

斜張橋の地震応答特性に関する研究

A STUDY ON EARTHQUAKE RESPONSES OF CABLE-STAYED GIRDER BRIDGES

宮 本 裕*

By Yutaka Miyamoto

1. ま え が き

斜張橋の静的解析と構造特性については、すでに多くの研究が発表されている^{7),8),9),10),11)}。そして、斜張橋の地震応答解析については、従来、修正震度法あるいは自乗和のルート平均法などの近似解析法がいろいろ行なわれている。これに対し、本論文では、より正確な解析法として、まず多次不静定構造である斜張橋の各点の静力学的なたわみ影響線、曲げモーメント影響線などを正確に描き、さらに17質点系としてのモードベクトル、固有周期を求め、これらを基礎としながら、多質点系による直接積分法により求めた各質点の慣性力と静力学的影響線縦距とを乗ずることにより、各点の断面力や変形の応答時間曲線を求める応答解析法を作ったので^{4),5),6)}、説明したいと思う。

この応答解析法によって、図-16のように塔の下端の構造をヒンジ構造や固定構造にしたり、斜索の張り方をハープ型にしたりからかさ型にしたり、斜索本数を変えたりしたいろいろな形式の斜張橋にEl Centro地震波あるいは正弦地震波を水平と垂直の連成において入力とし、たわみ、曲げモーメントなどの地震応答を求め、斜張橋の各形式ごとの振動応答性状を考察した。また、この直接積分法による応答解析法で求めた応答値と従来の自乗和のルート平均の近似計算法で求めた応答値とを比較した。

2. 斜張橋の振動応答理論

つり橋の振動応答については、桁のみあるいは塔のみについて解析されているが³⁾、本論文では斜張橋の震動を塔と桁の連成による振動と考える。

斜張橋はケーブルを通じて桁と塔が連結された構造と

なっている。したがって、垂直振動により桁が上下に揺れるとケーブルを通じて塔は水平振動をするだろう。また、水平振動により塔は水平に振動すると、ケーブルを通じてその動きは桁の上下振動を引き起こすだろう。したがって、図-1のような2自由度系構造物の斜張橋を考え、地震加速度が水平方向に $\ddot{z}_x = \ddot{z}$ 、垂直方向に $\ddot{z}_y = 0.5\ddot{z}$ あるとすると、振動の連立微分方程式は式(1)のようになる。この式の解は水平地震波のみによる微分方程式(2)と垂直地震波のみによる微分方程式(3)との解を合計したものに等しい。

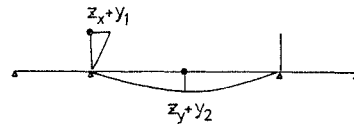


図-1

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & 0.5m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(1)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(2)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.5m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(3)$$

ここで、質量 m_1, m_2 、減衰定数 $c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{22}$ とし、各質点の相対変位 y_1, y_2 、質点 m_1 のところに水平力 1kg を働かせたときの質点 m_1 の水平変位を α_{11} 、質点 m_2 の垂直変位を α_{21} とし、質点 m_2 のところに垂直力 1kg を働かせたときの質点 m_1 の水平変位を α_{12} 、質点 m_2 の垂直変位を α_{22} とすると、この α はたわみの影響線であり k と α の関係は式(4)のようになる。

* 正会員 工博 岩手大学講師 工学部資源開発工学科

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix}^{-1} \dots\dots\dots (4)$$

いま基準座標 $[q_i]$ を用い、固有ベクトルを $[X_{ij}]$ とすれば、式 (5) のような関係がある。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) を式 (1) に代入し、 $[X_{ij}]$ の転置マトリックス $[X_{ij}]^T$ を左から乗ざると固有ベクトルの直交性から式 (6) のようになる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_1 X_{11} & 0.5 m_2 X_{21} \\ m_1 X_{12} & 0.5 m_2 X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、式 (7)、式 (8) のようにおいてある。

$$\sum_{r=1}^2 m_r X_{r1}^2 = 1, \sum_{r=1}^2 m_r X_{r2}^2 = 1 \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \sum_{r=1}^2 \sum_{s=1}^2 c_{rs} X_{r1} X_{s1}, & c_2 &= \sum_{r=1}^2 \sum_{s=1}^2 c_{rs} X_{r2} X_{s2} \\ K_1 &= \sum_{r=1}^2 \sum_{s=1}^2 k_{rs} X_{r1} X_{s1}, & K_2 &= \sum_{r=1}^2 \sum_{s=1}^2 k_{rs} X_{r2} X_{s2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

いま固有値を ω_1, ω_2 、減衰定数を h_1, h_2 とし式 (9) のようにし、 β_1, β_2 を式 (10) のようにおけば式 (6) は式 (11) のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_1^2 &= K_1, & \omega_2^2 &= K_2 \\ h_1 &= \frac{c_1}{2\omega_1}, & h_2 &= \frac{c_2}{2\omega_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\left. \begin{aligned} m_1 X_{11} + 0.5 m_2 X_{21} &= \beta_1 \\ m_1 X_{12} + 0.5 m_2 X_{22} &= \beta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{q}_1 + 2 h_1 \omega_1 \dot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 &= -\beta_1 \ddot{z} \\ \dot{q}_2 + 2 h_2 \omega_2 \dot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 &= -\beta_2 \ddot{z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式 (11) を解き、応答変位 q_1, q_2 を求め、 t で2度微分すれば応答絶対加速度 $(\ddot{q}_1 + \beta_1 \ddot{z})$ 、 $(\ddot{q}_2 + \beta_2 \ddot{z})$ が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_1 + \beta_1 \ddot{z} &= \beta_1 \frac{\omega_1}{\sqrt{1-h_1^2}} \int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-h_1 \omega_1 (t-\tau)} \\ &\quad \cdot \cos \left\{ \sqrt{1-h_1^2} \omega_1 (t-\tau) + \tan^{-1} \frac{(2 h_1^2 - 1)}{2 h_1 \sqrt{1-h_1^2}} \right\} d\tau \\ \ddot{q}_2 + \beta_2 \ddot{z} &= \beta_2 \frac{\omega_2}{\sqrt{1-h_2^2}} \int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-h_2 \omega_2 (t-\tau)} \\ &\quad \cdot \cos \left\{ \sqrt{1-h_2^2} \omega_2 (t-\tau) + \tan^{-1} \frac{(2 h_2^2 - 1)}{2 h_2 \sqrt{1-h_2^2}} \right\} d\tau \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

