

主塔基礎工のロッキングを考慮した長大つり 橋主塔の地震応答について

INFLUENCE OF ROCKING MOTION OF TOWER PIERS ON THE
EARTHQUAKE RESPONSE OF LONG SPAN SUSPENSION BRIDGE TOWERS.

高岡 宣善*・佐藤 猶治**
By Nobuyoshi Takaoka and Yuhji Sato

1. ま え が き

著者の一人は先に長大つり橋の主塔の耐震設計法に關して、主塔シャフトの基部が基礎地盤に固定されている場合（以下これを「固定の場合」と呼ぶ）の計算法を示した¹⁾。その後この研究は主塔シャフトが主塔基礎工（tower pier）上に載っており、その基礎工が地震動の作用を受けて水平運動のほかさらに回転運動も行なう場合（以下これを「回転の場合」と呼ぶ）へとすすめられ、すでに、その研究成果の一部が京都大学の小西一郎教授を中心とする研究グループによって発表されている^{2),3),4)}。著者の一人はこの研究グループに属し、上述の問題に關する研究に關与してきたので、いままでに発表された論文の補足をかねて、以下において主塔基礎工のロッキングを考慮した場合の長大つり橋主塔の地震応答について若干の考察を述べてみたい。

文献1)に述べてある理由により、われわれは長大つり橋系の中から主塔シャフトと主塔基礎工のみを取り出し、この両構造部分が行なう連成振動現象を考察の対象とする。この場合、主塔シャフトは水平方向の曲げ振動のみを行ない、一方主塔基礎工は水平運動およびその回転中心⁵⁾のまわりのロッキングを行なうものと仮定する。主塔シャフトはその基部において主塔基礎工に固定されているという連続条件から、主塔シャフトと主塔基礎工は連成振動を行なうことになる。

本文の計算例においては、文献1),3),4)で用いられているのと同じの数値を用いて行なった計算結果が示される。ただし、上述の各文献では強制力（入力）として地震動加速度を用い、また主塔シャフトの変位として主塔基部に対する相対変位を用いているのに反して、本文においては入力として地震動変位 $Z(t)$ を用い、また主塔シャフトの水平方向変位として絶対変位 $z_i(t)$ を用

いた場合について主として述べる。入力として地震動変位を用いた理由は、そうすることにより動的応答のみならず静的応答をも容易に算定しうるからであり、逆にまた、その静的応答は動的応答を評価する際の有力な参考資料となるからである^{6),7)}。

図-1および表-1に、計算例に用いた主塔シャフトの諸元を示す。これらの数値は論文1),3),4)で用いたのと同じである。主塔基礎工はコンクリート製の直方体でその寸法は橋軸方向の幅 $A=45$ m、高さ $B=100$ m、橋軸直角方向の奥行き $C=60$ m、根入れ長さ $D=50$ m である。したがってコンクリートの単位体積重量を $\gamma=2.3$ t/m³ とすると、主塔基礎工の質量 m は

$$m = (\gamma/g) \cdot A \cdot B \cdot C = 63.367 \times 10^3 \text{ tm}^{-1} \text{ sec}^2$$

となり、また重心点 G に関する慣性モーメント J_G は

$$J_G = \frac{1}{12} m_i (A^2 + B^2) = 63.504 \times 10^6 \text{ t m sec}^2$$

となる。基礎地盤のばね定数 k_v および k_h としては、

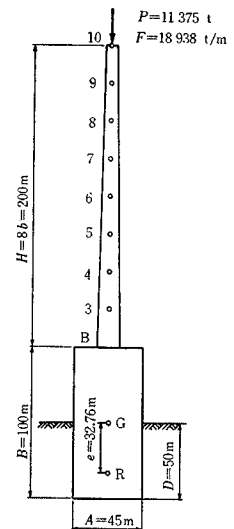


図-1 計算例に用いた主塔の主要寸法

表-1 主塔シャフトの諸元

分割点 i	分割点重量 W_i (ton)	断面2次モーメント I_i (m ⁴)	断面係数 G_i (m ²)
10	171	3.75	1.500
9	455	6.65	2.309
8	585	10.99	3.382
7	731	17.15	4.725
6	893	25.60	6.400
5	1071	36.85	8.413
4	1266	51.44	10.830
3	1476	70.00	13.645
B	852	93.17	16.940

