

鋼管橋脚の耐震性におよぼす基礎地盤変形の影響

EFFECT OF DEFORMATION OF FOUNDATION ON THE ASEISMIC PROPERTIES OF STEEL PIPE BRIDGE PIER

小坪 清真*・高西 照彦**

By Seima Kotsubo and Teruhiko Takanishi

1. 緒 言

軟弱地盤中に築造される鋼管橋脚で、上層軟弱地盤の支持力を期待できない場合、鋼管下端は比較的強固な下層基盤まで根入れされる。この場合、従来の設計法によれば¹⁾、水平地震力に対し、上層地盤はその水平反力係数 k と鋼管の水平変位 y との積 ky または ky^2 に比例する横抵抗をなし、鋼管の変位をくい止めるという仮定が用いられている。このような仮定は、上層地盤が地震時において下層基盤と同様な運動をなし、せん断変形を生じないとしたもので、上層地盤の存在が橋脚の変位を減少せしめ、橋脚にとって有利な働きをするという考えに基づいている。しかし、最近の地震観測結果によれば、地盤はその下層基盤より入射する地震波により強制されるせん断振動をなしているものであるから、上記の仮定は修正されなければならないし、地盤の存在がかえって橋脚の変位に対して不利な働きをすることが予想される。

鋼管橋脚は一般にその水平変位に対する剛性が小さいので、このような橋脚形式による橋梁を設計する場合、上部構造の耐震性を確保するためには、上部構造に有害な変位または変形を生じさせないように、橋脚の地震荷重による水平変位をある一定値以下に制限するか、または上部構造に適当な装置を設けねばならない。この場合、鋼管が打ちこまれた地盤の変形を考えるか考えないかによって、橋脚の強度のみならず、その水平変位が非常に異なってくる。この現象は地盤が軟い場合に著しい。したがって、鋼管橋脚の合理的な耐震設計を行なうには、地震荷重に対して、鋼管橋脚に必要な強度を保持させるばかりではなく、地震時における地盤の変形量を求めてその変形が鋼管橋脚の強度および水平変位におよぼす影響を定量的に算定することが必要になってくる。

土の動的性質がまだ明らかでない現在、地震時における地盤の変形を求めることはそれ自体がはなはだ困難であり、研究すべきいくたの問題を含んでいるが、最近ではこのような地盤の変形を考慮に入れた土中構造物の耐震性の研究が各方面で行なわれるようになった。たとえ

ば、岡本教授ら²⁾は、地表層が一様な弾性体の場合に、地表層下面から鉛直に入射する正弦波せん断波動による地表層内の杭基礎に生ずる曲げモーメントを解析した。また、Penzien^{3),4)}は、杭基礎を多質点系と考え、長い杭基礎に支持された橋脚の非線型応答を計算した。ついで後藤教授ら⁵⁾は、同様な問題を数値的および統計的に解析し、橋脚頂部の加速度と地表面加速度との比あるいは杭に生ずる曲げモーメントの分布などが、杭の剛性と上層地盤の剛性との関係によっていかに変化するかを示した。

しかし、これらの研究では、地表層を一様な弾性体ないしは弾塑性体としたこと、基礎工自身の重量および基礎地盤の振動質量を無視したことにより多少の難点があるばかりでなく、地表層の変形を考慮しない従来の方法との比較が十分でない。

本論文は、対象を鋼管橋脚にしぼり、その下端が比較的強固な基盤に達して、基盤上の地震動が与えられた場合、上層地盤の変形を考慮して橋脚の地震に対する応答を解析し、地盤変形が鋼管橋脚の変位（加速度）におよぼす影響を明らかにしたもので、上層地盤は深さ方向に任意の弾性的性質の変化をもつ一般の場合を取り扱った。解析の結果、鋼管橋脚の地震応答におよぼす上層地盤変形の影響は、鋼管橋脚の自由振動周期、上層地盤の卓越周期および下層基盤の卓越周期（もしあるとすれば）の三者間の大小関係によって決まることを明らかにし、鋼管橋脚の耐震設計に地盤変形を取り入れる場合に考慮すべき要素の簡易化を計ることができた。

2. 鋼管橋脚の振動理論

(1) 振動方程式

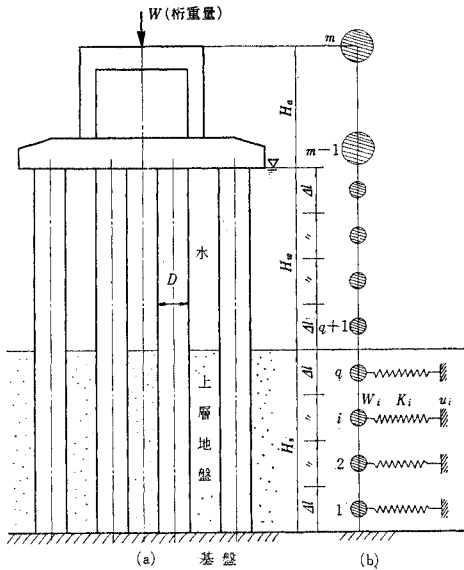
図-1(a)に示すような鋼管橋脚を連続弾性体として解析することは困難であるので、これを図-1(b)に示すような多質点系に置換して取り扱う。鋼管部分のうち水中長さ H_w または地盤中深さ H_s を Δl に分割し、その重心に重量が集中しているものとするれば、この場合の鋼管はすべて同じような運動をするから、鋼管部分の i 点の質点の重量 W_i は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} W_i &= r AN \Delta l + F_w r_w AN \Delta l + F_s r_s AN \Delta l \\ &= NA \Delta l (r + F_w r_w + F_s r_s) \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部土木教室

** 正会員 九州工業大学助手 開発土木教室

図-1 鋼管橋脚と振動モデル



ここに、 τ は鋼管の単位体積重量、 τ_w は水の単位体積重量、 τ_s は土の単位体積重量、 A は鋼管の横断面積、 N は鋼管の数、 F_w および F_s は水および土の仮想質量係数である。

