

強震時における1自由度系の塑性変形に関する考察*

A STUDY ON THE PLASTIC DEFORMATION OF ELASTO-PLASTIC
STRUCTURES IN STRONG EARTHQUAKES

後藤 尚 男**・家村 浩 和***

By Hisao Goto and Hirokazu Iemura

要 旨 本文は強震時における構造物の応答変位の振動中立軸が変動する模様を大型電子計算機内でのシミュレーションにより検討したもので、入力としては人工地震波形、履歴復元力特性としては Bi-linear 系および修正 Jennings 系を設定して、応答変位を数値積分により求めその中立軸の変動量を移動平均により評価し、この量に注目して考察を加え、不規則地震動による構造物の破壊過程を追求していく基礎たらしめようとしたものである。

1. 緒 論

強震地震動を受けた構造物の応答は、一般に弾性限をわずかにあるいは大きく越えて塑性域におよぶので、応答解析を実施するにあたっては当然変位と復元力との間の履歴特性を考慮する必要がある。この履歴復元力特性(以後簡単に履歴特性と呼ぶ)を考慮した現在までの応答解析の手法は、つぎの2種類に大別できると考えられる。

第1の手法は、中小地震動を受けた構造物の応答解析を実施する場合に相当するもので、履歴特性を速度比例の粘性抵抗におきかえ、zero-memory 型振動系として応答計算を進めるものである。

第2の手法は、強大地震動時の応答解析を実施する場合に相当するもので、まず履歴特性の模式表示を行ない、応答の時間的变化を step by step の数値積分によって追求しようとするものである。

この2種類の応答解析法は対象とする入力地震動および構造物の動特性に応じて適宜使い分けられているが、

* 昭和45年度土木学会関西支部年次学術講演会において一部発表(昭45.5.10)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

*** 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科 博士課程
交通土木工学専攻

これらの手法において未解決のまま取り残されている問題点としてつぎの事項が考えられる。

まず第1の手法を適用する上では、履歴の安定性がその前提条件となるが、入力の強度、周波数特性および構造物の履歴形状などに左右されるこの条件が現在までのところ定量的に明らかにされるに至っていない。さらに第2の手法により応答解析を実施すると、応答変位の振動中立軸がふらついたりあるいは一方向に流動したりする耐震工学上注目すべき現象が起こるが、構造物の破壊過程とも考えられるこの現象を入力継続時間軸上で定量的に評価した研究はほとんど見当たらない。

本研究は上述の履歴の安定性および破壊過程を追求していく基礎として、1自由度系の応答解析を大型電子計算機内のシミュレーションにより実施し、その応答変位の振動中立軸の変動量を定量的に評価する手法について論ずるとともに、これに考察を加えたものである。

耐震工学の分野において、構造物の履歴特性を応答計算にもちこむ必要性をいち早く強調したのは棚橋・小堀教授らである¹⁾。両教授らが電子計算機の発達していない数値積分の困難な時代に矩形1~2波を入力波として採用し、Bi-linear 系の応答解析を始めたことは耐震工学分野における画期的な業績であると考えられるが、大型電子計算機が長足の進歩を遂げた現在では、地震動を不規則過程としてとらえ、その周波数、強度および継続時間などによる履歴特性を有する構造物(以後これを簡単に履歴系と呼ぶ)の応答特性および破壊に至る過程を十分に解明していく必要があると思われる。

Jennings 氏は同氏の考案した履歴特性を有する1自由度系(以後これを簡単に Jennings 系と呼ぶ)に定常調和波入力作用した場合の等価減衰定数や共振曲線を解析する²⁾とともに、人工地震波が作用した場合の最大応答および残留変位についても数値的に評価し³⁾、Jennings 系の応答特性に関する幅広い成果を収めた。しか

し前述のように履歴の安定性および破壊過程を追求するためには、応答変位の振動中立軸の移動量を入力に連続時間軸上で評価する必要があると思われるが、この事項に関する考察ははまだ実施されていないようである。

Penzien・Liu 氏は線形系、Elasto-plastic 系、Stiffness-degrading 系を対象として人工地震波入力による数値応答解析を数多く実施し、最大応答の確率分布などを本格的なシミュレーションにより求めるといった計算機時代にふさわしい研究⁴⁾を行なった。しかしこの研究では数値計算上のパラメーターが無次元化されておらず一般的かつ普遍的な解析結果とはなり得ないこと、および評価の対象が最大応答のみで構造物の破壊過程を示すと考えられる塑性変形量を見逃していることなどの欠点を有している。Liu 氏は残留変位についての考察を補足的に行なった⁵⁾が、塑性変形の現象を十分に解析するまでには至っていないと考えられる。

伯野・四俣氏は小さな鋼片の変位-復元力の関係を変位制御により求め、これを on-line で応答計算にもちこむといった非常にユニークな実験を行ない⁶⁾、応答変位が一方に流動して破壊に至る耐震工学上注目すべき現象を指摘したが、塑性変形の現象が入力の連続時間軸上でどのように変化するかについてはまだ定量的な評価がなされていないようである。

著者らはまずはじめに線形を重ね合せができない、すなわち Duhamel の積分でもって応答解析を実施し得ない履歴系の数値解析を、より一般的、普遍的なものにするため、履歴特性は未定のまま運動方程式上のすべてのパラメーターを、入力および構造物の相関連する諸量の比でもって無次元化した。この結果各種の履歴特性を無次元化された変位-復元力の座標で簡単に模式表示することができた。さらに入力地震波形としてはその強度およびスペクトル特性が既知な確率過程として表示されている人工地震波を用い、各種無次元パラメーターによる解析により一般性をもたせた。しかるのち応答評価を step by step の数値計算により実施し、応答変位の振動中立軸がふらついたりあるいは流動したりする現象を、弾性的な振動成分と塑性変形とに区分して評価すべきであると考え、移動平均により弾性的な振動成分を除去しこの量を塑性変形と呼ぶことにより、入力および構造物の動特性を示す定数をパラメーターとして考察を加えた。

2. 履歴復元力特性の模式表示

(1) 運動方程式の無次元化

本研究においては、数値解析をより一般的、普遍的なものとするために、履歴特性は未定のまま運動方程式全

体を無次元化する。いま構造物が履歴特性 $P(\alpha, \beta, x, t')$ および速度比例の粘性抵抗を有する 1 自由度系として表示されるものとする、この履歴系に地動加速度 $\ddot{Z}(t)$ が作用した場合の運動方程式は周知のように次式で示される。

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + C_d \frac{dx}{dt} + P(\alpha, \beta, x, t') = -m \ddot{Z}(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 m は振動質量、 C_d は粘性係数、 x は相対変位、 α と β は履歴形状を示す定数、 t' は履歴系の履歴経路を示す時間である。