* 正会員 工修 関西大学助教授 工学部土木工学教室

** 正会員 関西大学副手 工学部土木工学教室

表-2 基礎地盤のばね定数

組	回転ばね定数 k_r (t/m)	水平ばね定数 k_h (t/m)	備考 (kg/cm ²)
I	136.688×10^6	87.00×10^6	$K_v = 30; K_k = K_{hv} = 10$
II	250.594×10^6	82.65×10^6	$K_v = 55; K_h = K_{hv} = 9.5$
III	36.450×10^6	69.60×10^6	$K_v = 8; K_h = K_{hv} = 8$

表-2 に示す3組の値を用いた。これらの数値は表-2 の備考欄に記入した地盤係数にほぼ対応するものである (K_h : 水平地盤係数, K_v : 鉛直地盤係数, K_{hv} : 基礎工底面の水平方向摩擦係数)。これらの各地盤係数に対応して偏心量 e も変化するはずであるが、ここでは3組のばね定数について同一の値 $e=32.76$ m を用いた。

2. 静的たわみ

図-2(a), (b), (c) は主塔基礎工が静的に $Z=1$ m だ

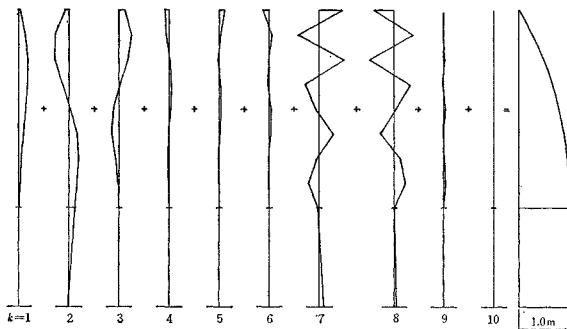


図-2(a) 第 I 組のばね定数に対する静的たわみ

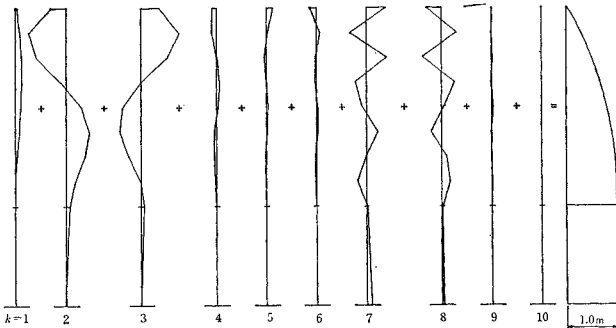


図-2(b) 第 II 組のばね定数に対する静的たわみ

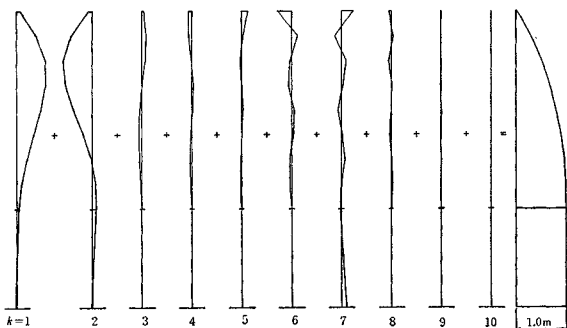


図-2(c) 第 III 組のばね定数に対する静的たわみ

表-3 固有振動周期の比較

振動次数 k	固有周期 T_k (sec)			主塔シャフト基部 固定の場合の T_k (sec)
	ばね定数の組			
	I	II	III	
1	1.298	1.294	1.385	1.286
2	0.6354	0.4975	1.129	—
3	0.4661	0.4501	0.4685	0.4706
4	0.2597	0.2596	0.2598	0.2595
5	0.1793	0.1793	0.1793	0.1781
6	0.1408	0.1408	0.1408	0.1398
7	0.1159	0.1166	0.1308	—
8	0.1139	0.1140	0.1143	0.1142
9	0.0926	0.0925	0.0926	0.0925
10	0.0737	0.0737	0.0737	0.0737

