1)$$

ここで、 N_x は単位衝撃応答関数 $h(t)$ を用いて次式で与えられる。

$$N_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} h^2(t) dt \dots\dots\dots (1.2)$$

また、自乗平方根強度は地震加速度波 $\ddot{y}(t)$ を用いて次式で定義される。

$$I^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \{\ddot{y}(t)\}^2 dt \dots\dots\dots (1.3)$$

* 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 清水建設(株)土木設計部(現研究所)

したがって、地震動強さを I とすれば、正規化変位応答スペクトルは

$$|x(t)|_{\max}/I \leq N_x = 1/31.36 \times (T_0^3/\beta)^{1/2} \quad (1.4)$$

となる。ここで、 T_0 および β はそれぞれ SDF 系の固有周期および減衰定数である。

図-1 に正規化変位応答スペクトルの理論的上限值と実際の地震データとして Taft 地震 (1952, S 69°E) および San Fernando 地震 (1971, S 16°E) の正規化応答スペクトルを示す。図-1 から、この理論的上限値が実際の地震データに対する応答とくらべて非常に大きく、実際の設計に用いるためには、改良する必要があることがわかって。

さらに、Drenick の考えに基づき、Shinozuka は地震動のパワースペクトルモデルを用いて地震動強さ I の理論的上限値を改良することを試みた³⁾。この研究では、地震動のパワースペクトルを固定したことにより理論的上限値は大きく改良された。しかし、パワースペクトルの固定化は上限値を経験的に改良していこうとする考え方に対して配慮を欠いていよう。

最近、著者らは、これに関連して絶対最大加速度で正規化した応答スペクトルの上限値の改良を試みた³⁾。ここでは、最悪人工地震波を $f(t) = e(t)n(t)$ (ここで、 $e(t)$ は unit step function を組合わせて表示できる振幅特性の非定常性を表わす関数、 $n(t)$ は cosine 級数とで与えられ、規定されたパワースペクトルを有する定常

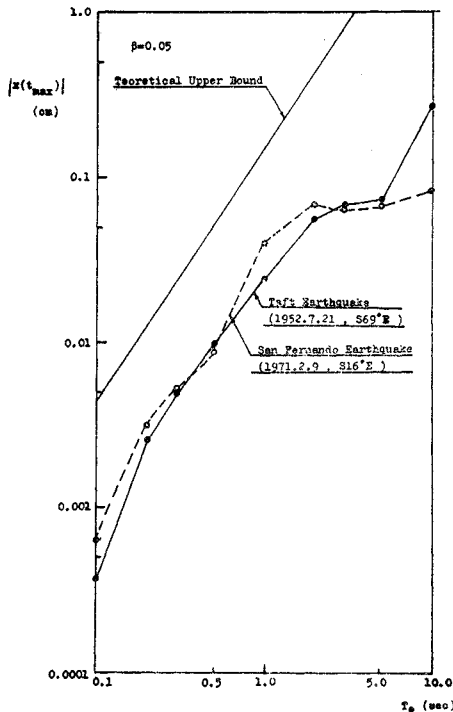


図-1 正規化変位応答スペクトル- $I=1.0$

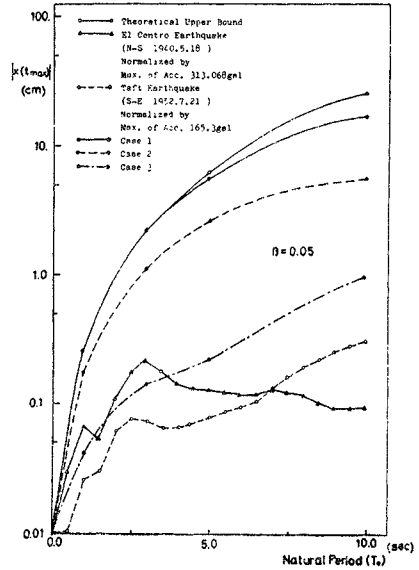


図-2 正規化変位応答スペクトル- $\dot{Y}_{\max}=1.0$

過程) と仮定した。

一応、改良は図-2 に示すとおり達成されているが、地震入力波形の非定常性としての一面のみをとらえたこのモデルではやはり制約がのこる。

最近の一連の研究^{4)~6)}では、地震入力波に振幅および周波数特性の2つの非定常性があることを示している。この条件をも満足した最悪人工地震波の開発が本研究の基本となっている。

2. 最悪人工地震波による耐震設計

(1) 設計法^{1)~3)}

いま、応答スペクトルが次式で表わせるものとする。

$$S = \alpha \cdot S_\alpha \dots \dots \dots (2.1)$$

ここで、 S は応答スペクトル、 α は地震動強さ、本研究では自乗平方根強度 I である。また S_α は地震動強さで正規化された応答スペクトルである。これ以後、地震動強さで正規化された応答スペクトルを正規化応答スペクトルという。

応答スペクトルを式 (2.1) で表現することについては、3.(2) で検討する。

S_α には 1.(2) で示したように理論的上限值 (S_α)_{theory} がある。しかし、図-1 に示されるように (S_α)_{theory} は実用からはあまりに大きすぎる値である。

もし、ここで、理論あるいは過去の地震データを用いて (S_α)_{theory} が経験的に改良され、合理的な正規化応答スペクトルの上限値 (S_α)_{bound} が求めれば、それは確定関数として与えられ、将来起りうるいかなる地震動

の正規化応答スペクトルよりも大きく安全側にある。

以上のことは次式で表わせる。

$$S = \alpha \cdot S_a \leq \alpha \cdot (S_a)_{\text{bound}} = S_a^* < \alpha \cdot (S_a)_{\text{theory}} \dots\dots\dots (2.2)$$

ここで、 S_a^* は地震動強さ α に対する応答スペクトルの経験的上限值である。

したがって、 α を確率的に評価できれば、 S_a^* を設計に用いることにより、少なくとも地震動強さ α のいかなる地震動に対しても耐震安全性を保証できる。

一方、特に重要な構造物たとえば原子力発電所・長大橋梁あるいは危険物貯蔵タンクなどに対しては、少なくとも耐用年数中に想定しうる地震動強さ α に対し、高い信頼性を保証できうるような設計方法が望ましい。また、一般の構造物においても地震動強さ α の最悪状態 S_a^* に対しては構造物は一部破壊しても崩壊すべきではない。このようなとき、本方法は耐震設計における1つの有力なアプローチとなろう。

以下、本方法の特徴を現在一般に用いられている平均応答スペクトル法と比較すれば次のようになる。

(1) 本方法の応答スペクトルの上限値は安全側の確定値である。それに反し、平均応答スペクトルは、本来ばらつきをもつ確率統計量である。このことは、将来生起するであろう地震動が平均応答スペクトルよりもはるかに大きな値を示す可能性があることを示している。

(2) 本方法の正規化応答スペクトルの上限値は、解析に用いた地震動データあるいは地震動データ自体の精度にあまり敏感でない。すなわち解析は常に安全側でなされている。一方、平均応答スペクトルでは入力として用いた地震データに大きく左右されるので、信頼性の高い統計的処理がむずかしい。また、平均応答スペクトルは地震加速度データ自体の精度すなわち、SMAC 加速度計の短周期における精度あるいは長周期におけるデータ間のばらつきなどにも影響されよう。

(2) 信頼性設計へのアプローチ

最悪人工地震波による耐震設計法を信頼性設計と結びつけるためには、 S_a^* で設計された構造物の破壊の確率を求める必要がある。

S_a^* によって設計された構造物の破壊の確率 p_f は構造物の耐用年数を T_u 年間として N_T 期間に分割し、1期間には地震動は1回以上は生起しないと仮定すれば、次式で与えられよう。

$$p_f = \sum_{n=1}^{N_T} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P} (N_T \text{ 期間に } n \text{ 期地震があり、そのうち少なくとも1回は } S > S_a^* \text{ の事象がおこる}) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2.3)$$

ここで、 N_T 期間に n 期地震がおこる確率と n 回の

それぞれの地震で $S > S_a^*$ となる事象の確率は独立だから式 (2.3) は、

$$p_f = \sum_{n=1}^{N_T} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P} (N_T \text{ 期間に } n \text{ 期地震がおこる}) \\ \times \mathbf{P} (n \text{ 回の地震のうち少なくとも1回は } S > S_a^* \text{ の事象がおこる}) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2.4)$$

となる。さらに、 n 回の地震のうち少なくとも1回は $S > S_a^*$ の事象がおこる確率は確率 1 から n 回の地震で1回も $S > S_a^*$ がおこらない確率を引いたものに等しいから、

$$p_f = \sum_{n=1}^{N_T} \left[\begin{array}{l} \mathbf{P} (N_T \text{ 期間に } n \text{ 期地震がおこる}) \\ \times \{1 - \mathbf{P} (n \text{ 回の地震のうち1回も } S > S_a^* \text{ が起きない})\} \end{array} \right] \dots\dots\dots (2.5)$$