式 (12) は $d\tau$ 時間ごとのインパルス $-\beta \ddot{z}(\tau) d\tau$ に分けて、ステップごとに応答値が計算される場合であって、応答曲線は $d\tau$ 時間ずつずれながら発生し、これらの応答曲線の縦距がすべて集計された形で求まる²⁾。

式 (5) から式 (13) をとり出し、式 (14) と合わせて考えると式 (15) となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_x \\ \ddot{z}_y \end{bmatrix} = \ddot{z} \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} = \ddot{z} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 + \ddot{z}_x \\ \dot{y}_2 + \ddot{z}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 + \beta_1 \ddot{z} \\ \dot{q}_2 + \beta_2 \ddot{z} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

このように、式 (15) によって、真の応答絶対加速度

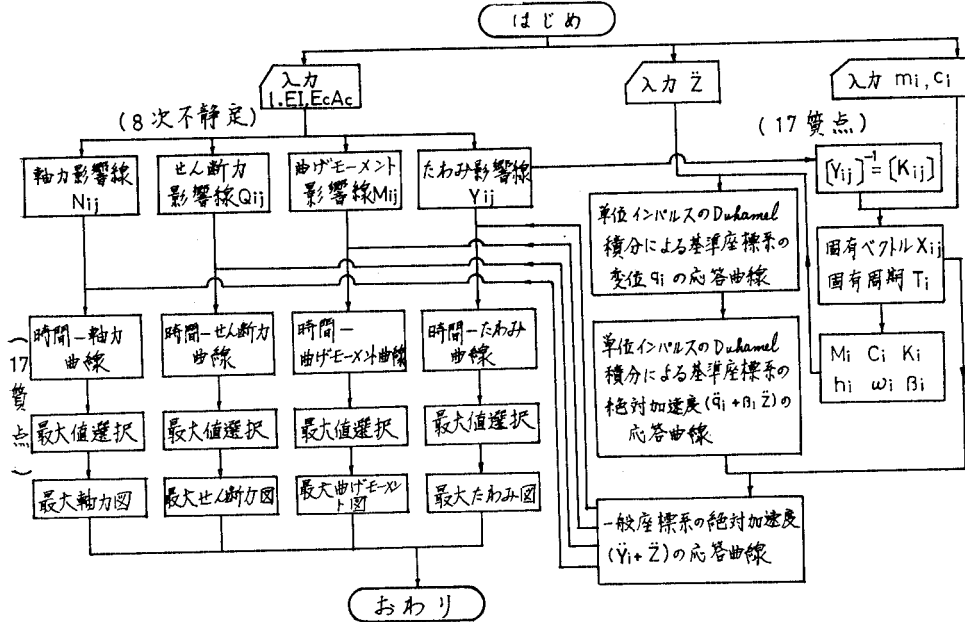


図-2 応答計算の手順

($\ddot{y}+\ddot{z}$) を求めることができる。この応答絶対加速度に質量を乗じた慣性力 $m_1(\ddot{y}_1+\ddot{z}_x)$, $m_2(\ddot{y}_2+\ddot{z}_y)$ を構造物に働く荷重と考え、曲げモーメント、せん断力、軸力などの影響線に乗ずると、地震外力による曲げモーメント、せん断力、軸力などの断面力を計算することができる。たとえば、斜張橋に 17 質点を考えたときの中央径間中央点の曲げモーメント応答は式 (16) から求めることができる。

$$M_i = \sum M_{1i} m_1 (\ddot{y}_i + \ddot{z}_y) + \sum M_{2i} m_2 (\ddot{y}_i + \ddot{z}_x) \dots\dots\dots (16)$$

以上の応答計算は電子計算機を用いて行なった。図-2 は応答計算の手順である。

3. 数値計算例

図-16(a) のような断面諸元をもつ石狩河口橋を例にとる。質量分布は図-15 と表-2 の m のようになる。架橋地点の地盤の固有周期は実測により 0.4 秒であったから、0.4 秒の固有周期を持つ図-3 のような El Centro 波を式 (12) の右辺の外力に入れることにした。ただし、El Centro 地震波の最大加速度 313 gal を 63 gal に縮小して El Centro 地震波のデジタル量に 63/313=0.2013 を乗じたものを外力とした。この場合、架橋地点の最大地動加速度 $\ddot{z}_{max}=63$ gal とした理由は次のとおりである。

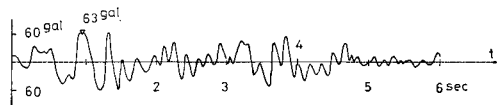


図-3 El Centro 波

架橋地点の最大地動加速度 \ddot{z}_{max} は金井博士の式¹⁾によれば、

$$\ddot{z}_{max} = \frac{1}{T} \times \frac{10^{0.61M - P \log_{10} x + Q}}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{T}{T_G}\right)^2\right\}^2 + \left\{\frac{0.2}{\sqrt{T_G}} \left(\frac{T}{T_G}\right)\right\}^2}} \dots\dots\dots (17)$$

