

杭基礎上の橋脚の地震応答について*

ON EARTHQUAKE RESPONSE OF BRIDGE PIERS
ON PILE FOUNDATIONS

後藤 尚 男**・亀田 弘 行***
By Hisao Goto and Hiroyuki Kameda

1. ま え が き

本研究は、比較的深い杭基礎上に建設された橋脚の地震応答の性状を明らかにしようとしたものである。近年ますます活発化しつつある都市高速道路などの建設に際し、高架橋の下部構造などかなりスレンダーな橋脚が採用されることが多くなり、その水平方向の固有振動周期が、たとえば 0.5~1.0 sec と、地震動の卓越周期に前後するような可能性も生じている¹⁾。かかる場合には、耐震設計法として従来用いられてきた震度法をそのまま用いるより、dynamic magnification を考慮したいわゆる動的耐震設計法による方が合理的であろうと考えられる。

一方基礎工が比較的厚い地表層を貫いて基盤層に達している場合には、入力地震波をどのように与えるかという問題がある。基盤層から地表層に入射した地震波が地表層内で反射・屈折・減衰をくり返す結果、地表層内における地震動は、深さによって入射波とは異なった波形を持つことになる。したがって構造物は、基礎底面からの入射地震波とともに、基礎側面からも深さによって異なる地震波の作用を受ける。かかる地盤中に基礎を持つ構造物の地震応答を求めるに際しては、建築物のケーソンのように、根入長に比べて底面幅が大きく、しかも剛な基礎では、基礎底面の地震動のみを考慮すればよいかも知れないが、橋脚基礎のように、底面幅より根入長が大きくなることが多いような場合には、基礎側面の地震動をもあわせて考慮すべきであると考えられる。特に杭基礎のように比較的たわみやすい基礎工に生ずる曲げモーメントは、地表層内の地震動が深さによって振幅・位相ともに異なるために、構造物の最大加速度のみから静的に計算する震度法による値より大きくなる可能性もある。この点より基礎工の曲げ強さを検討することも重要であろう。

岡本教授らは、地表層を一様な弾性体、基礎杭を弾性床の上のはりとして取り扱い、杭の上端が自由で杭体の質量を無視できる場合について、地表層下面から鉛直に入射する正弦せん断波に対する杭体の定常曲げモーメント

を解析した²⁾。また Penzien 教授らは、地盤を粘性およびクリープの影響を考慮した bi-linear な復元力特性を持つ剛な基盤上の多質点系とし、また上部構造をも含めた杭基礎橋脚をも、bi-linear な復元力特性を持つ多自由度系として表示して、アメリカの高速道路橋について、El Centro 地震 (1940) に対する応答解析を行なっている^{3), 4)}。前者では、上部構造との関連、非定常外力に対する応答などが問題として取り残されているといえよう。後者における振動モデルは非常に精緻であり、橋脚に限らず、他の柔構造物にも応用できるものであるが、基盤層が無限に堅いという仮定に立っているため、地表層から基盤層への振動エネルギーの伝播が無視されており、地表層が基盤層にくらべて非常に軟弱な場合以外には妥当性を欠く恐れもあろうと考えられる。

本研究では、基盤層を一様な弾性体、地表層を弾性体または粘弾性体として取り扱い、杭基礎上の橋脚を、有限個の水平バネで地表層と結合された 1 自由度系として表示した。しかして実際の強震記録に対するモデル橋脚の応答を求め、基礎躯体に生ずる曲げモーメントが、上部工の加速度や地表層の変形によって受ける影響を解析し、さらに地震波を定常確率過程とみなして、上部工の最大加速度応答におよぼす橋脚や地盤のパラメーターの影響について基礎的な資料を得ようとした。