となる。ここで1期間のうち地震が起きる確率を p' また1回の地震で $S > S_a^*$ の事象がおこる確率を p とすれば、式 (2.5) は2項分布を用いて次式で表わされる。

$$p_f = \sum_{n=1}^{N_T} [N_T C_n (p')^n (1-p')^{N_T-n} \{1 - (1-p)^n\}] \dots\dots\dots (2.6)$$

α の生起過程のデータが得られていれば、 p' は1期間に生起する地震動の回数の期待値 ($p' < 1.0$) として与えられる。また、 p は応答スペクトル S の確率密度関数 $P_S(S)$ が推定されれば、

$$p = \int_{S_a^*}^{\infty} P_S(S) dS \dots\dots\dots (2.7)$$

で与えられる。また応答スペクトルが $S = \alpha S_a$ と表わされるから、 α と S_a が独立で、 α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ と S_a の確率密度関数 $P_{S_a}(S_a)$ が指定できれば、 p は次式で与えられる。

$$p = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{S_a^*/\alpha}^{\infty} P_\alpha(\alpha) P_{S_a}(S_a) dS_a d\alpha \dots\dots\dots (2.8)$$

ここで、 S_a が正規確率分布すると仮定すれば、正規化応答スペクトルの平均値および分散から $P_{S_a}(S_a)$ は決定できる。また、 α の確率密度関数 $P_\alpha(\alpha)$ は α の生起過程のデータから推定できよう。

以上、まとめれば、 S_a^* によって設計された構造物の耐用年数 T_u 年間における破壊の確率は (2.6)、(2.8) および1期間のうちに地震のおこる確率 p' によって計算できる。したがって、種々の S_a^* の破壊の確率を求めることによって、所要の破壊の確率に対する S_a^* を評価できる。

なお、 α の生起過程のデータはいまのところ得られていない。しかし、過去の一定規模以上の地震動のマグニチュードおよび震源地はわかっているので、 α をマグニチュード M と震央距離 L の関数として表わせれば、 α の生起過程のデータが推定できよう。

3. 近地震群の最悪入力

(1) 地震データの検討

最悪人工地震波の解析に使用する地震動データは衝撃的な地震や特殊地域に対して観測される特殊波などや、さらに設計の対象や立地条件などを考え、詳細に分類され用いられるべきであろう。

しかし、実際の地震動データを用いての最悪人工地震波の解析ははまだ行われてはいない。したがって、本研究では特別に対象を限った地震動ではなく、耐震工学的に見て重要な構造物に顕著な被害をもたらすような地震すなわち近地震群を対象として解析する。

実際の構造物に被害をもたらした地震動の規模については、参考文献 9) および 10) を参考とし、次のように決定した。

地震動の規模 (M)	震央距離 (d)
M=8	d=200 km 以内
M=7	d= 40 km 以内
M=6	d= 10 km 以内

上記の基準は M=6 および M=7 に対しては参考文献 9) を参考とし、M=8 に対しては河角¹⁰⁾の与えた最大被害距離を若干厳しくしたものである。

本研究では、上記の基準に対して、外国地震を含む 22 本の地震データを解析に用いる。ただし、データの不足から、上記の基準を満足しないものも含まれている。

使用地震データを表-1 に示す。また、使用地震データのマグニチュードおよび震央距離を図-3 に示す。図-3 から、静岡市付近の地震(No. 5, 6)および松代群発地震 (No. 7~10) が上記の基準からはずれていること

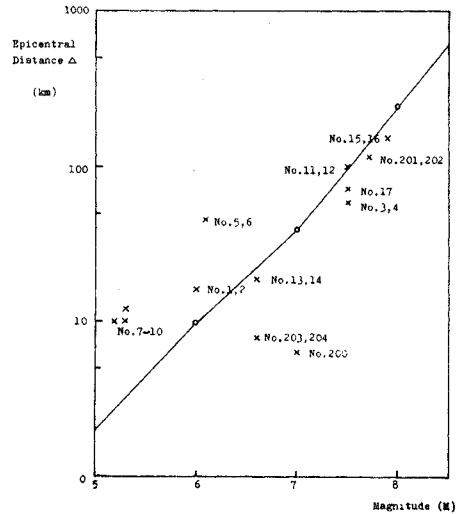


図-3 マグニチュード-震央距離

表-1 使用地震データ

No.	Name	Date	Station	Com.	M.	D.	d	Ground	Td.	\ddot{Y}_{max}	I
1	(Edogawa-Kako-fukin)	1956. 2.14	Tokyo Todai	N-S	6.0	50	16	D	10.0	66.63	39.55
2				E-W						50.13	36.83
3	Niigata	1964. 6.16	Niigata Kenei Apart.	N-S	7.5	40	60	A	34.0	134.75	166.72
4				E-W						156.88	155.32
5	(Shizuoka-Shi-fukin)	1965. 4.20	Tenryugawa-Bashi	Tr	6.1	20	46	A	20.0	41.50	37.93
6				Lg						100.40	73.63
7	Matsushiro Gunpatsu	1966. 5.28	Sueohana-Dam	N-S	5.3	0	12		10.0	52.75	30.31
8				B-W						46.88	28.35
9	Matsushiro Gunpatsu	1966.10.25	Ochiai-Bashi	Lg	5.3	0	10	A	12.0	57.75	38.07
10	Matsushiro Gunpatsu	1967. 1.16	Ochiai-Bashi	Lg	5.2	0	10	A	8.0	38.50	19.74
11	Hiuga-Nada	1968. 4. 1	Itajima-Bashi	Lg	7.5	30	101		40.0	169.88	193.29
12				Tr						186.25	243.51
13	(Dougo-Suido)	1968. 8. 6	Itajima-Bashi	Lg	6.6	40	19		15.0	360.88	314.34
14				Tr						437.50	334.20
15	Tokachi-Okii	1968. 5.11	Horoman-Bashi	Lg	7.9	0	157	A	30.0	77.50	61.02
16				Tr						52.25	59.46
17	Tokachi-Okii (II)	1968. 5.11	Horoman-Bashi	Tr	7.5	40	74	A	30.0	46.25	76.93
200	Imperial Valley	1940. 5.18	El Centro Calif.	N-S	7.0		6	A	13.4	313.06	307.82
201	Kern County	1952. 7.21	Taft Calif.	S69°E	7.7		123	A	30.8	165.30	175.07
202				N21°E						173.80	184.20
203	San Fernando	1971. 2. 9	Pacoima-Dam, Calif.	S16°E	6.6	13	8		20.0	1 014.00	749.45
204				S74°W						866.60	721.89

M.=Magnitude (M), D.=Epicentral Depth (km), d=Epicentral Distance (km), Td.=Time Duration, \ddot{Y}_{max} =Maximum Absolute Acceleration, I=Root Square Intensity, A and D in Ground=Alluvial and Diluvial

がわかる。静岡市付近の地震¹¹⁾は小規模ながら実際に被害を出していることから、また、松代群発地震は群発地震¹²⁾のケースとして加えた。

また、使用地震データの継続時間 T_d の分布および正規化加速度波形 $\dot{y}_a(t)$ の絶対最大加速値の分布を図-4 および 図-5 に示す。ここで継続時間とは使用記録の長さであるが、主要動を含む地震動の全継続時間と見なせるものとする。図-4 から、使用地震データの継続時間 T_d が 10~40 sec でほぼ均等に分布しているのがわかる。また、図-5 から絶対最大加速値が 0.15~1.75 でほぼ均等に分布していることがわかる。

図-4 および 図-5 から、使用地震データの $\dot{y}_a(t)$ 波形は衝撃型であったり、あるいはだらだらと続くもののみではなく、ほぼ均等に分布しているといえよう。

なお、使用地震データの中で、新潟地震 (No. 3, 4) の $\dot{y}_a(t)$ が周期約 6.0 sec のかなり大きな波を含んでいること¹³⁾は特に注目される。No. 3 および No. 4 のデータは砂層の液化現象による新潟市特有の特殊波とも考えられる。しかし、他の地震においても砂層の液化現象と関係があると思われる地盤からの噴水、噴砂現象は多く報告されている。したがって、砂層の液化現象や地