ここで x_y を履歴系の降伏変位、 P_y を降伏復元力とし、 $\ddot{Z}(t)$ が平均値ゼロ、標準偏差 1 でその卓越円振動数が ω_f である無次元定常不規則過程 $N(t)$ と加速度の単位を有する定数 F_0 との積 $F_0 \cdot N(t)$ で表示されるものとする。さらに次式のような無次元諸量 $h_0, r_s, \tau, \mu, q, \eta$ を導入する。

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 &= P_y / (m \cdot x_y), & C_p &= C_d / m \\ h_0 &= C_p / 2 \omega_0, & r_s &= m F_0 / P_y \\ \tau &= \omega_0 t, & \mu &= x / x_y \\ q(\alpha, \beta, \mu, \tau') &= P(\alpha, \beta, \mu, \tau') / P_y \\ \eta &= \omega_f / \omega_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

これらを式 (1) に持ちこむと無次元化された運動方程式として次式を得る。

$$\frac{d^2 \mu}{d\tau^2} + 2 h_0 \frac{d\mu}{d\tau} + q(\alpha, \beta, \mu, \tau') = -r_s N\left(\frac{\eta\tau}{\omega_f}\right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 h_0 は減衰定数、 $q(\alpha, \beta, \mu, \tau')$ は無次元変位 μ と無次元復元力 q との履歴関係を与える無次元履歴特性、 τ は無次元時間、 r_s は入力地震波の r. m. s. (自乗平均平方根) と構造物の降伏強度との比である。

本研究においては無次元化された式 (3) における無次元変位応答 μ を対象として数値応答解析を進め、入力強度比 r_s 、振動数比 η 、履歴形状 α, β をパラメーターとして考察を加える。

(2) Bi-linear 系による模式表示

図-1 (a) に示した無次元変位 μ と無次元復元力 q との関係を示す無次元化座標において、降伏点は $\mu=q=1$ なる点であり、降伏前の剛度は 1 と一義的に表現される。従来よりの研究においては、まず同図 (b) に示した履歴特性の模式表示を実施し、その後これを無次元化するという手法がとられていたが、ここで用いた無次元化座標における模式表示法はより一般的、普遍的な解析を進める上で非常に有利となっていると考えられる。

Bi-linear 系における降伏後の剛度は、いわゆる弾塑性傾斜率を n とすると $(1-n)$ でもって同図 (a) のように示される。 n の各値に対応する履歴形状を図-2 に示

す。この図を見るまでもなく $n=1.0$ のときは完全弾塑性系を、 $n=0.0$ のときは線形系を表わしている。この Bi-linear 系は n という1個のパラメーターで線形系から完全弾塑性系までの表示が可能であり、しかもその各線分の方程式も当然簡単な線形で得られることから、数値積分における履歴制御も比較的容易に実施可能であるなどの利点を有しており、各種構造物の履歴復元力特性の模式表示法として、地震応答計算などにしばしば

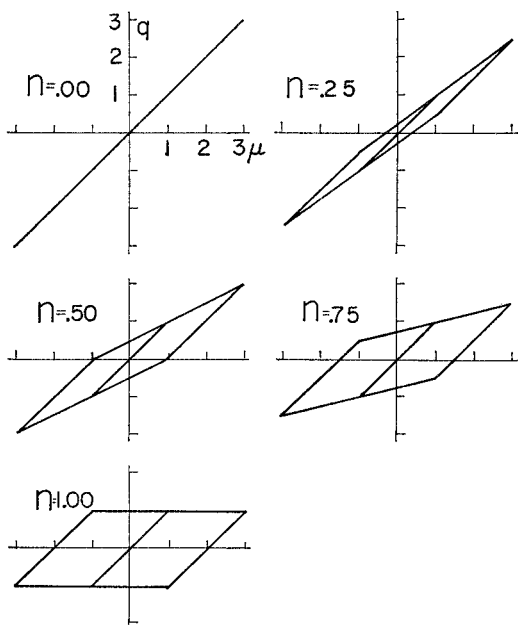
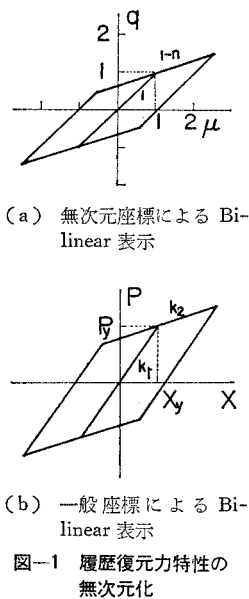


図-2 弾塑性傾斜率 n の変化による Bi-linear 系の形状変化採用されていることはよく知られている。

(3) 修正 Jennings 系による模式表示

Jennings 氏の提案した Jennings 系では履歴復元力曲線が無次元座標における降伏点 $\mu=q=1$ を通らないので、著者の1人と土岐、安藤、太田各氏がこの点に修正を加えた⁷⁾ものを修正 Jennings 系と呼ぶことにする。Bi-linear 系と比較するとその表示法はやや複雑であるが、変位の増大に伴って剛度が連続的に減少するこ

とは復元力特性についての実験結果等ともよく似かよっていることから、これはより精密な模式表示法であると考えられる。さらにパラメーター α, r の変化によりかなり広範囲の履歴形状を表現できることから(図-4 参照)、この表示法の応用範囲は非常に広いものと考えられる。一方この表示法の欠点は後述の式(4)より明らかなように、無次元復元力 q が無次元変位 μ の一価関数でないため、 μ より q を求めるには逐次近似の数値計算を行なわねばならないことである。図-3 に示した skeleton および各 branch の曲線の方程式は次式で示される。

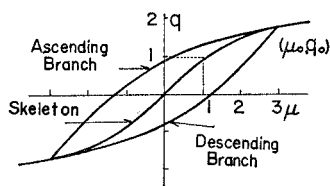


図-3 修正 Jennings 系の履歴特性

$$\left. \begin{aligned} \text{skeleton} : \mu &= \frac{1}{1+\alpha} \{q + \alpha q^r\} \\ \text{各 branch} : \frac{\mu - \mu_0}{2} &= \frac{1}{1+\alpha} \left\{ \frac{q - q_0}{2} + \alpha \left(\frac{q - q_0}{2} \right)^r \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 α は正、 r は正奇数の定数で、 (μ_0, q_0) は無次元相対速度 $d\mu/d\tau$ の変換点の符号付き座標である。図-4 には $\alpha=0.1$ と固定したときの r の各値に対する履歴形状を示した。 α の変化によっても履歴形状は異な

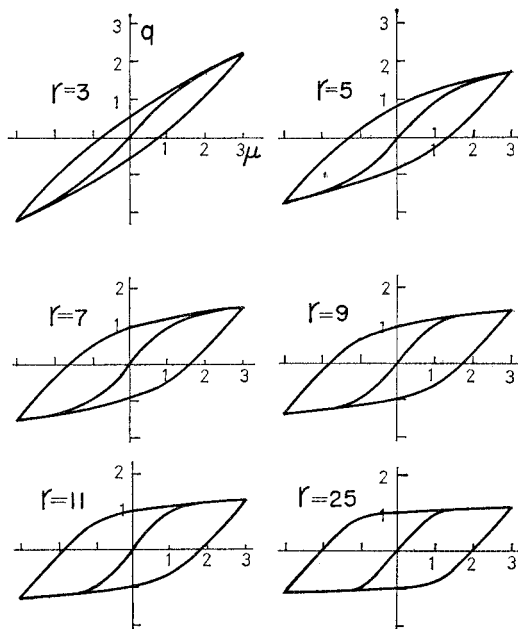


図-4 パラメーター r の変化による修正 Jennings 系の形状変化 ($\alpha=0.1$)