2. 橋脚と地盤の振動モデル

(1) 基本仮定と振動モデルの設定

橋梁構造の動的特性を適確に表現するためには、連続するスパンを含む構造系全体を取り扱うべきであり、著者の一人は、かなり以前に自由振動の問題に対してはかかる立場から近似的な解析を行なったことがある⁵⁾。しかし橋梁の非定常地震応答を求める場合には、橋脚の位置による地震動の与え方など、不確定な要素が増すことから、橋梁全体の地震応答は今後の問題として、本研究では取りあえず上部構造 1 連の重量を載荷した橋脚 1 基の場合を取り扱うことにする。

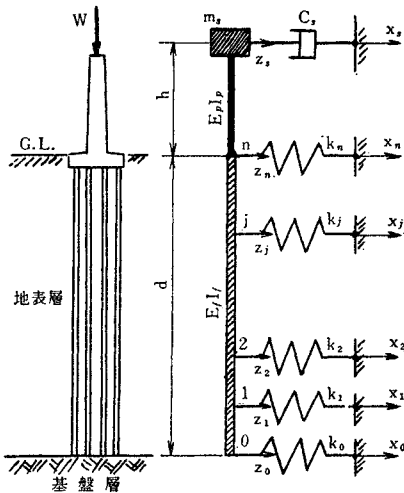
かくして図-1 は、本研究で対象とする振動モデルを示したものである。同図で杭体および橋脚の躯体をそれぞれ弾性柱 $E_f I_f$, $E_p I_p$ で表わし、それらの重量は必要に応じて振動的に等価な値として、橋脚頂部に近似的に換算して上部構造の重量 W に加算できるものと考えた。またこれらの弾性柱ではせん断変形を無視して⁶⁾、

* 第 20 回土木学会年次学術講演会 (昭.40.5) および第 8 回地震工学研究発表会 (昭.40.10) で一部を発表

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学教室

*** 学生会員 工修 京都大学大学院 土木工学専攻

図-1 振動モデル



曲げ変形のみを考慮することにした。

一方 図-1 において基礎工 $E_f I_f$ の部分に取り付けた水平バネ $k_0 \sim k_n$ は、いうまでもなく基礎地盤の弾性を表わしている。それぞれのバネが、図-2 のような基礎工の区間を取り巻く地盤の弾性を表わすものとするれば、そのバネ定数 k は、基礎工が地盤に対して相対的に単位長さ y だけ水平移動したときに、基礎工の当該区間に働く水平地盤反力 q の合力として近似的に与えられる。すなわち図-2 において点 j に取り付けられたバネのバネ定数 k_j は、 $q = K(\xi)y$ より

$$k_j = b \int_j q d\xi / y = b \int_j K(\xi) d\xi, \quad (j=0, 1, \dots, n) \quad (1)$$

で表わされる。ここに b は基礎工の奥行幅、 $K(\xi)$ は地表面からの深さ ξ における水平地盤係数であり、 $\int_j d\xi$ は、点 j を含む区間における積分を表わす。 $K(\xi)$ は、

$$K(\xi) = K_d(\xi/d)^\nu, \quad (0 \leq \nu \leq 1) \quad (2)$$

と表わされることが多い。 $n=3$ で $\nu=0, 0.5, 1.0$ の場合について k_j を計算すると表-1 のようになる。ただし基礎工の先端は、その周囲の地盤よりかたい基盤層に打込まれることが多いので、その効果を取り入れるためには、場合に応じて k_0 には表-1 より大きな値を与えるべきであろう。

なおこの振動系のエネルギーは、質点 m_s に取り付けられたダッシュポット c_s によって減衰されるものと仮定した。この c_s は構造・地盤両者の減衰を意味してい

図-2 バネ定数決定の説明図

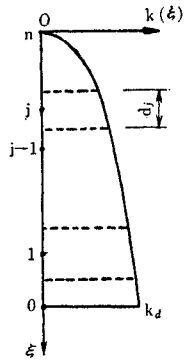


表-1 バネ定数 k_j の値 ($n=3$)

j	$K_j (\times b \cdot d \cdot K_d)$		
	$\nu=0$	$\nu=1/2$	$\nu=1$
0	1/6	0.1595	11/72
1	1/3	0.3067	2/9
2	1/3	0.1551	1/9
3	1/6	0.0680	1/72