け水平移動した場合の主塔の変形を示したものである。図をみやすくするために、たわみ z_i の縮尺は z_i を形成する各 modal response の縮尺の 10 倍にとっている。これらの図において、振動型 (mode) が接近する振動次数 (たとえば図-2(a) では $k=2$ と 3, および $k=7$ と 8) における modal response は、その他の振動次数の modal response にくらべて非常に大きく、かつ各分割点において互いに異なった符号を有している。さらにまた、——「固定の場合」には高次振動の modal response を無視し得たのに反して——「回転の場合」には高次振動のうちの互いに接近する振動型の modal response を無視できないことをこの図は示している。

3. 固有振動数の分布

図-3 および表-3 は主塔基礎工の回転を考慮した場合の振動系の固有円振動数および固有周期を示したものである。この図および表には参考のために「固定の場合」の各値も記入されている。この表から、「回転の場合」には、「固定の場合」にくらべて、第2次および第7次振動の振動周期が余分に加わった形になっており、残りの8つの振動周期は、「固定の場合」のそれらとほとんど一致していることがわかる。そして図-2 を見れば、第2次および第7次の振動型においては主塔基礎工の回転角が大きくなっていることがわかる。したがって、これらの2つの振動型およびそれに属する固有周期は主塔基礎工のロッキングに起因するものと考えられる。

そこでいま図-4 に示すように、主塔基礎工部分のみを取り出して2自由度振動系を想定すると、この系の固有円振動数は次式で求められる:

地盤係数	第Ⅲ組の場合		基礎工のロッキングを考慮する場合
	第Ⅱ組の場合		
	第Ⅰ組の場合		
円振動数 ω	4 6 8 10 20 40 60 80 100		rad/sec
地盤係数	第Ⅰ組の場合		基礎工のみの振動を考慮する場合
	第Ⅱ組の場合		
	第Ⅲ組の場合		
	固定の場合		

図-3 固有円振動数の分布

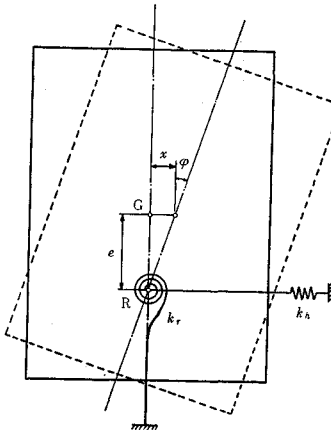


図-4 主塔基礎工の振動モデル

$$\left. \begin{aligned} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2}(\omega_x^2 + \omega_\phi^2) \mp \sqrt{\frac{1}{4}(\omega_x^2 - \omega_\phi^2)^2 + k^4} \dots\dots\dots(1)$$

上式において

$$\frac{k_h}{m} = \omega_x^2, \quad \frac{k_r + k_h e^2}{J_G} = \omega_\phi^2 \dots\dots\dots(2)$$

$$-\frac{k_h e}{m} = k_1^2, \quad -\frac{k_h e}{J_G} = k_2^2, \quad k_1^2 k_2^2 = k^4 \dots\dots\dots(3)$$

であり、 ω_x および ω_ϕ は、それぞれ連成作用がない場合の並進振動および回転振動の円振動数である。また k は連成作用の程度を表わしており、 $k=0$ ならば非連成となり、主塔基礎工は並進ないしは回転振動をそれぞれ単独に行なう^{*)}。

図-5 は連成振動系の振動数 ω_1 および ω_2 が、非連成時の振動数 ω_x および ω_ϕ ならびに連成度 k によってどのように変化するかを図示したものである。この図からただちに、 $k \neq 0$ であれば

$$\omega_1 < \omega_x < \omega_2; \quad \omega_1 < \omega_\phi < \omega_2 \dots\dots\dots(4)$$

であることがわかる。連成作用がない場合 ($k=0$) には^{*)} ω_1 と ω_2 は接近し、とくに $\omega_\phi = \omega_x$ のときには $\omega_1 = \omega_2$ となる (図において、太い2本の直線で示されている)。また、連成作用が大 (k が大) である場合に