るが、 r によるほど広範囲ではないので本研究では α の変化を考えず、以後 $\alpha=0.1$ と固定して、 r による履歴形状の変化を対象として解析を進めることにする。

3. 数値計算法

履歴特性の模式表示を行なって式(3)の運動方程式の無次元変位 μ を数値積分により評価するわけであるが、ここではまず入力としての人工地震波形の発生方法について述べ、その後Bi-linear系および修正Jennings系の履歴特性の制御方法について述べる。

なおstep by stepの数値積分に当っては計算時間間隔を弾性固有周期の1/100とし、linear acceleration method(線形加速度法)を用いて加速度応答の相対誤差が1/10000以内に収まるように逐次近似を実施したが、計算上の誤差は実用上問題とならないことをサークルテストにより確かめた。

(1) 人工地震波の発生

数値積分により履歴系の一般的な応答特性を解析しようとする場合、不規則外力として実地震記録波形あるいは人工地震波形のどちらを用いるべきであるかという議論がよくなされる。実地震記録波形は実際に得られたデータであるという裏づけを有しており、一方人工地震波形はその周波数および強度特性を任意に変化させ得るという数値解析上の利点を有している。このようにそれぞれ一長一短があり両者をともに用いるのが現在のところ最も好ましいと考えられる。しかし本研究では履歴系の応答をより一般的、普遍的に取り扱っていくことをねらいとしていることから、入力波形としてはその確率統計的特性が明らかで、かつその動特性を比較的少ないパラメータで表示できる定常的な人工地震波形を採用することにした。

その発生方法はwhite noiseが入力として作用したときの線形1自由度系の相対速度応答を人工地震波の加速度波形とみなす篠塚・佐藤両氏の手法⁹⁾にしたがった。その理論的自己相関関数 $R_N(\tau)$ およびパワースペクトル密度 $S_N(\omega)$ は次式で与えられている。

$$\left. \begin{aligned} R_N(\tau) &= \frac{De^{-hf\omega_f\tau}}{4h_f\omega_f^2\sqrt{1-h_f^2}} \left\{ -h_f\omega_f \sin(\omega_f\sqrt{1-h_f^2}\tau) \right. \\ &\quad \left. + \omega_f\sqrt{1-h_f^2} \cos(\omega_f\sqrt{1-h_f^2}\tau) \right\} \\ S_N(\omega) &= \frac{D\omega^2}{(\omega_f^2-\omega^2)^2+4h_f^2\omega_f^2\omega^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 h_f は線形1自由度系の減衰定数、 ω_f は同じく固有円振動数で、本研究では参考文献8)より $h_f=0.299$ 、 $\omega_f=12.89$ rad/secを採用した。また D は無次元人工地震波 $N(t)$ の強度を決定する定数であるが、本

研究では $N(t)$ の分散値が1となるように $D=15.42$ rad/secとした。デジタル計算機内でのシミュレーションにあたっては、まずその振動数軸上の上限をデータ発生振動数の1/2とする疑似white noiseを著者の1人と土岐・秋吉氏の方法⁹⁾により発生させ、それを入力とした線形1自由度系の相対速度応答を数値計算し、線形1自由度系の固有周期の約10倍の継続時間経過後のデータを定常人工地震波形として採用し、カードパンチ出力として取り出した。図-5には発生させた疑似white

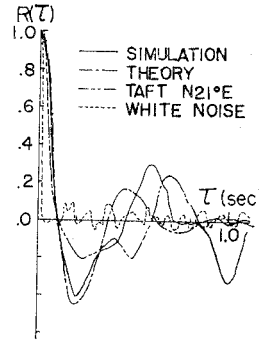


図-5 各種自己相関関数

noise, 人工地震波形, Taft地震N21°E加速度成分および理論解よりの各自自己相関関数を示した。疑似white noiseは他のものと比較して、white noiseの理論解であるディラックの δ 関数に近い形状を示している。発生させた人工地震波をスペクトル解析した結果は、理論解とその第1ピークがよく一致しているが、遅延時間 τ が増大するにつれての減衰的な傾向は理論解よりややゆるやかになっている。

図-6には得られた人工地震波形の一例を時間軸上で示した。

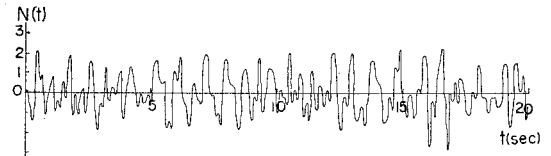


図-6 人工地震波形の一部

(2) Bi-linear系の履歴制御法

Bi-linear系の履歴制御法はすでによく知られているが、(3)における修正Jennings系の履歴制御法と比較するため簡単にその要点を述べる。

a) 速度制御

図-7のB, E两点においては無次元相対速度応答 $d\mu/d\tau$ がゼロとなる点であるから、逐次積分のある計算stepにおいては速度符号が変化したときにはTaylor展開の第1項目の近似によりその時刻および座標を決定し、塑性域から弾性域への剛度の変換を実施してつぎのstepの計算に入る。

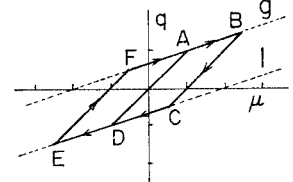


図-7 Bi-linear系の履歴制御法

b) 変位制御

図-7のA, C, D, Fの各点は弾性域から塑性域への剛度の変換点であり、その境界変位はあらかじめ直前の速度 $d\mu/d\tau$ の変換点の座標より決定されているから、応答変位 μ がこれを越えた時には Taylor 展開の第1項目の近似によりその時刻を決定して、弾性域から塑性域への変換を実施してつぎの step の計算に移る。

ところでこの境界変位による制御法は数値計算の便宜上実施されているもので、地震時における構造物の履歴特性は変位による拘束をなんら受けないと考えるのが妥当であることより、実際には図-7に示した g, l という復元力の上界および下界を決定する直線により復元力が制御されているとみなすほうが合理的であろう。

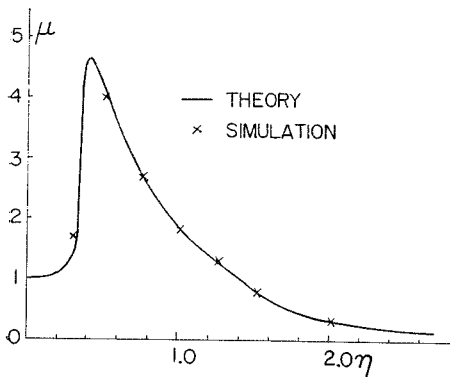


図-8 Elasto-plastic 系の理論共振曲線とシミュレーション値 ($h_0=0.0$)