る。

(2) 振動モデルの力学的性質

図-1 の分割点 j における基礎工の絶対変位を z_j 、地盤との相対変位を y_j 、地盤の変位を x_j とし、

$$z = \begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}, \quad y = \begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

のようにベクトル表示すると、明らかに

$$z = y + x \quad (3)$$

一方分割点 j における曲げモーメントを M_j とし、

$$M = \begin{bmatrix} M_1 \\ \vdots \\ M_n \end{bmatrix}, \quad \bar{z} = \begin{bmatrix} z \\ z_s \end{bmatrix}$$

とおくと、三連モーメントの式から M は

$$M/h = S\bar{z} \quad (4)$$

の形で求められる。ここに z_s は上部質量 m_s の絶対変位、 S は n 行 $(n+2)$ 列の剛さマトリックスである。式(4)を各分割点における水平力のつりあい方程式に代入すると、つぎの形の式が得られる。

$$Bz + d_1 z_s + Ky = 0$$

これに式(3)を用い、 $A = K + B$ とおくと、

$$z = A^{-1}(Kx - d_1 z_s) \quad (5)$$

ただし A, B, K はいずれも $(n+1)$ 行 $(n+1)$ 列、 d_1 は $(n+1)$ 行 1 列の剛さマトリックスである。

つぎに上部質点の運動方程式は次式で表わされる。

$$m_s \ddot{z}_s + c_s (\dot{z}_s - \dot{x}_s) + M_n/h = 0$$

ここに、 c_s はダッシュポットの粘性係数である。 \dot{x}_s はダッシュポット的一端が固定されていると考える仮想地盤の速度で、地表層の地震速度の開数であって、 $\dot{x}_s = \sum_i \xi_i \dot{x}_i$ (ξ_i は定数) のような形をとり、上部質点とこの仮想地盤の相対速度に比例する減衰力がダッシュポットに生ずるものとする。ここで式(4)から

$$M_n/h = d_2^T z + \alpha z_s$$

と書くと、 d_1 は各分割点における杭体のせん断力に対する上部質点の変位の貢献度を表わし、 d_2 は各分割点における杭体の変位からの上部質点に対する水平力の貢献度を表わすから、相反定理により一般に $d_1 = d_2$ となる。そこでこれを d で表わし、式(5)をもあわせ用いると、上の運動方程式はつぎのように書き改められる。

$$m_s \ddot{z}_s + c_s \dot{z}_s + (\alpha - d^T A^{-1} d) z_s + d^T A^{-1} K x - c_s \dot{x}_s = 0 \quad (6)$$

ただし、 d^T は d の転置行列を表わす。

式(6)が図-1の振動モデルの運動方程式の一般形であるが、さらに

$$\left. \begin{aligned} \omega_n^2 &= (\alpha - \mathbf{d}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{d}) / m_s \\ h_n &= c_s / 2 \sqrt{m_s (\alpha - \mathbf{d}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{d})} \\ g(t) &= \mathbf{u}^T \mathbf{x} + r \dot{x}_s \\ \mathbf{u}^T &= -\mathbf{d}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{K} / (\alpha - \mathbf{d}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{d}) \\ r &= c_s / (\alpha - \mathbf{d}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{d}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

とおくことによって、式(6)は

$$\ddot{z}_s + 2 h_n \omega_n \dot{z}_s + \omega_n^2 z_s = \omega_n^2 g(t) \dots\dots\dots (8)$$