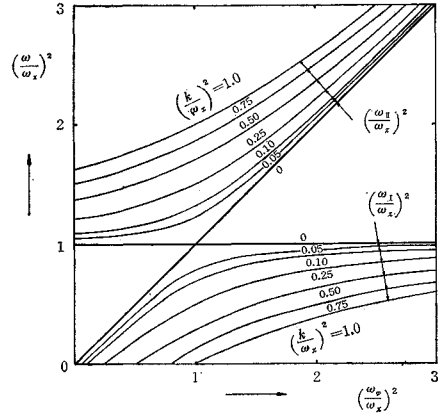


図-5 連成振動数と非連成振動数および連成度との関係

は ω_1 と ω_2 とは互いに大きく離れていく。

式(1)によって、主塔基礎工部分のみを取り出したときの固有振動周期を計算するとつぎのようになる。

第Ⅰ組のばね定数に対しては

$$T_1 = 0.6287 \text{ sec}, \quad T_2 = 0.1136 \text{ sec}$$

第Ⅱ組のばね定数に対しては

$$T_1 = 0.4732 \text{ sec}, \quad T_2 = 0.1129 \text{ sec}$$

第Ⅲ組のばね定数に対しては

$$T_1 = 1.201 \text{ sec}, \quad T_2 = 0.1309 \text{ sec}$$

これらの数値は、表-3 に示す各ばね定数に対する第2次および第7次振動周期とよく一致している。このことから、図-3 に示すように、主塔シャフトおよび主塔基礎工から成る連成振動系の固有振動数 (図-3 において ω 軸の上側を見よ) は、シャフトおよび基礎工がそれぞれ単独に振動する場合の各固有振動数 (図-3 において ω 軸の下側を見よ) の集合であり、その際に低次振動の振動数のみは連成作用の影響をうけて非連成時の固有振動数から少しずれることがわかる^{*)}。

したがって、主塔シャフト部分の固有振動数と主塔基礎工部分の固有振動数の中に互いに接近しているものがある場合には、両者の連成した振動系において固有振動数およびそれに属する振動型の接近という現象が現われるであろう。われわれの場合には、3つの地盤係数の各組に対して固有振動数が接近する個所が2つずつあり、これを図-3 においては互いに接近する2つの振動数の上に太い水平棒を引くことによって示している。たとえば、第Ⅰ組および第Ⅱ組のばね定数の場合には、第2次

^{*)} 図-3 の ω 軸の下側に図示したように、主塔基礎工のみの運動を考慮したときの2つの振動数 ω_1 と ω_2 が ω 軸上のどこに位置し、また ω_1 と ω_2 との間のへだたりがどのようになるかは、基礎地盤の強さおよび連成度 k に依存する (図-5 参照)。

^{*)} 式(3)より $e=0$ 、すなわち回転中心 R と基礎工の重心 G とが一致する場合には $k=0$ となる。

と第3次振動、および第7次と第8次振動の間に振動型の接近がみられ、また第Ⅲ組のばね定数の場合には、第1次と第2次振動、および第6次と第7次振動の間に振動型の接近が認められる。ただし、第Ⅰ組のばね定数の場合の低次振動における接近の程度は、他の2組の場合

のそれに比べてはるかに弱い。

4. 動的応答

地震動変位 $Z(t)$ として 1940年5月18日の El Centro 地震の N-S 成分^{*)} を用いて計算した絶対変位 $z_i(t)$ を図-6 に示す^{*)}。この図を見れば、主塔基礎工から塔頂へ向かって波動が伝ばんしていく様子がよくわかる。また $z_i(t)$ は地動 $Z(t)$ とほとんど同一の動きをしていることも認められる。図-7 および図-8 は $z_i(t)$ の絶対最大値 $z_{i,max}$ および絶対最大曲げモーメント $M_{i,max}$ を、地震応答スペクトル手法によって計算したそれらの二乗平均値 (\bar{z}_i) および (\bar{M}_i) と比較したものである。

図-8 にはまた入力として白色雑音を用いたときの応答をも同時に記入している。この図において、たとえばレベル 1250 とあるのは入力加速度のパワー スペクトル密度 $\Phi_A(\omega) = S = 1250 \text{ gal}^2/(\text{rad}/\text{sec})$ を意味する。

図-7 および図-8 から、互いに接近する固有振動数を有する多自由度系の応答を、地震応答スペクトル手法で近似した場合には、

実際の値との相違がかなり大きくなることがわかる。これに対して、統計的手法による解のうち、最も簡単な解、すなわち白色雑音に対する解は、——白色雑音のパワー スペクトル密度のレベル S を適当に選ぶことによって——真値を相当正確に推定しうる。本計算例において各地盤係数の組に対して採用したレベル S の比、すなわち $1250 : 2000 : 550 = 2.3 : 3.6 : 1$ は、地盤係数の各組に対して、互いに接近しあう低次の固有振動数の範囲 ($\omega_p \sim \omega_{p+1}$) における当該地震動のパワー スペク