ここで、 T は地震時の基盤の波の周期 (x と M によって変動する) (sec), T_G は地盤の固有周期 (sec),

$$P = 1.66 + \frac{3.60}{x}, Q = 0.167 - \frac{1.83}{x}$$

である。

この式は震源の位置と規模を与えると架橋地盤表面に地震時発生しうる最大加速度を求めるものであり、 x (km) (震源地からの距離) と M (マグニチュード) を与えるとよい。石狩河口橋の場合は、図-4 のように距離 $x=200$ km, マグニチュード $M=6$ の日本海側地震帯の震源の場合と、距離 $x=300$ km, マグニチュード $M=8$ の太平洋側地震帯の震源の場合の 2 つの場合を考

えて比較したところ、日本海側のほうが大きく $\ddot{z}_{max}=63$ gal となった。

(1) たわみの影響線

たわみの影響線は図-5 のようになる。

(2) 曲げモーメントの影響線

曲げモーメントの影響線は図-6 のようになる。

(3) 固有周期, 固有ベクトル

固有周期は図-18(c) の実線のようになり、固有ベクトルは図-7 から図-10 までとなる。



図-4

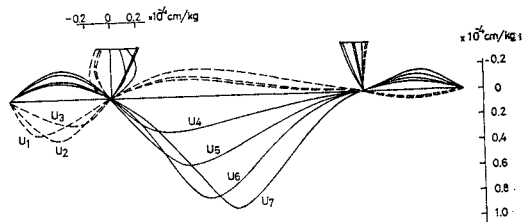


図-5 たわみ影響線

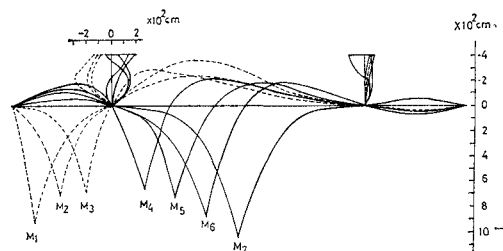


図-6 曲げモーメント影響線

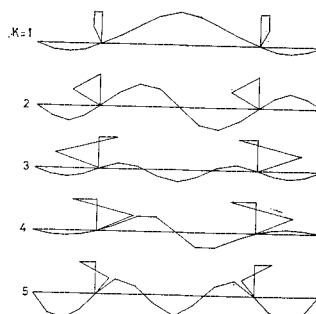


図-7 振動モード

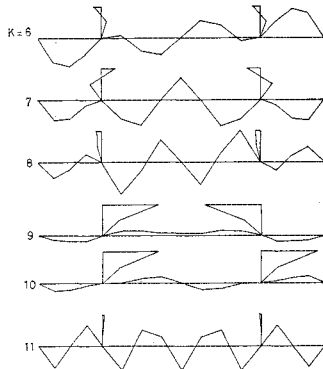


図-8 振動モード

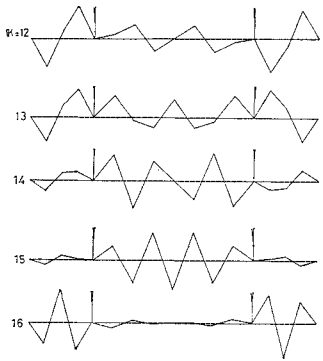


図-9 振動モード

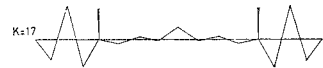


図-10 振動モード

4. 直接積分法による応答計算法と自乗和のルート平均による近似計算法との比較

このようにして任意の瞬間の応答値を求める応答計算法ができたので、これを使って、従来の自乗和のルート平均により慣性力を求めて計算する近似計算法がどの程度あうかを比較してみよう。計算例として前章 2. であげた図-16(a) の断面を用いる。

外力として周期が 0.6 秒の sin 波（継続時間 1.2 秒、 $\ddot{z}_{max}=100 \text{ gal}$ ）を考えて、式 (18) の左辺の減衰定数 h および構造物の非減衰固有周期 $T=2\pi/\omega$ をいろいろ変化させたときの応答最大絶対加速度 $(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$ を式 (19) により求めて図示すれば 図-11 のようになる。

$$\ddot{y} + 2h\omega\dot{y} + \omega^2y = -\ddot{z} \dots\dots\dots (18)$$

$$\ddot{y} + \ddot{z} = \frac{\omega}{\sqrt{1-h^2}} \int_0^t \ddot{z}(\tau) e^{-h\omega(t-\tau)} \cdot \cos\left\{ \sqrt{1-h^2} \tau + \tan^{-1} \frac{2h^2-1}{2h\sqrt{1-h^2}} \right\} d\tau \dots\dots\dots (19)$$

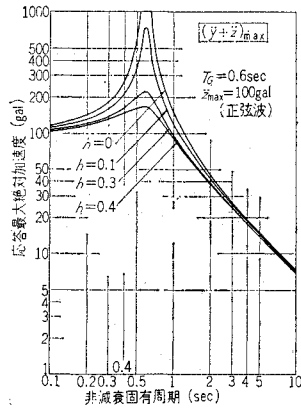


図-11

(1) 17 質点を考えたときの自乗和のルート平均法による近似計算

図-15 のように 17 質点を考え固有周期を求める。その固有周期を用いて図-11 に $h=0.008$ を与えて、表-1 のように $(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$ が求まる。

これから各質点 j に働く応答絶対加速度 $(\ddot{y}_j+\ddot{z})_{max}$ $= \sqrt{\sum_{i=1}^{17} \{X_{ji}\beta_i(\ddot{y}+\ddot{z})_i\}^2}$ および慣性力 $m_j(\ddot{y}_j+\ddot{z})_{max}$ を計算すると表-2 のようになる（比較のために、直接積分法による応答計算法による応答絶対加速度および慣性力を併記した）。この慣性力を用いて、たとえば中央径間中央点の曲げモーメントを計算すると、図-6 から中央径間中央点の曲げモーメント影響線を取り出しそれを用いれば、表-3 のようになる。

表-1 $(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$

1	80	4	400	7	200	10	150	13	120	16	105
2	150	5	320	8	160	11	130	14	110	17	105
3	280	6	270	9	150	12	120	15	107		

(×gal)