図-8には Elasto-plastic 系 ($n=1.0$) を対象として、降伏強度と等しい定常調和波入力が作用した場合の周波数特性を検討するため、T.K. Caughey 氏が slowly varying parameter method (振幅位相徐変化の方法) を用いて求めた理論共振曲線¹⁰⁾と、本研究で対象としている数値解析による結果をあわせて示したが、ともに soft spring 形の共振特性を示し、お互いの値もよく一致していることから、両解法の妥当性が立証されているとみなしてよからう。

(3) 修正 Jennings 系の履歴制御法

修正 Jennings 系においては Bi-linear 系で示した境界変位を設定できないので、復元力による制御を実施しなければならないが、制御を行なう上界曲線、下界曲線

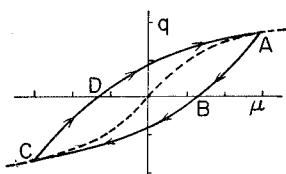


図-9 修正 Jennings 系の履歴制御法

が履歴の時間的変化とともに異なるので数値計算が若干複雑となる。ここでは Jennings 氏の提唱した処女上・下界曲線を利用した修正 Jennings 系の履歴制御の方法について述べる。

なお式 (4) なる関係を用いて μ より q を求めるには q に関する r 次方程式を解かねばならないが、これには Newton の逐次近似解法を用いその相対誤差が $1/1000$ 以内に収まるように計算した。

a) 速度制御

図-9のA, C 两点においては速度応答 $d\mu/d\tau$ がゼロとなるから、Bi-linear 系と同様の手法で skeleton あるいは branch からつぎの branch への変換を実施してつぎの step の計算に移る。

b) 復元力制御

図-9における $A \rightarrow B \rightarrow C$ あるいは $C \rightarrow D \rightarrow A$ の履歴過程では復元力による制御を実施する必要があるが、このための処女上界曲線、処女下界曲線をつぎのように定義する。

処女上界曲線は図-10に示すように、過去の履歴における ascending branch のうちで μ 軸上の切片 μ_{ui} が最小のものおよび skeleton との交点 A, B より外側の skeleton とで決定される。

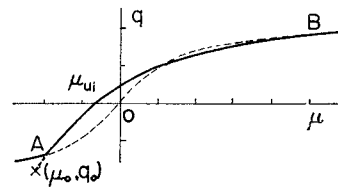


図-10 処女上界曲線

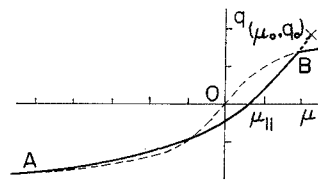


図-11 処女下界曲線

処女下界曲線は図-11に示すように過去の履歴における descending branch のうちで μ 軸上の切片 μ_{li} が最大のものおよび skeleton との交点 A, B より外側の skeleton とで決定される。

しかるのち図-9の $C \rightarrow D \rightarrow A$ なる ascending branch の過程では数値計算の各 step において、復元力が処女上界曲線を上方に横切らないかのチェックを行なう。もし横切った場合には境界を与える復元力をその直前の step における処女上界曲線の値として近似的に採用し、復元力の増分に関する Taylor 展開の第1項目による近

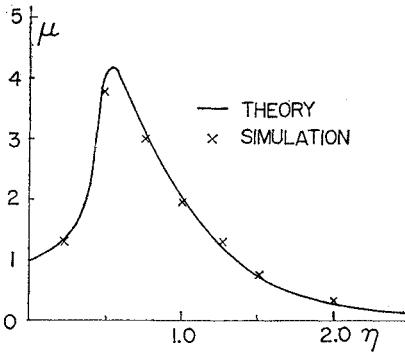
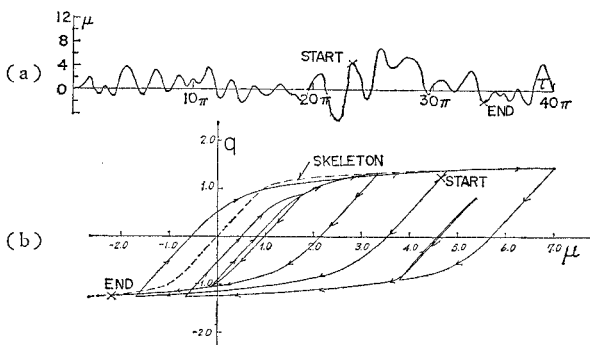


図-12 修正 Jennings 系の理論共振曲線とシミュレーション値 ($h_0=0.0, \alpha=0.1, r=9$)

似を実施してその時刻を決定し、ascending branch から処女上界曲線への復元力の変換を実施してつぎの step の計算に進む。また A→B→C なる descending branch の過程では復元力が処女下界曲線を下方に横切らないかのチェックを行ない、横切った時には ascending branch の場合と同様の手法で descending branch から処女下界曲線への変換を実施する。この処女上・下界曲線による復元力制御法は、形状の異なる他のどんな履歴特性の制御にも応用できる非常に有力な手法であると考えられる。

図-12 には、 $\alpha=0.1, r=9$ なる修正 Jennings 系を対象として、降伏強度に等しい定常調和波入力がかかった場合の周波数特性を検討するため、slowly varying parameter method による理論共振曲線と、本研究で対象としている数値解析による結果をあわせて示したが、Elasto-plastic 系と同様に soft spring 形の共振特性で、その値もかなりよく一致していることから、両解法の精度もほぼ満足できるものといえよう。

図-13 (a) には $\alpha=0.1, r=11$ なるかなり非線形特性の大きな修正 Jennings 系に人工地震波が作用したときの応答変位を、さらに同図 (b) には応答履歴の一例を



(a) 応答変位 (b) 応答履歴の一部

図-13 修正 Jennings 系の人工地震波による応答例 ($h_0=0.05, \alpha=0.1, r=11, r_s=1.0, \eta=1.0$)