水中部分に対しては式 (1) で $F_s=0$ とおけばよい。つぎに土中の質点 i に働く地盤反力 P_i は次式で与えられる。

$$P_i = K_i(u_i - y_i) \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 K_i は i 点における地盤のばね定数、 u_i は基盤に対する土の相対せん断変位、 y_i は橋脚の弾性変位である。

土の動的水平反力係数を k 、鋼管の外径を D 、群杭効果を示す係数を C で表わせば、

$$K_i = kDNC \Delta l \dots\dots\dots(3)$$

k は一般に深さの関数であるから、厳密には次式となる。

$$K_i = DNC \int_{z_i - (\Delta l/2)}^{z_i + (\Delta l/2)} k dz \dots\dots\dots(3)'$$

基盤の地震加速度を ϕ 、重力加速度を g 、質点の数を m, j 点に作用する水平方向単位荷重による i 点の水平変位を δ_{ij} とすれば、振動方程式は次式となる。

$$y_i = - \sum_{j=1}^m \frac{W_j}{g} \delta_{ij} \ddot{y}_j + \sum_{j=1}^q K_j \delta_{ij} (u_j - y_j) - \sum_{j=1}^m \epsilon_j \delta_{ij} \dot{y}_j - \sum_{j=1}^m \frac{W_j}{g} \delta_{ij} \phi \dots\dots\dots(4)$$

上式で q は土中の質点の数、 ϵ_i は減衰係数である。式 (4) は δ_{ij} の逆行列 β_{ij} を用いてつぎのように変形したほうが便利である。

$z < H_s$ では、

$$\frac{W_i}{g} \ddot{y}_i = - \sum_{j=1}^m \beta_{ij} y_j + K_i(u_i - y_i) - \epsilon_i \dot{y}_i - \frac{W_i}{g} \phi \dots\dots\dots(5)$$

$$z > H_s \text{ では、} \frac{W_i}{g} \ddot{y}_i = - \sum_{j=1}^m \beta_{ij} y_j - \epsilon_i \dot{y}_i - \frac{W_i}{g} \phi \dots\dots\dots(5)$$

橋脚の固有振動周期および振動型は式 (5) で $\phi=0$ 、 $u_i=0$ 、 $y_i = Y_i \sin n_s t$ とおいた m 元連立方程式より求められる。すなわち、

$$\sum_{j=1}^m C_{ij} Y_j = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots(6)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} C_{ij} &= \beta_{ij} & (i \neq j) \\ C_{ii} &= \beta_{ii} + K_i - \frac{W_i}{g} n_s^2 & (i=1, 2, \dots, q) \\ C_{ii} &= \beta_{ii} - \frac{W_i}{g} n_s^2 & (i=q+1, q+2, \dots, m) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

(2) 固有振動周期の近似計算

式 (6) より厳密な固有振動周期を求めることは相当面倒であるから、第 1 次固有周期の近似計算法を示しておく。

いま、橋脚に水平静荷重 $W_i \phi/g = \alpha W_i$ (α は震度、 $i=1, 2, \dots, m$) が作用したときのたわみ分布を式 (5) より求め、 αY_i とする。系の振動中の変位を $y_i = \alpha Y_i \sin n_s t$ とおけば運動エネルギーは、

$$T_{\max} = \sum_{i=1}^m \frac{W_i}{2g} \alpha^2 n_s^2 Y_i^2$$

ひずみエネルギーは、

$$V_{\max} = \sum_{i=1}^m \frac{1}{2} \alpha W_i Y_i$$

$T_{\max} = V_{\max}$ より、固有円振動数がつぎのように得られる。

$$n_s^2 = \frac{\sum_{i=1}^m W_i Y_i^2}{\sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_i^2} \dots\dots\dots(8)$$

3. 地盤のせん断振動理論

(1) 地盤の振動方程式

地震加速度 ϕ が与えられた場合の橋脚の応答を求めるには、まず ϕ による地盤の動きを求めなければならない。地盤の振動は、基盤の動き ϕ によってひき起こされるせん断振動であるから、基盤面より上方に z 軸をとって、つぎの微分方程式、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) - \frac{\tau_s}{g} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots(9)$$

を、境界条件、

$$\left(G \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)_{z=H_s} = 0, (\bar{u})_{z=0} = \phi \dots\dots\dots(10)$$

によって求めればよい。ここに、 \bar{u} は地盤の絶対水平変

位で、 $\bar{u}=u+\phi$ である。 G は地盤のせん断弾性係数で、深さ z の関数であるばかりでなく、一般にはひずみの大きさ、ひずみ速度にも関係するので、地震時における地盤の運動を解明すること自体がきわめて困難な問題である。したがって、こ

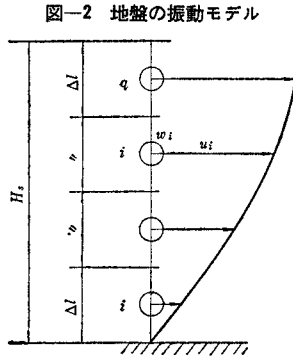


図-2 地盤の振動モデル

こでは、 G が深さ z のみの関数であると仮定し、かつ橋脚の振動方程式(5)に導入する便宜上、基礎地盤を図-2に示すような集中質点系に置換してその運動を求めることにした。

いま、基礎地盤を深さ方向に $Δl$ に等分し、その中点に質量が集中しているものとし、単位幅および単位奥行の土を考えれば、 i 点の集中重量 w_i は次式で与えられる。

$$w_i = \gamma_s \Delta l$$

地盤のせん断振動の方程式は i 点に対しつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{w_i}{g} \ddot{u}_i &= -\bar{k}_i(u_i - u_{i-1}) + \bar{k}_{i+1}(u_{i+1} - u_i) \\ &\quad - \mu_i(\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1}) + \mu_{i+1}(\dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i) - \frac{w_i}{g} \ddot{\phi} \\ (i=1, 2, \dots, q, u_0=0, \bar{k}_{q+1}=\mu_{q+1}=0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 u_i は i 点の基礎に対する相対変位、 \bar{k}_i は i 点と $(i-1)$ 点の地盤の相対変位に比例するばね定数、 μ_i は i 点と $(i-1)$ 点との相対せん断変形速度に比例する減衰係数、 q は地盤中の質点の数である。