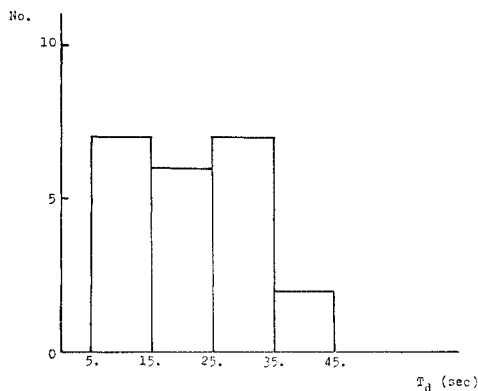


図-4 継続時間 T_d の分布

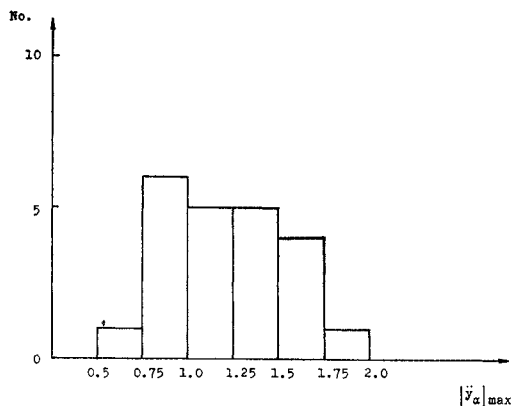


図-5 正規化絶対最大加速値 $|\dot{y}_a|_{max}$ の分布

震波形と地盤の関係が十分解明されていない現状においては、近地震群のデータとして新潟地震 (No. 3, 4) を入れておけば、長周期の構造物はより安全側で設計されることになろう。

(2) 地震動強さの検討

a) 評価基準

応答スペクトルを式 (2.1) で表わす場合、地震動強さ α については、以下のような評価基準が提案されている¹⁴⁾。

1) 定性的評価基準

- ① 地震動強さ α が明確な物理的意味をもつこと。
- ② 正規化応答スペクトルの理論的上限值 (S_a)_{theory} が存在すること。
- ③ α と S_a の相関係数が小さいこと。
- ④ S_a の分散値が小さいこと。これは変動係数 I で示される。

①は説明を要しないであろう。②は本研究の主題とする最悪人工地震波による耐震設計法における、応答スペクトルの上限値の改良の出発点を与えるものである。③は α と S_a が分離できるかについての基準である。④は α に地震動の諸特性が多く含まれていればいほど S_a は系の動特性のみの関数となり、確定値に近づくであろうということから得られた基準である。

b) 自乗平方根強度 I の評価・検討

本研究で使用する地震動強さのパラメーターすなわち、地震動の自乗平方根強度 I を上記の基準により評価する。また、定量的評価は地震動強さのパラメーターとして現在最も一般的に用いられている絶対最大加速度 $|Y|_{max}$ と比較、検討される。

1) 定性的評価

① 自乗平方根強度 I の物理的意味

自乗平方根強度 I は以下に示すが物理量であるパワーと関係づけることができる。

いま、地盤を剛体と考えるか、あるいは地盤に固定された剛体を考えるならば、地震動により剛体に瞬間的に作用する力およびパワーは次式で与えられる。すなわち、剛体の質量を単位の質量と考え、質量を無次元化して、

$$\text{瞬間的に作用する力} : F = \dot{y}(t) \dots\dots\dots (3.1)$$

$$\text{パワー} : P = Fv = \dot{y}(t) \dot{y}(t) \propto \text{衝撃力} \dots\dots (3.2)$$

いま、パワー率は次式で与えられる。

$$\frac{dP}{dt} = \frac{d(Fv)}{dt} = \left[\frac{d\dot{y}(t)}{dt} \dot{y}(t) + \{\dot{y}(t)\}^2 \right] \dots\dots\dots (3.3)$$

したがって、地震動の全継続時間にわたるパワーは、

$$\int_0^{\infty} \frac{dP}{dt} dt = \int_0^{\infty} \left[\frac{d\ddot{y}(t)}{dt} \dot{y}(t) + \{\ddot{y}(t)\}^2 \right] dt \dots\dots\dots(3.4)$$

となる。ここで $d\ddot{y}(t)/dt$ は地震加速度波 $\ddot{y}(t)$ の時間 t における変化率であり正負の値をとる。また $\dot{y}(t)$ は地震動の速度波であり、加速度波と比してゆっくりと変化する。したがって、 $d\ddot{y}(t)/dt \times \dot{y}(t)$ は正負の値をもつことから相殺されるので、式(3.4)の [] の全継続時間にわたる積分は常に正である第2項の積分のみにより近似されよう。

上記の仮定が満足されれば式(3.4)は、

$$\int_0^{\infty} \frac{dP}{dt} dt = \int_0^{\infty} \{\ddot{y}(t)\}^2 dt = I^2 \dots\dots\dots(3.5)$$

となり、地震動の全継続時間にわたるパワーは自乗平方根強度 I の自乗に等しくなる。

② 正規化応答スペクトルの理論的上限值

1.(2) “過去の研究” で示したように、 $\alpha=I$ の正規化応答スペクトルの理論的上限値は、Drenick により Schwarz の不等式を用いて求られている。なお、理論的上限値の誘導については、参考文献 8) を参照されたい。

2) 定量的評価

地震動強さ $\alpha=I$ を表-1の地震データを用いて定量的に評価する。

解析結果を図-6 および図-7 に示す。図-6 は α と S_{α} の相関係数 ν を応答スペクトルの固有周期 T_0 に対して示している。図-7 は S_{α} の変動係数 I を固有周期 T_0 に対して示している。また、比較のために絶対最大加速度 $|\ddot{Y}|_{\max}$ の解析結果も同時に示した。なお、応答スペクトルの減衰定数は $\beta=0.05$ である。

図-6 および図-7 から、次のことが考察できる。

③ α と S_{α} の相関 (図-6 参照)

1) $|\ddot{Y}|_{\max}$ および自乗平方根強度 I の S_{α} に対する

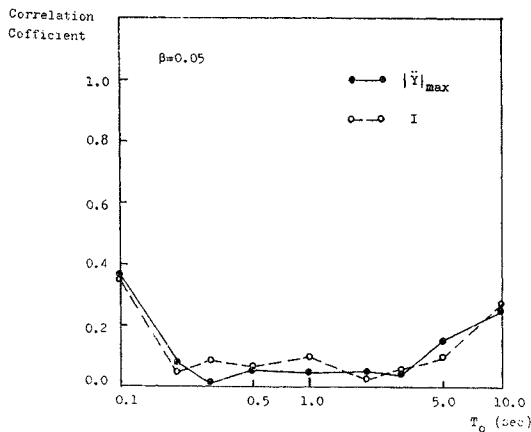


図-6 α と S_{α} の相関

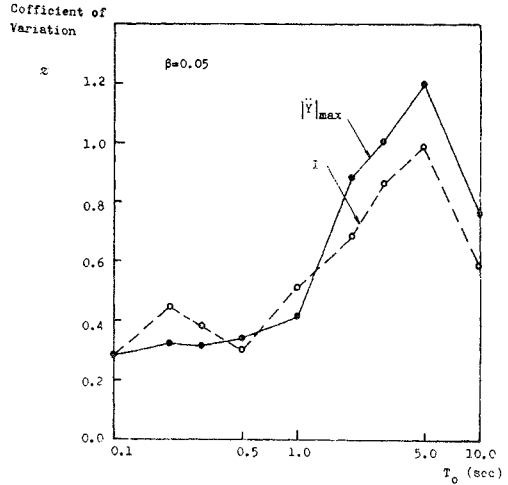


図-7 S_{α} の変動係数

相関係数にはほとんど差がない。

2) また、自乗平方根強度 I の S_{α} に対する相関係数の値は固有周期 0.1 sec で 0.36 が最大であり、全体的にみても、 I と $S_{\alpha=I}$ の相関はほとんどない。

④ S_{α} の変動係数 (図-7 参照)

1) 固有周期 $T_0=0.1\sim 1.0$ sec においては $|\ddot{Y}|_{\max}$ と I で正規化した S_{α} の変動係数にはあまり差がなく、わずかに $|\ddot{Y}|_{\max}$ の方がよい。

2) 固有周期 $T_0=2.0\sim 10.0$ sec においては自乗平方根強度 I で正規化した S_{α} の変動係数は $|\ddot{Y}|_{\max}$ で正規化した S_{α} の変動係数より常に小さく、自乗平方根強度 I の方がすぐれている。しかし、自乗平方根強度 I の変動係数の値は固有周期 $T_0=2.0\sim 5.0$ sec において 0.8~1.0 とかなり大きい値を示している。

なお、星谷ら¹⁴⁾によれば、地震動全体での傾向としては、自乗平方根強度 I の相関係数は最大 0.4 程度であるが、全体的には $|\ddot{Y}|_{\max}$ の相関係数の方が I の相関係数よりも小さい。また、 I の変動係数は固有周期 $T_0=1.0\sim 10.0$ sec において $|\ddot{Y}|_{\max}$ より小さいが、固有周期 $T_0=0.1\sim 0.3$ sec では反対に $|\ddot{Y}|_{\max}$ よりも大きい。