示した。この図より復元力による履歴制御がうまく実施できていることがわかる。

4. 塑性変形に関する考察

(1) 移動平均による塑性変形量の評価

応答変位の振動中立軸がふらついたりあるいは一方向に流動したりする現象、すなわち振動開始前の静的つり合い状態 $\mu=0$ からどれほど移動したかを評価するためには、塑性変形を生じたと考えられる区間の変位の平均値を取り出し、その値を移動量と考えればよいものと思われる。本研究においては次式で与えられる移動平均値 $\mu_{av}(\tau)$ を利用して、強震時における構造物の塑性変形を定義することを考える。

$$\mu_{av}(\tau, T_l) = \begin{cases} \frac{1}{T_l} \int_0^{\tau+\frac{T_l}{2}} \mu(\tau) d\tau; & \tau \leq \frac{T_l}{2} \\ \frac{1}{T_l} \int_{\tau-\frac{T_l}{2}}^{\tau+\frac{T_l}{2}} \mu(\tau) d\tau; & \frac{T_l}{2} \leq \tau \leq T_m - \frac{T_l}{2} \\ \frac{1}{T_m - \tau - \frac{T_l}{2}} \int_{\tau-\frac{T_l}{2}}^{T_m} \mu(\tau) d\tau; & T_m - \frac{T_l}{2} \leq \tau \leq T_m \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 T_l は平滑周期、 T_m は入力の継続時間で本研究においては $T_m=60\pi$ と構造物の弾性固有周期 2π の 30 倍を採用した。上式で定義される塑性変形 $\mu_{av}(\tau)$ は平均をとる区間 T_l によって当然異なった値となる。 T_l をあまり小さくすると局所的変動すなわち弾性的な振動成分を塑性変形量として大きく評価することになり、またこの区間をあまり大きくしすぎても応答量の単なる平均値に終わってしまう危険性がある。したがって T_l をどの程度の値に選ぶかはこの解析の基本であると考えられる。図-14 には $h_0=0.05$ なる線形振動系に $\eta=1.0, r_s=1.0$ なる人工地震波が作用したときの応答変位 $\mu(\tau)$ および T_l を線形系の固有周期 2π の 1, 2, 4, 6 倍とした場合の移動平均 $\mu_{av}(\tau, T_l)$ をそれぞれ示したが、これによると T_l を 8π にまでとると弾性的振動成分は消去されて移動平均値はほぼゼロに近づくことが認められる。この結果 T_l を 8π としたときの移動平均値は弾性的振動成分が消去された振動中立軸そのものの移動量を示し得ると考えてもよさそうである。また 図-15 には 図-14 と同じ入力が $h_0=0.05, n=1.0$ すなわち Elasto-plastic 系に作用したときの応答変位および移動平均を示した。応答変位を見るとその振動中立軸が一方向に流れており、これより Elasto-plastic 系はそ

の履歴が不安定な振動系であるといえる。同図に示した移動平均により塑性変形の現象を入力継続時間軸上で定量的に評価できると考えられる。さらに 図-16 には同じ入力 $h_0=0.05, \alpha=0.1, r=11$ なる修正 Jennings

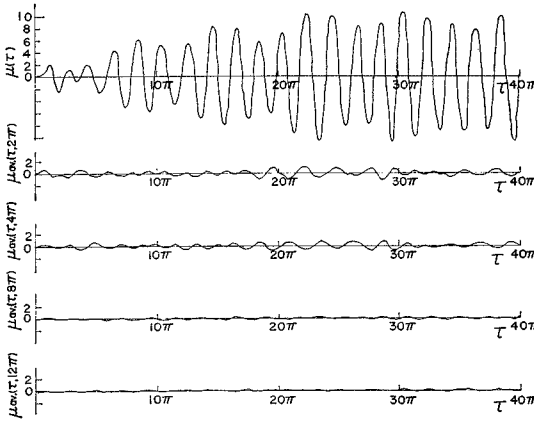


図-14 線形系の応答変位と移動平均 ($h_0=0.05, r_s=1.0, \eta=1.0$)

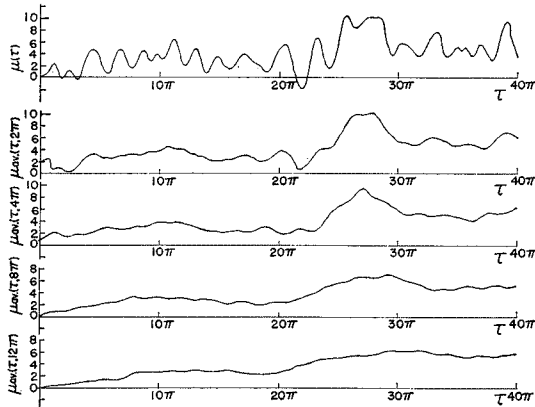


図-15 Elasto-plastic 系の応答変位と移動平均 ($h_0=0.05, n=1.0, r_s=1.0, \eta=1.0$)

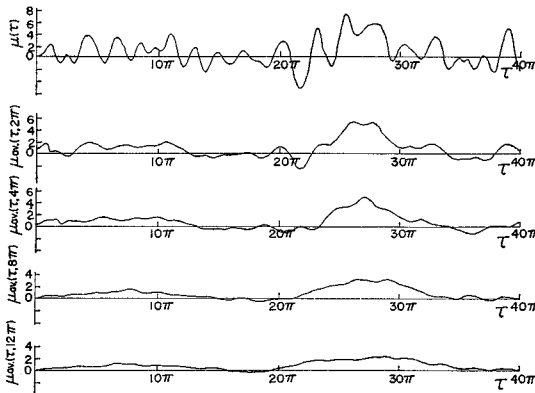


図-16 修正 Jennings 系の応答変位と移動平均 ($\alpha=0.1, r=11, h_0=0.05, r_s=1.0, \eta=1.0$)

系に作用したときの応答を示した。この履歴系も Elasto-plastic 系と同様にかなりその履歴が不安定な振動系であることが同図の移動平均より明らかである。

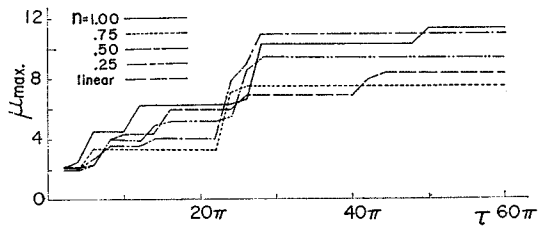
以上 図-14, 15, 16 において示した数値計算結果より、応答変位の塑性変形量を評価するうえで移動平均をとる平滑周期 T_i としては、弾性的であると思われる振動成分を除去できてしかもあまり長くなりすぎないのが望ましいので、弾性固有周期 2π の4倍すなわち 8π 程度が妥当であると考えられる。したがって以後の解析においては T_i として 8π を採用したときの移動平均 μ_{av} を塑性変形 μ_p とみなし、次式のように書き表わす。

$$\mu_p(\tau) = \mu_{av}(\tau, 8\pi) \dots \dots \dots (7)$$

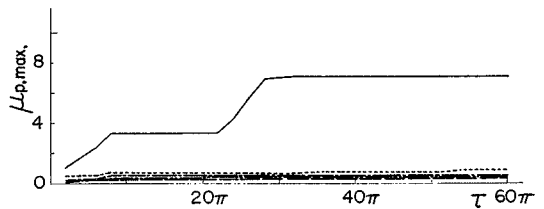
さて以上の手法により強震時における構造物の塑性変形量を入力継続時間軸上で定量的に評価することが可能となるが、耐震工学的立場からは塑性変形の生ずる方向およびその絶対値が関心の対象となる。まず塑性変形の漸増して行く方向に関する問題であるが、本研究においてはこの分野の解析の第1段階として原点に関して対称な履歴特性を仮定しているので考察の対象とはしなかったが、今後この方面の考究を進めたいと考えている。つぎに塑性変形の絶対量であるが、本研究ではその最大値が耐震工学上より重要であることより、塑性変形の絶対最大値が入力継続時間の増加とともにどのように増加するかを構造物の履歴形状、入力の強度およびスペクトル特性を示す定数をパラメーターにとって考察を進めた。