いま、 i 点と $(i-1)$ 点との間のせん断力を Q とすれば、 \bar{k}_i はつぎのようにして求められる。

$$\left. \begin{aligned} u_i - u_{i-1} &= \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{Q}{G} dz = Q \int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{1}{G} dz \\ \bar{k}_i &= \frac{Q}{u_i - u_{i-1}} = \frac{1}{\int_{z_{i-1}}^{z_i} \frac{1}{G} dz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

(2) 地盤の卓越周期および振動型

式(11)において、 $\ddot{\phi}=0, \mu_i=0, u_i=U_i \sin n_g t$ とおけば、 U_i に関する同次方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} -n_g^2 \frac{w_i}{g} U_i &= -\bar{k}_i(U_i - U_{i-1}) \\ &\quad + \bar{k}_{i+1}(U_{i+1} - U_i) \\ (i=1, 2, \dots, q, U_0=0, \bar{k}_{q+1}=0, \mu_{q+1}=0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

この同次方程式より、固有円振動数 n_g および振動型 U_i を求めることができる。

4. 正弦波地動に対する橋脚の変位応答理論

地盤の変形が橋脚の変位におよぼす影響について基礎的な概念を得るために、まず、基礎が正弦波地動を行なう場合の地盤変形の影響を取り扱う。

(1) 地盤の変形

いま、地動加速度を $\ddot{\phi} = -\alpha g \sin \omega t$ と仮定し式(11)に入れれば、地盤の変形は $u_i = A_i \sin \omega t + B_i \cos \omega t$ の形で得られるから、 $A_i, B_i (i=1, 2, \dots, q)$ に関する連立方程式がつぎのような形で得られる。

$$\left. \begin{aligned} -\omega^2 \frac{w_i}{g} A_i &= -\bar{k}_i(A_i - A_{i-1}) + \bar{k}_{i+1}(A_{i+1} - A_i) \\ &\quad + \mu_i \omega (B_i - B_{i-1}) - \mu_{i+1} \omega (B_{i+1} - B_i) + \alpha w_i \\ -\omega^2 \frac{w_i}{g} B_i &= -\bar{k}_i(B_i - B_{i-1}) + \bar{k}_{i+1}(B_{i+1} - B_i) \\ &\quad - \mu_i \omega (A_i - A_{i-1}) + \mu_{i+1} \omega (A_{i+1} - A_i) \\ (i=1, 2, \dots, q, A_0=B_0=0, \bar{k}_{q+1}=\mu_{q+1}=0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

(2) 橋脚の変位応答

橋脚に対しては多質点系として解くよりも固有振動型を一般座標にとって解いたほうが便利である。いま、橋脚の第 r 次の振動型を Y_{ri} とし、任意点 i のたわみ y_i を、

$$y_i = \sum_{r=1}^q a_r Y_{ri} \dots\dots\dots(15)$$

とすれば、系の運動エネルギー K は、

$$K = \frac{1}{2g} \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^m \dot{a}_r^2 W_i Y_{ri}^2 \dots\dots\dots(16)$$

ひずみエネルギー V は、

$$V = \frac{1}{2g} \sum_{r=1}^m \sum_{i=1}^m n_r^2 a_r^2 W_i Y_{ri}^2 \dots\dots\dots(17)$$

一般座標 a_r に対する一般力 Q_r は、

$$\left. \begin{aligned} Q_r &= \sum_{i=1}^m \alpha W_i Y_{ri} \sin \omega t + \alpha \sum_{i=1}^q K_i A_i Y_{ri} \sin \omega t \\ &\quad + \alpha \sum_{i=1}^q K_i B_i Y_{ri} \cos \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

鋼管橋脚の第 r 次の減衰定数を h_{sr} とし、式(16)~(18)を Lagrange の運動方程式に代入すれば、つぎのような振動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \ddot{a}_r + 2h_{sr} n_r \dot{a}_r + n_{sr}^2 a_r &= \alpha g \xi_r \sin \omega t \\ &\quad + \alpha g \eta_r \sin \omega t + \alpha g \zeta_r \cos \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \xi_r &= \frac{\sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_{ri}}{\sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_{ri}^2}, \quad \eta_r = \frac{\sum_{i=1}^q K_i A_i Y_{ri}}{\sum_{i=1}^m W_i Y_{ri}^2} \\ \zeta_r &= \frac{\sum_{i=1}^q K_i B_i Y_{ri}}{\sum_{i=1}^m W_i Y_{ri}^2} \end{aligned} \right\}$$

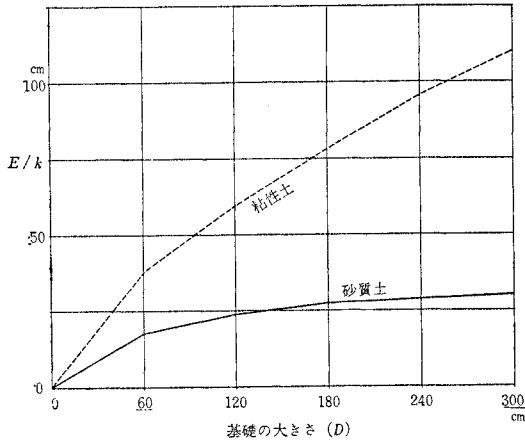
いま、 $a_r = C_r \sin \omega t + D_r \cos \omega t$ とおけば、 C_r, D_r はつぎの連立方程式より求められる。

表-3 β_{ij} の値

(単位: t/m)