表-2 絶対加速度

j	m	近 似		厳 密	
		$(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$	$m(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$	$(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$	$m(\ddot{y}+\ddot{z})_{max}$
1	126	112	14 112	202	25 452
2	129	123	15 867	238	30 702
3	126	77	9 702	170	21 420
4	128	168	21 504	324	41 472
5	81	210	17 010	338	27 378
6	157	99	15 543	103	16 171
7	161	121	19 481	162	26 082
8	163	83	13 529	155	25 265
9	157	121	18 997	143	22 451
10	163	83	13 529	131	21 353
11	161	121	19 481	138	22 218
12	157	99	15 543	106	16 642
13	81	210	17 010	480	38 880
14	128	168	21 504	416	53 248
15	126	77	9 702	152	19 152
16	129	123	15 867	211	27 219
17	126	112	14 112	186	23 436

(×kg)

表-3 曲げモーメント応答値計算例

	"M"	m(y+z)	"M"m(y+z)		"M"	m(y+z)	"M"m(y+z)		"M"	m(y+z)	"M"m(y+z)
1	-27.37	14 112	386 245	7	48.00	19 481	935 088	13	-90.78	17 010	1 544 167
2	-34.91	15 867	553 916	8	321.73	13 529	4 352 685	14	10.34	21 504	222 351
3	-17.85	9 702	173 180	9	1 059.30	18 997	20 123 522	15	-17.85	9 702	173 180
4	-10.34	21 504	222 352	10	321.73	13 529	4 352 685	16	-34.91	15 867	553 916
5	90.78	17 010	1 544 167	11	48.00	19 481	935 088	17	-27.37	14 112	386 245
6	0.26	15 543	4 041	12	0.26	15 543	4 041		$\Sigma Mm(y+z) =$		36 466 868

(比較：直接積分法による計算値 $\Sigma Mm(y+z) = 29473000 \text{ kg}\cdot\text{cm}$)

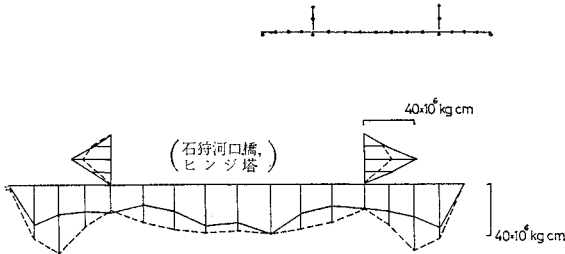


図-12 最大曲げモーメント図 (実線は 17 質点の厳密計算値, 破線は 7 質点の近似計算値, 外力 sin 波の周期は 0.6 sec)

このようにして各点の最大曲げモーメントを計算し, その最大値を結べば, 最大曲げモーメント図として図-12 をうる。

(2) 7 質点を考えたときの自乗和のルート平均法による近似計算

図-13 と表-4 のように 7 質点を考え固有周期と固有ベクトルを求め, 図-11 から $(y+z)_{\max}$ を求める。これから各質点に働く応答絶対加速度, 慣性力を求め最大曲げモーメント図を計算すると図-14 のようになる。

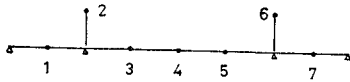


図-13

表-4 質量分布

$m_1 = m_7 =$	252.60
$m_3 = m_4 = m_5 =$	316.08
$m_2 = m_6 =$	128.81
(×kg·sec ² /cm)	

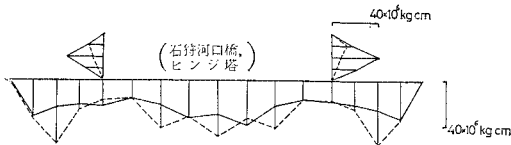
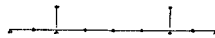


図-14 最大曲げモーメント図 (実線は 17 質点の厳密計算値, 破線は 7 質点の近似計算値, 外力 sin 波の周期は 0.6 sec)

5. 斜張橋の地震応答特性

(1) 斜張橋のいろいろな形式と動力学的解析のための条件

応答計算に用いた斜張橋の断面諸元と質量分布は図-15, 表-2 の m , 図-16 のようになる。斜張橋の形式はこの図のようなヒンジ塔のからかさ型, ハープ型, 4 本ケーブル ハープ型, 8 本ケーブル ハープ型の 4 種類のほかに固定塔のからかさ型, ハープ型, 4 本ケーブル ハープ型, 8 本ケーブル ハープ型の 4 種類の合計 8 種類を考えた。また応答計算をするにあたって次のような条件を与えた。

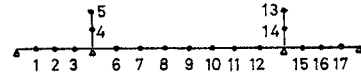


図-15

1) 桁に 13, 塔に 4 の計 17 質点, 17 自由度の系に置換する。

2) 第 17 次までの固有ベクトルを考慮する。

3) 動的解析法は直接数値積分法を採用した。外力の波形は 10 種類の正弦波で周期が 0.1 秒, 0.2 秒, 0.3 秒, 0.4 秒, 0.5 秒, 0.6 秒, 0.7 秒, 0.8 秒, 0.9 秒, 2.0 秒である。また $\Delta T = 0.02$ 秒, 正弦波の継続時間は 6 秒とし, 自由振動の時間をその後 6 秒とする。