(2) 履歴形状よりの考察

履歴形状を決定するパラメーターは Bi-linear 系では n 、修正 Jennings 系では α および r であるが本解析



(a) 絶対最大応答



(b) 絶対最大塑性変形

図-17 Bi-linear 系の弾塑性傾斜率 n の変化による応答特性 ($h_0=0.05, r_s=1.0, \eta=1.0$)

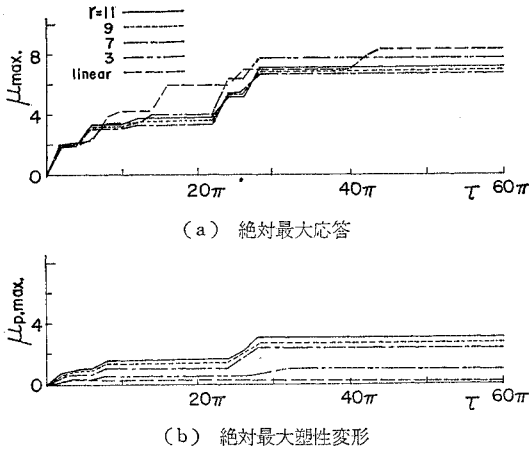


図-18 修正 Jennings 系のパラメーター r の変化による応答特性 ($h_0=0.05$, $\alpha=0.1$, $r_0=1.0$, $\eta=1.0$)

においては α を 0.1 と固定しているので r のみである。このパラメーター n, r の変化による絶対最大応答値 μ_{\max} および塑性変形量 μ_p の絶対最大値 $\mu_{p,\max}$ の無次元時間軸に対する変動傾向を示したのが 図-17, 18 である。これらの図においては弾性固有周期 2π 区間ごとに絶対最大値を求め、ある無次元時刻以前の値をその時刻における絶対最大値として示してある。したがって入力継続時間の増加とともに絶対最大値がどのように増大するかを知るうえで都合のよい図となっている。図-17 (a) には $h_0=0.05$ なる Bi-linear 系に $\eta=1.0$, $r_0=1.0$ なる人工地震波が作用したときの弾塑性傾斜率 n の変化による絶対最大応答 μ_{\max} を、同図 (b) には絶対最大塑性変形 $\mu_{p,\max}$ をそれぞれ示した。同図 (a) の μ_{\max} においてはパラメーター n に関する定性的な傾向を見いだせないが、 $n=0.75$ 以外の Bi-linear 系は線形系よりも大きな値を示している。また継続時間 τ の増加による μ_{\max} の変化は入力波形の特性に左右されるであろうが、本研究に用いた人工地震波入力の場合は $\tau=20\pi$ をすぎてもなお増大の傾向にあり、従来より棚橋・小堀両教授らの主張である、履歴系への入力は履歴特性による減衰効果が大きいので、継続時間の短い矩形 1~2 波でよい、とする考え方には疑問が持たれる。つまり入力地震動の継続時間は構造物の破壊の程度を決定する重要な要素であって、この影響を無視しては構造物の破壊過程を追及し得ないものと考えられる。同図 (b) には $\mu_{p,\max}$ を示したが、一見して明らかのように Elasto-plastic 系の絶対最大塑性変形が他の Bi-linear 系と比較してけたがいに大きいことがわかる。これは Elasto-plastic 系が $n \leq 0.75$ なる Bi-linear 系に比べてその中立軸が非常に流動しやすい、いわばその履歴が不安定な振動系であることを明確に示している。すなわち履歴が不安定となる現象は、降伏後の剛度が著しく小さい

かあるいはゼロなる場合に発生すると考えられ、その応答変位の確率統計量は線形系のそれとまったく異なったものになることが推測される。

図-18 には修正 Jennings 系のパラメーター r による μ_{\max} , $\mu_{p,\max}$ の変動傾向を図示した。ただし、 h_0, η, r_0 は前図と同じ値である。同図 (a) の μ_{\max} においてはそのほとんどが線形系の絶対最大応答よりも小さな値を示しており、Bi-linear 系とは異なった傾向である。これより r に関する定性的な特性は見いだせないが、継続時間軸上の変化は Bi-linear 系とはほぼ同様で 20π をすぎてもなお増大している。同図 (b) に示した $\mu_{p,\max}$ は r が大きくなるほど大きな値を示している。これは修正 Jennings 系において r が大きくなると、その履歴形状が非線形性の大きな完全弾塑性系に近づく結果、その履歴が不安定となるためであると考えられる。 $\mu_{p,\max}$ の増大は r の値にほぼ比例しており、Bi-linear 系における n のような履歴の安定、不安定を明確に区分するパラメーターの領域は見当たらない。 $r=3$ なる最も線形系に近い履歴特性の場合でも約 1.0 程度の塑性変形を生じていることより、修正 Jennings 系は r がどんな値であっても $n \leq 0.75$ なる Bi-linear 系と比較してその履歴特性が不安定なモード表示法であるといえる。これは Bi-linear 系の降伏後の剛度が一定であるのに反して、修正 Jennings 系では降伏後の剛度が変位の増大とともに連続的に減少する結果であると考えられる。

(3) 入力強度よりの考察

入力人工地震波の r.m.s. 強度と構造物の降伏強度との比を示す定数 r_0 をパラメーターとして、 μ_{\max} , $\mu_{p,\max}$ の変動傾向を図-19, 20 に示した。図-19 には、 $h_0=0.05$, $n=1.0$ なる Elasto-plastic 系を対象として、前

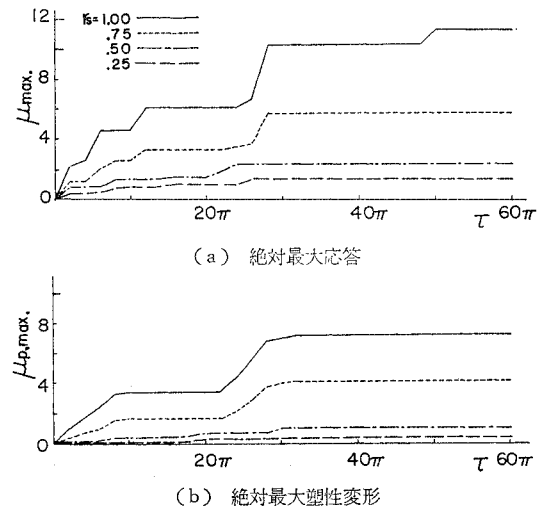


図-19 Elasto-plastic 系の強度比 r_0 の変化による応答特性 ($h_0=0.05$, $n=1.0$, $\eta=1.0$)