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	36 733 672	-21 589 533	6 500 635	- 593 448	43 773	88 686	- 78 662	0
2	---	20 702 842	-11 059 336	2 088 440	- 318 278	16 571	37 046	0
3	---	---	9 190 156	-3 107 141	767 110	- 244 571	80 603	0
4	---	---	---	2 194 730	-1 102 761	613 983	- 265 559	0
5	---	(対称)	---	---	1 253 909	-1 507 525	862 970	0
6	---	---	---	---	---	5 103 496	-4 022 279	0
7	---	---	---	---	---	---	3 481 622	-134 228
8	---	---	---	---	---	---	---	134 228

図-4



うになる。

地盤反力係数は下端で k_0 kg/cm³, 地盤表面で0の三角形分布と仮定し, k_0 の値を広範囲に変化させてその影響を求めた。

地盤の変形係数 E と地盤反力係数 k との比は, 一般に杭径 D の関数であり, 図-4 の関係にあるとされている。図中の実線は砂質土に対する値であり, 点線は粘性土に対する値である。 $D=1.5$ m とすれば $E/k=25\sim 69$ となる。せん断弾性係数 G も k と大体同様な関係にあるものとすれば, $G/k=10\sim 28$ となる。本論ではこの中間をとり, $G/k=20$ として計算した。

表-4 は, k_0 を No. 1~6 まで6通りに変えた場合の地盤のばね定数 K_i および \bar{k}_i , せん断振動の固有周期 T_{gr} などの値を示したものである。表-

5 は上記6通りの場合の橋脚の固有円振動数 n_{sr} , 刺激係数 ξ_r , 固有周期 T_{sr} の値を, 表-6 は $k_0=4$ kg/cm³ と $k_0=0$ の場合の橋脚の振動型を, 図-5 は振動型を図示したものである。図から明らかのように, k_0 が大きくなれば橋脚の第1次固有周期は短くなるが高次の固有周期はあまり影響を受けないこと, 橋脚の振動型は下部では影響が大きいが, 上部では少ないことなどがわかる。

さて, 地震による橋脚の共振曲線を,

表-4 計算に用いた地盤定数 K_i, \bar{k}_i, T_{gr}

Model No.	1	2	3	4	5	6	
k_0 (kg/cm ³)	4.0	1.0	0.4	0.29	0.1	0.04	
G_0 (kg/cm ²)	80.0	20.0	8.0	5.80	2.0	0.80	
K_i (t/m)	$i=1$	101 000	25 250	10 100	7 320	2 525	1 010
	$i=2$	60 500	15 125	6 050	4 380	1 512	605
	$i=3$	20 200	5 050	2 020	1 465	505	202
\bar{k}_i (t/m)	$i=1$	797	199.0	79.7	57.8	19.9	7.97
	$i=2$	285	71.1	28.5	20.7	7.11	2.85
	$i=3$	133	33.2	13.3	9.65	3.32	1.33
T_{gr} (sec)	$r=1$	0.444	0.888	1.402	1.67	2.80	4.44
	$r=2$	0.188	0.376	0.595	0.699	1.190	1.88
	$r=3$	0.105	0.210	0.331	0.390	0.665	1.05

表-5 橋脚定数 n_{sr}, ξ_r, T_{sr}

Model No.	1	2	3	4	5	6	
k_0 (kg/cm ³)	4.0	1.0	0.4	0.29	0.1	0.04	
n_{sr}	$r=1$	5.357	4.20	3.825	3.760	3.630	3.583
	$r=2$	42.44	40.20	39.51	39.80	39.30	39.17
	$r=3$	57.93	57.60	57.20	57.20	57.20	57.20
ξ_r	$r=1$	1.117	1.112	1.110	1.109	1.107	1.107
	$r=2$	-0.301	-0.270	-0.256	-0.255	-0.253	-0.251
	$r=3$	0.194	0.170	0.157	0.156	0.155	0.154
T_{sr} (sec)	$r=1$	1.17	1.49	1.64	1.67	1.72	1.75
	$r=2$	0.148	0.156	0.159	0.160	0.160	0.160
	$r=3$	0.108	0.109	0.110	0.110	0.110	0.110
T_{s1}/T_{q1}	2.63	1.68	1.17	1.00	0.62	0.39	

式 (15), 式 (20), 式 (21) を用いて, 地盤変形がある場合とない場合について計算したものが 図-6~8 である。いずれも地盤の変形に対しては, 減衰定数 $h_g=0.2$ とし, 橋脚に対しては減衰定数 $h_s=0, 0.02, 0.05,$

表-6 k_0 と振動型

k_0 (kg/cm ³)	r	4.0			0		
		1	2	3	1	2	3
Y_{ri}	$i=1$	0.0492	-0.2391	0.1190	0.0676	-0.3014	0.1050
	$i=2$	0.1511	-0.7000	0.3407	0.2019	-0.8670	0.2950
	$i=3$	0.2604	-1.1014	0.5113	0.3326	-1.3240	0.4282
	$i=4$	0.4778	-1.5186	0.5906	0.5590	-1.7197	0.4512
	$i=5$	0.7731	-1.0890	0.0958	0.8240	-1.1175	-0.0073
	$i=6$	0.9595	-0.0847	-0.5261	0.9737	0.0264	-0.5082
	$i=7$	0.9861	0.1292	-0.6226	0.9939	0.2598	-0.5790
	$i=8$	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
U_{ri}	1	0.1382	-0.7368	20.9833	---	---	---
	2	0.4919	-1.8256	-7.9227	---	---	---
	3	1.0000	1.0000	1.0000	---	---	---