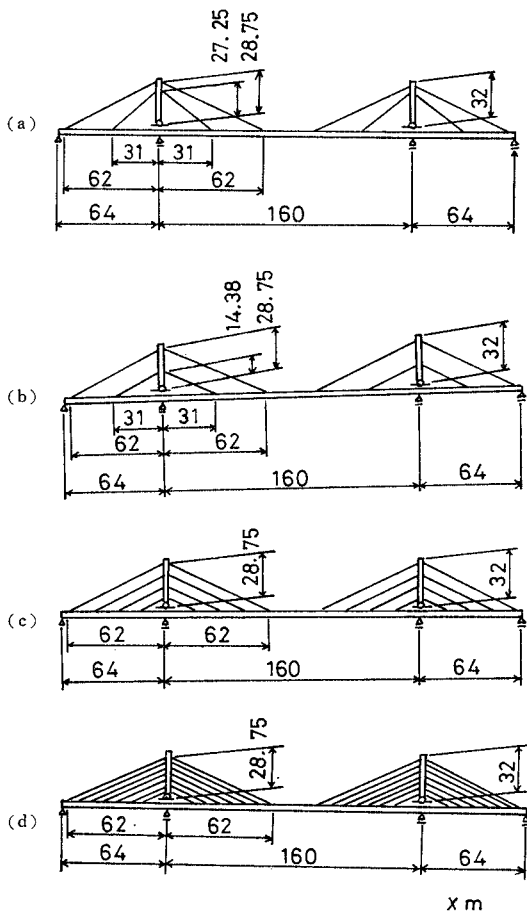
4) 地震波の最大加速度は水平方向には 100 gal, 鉛直方向には 50 gal とする。

5) 塔と補剛桁の連成振動を考えるために振動の微分方程式の右辺の項の m として, 桁上の質点の質量にすべて 0.5 をかけ, 塔上の質点の質量はそのままの数値を用いる。

6) 減衰定数 (h) は $h = 0.008$ と仮定する。

(2) 各形式の斜張橋の固有周期

いろいろな形式ごとに, その固有周期を整理すると, 図-17, 図-18 のとおりである。特に, 図-17 においては斜索 1 本の断面積 A_c が, 50 cm^2 の場合と 194.4 cm^2 の場合とを比較のために図示した。



$EI = 0.7058 \times 10^{14} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$
 $EI_c = 4.83 \times 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$
 $E_c A_c = 3.888 \times 10^8 \text{ kg}$

図-16 ヒンジ塔の斜張橋の断面諸元 (同じ断面諸元で固定塔の場合も考える)

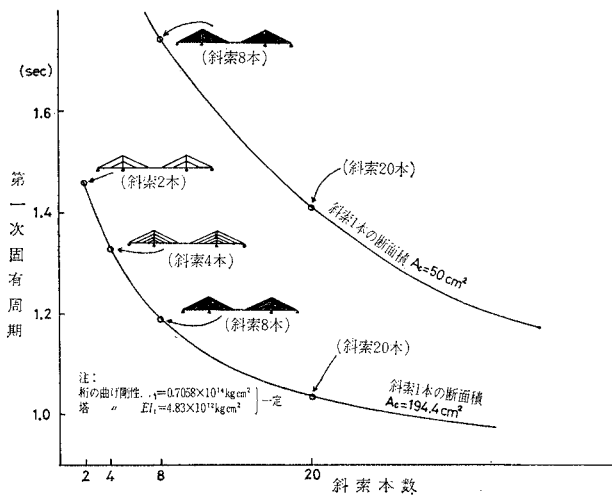


図-17 ヒンジ塔ハープ型の斜索本数と第1次固有周期との関係

(3) El Centro 外力によるヒンジ塔と固定塔との
応答断面力図, 応答変位図

いま, 一例として El Centro 地震波を6秒間入力として働かせて, 点20の応答曲げモーメント-時間曲線を計算により描くと, 図-19のようになる。そこで, これからその最大応答曲げモーメント=20.8×10⁶ kg・cmを読みとることができる。これをすべての点について求めると, 図-21のような最大曲げモーメント図を書くことができる。

同様に, 図-20から図-24までのように固定塔とヒンジ塔の最大たわみ図, 最大曲げモーメント図, 最大せん断力図, 最大軸力図, 最大斜索軸力図を書くこと

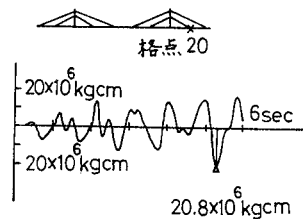


図-19

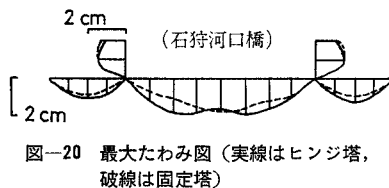


図-20 最大たわみ図 (実線はヒンジ塔, 破線は固定塔)

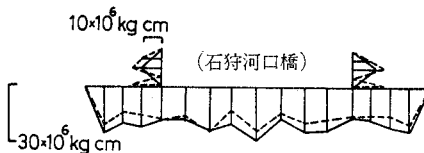


図-21 最大曲げモーメント図 (実線はヒンジ塔, 破線は固定塔)

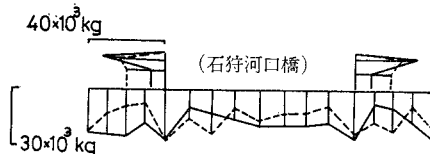


図-22 最大せん断力図 (実線はヒンジ塔, 破線は固定塔)

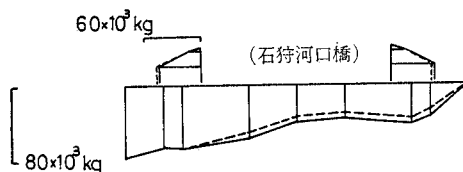


図-23 最大軸力図 (実線はヒンジ塔, 破線は固定塔)