の形に標準化される。ここに ω_n, h_n はそれぞれこの振動系の固有円振動数、減衰定数を表す。また \mathbf{u} の各

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \{k_0 + \lambda_1^2 K(7+8\lambda_2)\}, & -2\lambda_1^2 K(8+9\lambda_2), & 12\lambda_1^2 K(1+\lambda_2), & -\lambda_1 K(1+3\lambda_1+2\lambda_1\lambda_2) \\ * & \{k_1 + 4\lambda_1^2 K(11+12\lambda_2)\}, & -2\lambda_1^2 K(23+21\lambda_2), & 6\lambda_1 K(1+3\lambda_1+2\lambda_1\lambda_2) \\ * & * & \{k_2 + 16\lambda_1^2 K(5+3\lambda_2)\}, & -2\lambda_1 K(12+23\lambda_1+9\lambda_1\lambda_2) \\ * & * & * & \{k_3 + K(15+38\lambda_1+31\lambda_1^2+8\lambda_1^2\lambda_2)\} \end{pmatrix}$$

ただし * 印は対角要素に関して対称な位置にある要素にそれぞれ等しいことを示す。

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} k_0 & & & \\ & k_1 & & \\ & & k_2 & \\ & & & k_3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} \lambda_1 K \\ -6\lambda_1 K \\ 24\lambda_1 K \\ -(15+19\lambda_1)K \end{pmatrix}, \quad \alpha = 15K$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} K\lambda_1(7+8\lambda_2), & -2K\lambda_1(8+9\lambda_2), & 12K\lambda_1(1+\lambda_2), & -K(1+3\lambda_1+2\lambda_1\lambda_2), & K \\ -2K\lambda_1(1+\lambda_2), & 12K\lambda_1(1+\lambda_2), & -2K\lambda_1(11+9\lambda_2), & 4K(1+3\lambda_1+2\lambda_1\lambda_2), & -4K \\ K\lambda_1, & -6K\lambda_1, & 24K\lambda_1, & -K(15+19\lambda_1), & 15K \end{pmatrix}$$

ただし

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 3h/d \\ \lambda_2 &= 3hE_f I_f / dE_p I_p \\ K &= 3\lambda_2 E_p I_p / (13+15\lambda_2) h^3 \end{aligned}$$

ここに、 h は橋脚躯体の高さ、 $E_p I_p$ および $E_f I_f$ はそれぞれ橋脚と基礎工の曲げ剛性を表わしている。

3. 実地震記録に対する応答解析と計算

本節では、実際の強震記録を入力として、前節の振動モデルの応答を解析する。

(1) 基礎地盤中の地震動の計算

基盤層から地震波が入射したときの地表層内の地震動を求めることから考察する。いわゆる層状地盤の地震動の研究は、すでに妹沢博士、金井博士らによって行なわれてきており^{7),8)}、その理論結果は小規模な地震については定量的にも実証されてきた⁹⁾。本節においてもこれらの理論を応用して議論を進めるが、まずつぎの仮定を設ける。

- 1) 地表層と基盤層はいずれも一様な弾性体であり、その境界面は水平で橋脚基礎工の下端と一致し、両者は互に密着していて slip を起こさない。
- 2) 地震波はせん断形の平面波とし、地表層に垂直に

$$a_j(t) = \frac{2}{1+\alpha} \left[\psi \left(t - \frac{d}{v_1} \cdot \frac{j}{n} \right) + \psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left(2 - \frac{j}{n} \right) \right\} - \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \left[\psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left(2 + \frac{j}{n} \right) \right\} \right] \right]$$

要素は、上部構造の運動に対する地盤の各深さにおける地動変位の影響度を表わしているといえる。

かくして式(8)を解くことによって z_s が求まると、これを用いて式(5)から基礎工の各点の変位 z が求まり、さらに曲げモーメント \mathbf{M} が式(4)から算出される。

本研究では基礎地盤の分割数が3(すなわち $n=3$) の場合について数値計算を行なったが、その場合には、式(4)、式(7)などに現われるマトリックスや定数はつぎのように求められる。