図-5 橋脚の振動型

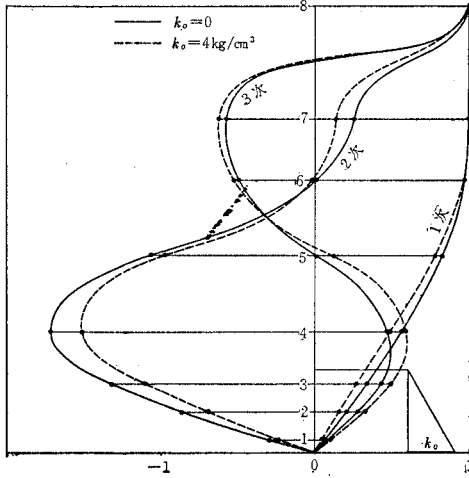


図-6 共振曲線 (Model No. 1) ($h_s=0\sim 0.10$)

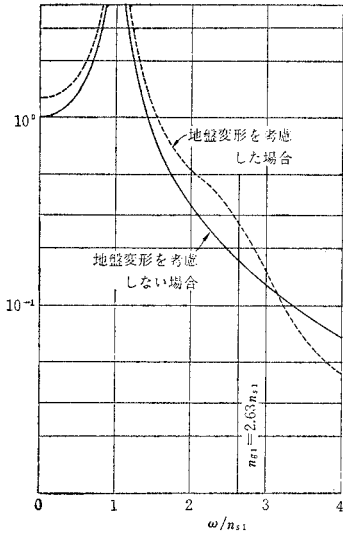


図-7 共振曲線 (Model No. 3) ($h_s=0\sim 0.10$)

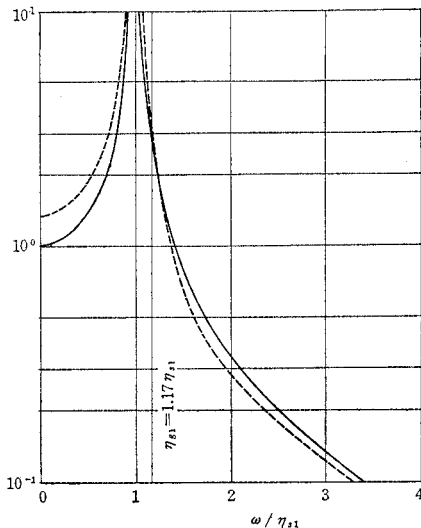
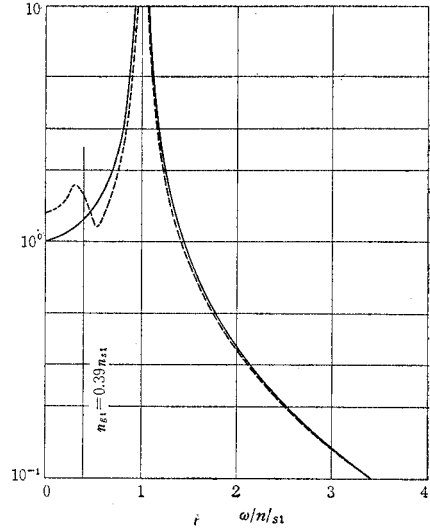


図-8 共振曲線 (Model No. 6) ($h_s=0\sim 0.10$)



0.10 の 4 通りについて計算した。図-6 は Model No. 1 で地盤の卓越周期 T_{g1} と橋脚の固有周期 T_{s1} との関係が $T_{g1} < T_{s1}$ の場合、図-7 は Model No. 3 で両者が近接しているが、 $T_{g1} < T_{s1}$ の場合、図-8 は Model No. 6 で $T_{g1} > T_{s1}$ の場合である。実線が地盤の変形がない場合、点線は地盤の変形を考慮した場合である。

図から明らかなように、地震周期が地盤の卓越周期より長い場合には、地盤の変形を考慮した場合の橋脚の変位は、地盤の変形を考慮しない場合のそれより大きくなるが、地震周期が地盤の卓越周期より短い場合には地盤の変形を考慮した場合の方が、考慮しない場合より橋脚の変位が小さくなっていることがわかる。したがって、地盤の存在が橋脚の耐震性に対して、敵か味方かの問題は、橋脚自身の固有振動周期と地震周期との関係によるものではなく、地盤の卓越周期と基盤の地震波の周期との大小関係のみによって決まるものであると考えられる。

6. 不規則な地震波に対する鋼管橋脚の変位応答理論

前節においては、一定の周期をもつ正弦波地動が下層基盤より上層地盤へ入射する場合を取り扱った。しかし下層基盤の地震波の周期は一般に一定でなく、いろいろの周期の波が重複しているものである。たとえ、下層基盤が周期特性を持っている場合でも、その波は単一の周期ではなく、その周波数スペクトルは相当広い周波数にわたっているものである。したがって、鋼管橋脚がこのような不規則な地震波を基盤層から受けた場合の応答を求める必要がある。

(1) 地盤の変位応答

図-2 に示すように、上層地盤が下層基盤から不規則な地震加速度 $\ddot{\phi}(t)$ を受けた場合の上層地盤の運動は、

式(11)で与えられる。式(11)で、 $\ddot{\phi}(t)$ が与えられると、刻々における u_i を計算することができる。

(2) 橋脚の変位応答

橋脚に対しては、多質点系として解くよりも Model analysis を採用する方が現象の解明に便利である。いま、橋脚の第 r 次の振動型を Y_{ri} とし、橋脚の i 点の変位を、

$$y_i = \sum_{r=1}^m a_r Y_{ri} \dots \dots \dots (15)$$

とすれば、系の運動エネルギー K 、ひずみエネルギー V は式(16)~(17)で表わされる。

一般座標 a_r に対する一般力 Q_r はつぎの形で示される。

$$Q_r = - \sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_{ri} \ddot{\phi} + \sum_{i=1}^q K_i Y_{ri} u_i \dots \dots \dots (27)$$