上の考察から、本研究では、データ選択のとき、ある種の属性を持ったものを選び出しているので、表-1の地震データによる I の評価は、地震動全体の評価よりもかなりよくなっている。

c) まとめ

自乗平方根強度 I は、物理量として説明でき、かつ正規化応答スペクトルの理論的上限値も存在し、定量的基準を満足する。また、定量的基準は、 $|\ddot{Y}|_{\max}$ と比較し、固有周期 $T_0=0.1\sim 1.0$ sec ではほぼ同程度、固有

周期 $T_0=2.0\sim 10.0$ sec では $|\ddot{Y}|_{\max}$ よりもすぐれている。

(3) 最悪人工地震波の解析

a) 最適制御理論の適用

正規化応答スペクトルの理論的上限値を過去の地震データを用いて経験的に改良するという問題は、最適制御理論を用いて、次に示す最適制御問題に置換できる。ここで、最適制御理論とは、ある拘束条件のもとで目的関数を最良の状態すなわち最大あるいは最小となるように目的関数のパラメーター(設計変数)を調節する理論¹⁵⁾と考えればよいだろう。本研究では、地震動の振幅特性、継続時間、周波数特性および単位の地震動強さをもつことを拘束条件とし、入力加速度波のある時間的変化によって起こる SDF 系の応答の最大値を目的関数として最適制御問題を構成するものである。

最適制御問題は次のように設定できよう。

次に示すような拘束条件のもとで、SDF 系の(相対変位)応答 $x(t)$ の絶対値を最大とする。すなわち、

$$|x(t_{\max})| \rightarrow \max \dots\dots\dots(3.6)$$

とするような最悪人工地震波 $f(t)$ を決定すること。

ここで、 t_{\max} は SDF 系の最大応答を与える時間。

拘束条件 1: 最悪人工地震波 $f(t)$ の周波数特性が入力
の周波数特性の包絡線の上限值に含まれること。

拘束条件 2: 最悪人工地震波 $f(t)$ の振幅が入力の振
幅値の包絡線の上限值に含まれること。ただし、継
続時間は振幅特性によって表現される。

拘束条件 3: 最悪人工地震波 $f(t)$ が単位の地震動強
さをもつこと。本研究では、地震動強さのパラメー
ターは自乗平方根強度であるから、

$$\alpha = I = \left[\int_0^{\infty} \{f(t)\}^2 dt \right]^{1/2} = 1.0 \dots\dots\dots(3.7)$$

b) 拘束条件の解析

拘束条件の1つである入力の非定常性を有する周波数特性はいくつかの非定常パワースペクトル^{16)~19)}により表現できよう。さらに、その中で、Mark の物理的スペクトル(Physical Spectrum)は他の拘束条件をもあわせて定式化できる。

まず、Mark の物理的スペクトルについて説明しよう¹⁶⁾。

時間 t における周波数特性の分布状態を調べるために、任意の実数関数 $z(u)$ を時間 $u=t$ を中心とする近傍で window 関数 $w(t-u)$ を乗ずることによりとりだす。ここで window 関数は $t=0$ の近傍で正の値をとり、それ以外のところでは非常に小さな値

をとるものとする。

ところで、Parseval's Theorem より関数 $g(t)$ のフーリエスペクトルはその関数の全エネルギー(自乗和)の周波数分解であることがわかる。

したがって、 $w(t)$ が適当に正規化されていれば、 $z(t)$ の時間 t に従属するスペクトルは

$$\int_{-\infty}^{\infty} w^2(t-u)z^2(u) du$$

のエネルギースペクトルとして定義することができよう。

以上のことを式を用いて表わせれば次のようになる。

Parseval's Theorem より

$$\int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |G(\omega)|^2 d\omega \dots\dots\dots(3.8)$$

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt \dots\dots\dots(3.9)$$

$$\therefore \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt \right|^2 d\omega \dots\dots\dots(3.10)$$

式(3.10)において、 $g(u) = w(t-u)z(u)$ とおけば、

$$\int_{-\infty}^{\infty} w^2(t-u)z^2(u) du = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \int_{-\infty}^{\infty} w(t-u)z(u) e^{-i\omega u} du \right|^2 d\omega \dots\dots\dots(3.11)$$

このように、 $w(t)$ が正規化されているとき、

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} w(t-u)z(u) e^{-i\omega u} du \right|^2$$

は $w(t)$ によって規定される $u=t$ の近傍における $z(u)$ のエネルギー(自乗和)の実数で非負の周波数分解となる(図-8 参照)。

$z(u)$ が非定常確率過程からのサンプル関数、われわれの場合には各地震動データであるとき、適切な周波数分解は各地震動データの周波数分解から推定される周波数分解の期待値により与えられるであろう。

(1) 物理的スペクトルの定義

上の考察から、Mark は実数の非定常確率過程 $\{z(t)\}$ の物理的スペクトル $S_z(\omega, t; w)$ を次のように定義している。

$$S_z(\omega, t; w) = E \left[\frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} w(t-u)z(u) e^{-i\omega u} du \right|^2 \right] \dots\dots\dots(3.12)$$

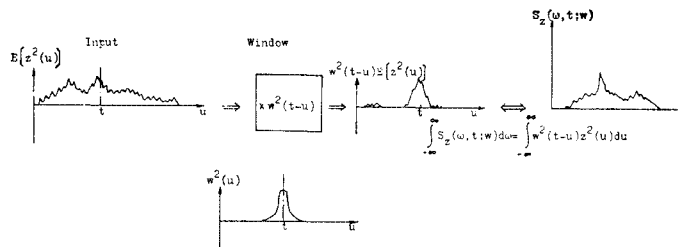


図-8 物理的スペクトルの性質

ここで、 $w(t)$ に対する正規化は

$$\int_{-\infty}^{\infty} [w(t)]^2 dt = 1.0 \dots \dots \dots (3.13)$$

である。

物理的スペクトルは周波数 ω 、時間 t および window 関数 $w(t)$ の関数である。なお、 $z(u)$ が確定関数のときも式 (3.12) と同様に定義される。

(2) 物理的スペクトルの特徴

物理的スペクトルの特徴は次のようにまとめられよう。

① 物理的スペクトル $S_z(\omega, t; w)$ は式 (3.12) の定義から明らかなように、 ω に関して偶関数である。

$$S_z(-\omega, t; w) = S_z(\omega, t; w) \dots \dots \dots (3.14)$$

② $S_z(\omega, t; w)$ の ω に関する全積分は $w^2(t-u)z^2(u)$ の t に関する全積分の期待値に等しい。すなわち、

$$\int_{-\infty}^{\infty} S_z(\omega, t; w) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} w^2(t-u) E[z^2(u)] du \dots \dots \dots (3.15)$$

ここで、 $w^2(t-u)z^2(u)$ の t に関する全積分は window 関数の時間域があまり広くないならば、図-8 に示されるように振幅レベルの指標となる。

③ $w(t)$ が式 (3.13) のように正規化されているので、物理的スペクトル $S_z(\omega, t; w)$ の ω および t に関する全積分は $z(t)$ の自乗の t に関する全積分の期待値と等しくなる。

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_z(\omega, t; w) d\omega dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w^2(t-u) E[z^2(u)] du dt \\ &= E \left[\int_{-\infty}^{\infty} z^2(u) du \right] = I^2 \dots \dots \dots (3.16) \end{aligned}$$

いま、最悪人工地震波の拘束条件 1~3 は物理的スペクトルを用いて次のように表現できよう。すなわち、入力周波数レベルの上限値を地震動データの解析から得られる物理的スペクトルの包絡線の上限値 $\{S_{y_a}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}}$ で表現すれば、拘束条件 1~3 は次のようになる。

拘束条件 1: 最悪人工地震波の物理的スペクトル $S_f(\omega, t; w)$ が入力周波数レベルの包絡線の上限値 $\{S_{y_a}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}}$ に含まれること。

$$\{S_{y_a}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}} \geq S_f(\omega, t; w) \dots \dots (3.17)$$

また、拘束条件 2 は振幅特性を式 (3.15) の右辺によって表現できるならば、式 (3.17) を満足することにより、当然、満足される。

拘束条件 3: 最悪人工地震波が単位の地震強さをもつことは式 (3.16) を用いて、次式で表わされる。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega, t; w) d\omega dt = 1.0 \dots \dots (3.18)$$

(3) window 関数の検討

物理的スペクトルの値は window 関数の型によって変化する。同一の window 関数においても、フィルターの時間域が異なれば、物理的スペクトルの値も異なる。ここで、window 関数について検討しよう。

本解析では、window 関数に次式で示されるガウス型の window 関数 $w(t)$ を用いる。

$$w(t) = \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F} \right)^{1/2} e^{-\pi t^2 / T_F^2} \dots \dots \dots (3.19)$$