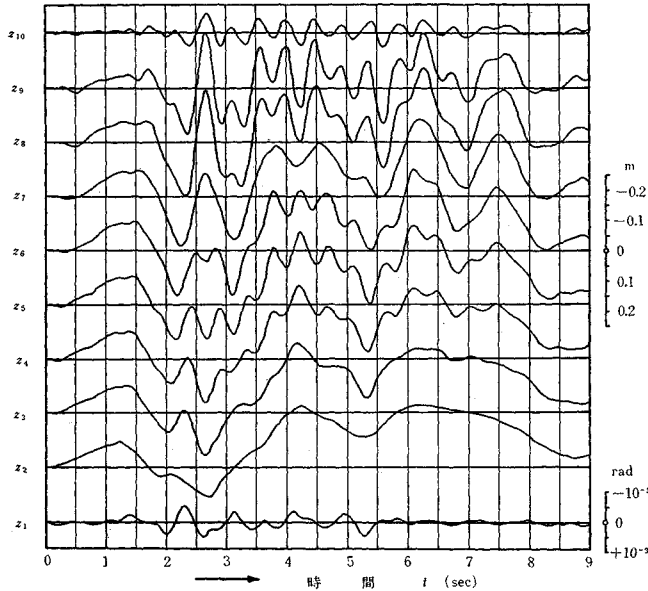


図-6 El Centro 40, N-S 成分による主塔の絶対変位 (地盤係数: 第Ⅰ組, $\zeta=5\%$)

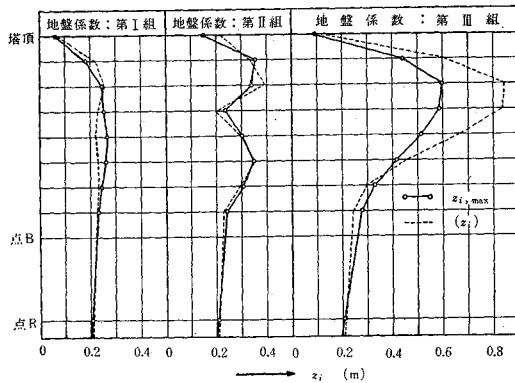


図-7 El Centro 40, N-S 成分による主塔の最大たわみ ($\zeta=5\%$)

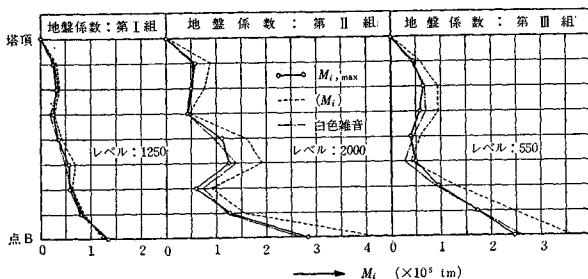


図-8 El Centro 40, N-S 成分による主塔シャフトの最大曲げモーメント ($\zeta=5\%$)

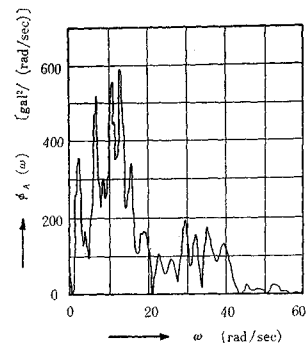


図-9 El Centro 40, N-S 成分のパワー スペクトル密度 (山田・竹宮による)

^{*)} たとえば文献 7) の図-30 を見よ。

^{**)} $z_i(t)$ は主塔基礎工の回転角の時間的変化を示す。

表-4 El Centro 40 (N-S)による主塔シャフト
の曲げ応力度 (kg/cm^2) ($\zeta=5\%$ の場合)

点	地盤係数の組			主塔シャフト基 部固定の場合
	I	II	III	
9	1 146	2 557	1 905	402
8	952	1 453	1 907	363
7	535	871	1 213	277
6	548	1 717	616	238
5	675	1 487	575	202
4	537	544	858	172
3	579	922	1 269	225
B	788	1 670	1 454	315