ここに、第1項は橋脚に働く地動加速度に比例する慣性力、第2項は上層地盤の変位により橋脚に働く土圧力である。橋脚の振動減衰はどのような形で生ずるものであるか明白でないので、ここでは問題の取扱いを簡単にするため、橋脚の振動速度に比例する減衰を考え、第 r 次の振動の減衰定数を h_{sr} で表わす。 K, V, Q_r の値を Lagrange の運動方程式に入れ、整理すれば、 a_r に関する微分方程式がつぎのように得られる。

$$\ddot{a}_r + 2h_{sr}n_{sr}\dot{a}_r + n_{sr}^2 a_r = -\xi_r \ddot{\phi} + \sum_{i=1}^q e_{ri} u_i \dots \dots \dots (28)$$

ここに、

$$\xi_r = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_{ri}}{\sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_{ri}^2}, \quad e_{ri} = \frac{K_i Y_{ri}}{\sum_{i=1}^m \frac{W_i}{g} Y_{ri}^2}$$

式(11)より得られる u_i の値を式(28)の右辺第2項に入れ、刻々の a_r を計算することができる。式(15)における橋脚の振動型の次数は2次までとれば十分であり、1次だけ取ってもその誤差は2~3%程度である。

7. 実地震に対する応答計算

計算の対象にした橋脚は前節に示したものと同一で、地盤の性質は表-4に示すように、No. 1よりNo. 6まで6通りを採用した。いずれの場合にも、地盤反力係数 k は三角形分布とし、地盤のせん断弾性係数 G との比 $G/k=20$ とした。上記6通りのうち、No. 4, $k_0=0.29 \text{ kg/cm}^2$ は、地盤の第1次固有周期 T_{g1} と橋脚の第1次固有周期 T_{s1} とが相等しい場合、No. 1~3は $T_{s1} > T_{g1}$ の場合、No. 5~6は $T_{s1} < T_{g1}$ の場合である。表-7はNo. 1~6の各場合の式(28)の右辺第2項の e_{ri} の値を示したものである。

基盤上の地震波は地表における地震波とは当然異なるはずであるから、橋脚基礎に与えるべき地震波は基礎が

図-9 EL Centro 地震記録 (1940年5月18日, N-S成分)

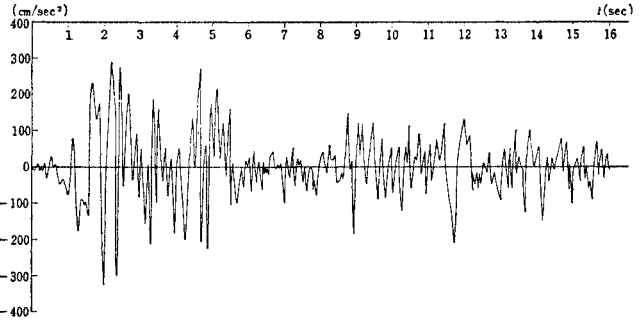


表-7 e_{ri} の値 (単位: 1/s^2)

Model No.	1	2	3	4	5	6	
$k_0 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$	4.0	1.0	0.4	0.29	0.1	0.04	
$r=1$	$i=1$	20.7	6.38	2.64	1.94	0.670	0.271
	$i=2$	38.2	11.4	4.75	3.44	1.200	0.486
	$i=3$	22.0	6.25	2.63	1.91	0.662	0.267
$r=2$	$i=1$	-96.9	-25.0	-10.08	-7.32	-2.530	-1.012
	$i=2$	-170.0	-43.0	-17.40	-12.60	-4.360	-1.745
	$i=3$	-89.2	-22.3	-8.90	-6.45	-1.550	-0.890

置かれている下層基盤上の地震波でなければならない。ところが、今日得られている強震記録はほとんど地表上で得られたものであるから、これら地表の地震記録をそのまま加えたのではよくない。下層基盤より上層地盤へ入射する地震波 $\ddot{\phi}(t)$ は基盤の性質によって異なり、基盤が岩盤層である場合には、むしろ周波数スペクトル一定のランダム波であろう。しかし、ここでは、下層基盤も卓越周期をもつものと考え、下層基盤の地震波として、地表上で記録された地震波を採用することにした。図-9はEl Centro地震記録(1940年5月18日, N-S成分)で、この地震は0.3~0.4秒前後の卓越周期をもつものであるから、前記表-4~5に示す地盤および橋脚の固有周期と比較すると、地動周期が地盤および橋脚の固有周期より相当小さい場合に該当する。

また、波動現象として取り扱おうと、下層基盤より上層地盤へ入射した地震波は地表で反射して下降し、一部は上層地盤より下層基盤へ透過して下層基盤の地震動が変わるが、ここでは問題を簡単にするために、上層地盤を単純な質点系と考え、下層基盤への波動の透過を無視し、下層基盤の運動は上層地盤の振動によって攪乱されないと仮定した。

式(11)および式(28)の数値積分は、 $\Delta t=0.01 \text{ sec}$ に区分し、Runge-Kutta-Gill法により、電子計算機OKITAC-5090を使用した。

図-10はNo. 1~6の各種の地盤が前記地震加速度を受けた場合の変位時間曲線で、実線は u_3 、点線は u_2 である。いずれも減衰定数 $h_g=0.2$ として計算した。図-11は u_1, u_2, u_3 がそれぞれ最大値をとる時刻の地盤変位の鉛直分布を u_3 を1として示したもので、図-12

図-10 地盤の応答変位 ($h_s=0.2$)