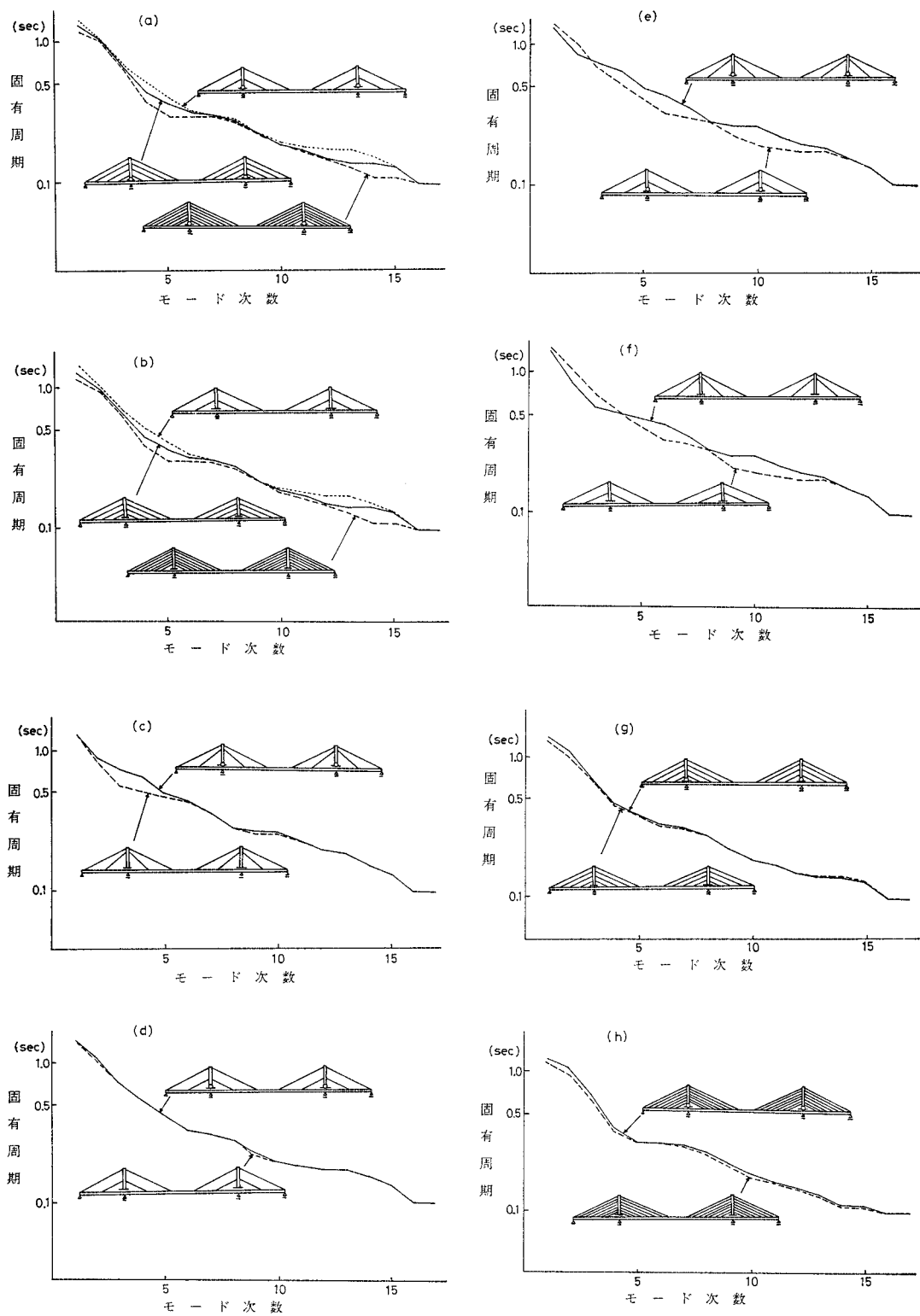


図-18 各形式の斜張橋のモード次数と固有周期との関係 (桁の剛性, 塔の剛性, 斜索1本の断面積はいずれも一定)

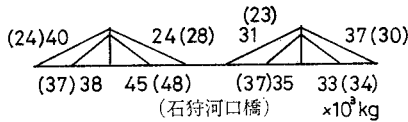


図-24 最大斜索軸力図 (かっこ内は固定塔)

ができる。

(4) sin 波外力によるヒンジ塔と固定塔との応答曲げモーメント スペクトル

いま、一例として、図-25 のようにヒンジ塔からかさ型斜索本数2本の斜張橋に、周期2秒の sin 波を6秒間入れたときの点2における応答曲げモーメント—時間曲線を計算により描く。そこで、これからその最大応答曲げモーメント $32 \times 10^6 \text{ kg} \cdot \text{cm}$ を読みとることができる。このようにして、外力の sin 波の周期を0.1秒、0.2秒、0.3秒と変えてゆき、その最大応答曲げモーメントの値を読みとって、その軌跡を図示したものを、「応答曲げモーメント スペクトル」と呼ぶことにする。ヒンジ塔からかさ型の点2の応答曲げモーメント スペクトルは、図-29 (a) の破線のようになる。同様にして、いろいろな形式の斜張橋のいろいろな点における応答曲げモーメント スペクトルを描けば、図-29 のよう

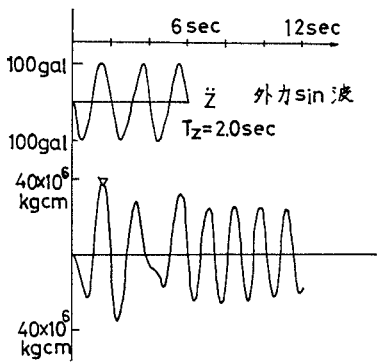


図-25 ヒンジ塔からかさ型斜索2本の斜張橋に周期2秒の sin 波を入れたときの点2における応答曲げモーメント時間曲線

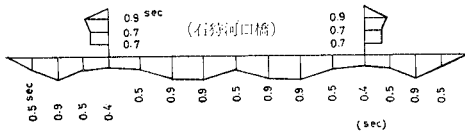


図-26 共振する外力の周期

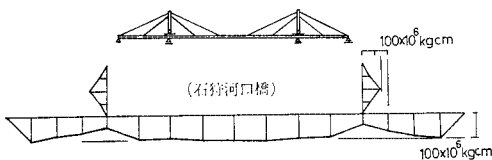


図-27 sin 波による最大曲げモーメント図

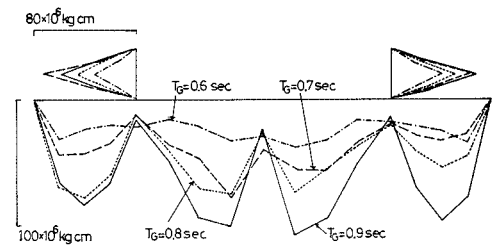
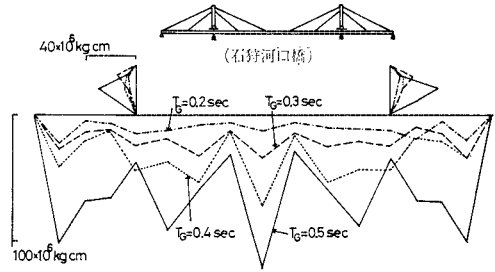