ここで、 T_F はフィルターの時間域を示す定数であり次式で定義される。

$$T_F = \int_{-\infty}^{\infty} |w(t)| dt / w(0) \dots \dots \dots (3.20)$$

また、フィルターの周波数域は T_F を用いて $B_F = 2\pi/T_F$ によって示される。

なお、window 関数型の選択については、Mark により Uncertainly Plinciple を用いた window 関数の tail の部分の検討から、ガウス型が矩形型などと比較して最も良いことが示されている。

次に、 T_F の選択について検討する。

式 (3.19) において、 T_F を小さな値とすれば入力周波数方向の平滑化（挙動をぼかすこと）はないが、周波数方向の平滑化が大きくなる。

本解析では ω の領域を $0.0 \sim 20\pi$ rad/sec とし、区間数を 40 としている。したがって、 ω の領域を完全に含ませるためには $B_F = 20\pi/40 = \pi/2$ rad/sec ($T_F = 4.0$ sec) とする必要がある。しかし、 $T_F = 4.0$ sec は地震動データの最も短い継続時間が 8.0 sec であることからみても、入力の振幅特性を示すには不十分であろう。また、本解析では、解析を容易にするため周波数 ω_k の物理的スペクトルの包絡線の上限値を時間方向になだらかな関数で近似する。

したがって、 T_F は、 $T_F < 4.0$ sec で、入力の振幅レベルを示すのに適切な値であり、かつ入力周波数方向の物理的スペクトルが比較的なだらかな関数で与えられる必要がある。

このような観点から、数種の T_F に対して、実際の地震動データである松代群発地震 (No. 10) の物理的スペクトルを検討した。結果を図-9 に示す。ここで、解析した周波数成分は $\omega = 6\pi$ rad/sec ($T = 0.333$ sec) である。物理的スペクトルは時間方向に 0.5 sec ごとに求められている。また、縦軸は最大値 1 に正規化されている。 T_F の値は、上から、0.2, 0.5, 1.0, 2.0 および 3.0 sec である。

図-9 から $T_F = 2.0$ sec において物理的スペクトルが $T_F \leq 1.0$ sec と比較して、十分になだらかになっており、 $T_F = 3.0$ sec と比べても形状がほとんど変化して

いないことがわかる。 $T_F=2.0$ sec では入力の振幅レベルを示すにも十分であろう。なお、他の周波数成分 ($\omega=2\pi$ rad/sec) などにおいてもこの傾向はかわらない。

上記の考察から、本解析では window 関数の時間域として $T_F=2.0$ sec を用いる。

(4) 地震動データによる $\{S_{\ddot{y}_a}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}}$ の解析

$\{S_{\ddot{y}_a}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}}$ を地震動データの物理的スペクトルを用いて $\{(\text{平均値})+2.33 \times (\text{標準偏差})\}$ と推定し、さらに解析が容易になるように、周波数 ω_k の $\{S_{\ddot{y}_a}(\omega_k, t; w)\}_{\text{bound}}$ を時間方向になだらかな、以下に示す関数で近似する。

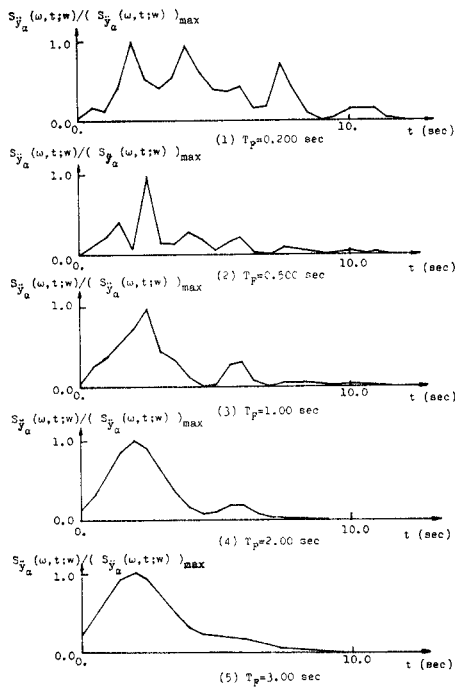


図-9 T_F による物理的スペクトルの変化- $\omega=6\pi$ rad/sec

$$\{S_{\ddot{y}_a}(\omega_k, t; w)\}_{\text{bound}} = a_{1k}(e^{-a_{2k}t} - e^{-a_{3k}t}) \dots \dots \dots (3.21)$$

式 (3.21) の a_{1k}, a_{2k} および a_{3k} は $\{(\text{平均値})+2.33 \times (\text{標準偏差})\}$ の時間方向の曲線から最小自乗法を用いて推定される正の定数である。

また、 $\{(\text{平均値})+2.33 \times (\text{標準偏差})\}$ は地震動データの物理的スペクトルが正規確率分布するならば、確率 0.99 で地震動の物理的スペクトルを含む。

各地震動データの物理的スペクトルはガウス型、 $T_F=2.0$ sec の window 関数を用いて、式 (3.12) より直接求める。また、解析した時間および周波数領域は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned} \text{時間方向:} & 0.5 \times (i-1) \leq T_d \text{ sec} (i=1, \dots, \leq 81) \\ \text{周波数方向:} & 0.0 \sim 20\pi \text{ rad/sec を 40 区間にわけ,} \\ & \omega_k = (\pi/2) \times (k-1) \text{ rad/sec} (k=1, \dots, 41) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.22)$$

計算結果を図-10 に示す。図-10 の周波数方向には $\omega_k (k=1, 5, 9, \dots, 41)$ が示されている。図-10 において、 $\{(\text{平均値})+2.33 \times (\text{標準偏差})\}$ を破線で、また、 $\{S_{\ddot{y}_a}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}}$ を実線で示す。図-10 から、 $t=10$ sec 以降では近似式がデータ解析の値よりもいくぶん小さくなっていることがわかる。

なお、新潟地震 (No. 3, 4) については、波形に長周期の大きな波が含まれていることを指摘しておいたが、その物理的スペクトルは他の地震動データの物理的スペクトルと大きく異なり、 $\omega_1=0.0$ rad/sec ($T_1=\infty$ sec) の成分を非常に多く含んでいる (図-11 参照)。このことから、22 本の地震動データから作成された物理的スペクトルの包絡線の上限値には、新潟地震の周波数 $\omega_1=0.0$ rad/sec の物理的スペクトルを完全に含むことはできなかった。

c) 最悪人工地震波のモデル

最悪人工地震波の解析に用いる最悪人工地震波の関数

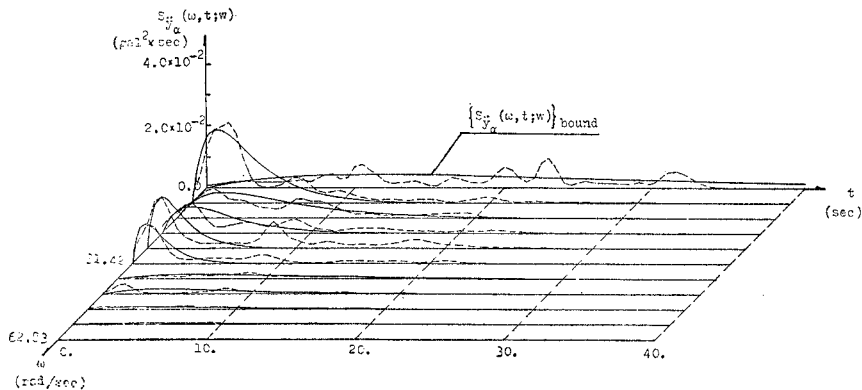
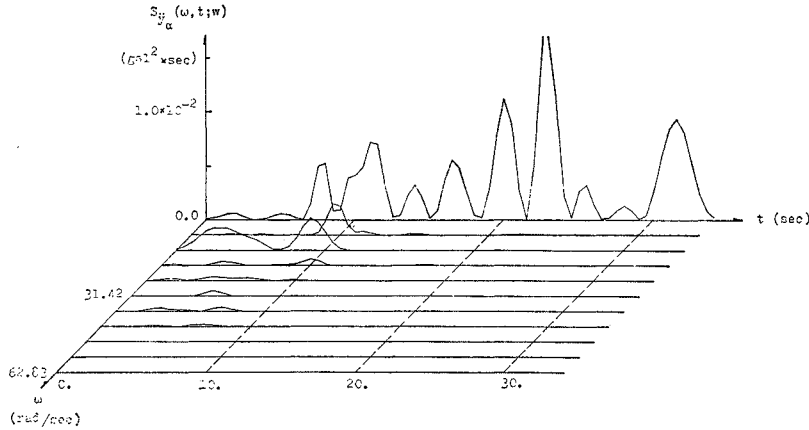