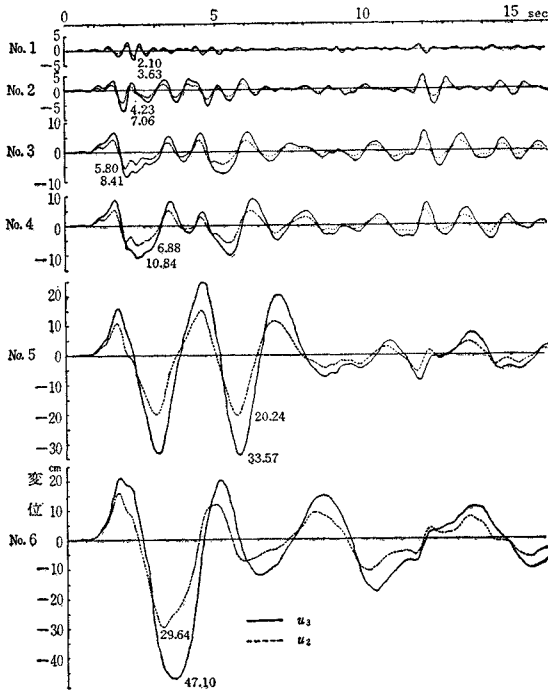
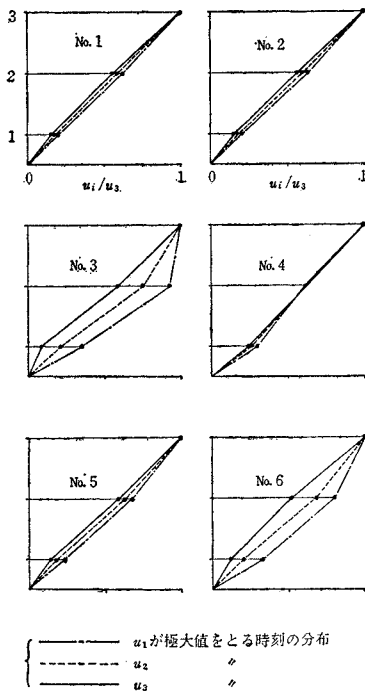


図-11 地盤変位の鉛直分布



に示す上層地盤の第1次振動型にきわめて近い。このことは、下層基盤より不規則地震波を受けたときの上層地盤のせん断変形はその第1次の振動型の変形が大部分を占めていることを示すものである。

図-13はNo. 1~6のうち、No. 1, 3, 4, 6の場合の

図-12 地盤の振動型

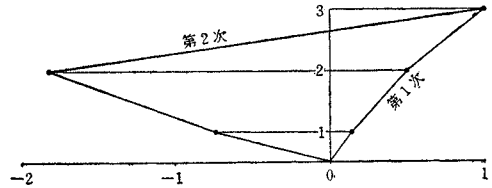


図-13 (a) 橋脚頂部の変位応答 ($h_s=0.02$)

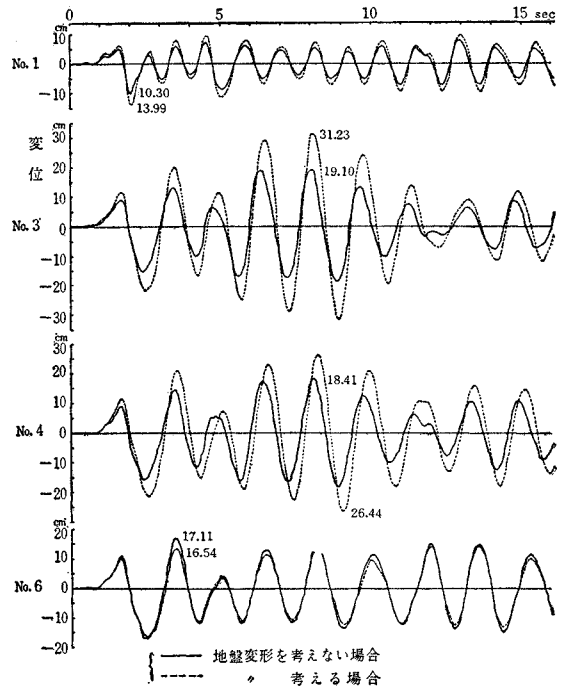
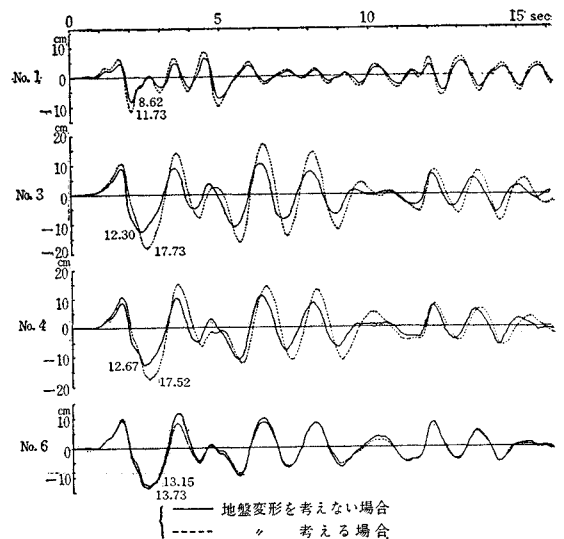
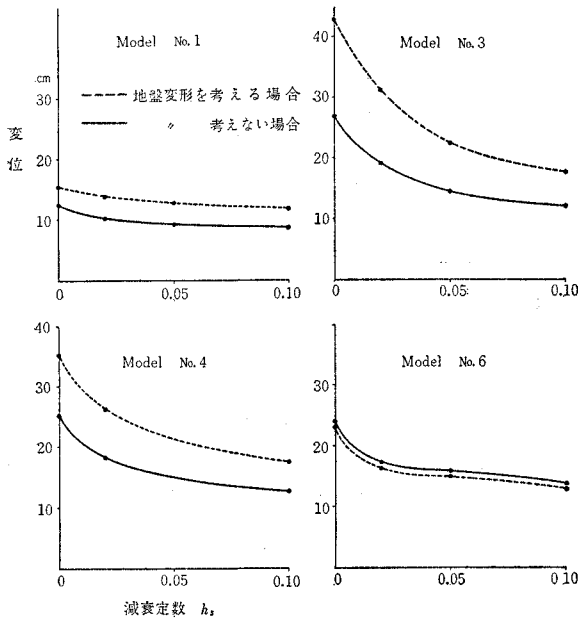


図-13 (b) 橋脚頂部の変位応答 ($h_s=0.10$)