図-28 ある周期の sin 波を6秒間入れたときの最大曲げモーメント図

になった。

6. まとめと考察

以上のように、塔の下端の構造を変えたり、斜索の張り方を変えたり、斜索本数を変えたりしたいろいろな形式の斜張橋に対して、まず静学的解析によって、各点のたわみ、曲げモーメント、反力、せん断力、軸力などの影響線を描き、つづいて動学的解析によって、モードベクトル、固有周期を求め、これを基礎としながら、El Centro 地震波やいろいろな周期の sin 波を外力として作用させたときの振動応答をぼう大な量の電子計算によって求めた。これらの結果をまとめ、考察を加えると次のとおりである。

- 1) 各形式の斜張橋のモード次数とその固有周期との関係を見るに、ハープ型ではヒンジ塔と固定塔とではその差はあまりないが、からかさ型ではヒンジ塔と固定塔とでは若干の差がある (図-18 参照)。
- 2) ヒンジ塔ハープ型の斜索本数と第1次固有周期との関係を見るに、斜索本数がふえると第1次固有周期は小さくなる。また、斜索本数が同じでも、斜索1本の断面積が大きい場合は、第1次固有周期は小さい (図-17 参照)。
- 3) 石狩河口橋 (斜索2本のからかさ型) において、El Centro 地震波を入れたとき、その応答最大たわみ図、応答最大曲げモーメント図などをみるに、ヒンジ塔の場合は固定塔の場合にくらべて、その値は大きい (図-20 より図-24 まで参照)。
- 4) 石狩河口橋に sin 波を入れたとき、桁や塔の各点

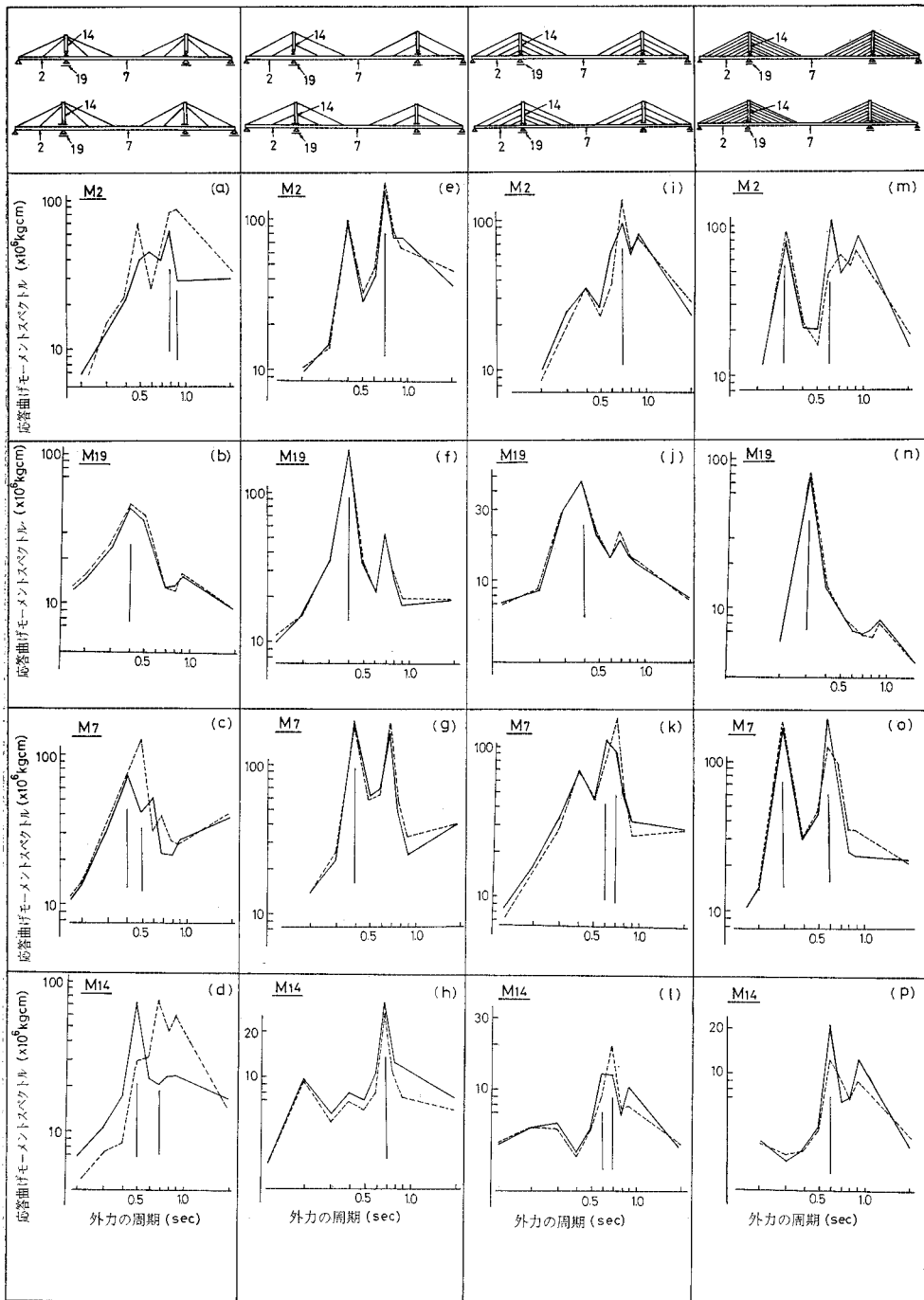


図-29 応答曲げモーメントスペクトル (実線は固定塔, 破線はヒンジ塔)
(桁の剛性, 塔の剛性, 斜索1本の断面積はいずれも一定)