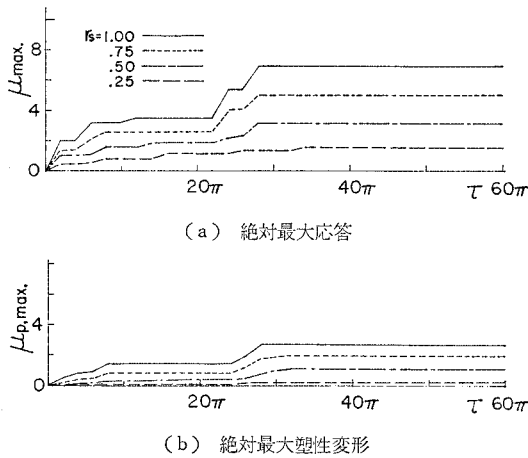


図-20 修正 Jennings 系の強度比 r_s の変化による応答特性 ($h_0=0.05, \alpha=0.1, \eta=1.0$)

図と同様の $\eta=1.0$ なる人工地震波の r.m.s. 強度を変化させた場合の計算結果を示したが、これによると $r_s \geq 0.5$ の範囲では μ_{max} , $\mu_{p,max}$ とともに r_s の増大にほぼ正比例して増大しており、継続時間軸上のそれぞれの増加傾向もほぼ相似形である。このことより Elasto-plastic 系は入力強度がかなり小さくともその履歴が不安定な振動系であるといえる。しかし $r_s=0.25$ の場合には μ_{max} が無次元降伏変位 1 をわずかに越える程度であるので、 $\mu_{p,max}$ も線形系のそれとほとんど等しい安定な履歴となっている。図-17, 19 を比較することにより、Bi-linear 系における塑性変形の発生は入力強度を示す定数 r_s によるよりも履歴の形状を示す定数 n にまず大きく支配され、その絶対最大値は r_s に比例して増大するということができよう。

図-20 には $h_0=0.05, \alpha=0.1, r=9$ なる修正 Jennings 系を対象として前図と同様に入力強度による μ_{max} , $\mu_{p,max}$ の変動傾向を示した。修正 Jennings 系においても前図の Bi-linear 系と同じく μ_{max} および $\mu_{p,max}$ は r_s にほぼ正比例しており、継続時間軸上の増加傾向もほぼ相似形である。図-18, 20 の両図を比較することにより、修正 Jennings 系の塑性変形の発生は、入力強度を示す定数 r_s および履歴形状を示す定数 r に同時に支配され、履歴の安定性を論ずるには r_s および r の両者の数値的検討を実施しなければならないものと考えられる。

以上 図-17~20 の数値計算例により、塑性変形量は履歴の形状および入力強度に左右されることが数値的に明らかになったが、本研究におけるこの結果はまず最初に履歴特性の模式表示を行ない、しかるのち数値計算を実施して得られたもので、最初に仮定した履歴特性が外力のどのような周波数、強度に対しても共通のものであるかどうかという点は模式表示の段階におい

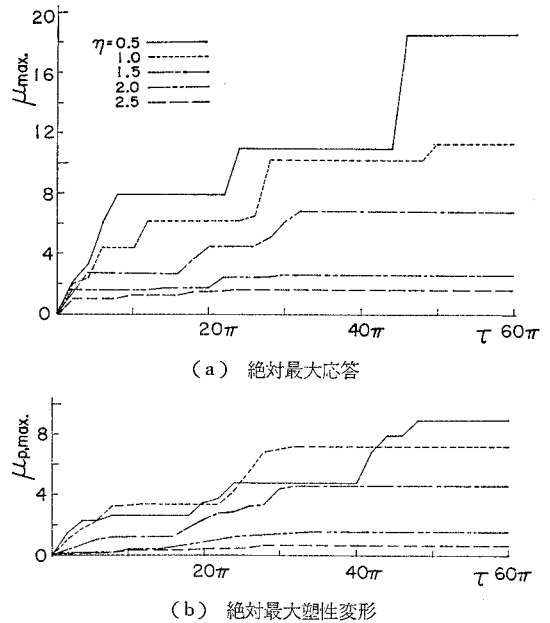


図-21 Elasto-plastic 系の振動数比 η の変化による応答特性 ($h_0=0.05, n=1.0, r_s=1.0$)

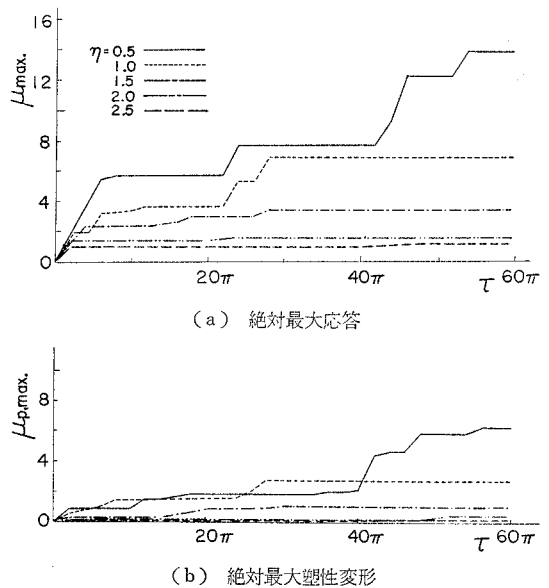


図-22 修正 Jennings 系の振動数比 η の変化による応答特性 ($h_0=0.05, \alpha=0.1, r=9, r_s=1.0$)

て議論の余地のあるところであり、今後の実験的研究に待つべきであると考えられる。

(4) 振動数比よりの考察

ここでは入力-構造物系の周波数特性を検討するため、人工地震波の卓越円振動数 ω_f と構造物の弾性固有円振動数 ω_0 との比 η の変化による μ_{max} , $\mu_{p,max}$ の変動を数値計算により求め 図-21, 22 に示した。まず 図-21

には $h_0=0.05$, $n=1.0$ なる Elasto-plastic 系に $r_s=1.0$ なる強度の人工地震波が入力として作用したときの η の変化による応答特性を示したが、これより $\eta=0.5$ ($\eta=\omega_f/\omega_0=T_0/T_f$) すなわちその弾性固有周期 T_0 が人工地震波の卓越周期 T_f の 1/2 程度に比較的短い構造物（以後これを短周期構造物と呼ぶ）は継続時間 τ の増加とともに $\mu_{p,max}$ の増大が著しく、したがってその μ_{max} も非常に大きくなっていることがわかる。これとは反対に $\eta \geq 1.5$ であるその弾性固有周期 T_0 が人工地震波の卓越周期 T_f の 1.5 倍以上という比較的長い構造物（以後これを長周期構造物と呼ぶ）は短周期構造物ほど継続時間の影響を受けず、 μ_{max} , $\mu_{p,max}$ ともに比較的小さな値を示している。これより短周期構造物の履歴は非常に不安定で継続時間 τ の増加とともに塑性変形が一方向に累加される進行的な破壊過程を示すのに反して、長周期構造物の履歴は比較的安定であり継続時間による塑性変形の増大は起こりにくいと考えられる。