橋脚の変位応答の時間的変化を示したもので、実線は地盤の変形を考慮しない場合、点線は地盤の変形を考えた場合である。橋脚の減衰定数 h_s は 0, 0.02, 0.05, 0.10

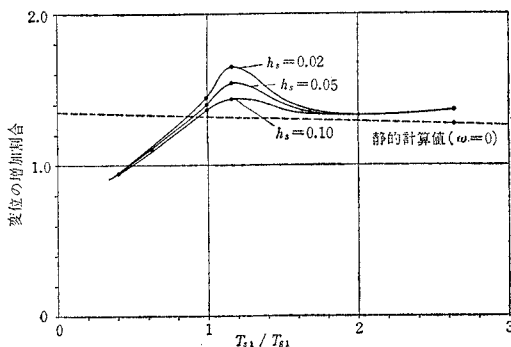
図一14 橋脚頂部応答変位最大値



の4通りに変えて計算した。ここでは、そのうち $h_s = 0.02, 0.10$ の場合のみを示した。図一14は変位応答曲線の最大値をプロットしたもので、ほとんどすべての場合に対して、地盤変形を考慮すると橋脚変位が増大していることがわかる。この現象は前節の定常振動で示したような地震周期が地盤の卓越周期より小さい場合には、地盤変形を考えると橋脚の変位が減少するという現象と相容れない。その理由は、地震波にはいろいろの周期の波がまざっていることによるものと思われる。したがって、地盤の固有周期が極端に長く、地震波のすべての周期が地盤の固有周期より短いと思われる No. 6 の場合には、地盤変形を考えた場合の方が橋脚の変位が小さくなっていることもうなずかれる。

図一15は、地盤の変形を考えた場合の橋脚変位と地盤変形を考えない場合の橋脚変位との比を T_{s1}/T_{g1} を横軸にとり、いろいろの橋脚の減衰定数に対して表わしたものである。図中の水平に近い点線は、地盤の変形および橋脚の変位を静的に求めた場合の地盤変形による橋

図一15 地盤変形による橋脚変位の増加割合



脚変位の増加割合を示したものである。図から明らかのように、 T_{s1}/T_{g1} の比が1に近い場合には、地盤変形の影響が大きく、 T_{s1}/T_{g1} が1より非常に大きくなるところでは地盤変形の影響は静的な計算値と大差なく、 T_{s1}/T_{g1} が小さい所では地盤変形の影響はきわめて小さく、場合によっては地盤変形を考えたほうが経済的な場合もあることがわかる。しかし、このような最後の場合は、図一14、No. 6 に示すように地盤が特に軟弱な場合であり、地盤反力係数も小さく、地盤変形の影響を無視したほうが適切であろう。また、 T_{s1}/T_{g1} が1より少し大きい所でピークが出ていることも興味ある現象である。

8. 結 論

以上の計算結果から、明らかになった点を述べればつぎのとおりである。

(1) 橋脚基礎下端で地震動を与え、従来、鋼管橋脚の耐震計算で無視されていた上層地盤の変形を考慮すると、鋼管橋脚の変位は一般に増大し、したがってその応力も増加する。

(2) この場合、地盤変形の影響は鋼管橋脚の固有振動周期 T_{s1} と地盤の固有振動周期 T_{g1} との比によって変わり、その比が1に近づく場合に大きくなる。

(3) 上層地盤の変形は、その固有振動周期 T_{g1} が下層地盤の卓越周期 T_g に近づく場合に最大となるから、結局、橋脚の固有振動周期 T_{s1} 、上層地盤の固有振動周期 T_{g1} および下層地盤の卓越周期 T_g の三者が一致する場合に、地盤変形の影響は最大となる。

(4) 鋼管橋脚の耐震設計に際しては、下層地盤の振動特性ばかりでなく、上層軟弱地盤の動的性質をも十分調査し、地震時におけるそのせん断変形を考慮に入れた解析を行なうことが必要である。

以上により、橋脚基礎下部で地震動が与えられた場合、鋼管橋脚の耐震性におよぼす地盤変形の影響は、大抵の場合、危険側であることがわかった。しかも、その影響の程度は、橋脚の構造および振動性状、地盤の性質および深さ、地震波の性質など多くの要素により異なるから、実際、鋼管橋脚の設計にあたって地盤変形の影響を定量的に求める簡単な方法が要求される。この点について著者らは統計的方法により、地盤変形の影響を見積るための一案を得たが、これについてはつぎの機会に述べる予定である。

また、上層地盤の動的性質をいかにして調査測定するかということは、鋼管橋脚の耐震設計上きわめて重要な事項であり、地盤の運動および反力の非線型的取扱いととも今後解明されねばならない問題である。

本論においては、上層地盤が特に軟弱な水中橋脚で、橋

脚基礎下端における地震動が与えられた場合の上層地盤変形の影響について論じたのであるが、地表面における地震動が与えられた場合には、現象が異ってくる。この場合の地盤変形の影響については目下研究中である。

参考文献

- 1) Chang, Y.L. : Discussion on "Lateral Pile-loading Tests" by Feagin, Trans. of A.S.C.E. 1957
- 2) 岡本舜三・加藤勝行・伯野元彦 : 地中構造物に働く地震力に関する研究, 土木学会論文集, No. 92, 昭. 38.4
- 3) Penzien, J., Scheffery, C.F. and Parmelee, R.A. :
"Seismic Analysis of Bridges on Long Piles" Proc. of A.S.C.E., Vol. 90, EM 3, June, 1964
- 4) Parmelee, R.A., Penzien, J., Scheffery, C.F., Seed, H.B. and Thiers, G.R. : "Seismic Effects on Structures Supported on Piles Extending through Deep Sensitive Clays", Univ. of California, Inst. of Eng. Res., Aug. 1964
- 5) 後藤尚男・亀田弘行 : 杭基礎上の橋脚の地震応答, 土木学会論文集, No. 131, 昭. 41.7

(1966. 9. 2. 受付)