トル密度の平均値の比とほぼ一致している。たとえば、第Ⅲ組の地盤係数に対しては $\omega_1=4.54 \text{ rad/sec}$ と $\omega_2=5.57 \text{ rad/sec}$ との間で低次振動型の接近が生じている(図-3 参照)。一方、図-9 よりこの $\omega_1 \sim \omega_2$ 区間における $\phi_A(\omega)$ の平均値は、ほぼ $200 \text{ gal}^2/(\text{rad/sec})$ である。同様にして、他の地盤係数の組に対してもこの図から各レベルの値を求めてそれらの比をとると $460:600:200=2.3:3:1$ を得るが、これは前記の比とほぼ一致している。

周知のごとく、白色雑音のパワー スペクトルは実在しないものであるにもかかわらず、上述の計算例でも示しているように、実際の応答の二乗平均値をよく近似している。Pereira の研究⁹⁾によれば、パワー スペクトル密度関数 $\phi_A(\omega)$ の形は系の応答にはあまり影響しない。

図-7 および図-8 はまた、基礎地盤の強さが異なれば、系の動的応答の状態もまた大きく異なってくることを示している。このような現象は静的応答にはみとめられない。

最後に、3組の各地盤係数に対する主塔シャフトの最大曲げ応力度の1例を表-4 に示す。参考のために、「固定の場合」の曲げ応力度もこの表に併記した。この表から、「回転の場合」の地震動による主塔シャフトの曲げ応力度は「固定の場合」の曲げ応力度よりも一般にかなり大きくなるのがわかる。

5. あとがき

主塔基礎工のロッキングを許すことによって生ずる特異な現象は、振動型の接近——すなわち、固有振動数お

よびそれに属する振動型の形状が互いに接近するような一対の振動型が現われる——ということである。このような場合には、応答スペクトル手法に基づいて計算した最大地震応答は真の最大値からかなりずれてくる。

上述のような特異な現象については、すでにこれまでに二、三の研究者によって指摘されている^{10), 11)}。とくに、われわれの研究対象である主塔シャフト+主塔基礎工振動系においては、この振動型の接近という現象は、主塔基礎工を支える基礎地盤の強さならびに主塔基礎工自身の構造寸法によって大きく影響される。このことは逆にいえば、基礎地盤の強さおよび主塔基礎工の構造を適当に選べば耐震設計上からみて有利な主塔を作ることができるということを意味する。

参 考 文 献

- 1) 小西一郎・山田善一・高岡宣善・国広昌史：長大スパンつり橋タワーの耐震設計法に関する研究，土木学会論文集，第104号，pp. 9-17，昭39. 4.
- 2) 小西一郎・山田善一：Earthquake Response and Earthquake Resistant Design of Long Span Suspension Bridges. Proc. of 3rd World Conf. on Earthquake Eng. (III WCEE), Vol. III, pp. IV-312~323, Auckland and Wellington, 1965.
- 3) 小西一郎編：鉄道つり橋の振動に関する基礎的研究(II) 昭和42年度研究成果報告書，防災研究協会。
- 4) 山田善一・竹宮宏和：不規則外力による多自由度系の応答解析とその長大つり橋タワー・ピア系の耐震解析への応用，土木学会論文報告集，第163号，pp. 17-27，昭44. 3.
- 5) 後藤尚男・亀田弘行：一柱式橋脚の振動解析と耐震性に関する研究，土木学会論文集，第109号，pp. 1-9，昭39. 9.
- 6) 高岡宣善・佐藤鶴治：上下地震動によるつり橋の応答計算法，京都大学工業教員養成所研究報告第5号，pp. 47-57，1968年11月。
- 7) 小西一郎・山田善一・高岡宣善：長大つり橋の地震応答と耐震設計法に関する研究，土木学会論文集，第159号 pp. 13-27，昭43. 11.
- 8) K. Magnus: Schwingungen. S. 212-215, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1961.
- 9) J.J. Pereira: Behaviour of an Elasto-Plastic Oscillator Acted by Random Noise Vibration. Proc. of III WCEE, Vol. II, Auckland and Wellington, 1965.
- 10) В.В. Болотин: Статистические Методы в Строительной Механике. Издательство Литературы по Строительству, Москва, 1965.
- 11) J. Penzien and A.K. Chopra: Earthquake Response of Appendage on a Multi-Story Building. Proc. of III WCEE, Vol. II, p. II-476, Auckland and Wellington, 1965.

(1968. 10. 1 受付)