図-10 物理的スペクトルの包絡線の上限値



図—11 物理的スペクトル——Data No. 3 新潟地震, 1964.6.16, N-S

モデルについて検討しよう。

1) 最悪人工地震波の関数モデル

最悪人工地震波の関数モデルを次式で与える。

$$f(t) = \sum_{k=1}^{41} g(t, \omega_k) \cos(\omega_k t + \phi_k) \dots \dots \dots (3.23)$$

$$g(t, \omega_k) = \begin{cases} 0.0 & t < 0.0 \\ \{b_{1k}(e^{-b_{2k}t} - e^{-b_{3k}t})\}^{1/2} & t \geq 0.0 \end{cases} \dots \dots \dots (3.24)$$

ここで、 $\phi_k (k=1, \dots, 41)$ は $0 \sim 2\pi$ の設計変数であり、 $g(t, \omega_k)$ の $b_{1k}, b_{2k}, b_{3k} (k=1, \dots, 41)$ が設計変数である。 ω_k は、 $\omega_k \geq 0$ で定義され、式 (3.22) の ω_k と一致する。

2) $f(t)$ の物理的スペクトル

式 (3.23) で示される $f(t)$ の物理的スペクトルは次のように与えられる。

式 (3.12), (3.19) および式 (3.23) の複素表示を用いて、

$$S_f(\omega, t; w) = \frac{1}{2\pi} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} e^{-\frac{\pi(t-u)}{T_F^2}} \sum_{k=1}^{41} g(u, \omega_k) \times \frac{e^{i(\omega_k u + \phi_k)} + e^{-i(\omega_k u + \phi_k)}}{2} \times e^{-i\omega u} du \right|^2 \dots \dots \dots (3.25)$$

$g(u, \omega_k)$ が $u=t$ の近傍で滑らかに変化する関数として積分の前に出す。

$$S_f(\omega, t; w) = \frac{1}{2\pi} \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} \times \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{41} g(t, \omega_k) \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi(t-u)^2}{T_F^2}} \times \{e^{i(\omega_k - \omega)u + i\phi_k} + e^{-i(\omega_k + \omega)u - i\phi_k}\} du \right|^2 \dots \dots \dots (3.26)$$

$t-u=v$ とおき、整理すれば、

$$S_f(\omega, t; w) = \frac{1}{2\pi} \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} \times \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{41} g(t, \omega_k) \times \left[e^{i\{(\omega_k - \omega)t + \phi_k\}} \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi}{T_F^2} v^2 - i(\omega_k - \omega)v} dv + e^{i\{-(\omega_k + \omega)t - \phi_k\}} \times \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\pi}{T_F^2} v^2 + i(\omega_k + \omega)v} dv \right]^2 \right|^2 \dots \dots \dots (3.27)$$

$$S_f(\omega, t; w) = \frac{1}{2\pi} \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} \times \frac{T_F}{2} \sum_{k=1}^{41} g(t, \omega_k) \times \left[e^{i\{(\omega_k - \omega)t + \phi_k\} - \frac{(\omega_k - \omega)^2}{4\pi/T_F}} + e^{i\{-(\omega_k + \omega)t - \phi_k\} - \frac{(\omega_k + \omega)^2}{4\pi/T_F}} \right] \right|^2 \dots \dots \dots (3.28)$$

$f(t)$ の物理的スペクトルは式 (3.28) より与えられる。

ここで、 $\omega = \omega_j (\omega_j \leq 0)$ の物理的スペクトルは次のようになる。

$$S_f(\omega_j, \omega; w) = \frac{1}{2\pi} \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} \times \frac{T_F}{2} \sum_{k=1}^{41} g(t, \omega_k) \times \left[e^{i\{(\omega_k - \omega_j)t + \phi_k\} - \frac{(\omega_k - \omega_j)^2}{4\pi/T_F}} + e^{i\{-(\omega_k + \omega_j)t - \phi_k\} - \frac{(\omega_k + \omega_j)^2}{4\pi/T_F}} \right] \right|^2 \dots \dots \dots (3.29)$$

[] 中の第2項は第1項と比べ小さいので

$$\approx \frac{1}{2\pi} \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} \times \frac{T_F}{2} \sum_{k=1}^{41} g(t, \omega_k) \times e^{i\{(\omega_k - \omega_j)t + \phi_k\} - \frac{(\omega_k - \omega_j)^2}{4\pi/T_F}} \right|^2 \dots \dots \dots (3.29)$$

さらに、 $\omega_k = \omega_j$ の項は他の項と比べて大きいから、

$$\approx \frac{1}{2\pi} \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{T_F}\right)^{1/2} \times \frac{T_F}{2} g(t, \omega_k) e^{i\phi_j} \right|^2 = \frac{\sqrt{2} T_F}{8\pi} g^2(t, \omega_j) \dots \dots \dots (3.30)$$

3) 拘束条件の定式化

最悪人工地震波の拘束条件は次の場合満足されよう。

拘束条件 1 および 2: 式 (3.17) すなわち、

$$\{S_{\alpha}(\omega, t; w)\}_{\text{bound}} \geq S_f(\omega, t; w)$$

は式 (3.21), (3.24) および (3.30) を用いて、

$$a_{1k}(e^{-a_{2k}t} - e^{-a_{3k}t}) \geq \frac{\sqrt{2} T_F}{8\pi} b_{1k}(e^{-b_{2k}t} - e^{-b_{3k}t}) \quad (k=1, \dots, 41) \dots \dots \dots (3.31)$$

さらに、解析を容易にするために式 (3.31) を次式で表わす。

$$\left. \begin{aligned} a_{2k} &= b_{2k} \\ a_{3k} &\geq b_{3k} \geq a_{2k} \\ a_{1k} &\geq \frac{\sqrt{2} T_F}{8\pi} b_{1k} \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.32)$$

拘束条件 3: 式 (3.18) より,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega, t; w) d\omega dt = I^2 = 1.0$$

は式 (3.24) および (3.30) を用いて,

$$\begin{aligned} I^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega, t; w) d\omega dt \\ &= \int_0^{\infty} 2 \left\{ \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{2} T_F}{8\pi} b_{1k} (e^{-b_{1k}t} - e^{-b_{2k}t}) \right\} dt \\ &\equiv \int_0^{\infty} 2 \sum_{k=1}^{41} \frac{\sqrt{2} T_F}{8\pi} b_{1k} (e^{-b_{1k}t} - e^{-b_{2k}t}) dt \\ &= \sum_{k=1}^{41} \frac{\sqrt{2} T_F}{4\pi} b_{1k} \left(\frac{1}{b_{2k}} - \frac{1}{b_{3k}} \right) \Delta\omega \equiv 1.0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.33)$$

ここで, $\Delta\omega$ は ω_k の間隔である。

d) Monte Carlo Simulation Method²⁰⁾

最適制御問題の解析手法である Monte Carlo Method について説明する。

Monte Carlo Method は数値実験手法であり, 特にモデルが複雑であるときあるいは設計変数が多いときは有力な解析手法となる。

上記の問題に Monte Carlo Method を適用するとき, その概要は次のようになる。

まず, Monte Carlo Method は拘束条件を満足する多くの可能な入力 $f_i(t)$ を作成する。次に応答 $x_i(t)$ をデュアメル積分より求める。十分なシミュレーション試行のうち $|x(t_{\max})|$ の中で最大なものを与える関数 $f_k(t)$ を最悪人工地震波 $f(t)$ と推定する。

なお, 拘束条件を満足する入力 $f_i(t)$ は以下のようにして作成する。

まず, 式 (3.23) で示される最悪人工地震波の関数モデル $f(t)$ のうち, $\phi_k (k=1, \dots, 41)$ を $(0.0 \sim 2\pi)$ の一様乱数としてシミュレートする。次に, b_{1k}, b_{2k} および $b_{3k} (k=1, \dots, 41)$ が拘束条件 1, 2 を満足するように, 式 (3.32) より, $b_{2k} = a_{2k}$ とし, b_{3k} および b_{1k} を式 (3.32) を満足する一様乱数よりシミュレートする。ここで, ϕ_k, b_{1k}, b_{2k} および $b_{3k} (k=1, \dots, 41)$ より作成される $f(t)$ は拘束条件 3 を必ずしも満足していない。そこで, 式 (3.33) より I^2 を求め, 拘束条件 3 の条件を若干ゆるめ, $0.95 > I^2$ あるいは $I^2 > 1.0$ のとき以下のように修正

する。すなわち, $I^2 > 1.0$ のとき, I^2 を小さくするために, b_{1j} を $(0.0 \sim b_{1j})$ の一様乱数, b_{3j} を $(a_{2j} \sim b_{3j})$ の一様乱数としてシミュレートしなおす。 $I^2 < 0.95$ のとき, I^2 を大きくするために, b_{1j} を $(b_{3j} \sim (8\pi/\sqrt{2} T_F) a_{1j})$ の一様乱数, b_{3j} を $(b_{3j} \sim a_{3j})$ の一様乱数よりシミュレートしなおす。