図-22 には $\alpha=0.1$, $r=9$ なる修正 Jennings 系に前図と同様の入力が入力作用したときの η による応答特性を示した。これより μ_{max} , $\mu_{p,max}$ ともに前図の Elasto-plastic 系よりも小さくなっているが、 η の変化による継続時間軸上の応答傾向はほぼ同様である。つまり履歴形状は多少異なっても η の変化による応答特性は共通であり、短周期構造物と長周期構造物とは継続時間軸上の破壊過程が非常に異質のものであるといえよう。

この原因を入力-構造物-応答に関するスペクトル解析の立場より検討するとつぎのように考えられる。本解析において用いた履歴特性はすべて降伏後の剛度が降伏前のそれより減少するいわゆる soft spring 形であるから、図-8, 12 においても示したように構造物の応答が塑性域におよぶとその共振周期は当然増大する。したがって短周期構造物においては降伏点を越えた振動によりその周波数応答関数が入力地震動の卓越周期 T_f に近づく方向に移動し、より振動しやすくなる結果履歴が不安定となり、継続時間軸上で進行的な破壊過程を示すものと考えられる。一方これとは反対に長周期構造物においてはその周波数応答関数が入力の卓越周期 T_f から遠ざかる方向に移動し、より共振しにくくなる結果、履歴特性も安定となり進行的な破壊過程を示さないものと考えられる。このように履歴特性を考慮した応答解析においても入力-構造物系の周波数特性は明瞭に現われており、履歴特性による減衰効果の増大のために入力地震動との共振は考慮しなくてよい、とする考え方は再検討されねばならないであろう。いずれにしても短周期構造物はその応答が塑性域におよぶと、入力地震動の繰り返し回数の影響を大きく受けて進行的な破壊過程を示すと推測されるので、とくに耐震工学上の配慮が必要であることを

強調したい。

5. 結 論

本研究により得られた成果を要約すればつぎのように結論することができよう。

(1) 履歴復元力特性を無次元化した変位-復元力の関係を示す無次元化座標で模式表示した結果、パラメータの種類が減少し、形状の異なる履歴系の応答特性をより一般的、普遍的に数値解析することができた。

(2) 応答変位の振動中立軸が振動中に一方向に流れたりあるいはふらついたりする現象を、弾性的な振動成分と塑性変形とに区分してとらえ、その平滑周期を構造物の弾性固有周期の 4 倍程度とした移動平均で塑性変形を評価できることを示した。この値は履歴の安定性および構造物の破壊過程を説明する耐震工学上非常に重要なパラメータの一つであると考えられる。

(3) 履歴形状よりの考察の結果、Bi-linear 系では弾塑性傾斜率 n が 1.0 すなわち Elasto-plastic 系の履歴は非常に不安定であるが、 $n \leq 0.75$ なる場合には塑性変形もごくわずかでその履歴はほぼ安定であることがわかった。

(4) 修正 Jennings 系ではパラメータ r の増大にほぼ比例してその履歴の不安定性が増大し、 $r=3$ なる最も線形系に近い場合でもかなりの塑性変形を生ずることより、修正 Jennings 系は Bi-linear 系と比較してより不安定な履歴特性を表示しているといえる。

(5) 入力強度よりの考察の結果、Elasto-plastic 系と $\alpha=0.1$, $r=9$ なる修正 Jennings 系の両振動系において、塑性変形量は入力地震動の r.m.s. 強度と降伏強度との比 r_s にほぼ比例して増し、継続時間軸上の増加傾向もほぼ相似であることがわかった。

(6) 振動数比よりの考察の結果、(5) と同様の両履歴系において外力の卓越周期よりもその弾性固有周期が比較的短い短周期構造物は、その弾性固有周期の比較的長い長周期構造物と継続時間軸上での応答特性が大きく異なり、入力地震波の繰り返しにより履歴が不安定となる結果、進行的な破壊過程を示すことがわかった。

(7) (3)~(6) の考察はすべて入力の継続時間軸上で実施したが、履歴特性を考慮した構造物の応答解析においても継続時間の影響は大きく、とくに降伏後の剛度が小さくてその弾性固有周期の比較的短い構造物においてその効果は著しいといえる。

本研究では、強震時における構造物の塑性変形量を移動平均の手法により入力の継続時間軸上で定量的に評価し、入力地震動および構造物の両面から検討を加えた。その結果、履歴の安定性および構造物の破壊過程を追求

していくうえで有力な解析手法を示し得たものと考えている。ただし本文中にも述べたように、応答解析にあたっては履歴特性を単に模式表示するにとどまったが、今後は大型振動台などを用いた模型実験、その他により、構造部材や支持地盤を含めた構造物全体の履歴特性を破壊に至るまでの全過程を通して明らかにしていく必要がある、その方面の研究も実施する計画である。

終りに臨み、本研究の全般に十分な討議と有益なご助言を与えられた京都大学 亀田弘行助教授に深謝するとともに、本文中のシミュレーションはすべて京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 によったことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 棚橋 諒・小堀鐸二：地震による構造物の非線型振動序説，建築学会論文報告集，第51号，1955，pp. 50~60.
- 2) P.C. Jennings：Periodic Response of a General Yielding Structure, Proc. A.S.C.E., EM 2, April 1964, pp. 131~166.
- 3) P.C. Jennings：Earthquake Response of a Yielding Structure, Proc. A.S.C.E., EM 4, Aug. 1965, pp. 41

~68.

- 4) J. Penzien and S.C. Liu：Nondeterministic Analysis of Nonlinear Structures Subjected to Earthquake Excitation, Proc. IV W.C.E.E. 1969, A 1, pp. 114~129.
- 5) S.C. Liu：Earthquake Response Statistics of Nonlinear Systems, Proc. A.S.C.E., EM 2, April 1969, pp. 397~419.
- 6) 伯野元彦・四俣正俊・原 司：計算機により制御された，はりの動的破壊実験，土木学会論文報告集，第171号，1969，11，pp. 1~9.
- 7) 後藤尚男・土岐憲三・安藤嘉茂・太田昭宏：土-基礎系の動的復元力特性について，昭和45年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，1968，5，I-15.
- 8) M. Shinozuka and Y. Sato：Simulation of Nonstationary Randon Process, Proc. A.S.C.E., EM 1, Feb. 1967, pp. 11~40.
- 9) 後藤尚男・土岐憲三・秋吉 卓：電子計算機による耐震設計用の人工地震波に関する研究，日本地震工学シンポジウム(1966)講演集，1966，pp. 25~30.
- 10) T.K. Caughey：Sinusoidal Excitation of a System with Bi-linear Hysteresis, Journal of App. Mech., Vol. 27, Dec. 1960, pp. 640~643.

(1970.7.4・受付)