の応答曲げモーメントスペクトル曲線において、最大値を生ずる外力の周期を「共振周期」と名づけると、共振周期は各点において異なる (図-26 参照)。

5) 石狩河口橋にいろいろな周期の sin 波を入れたとき、各点の応答曲げモーメントスペクトルの最大値を

結んだ最大曲げモーメント図は全橋長にわたって平滑であった (図-27 参照)。

6) 石狩河口橋において、ある周期の sin 波を6秒間入れたときの最大曲げモーメント図をみるに、橋全体から観察すると、0.5秒付近と0.9秒付近との2度の周期

において共振が起こることがわかった。ただし、橋のある点に限って観察すると、0.5秒付近のみで共振したり、あるいは0.9秒付近のみで共振したりすることが起きている（図—28 参照）。

7) 応答曲げモーメント スペクトル図における共振周期をみるに、一般にハープ型はヒンジ塔と固定塔とでは共振周期がほとんど同じであるが、からかさ型はヒンジ塔と固定塔とでは共振周期にずれが生ずる（図—29 参照）。

8) 応答曲げモーメント スペクトル図をみるに、点2（側径間中央点）および点7（中央径間中央点）においては、0.4秒付近と0.9秒付近との2度の周期において共振が起こるが、点19（中間支点）においては、0.4秒付近のみの一度の周期において共振が起こる（図—29 参照）。

9) 応答曲げモーメント スペクトル図における共振周期のときの最大曲げモーメントをみるに、ハープ型では、斜索本数が多ければ多いほど、最大曲げモーメントが小さくなるとは限らず、この解析における斜張橋断面では、斜索が4本の場合に、動学的に最も経済的な設計になることがわかった（図—29 (e) から (p) まで参照）。また、斜索2本の場合、からかさ型はハープ型にくらべて、桁は設計上経済的であるが、塔は設計上経済的ではない（図—29 (a) から (h) まで参照）。

以上のような結果は、多質点系による直接積分法に基づく振動応答解析法によって求めたものであるが、次に試みに、自乗和のルート平均による近似計算法によって最大曲げモーメント図を比較してみると、次のような考察がえられた。

1) 石狩河口橋において、17質点の直接積分法に基づく計算値と17質点の近似計算値を比較してみると、両者はかなり一致してくるが、桁においては近似計算値の方が安全側、塔においては近似計算の方が危険側の値を示した（図—12 参照）。

2) 石狩河口橋において、17質点の近似計算値と7質点の近似計算値とを比較してみると、後者の方が直接積分法による計算値より遠く離れてゆく傾向がみられた。すなわち、近似計算法においては、質点数をふやした方が、より直接積分法による計算値に近くなる傾向がみられた（図—12、図—14 参照）。

7. あとがき

本論文で用いた多質点系による直接積分法に基づく振

動応答解析法は、すべての任意の瞬間において、また、斜張橋の任意の個所において、曲げモーメント、せん断力、軸力などの力学的つり合いがすべて保たれていることが確かめられており、またすべての任意の瞬間における応答値が二階の振動方程式、式(11)を満足することが確かめられているので、まず計算としては誤りがないものといえる。

本論文の計算は、ぼう大な量の電子計算によったもので、北大計算センターのNEAC 2203 G、北大大型計算機センターのFACOM 230/60、東北大大型計算センターのNEAC 2200 モデル 500/700 および東大大型計算機センターのHITAC 5020 を用い、入力力は100分の1秒きざみで入れた。

なお、石狩河口橋については、El Centro 地震波6秒間を入力したときの橋全体のたわみ曲線および曲げモーメント図の動きを、1コマ1コマフィルムで撮影し、これを動画形式で16ミリと8ミリの映画を作り、北大工学部橋梁研究室に保存してある。

最後に、本論文の作成にあたり、終始ご指導をいただいた北海道大学工学部土木工学科 渡辺 昇教授に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 金井：地震動の振動特性に関する実験式，日本地震工学シンポジウム，1966年10月
- 2) 渡辺：クイ基礎橋脚の地震応答解析，橋梁と基礎，Vol. 3, No. 6, 1969
- 3) 小西・山田・高岡：長大つり橋の地震応答と耐震設計法に関する研究，土木学会論文集，第159号，昭和43年11月
- 4) 渡辺・宮本・川口・多田：タワーと補剛桁とを一体とした斜張橋の振動応答解析，土木学会第24回年次学術講演会講演概要集
- 5) 宮本：斜張橋の地震応答解析（石狩川河口橋の場合），土木学会北海道支部昭和44年度研究発表会論文集第26号
- 6) 渡辺・宮本：斜張橋の耐震特性について，土木学会第25回年次学術講演会講演概要集
- 7) 渡辺・多田・宮本：斜張橋の構造特性について，土木学会北海道支部昭和42年度研究発表会論文集第24号
- 8) 渡辺・多田・宮本：斜張橋の構造特性について（第2報），土木学会第23回年次学術講演会講演概要集
- 9) 前田・林：3径間連続桁を基本系とする斜張橋の形式による静力学的構造特性に関する研究，土木学会論文報告集，第175号，1970-3
- 10) 岡内・安藤：斜張橋の特性に関する二、三の考察，土木学会第22回年次学術講演会講演概要集
- 11) 長谷川・成岡：各種構造形式の斜張橋の曲げモーメント，たわみに関する研究，土木学会誌，Vol. 53, No. 9, 昭和43年9月

(1970.11.2・受付)