ここで, j は修正される ω_j の番号で (1~41) の整数の一様乱数より決められる。修正された b_{1j}, b_{3j} を用いてふたたび I^2 を計算し, $0.95 \leq I^2 \leq 1.0$ となるまで繰り返し修正される。

e) 解析結果

図-10 に示される近地地震群データの物理的スペクトルの包絡線の上限值を用いて最悪人工地震波を Monte Carlo Method により解析する。

ここで, シミュレーション回数は 1000 回とする。また, SDF 系の固有周期 T_0 は, $T_0=0.1, 0.2, 0.3, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 5.0, 10.0$ sec の 9 ケースとし, 減衰定数 β は 0.05 とする。

解析の結果得られた, 固有周期 $T_0=1.0$ sec および $T_0=10.0$ sec に対する最悪人工地震波 $f(t)$ を 図-12

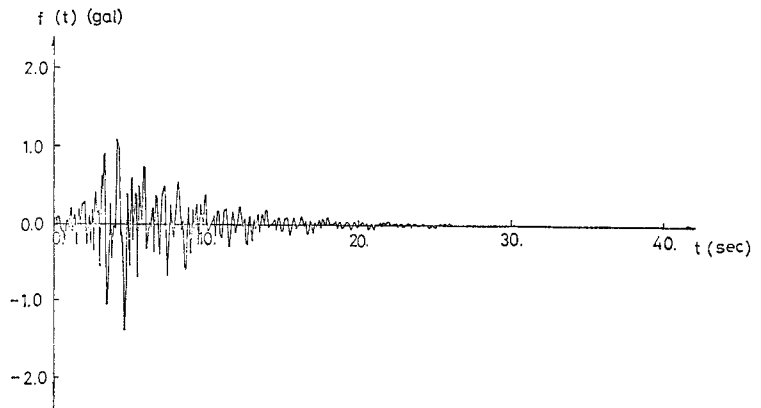


図-12 (a) 最悪人工地震波 $f(t) - T_0=1.0$ sec, $\beta=0.05$

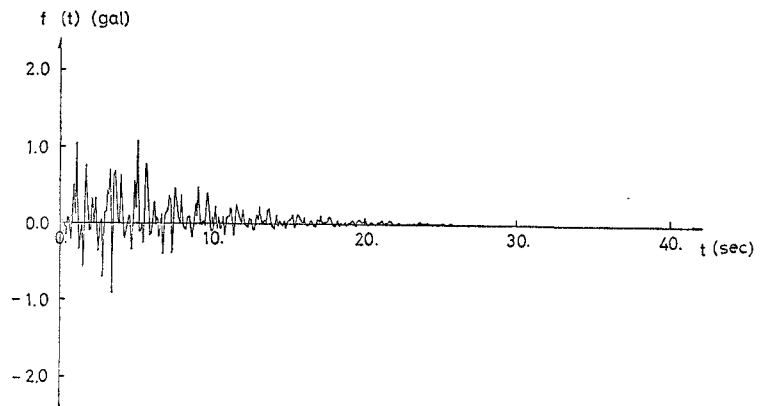


図-12 (b) 最悪人工地震波 $f(t) - T_0=10.0$ sec, $\beta=0.05$

(a), (b) に, また, 正規化変位応答スペクトルの経験的上限値を 図-13 に示す。

図-13 において, 一番上の実線は理論的上限値 $(S_a)_{theory}$, 白丸の実線が解析された経験的上限値 $(S_a)_{bound}$, 一番下の黒丸の実線が解析に用いた 22 本の地震データの平均正規化変位応答スペクトル μ である。また, 2 点鎖線, 1 点鎖線および破線はそれぞれ, データの応答スペクトルの平均値を μ , 標準偏差を σ として, $\mu+3\sigma$, $\mu+2\sigma$, $\mu+\sigma$ を示す。

なお, 最悪人工地震波 $f(t)$ および $(S_a)_{bound}$ につ

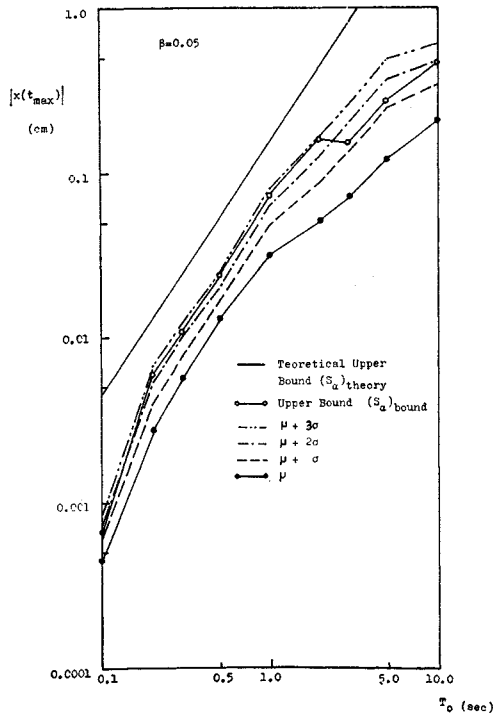


図-13 正規化変位応答スペクトル- $T_0=1.0$

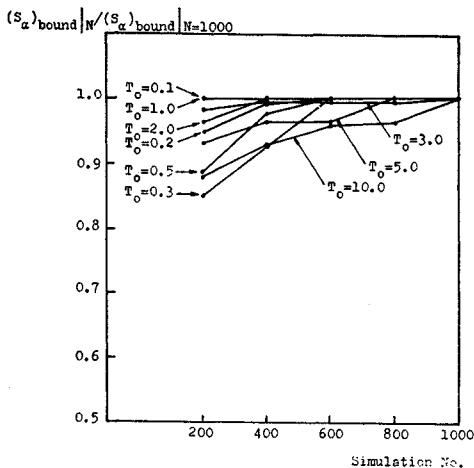


図-14 解の収束性-Monte Carlo Method

いては次節で検討する。

また, 図-14 に Monte Carlo Method の解の収束性を示す。図-14 は 200 回ごとの解の収束性が 1000 回における解の比として示されている。したがって, シミュレーション回数が増加するにつれて, 縦軸の値が早く 1.0 に近づけば近づくほど解の収束性はよいといえよう。

図-14 で $N=800$ 回から $N=1000$ 回での $(S_a)_{bound}$ の増加率は, $T_0=0.1\sim 2.0$ sec では 0%, また $T_0=3.0$ sec, $T_0=5.0$ sec および $T_0=10.0$ sec ではそれぞれ 1.0%, 0% および 3.3% である。したがって解の収束性は $T_0=0.1\sim 2.0$ sec では十分であるが, $T_0=3.0\sim 10.0$ sec ではやや不十分であることがわかる。

(4) 応答スペクトルの上限値

図-12 (a), (b) の最悪人工地震波 $f(t)$ および図-13 の正規化変位応答スペクトルの経験的上限値 $(S_a)_{bound}$ について考察しよう。

図-12 から, 最悪人工地震波について次のことが考察できる。

- ① 最悪人工地震波 $f(t)$ の継続時間は約 30 sec であり, 主要動は 10 sec 程度である。
- ② また, 時間 $t=0.0\sim 20.0$ sec の Zero Crossing Rate は 3.9~5.5 回/sec (平均周期 0.51~0.36 sec) であり一般の地震動データとほとんど変わらない。
- ③ $T_0=10.0$ sec の $f(t)$ には, 周期 ∞ sec ($\omega_1=0.0$ rad/sec) の波が存在している (図-12 (b) 参照)。
- ④ 以上まとめれば, 最悪人工地震波 $f(t)$ は一般の地震動データの形状とほとんどかわらないが, 対応する SDF 系の固有周期 T_0 によって応答を大きくするような周波数成分を多く含んでいる。

図-13 から, 正規化変位応答スペクトルの経験的上限値 $(S_a)_{bound}$ について次のことが考察できる。

なお, 正規化変位応答スペクトル S_a が正規確率分布するならば, $\mu+\sigma$, $\mu+2\sigma$, $\mu+3\sigma$ は, それぞれ確率 0.841, 0.977 および 0.999 で S_a を含む。

- ① $(S_a)_{bound}$ は実際の地震動データの情報を考慮しているために $(S_a)_{theory}$ にくらべ以下のように大幅に改良されている。 $(S_a)_{bound}$ は SDF 系の固有周期 $T_0=0.1$ sec では $(S_a)_{theory}$ の 1/6.6, $T_0=0.2\sim 2.0$ sec では 1/2.2, $T_0=3.0\sim 10.0$ sec では 1/5.5~1/9.4 と大幅に改良される。
- ② $T_0=0.2\sim 2.0$ sec の $(S_a)_{bound}$ は $(\mu+2\sigma)\sim(\mu+3\sigma)$ の間にあり, 確率 0.99 で S_a を含んでいる。これらの値は経験的な上限値としてはほぼ十分な値であるといえよう。
- ③ $T_0=0.1$ sec の $(S_a)_{bound}$ は $(\mu+\sigma)\sim(\mu+2\sigma)$

の間にあり、確率約 0.93 で S_a を含むが、経験的な上限値としては十分でないと思われる。これは、物理的スペクトルの解析において、地震動の周波数領域の上限を $\omega_{a1}=20\pi \text{ rad/sec}(T=0.1 \text{ sec})$ とし、それ以上の周波数成分を考慮しなかったためと思われる。

- ④ $T_0=3.0\sim 10.0 \text{ sec}$ の $(S_a)_{\text{bound}}$ は $(\mu+\sigma)\sim(\mu+2\sigma)$ の間にあり、経験的な上限値としては値が小さく問題がある。実際に、新潟地震 (No. 3, 4) の応答は $(S_a)_{\text{bound}}$ を上回り、この範囲では、約 $(\mu+3\sigma)$ の値を示している。 $(S_a)_{\text{bound}}$ が $(\mu+\sigma)\sim(\mu+2\sigma)$ と小さいのは、物理的スペクトルの包絡線の上限值に新潟地震の長周期成分を十分含ませることができなかつたためであろう。

しかし、反対に $T_0=3.0\sim 10.0 \text{ sec}$ の $(S_a)_{\text{bound}}$ は新潟地震 (No. 3, 4) の長周期成分も考慮しているために、他の地震データに対しては、十分安全側の値であると考えられる。

いま、この点を検討するために、図-15 に、新潟地震 (No. 3, 4) をのぞいた地震データ 20 本の正規化変位応答スペクトルを示す。図-15 から、 $T_0=3.0\sim 10.0 \text{ sec}$ の $(S_a)_{\text{bound}}$ が $(\mu+3\sigma)$ 以上であり、きわめて安全側であることがわかる。したがって

- ④' 固有周期 $T_0=3.0\sim 10.0 \text{ sec}$ の $(S_a)_{\text{bound}}$ は砂

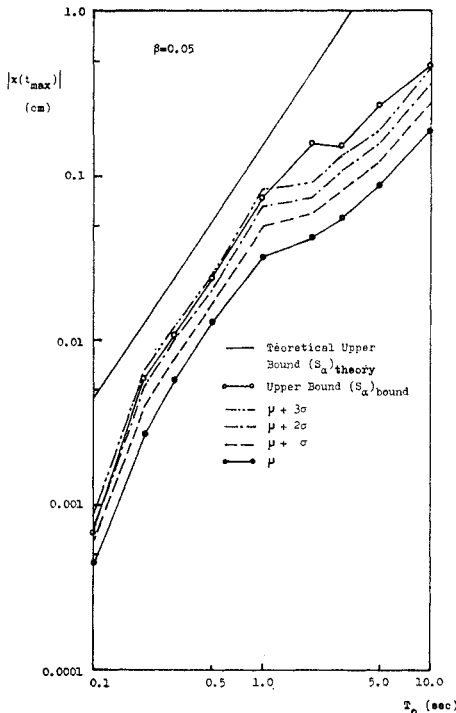


図-15 正規化変位応答スペクトル- $I=1.0$

層の流動化現象とも関係あると思われる新潟地震動 (No. 3, 4) の長周期成分をも十分考慮した実用上、十分に安全側の値であるといえよう。

以上まとめれば、経験的な上限値 $(S_a)_{\text{bound}}$ は固有周期 $T_0=0.1 \text{ sec}$ で若干小さいが、他の固有周期 ($T_0=0.2\sim 10.0 \text{ sec}$) では十分信頼できる安全側の値であると思われる。

また、その値は $T_0=0.1\sim 1.0 \text{ sec}$ で平均値 μ の約 2 倍、また $T_0=2.0\sim 10.0 \text{ sec}$ で約 2.5 倍であり、十分に実用的な値であろう。

4. 結 論

本研究の目的は ① 最悪人工地震波を用いた耐震設計法の基礎理論を与えること、② 実際のデータ解析から本方法の実用性を検討することである。

その結論は以下のようにまとめられる。

(1) 最悪人工地震波を用いた耐震設計法の理論的アプローチの定式化は 2. において検討され、その利点で明らかにされた。

(2) 本論文では地震動強さのパラメーターとして自乗平方根強度 I を用いた。 I は定性的・定量的に評価検討された。近地地震群の地震データによる I の定量的評価は絶対最大加速度値 $|\ddot{Y}|_{\text{max}}$ と比較して、固有周期 $T_0=0.1\sim 1.0 \text{ sec}$ では同程度、また固有周期 $T_0=2.0\sim 10.0 \text{ sec}$ ではすぐれていた。

(3) 例題として近地地震群の最悪人工地震波の解析および正規化応答スペクトル $(S_a)_{\text{bound}}$ の考察を行った。最悪人工地震波の解析は最適制御問題として設定された。実際の地震動データから得られる拘束条件としては、入力の振幅特性および周波数特性の 2 つの非定常性を考慮して、地震動データの物理的スペクトルの包絡線の上限值を用いた。解析結果は 図-12 および 図-13 に示される。図-13 から $(S_a)_{\text{bound}}$ は固有周期 $T_0=0.1\sim 2.0 \text{ sec}$ では平均正規化応答スペクトル μ の約 2 倍、固有周期 $T_0=3.0\sim 10.0 \text{ sec}$ では約 2.5 倍であり、その値は十分実用性がある。

なお、図-12 および 図-13 の考察および検討は 3. (4) で行われた。

また、本研究の今後の課題は次のようにまとめられよう。

(1) 最悪人工地震波による耐震設計法は安全性を十分保証するが、経済性に問題が残る。したがって、信頼性設計のアプローチをさらに検討し、より実用的なものとしなければならない。

(2) 本研究では、構造系を最も簡単な SDF 系としたが、複雑な構造系すなわち多自由度系に対しても検討

する必要がある。

(3) さらに、構造物の応答が破壊に近づくときには、構造物は非線形の動的挙動を行うと考えられる。したがって、正規化応答スペクトルの経験的上限值 $(S_a)_{\text{bound}}$ には構造系の非線形性をも考慮に入れるべきであろう。

終りに、本研究は東京都耐震部会の基金を受けて行われたものであることを付記し謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 星谷：確率論手法による振動解析，1974，鹿島出版。
- 2) Drenick, R.F. : Aseismic Design by Way of Critical Excitation, ASCE, Vol. 99, No. EM 4, Aug., 1973.
- 3) 星谷・矢作・友沢・石井：最悪人工地震入力の解析，JSCE, No. 231, 1974.11.
- 4) Trifnac, M.D. : Response Envelope Spectrum and Interpretation of Strong Earthquake Ground Motion, BSSA, Vol. 61, No. 22, Apr., 1971.
- 5) Trifnac, M.D. : A Method for Synthesizing Realistic Strong Ground Motion, BSSA, Vol. 61, No. 6, Dec., 1971.
- 6) 亀田・山田：強震地震動の非定常スペクトルについて，第13回地震工学研究発表会講演概要集，1974.7，土木学会。
- 7) Drenick, R.F. : Model-Free Design of Aseismic Structure, ASCE, Vol. 96, No. EM 4, Aug., 1970.
- 8) Shinozuka, M. : Maximum Structural Response to Seismic Excitations, ASCE, Vol. 96, No. EM 5, Oct., 1970.
- 9) 土木学会本州四国連絡橋耐震小委員会：本州四国連絡橋の耐震に関する調査研究報告書，1971，土木学会。
- 10) 河角編：地震災害，共立出版。
- 11) 東京天文台編：理科年表，1973，丸善。
- 12) 三東：地震学の新しい流れ，基礎工，Vol. 2, No. 12, 1974.12.
- 13) 土木学会新潟震災調査委員会：昭和39年新潟地震震害調査報告，1966，土木学会。
- 14) 星谷・矢作・柴田・草野：平均応答スペクトル作成に関する一考察，JSCE, No. 232, 1974.12.
- 15) 市川：制御理論の展望，数理科学，特集制御理論，1968.12，ダイヤモンド社。
- 16) Mark, W.D. : Spectral Analysis of the Convolution and Filtering of Non-Stationary Stochastic Process, J. Sound Vib., Vol. 11, No. 1, 1970.
- 17) Loynes, R.M. : On the Concept of the Spectrum for Nonstationary Process, J. Royal. Stat. Soc. B-30, No. 1, 1968.
- 18) Page, C.H. : Instantaneous Power Spectra, J. Applied Physics, Vol. 23, No. 1, Jan., 1952.
- 19) Priestly, M.B. : Evolutionary Spectra and Nonstationary Process, J. Royal. Stat. Soc. B-27, 1965.
- 20) Shireider, Yu.A. : The Monte Carlo Method, 1966, Pergaman Press.

(1975.2.18・受付)