入射する。

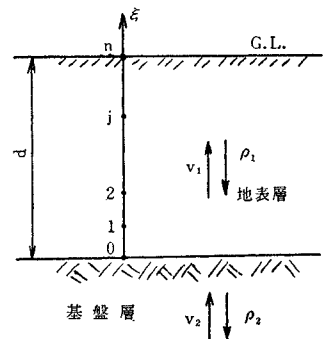
いま変位振幅が A_0 の調和波が基盤層から入射したとき、地表層への透過波および基盤層への反射波の振幅 A_1, A_2 は、それぞれ

$$\begin{aligned} A_1/A_0 &= 2/(1+\alpha) \\ A_2/A_0 &= (1-\alpha)/(1+\alpha) \end{aligned}$$

により与えられる⁷⁾。ただし $\alpha = \rho_1 v_1 / \rho_2 v_2$ で、 $v = \sqrt{G/\rho}$ はせん断波の伝播速度であり、添字 1, 2 はそれぞれ地表層および基盤層を表わす。

これらの関係は不規則な地震動に対しても、また加速度の増幅度についてそのまま適用できる。したがって、基盤層から入射する地震波の加速度を $\psi(t)$ とすると、図-3の点 j における地震加速度 $a_j(t)$ は結局次式で与えられる。

図-3 基礎地盤のモデル表示



$$\begin{aligned}
 & + \psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left(2k + \frac{j}{n} \right) \right\} + \dots + \left(-\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^k \left[\psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left(2k + \frac{j}{n} \right) \right\} + \psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left[2(k+1) - \frac{j}{n} \right] \right\} \right] + \dots \\
 & = \frac{2}{1+\alpha} \sum_{k=0}^{\infty} \left(-\frac{1-\alpha}{1+\alpha} \right)^k \left[\psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left(2k + \frac{j}{n} \right) \right\} + \psi \left\{ t - \frac{d}{v_1} \left[2(k+1) - \frac{j}{n} \right] \right\} \right] \dots \dots \dots (9)
 \end{aligned}$$

(2) 応答計算とその結果の考察

本研究では、1952年7月の Taft, Calif., U.S.A. における加速度記録¹⁰⁾を入射地震波として数値計算を行なった。その記録は図-4 に示されている。同図から 0.02 sec ごとの加速度を読みとってこれを折線で近似し、それらの平均値がゼロとなるように横軸を定めたものを入射波 $\psi(t)$ とした。また地表層の地盤条件としては一例としてつぎの値を採用した。

$$\begin{aligned}
 d &= 20 \text{ m} \\
 v_1 &= 160 \text{ m/sec} \\
 \alpha &= \rho_1 v_1 / \rho_2 v_2 = 0.284
 \end{aligned}$$

これは、地表層のせん断1次固有周期が $T_g = 4d/v_1 = 0.5 \text{ sec}$ の場合に相当する。また地表層の分割数は前述のごとく $n=3$ とした。かくして式(9)を用いて算出された地表層中の地震加速度 $a_j(t)$ ($j=0, 1, 2, 3$) を図-5 に示した。図-6 は、図-4 中の比較的大きなパルス $P_1 \sim P_5$ が地表層中で増幅されて行く様子を示したものである。同図からわかるように、地表層の固有周期 0.5 sec に近い周期のパルスは直線的に増幅されるが、それ以外のパルスは地表面のごく近くではじめて大きく増幅される傾向にあることを知る。周期によるこの増幅度の相違は点2において最もいちじるしく、地盤内の重複反射によるフィルター作用がこの点の付近で最大になりやすいことを示している。このことは、図-5 の $a_0(t) \sim a_3(t)$ を比較してもうなづけることであり、 $a_0(t)$ 、 $a_1(t)$ 、 $a_3(t)$ がもとの $\psi(t)$ の波形を割合よく残しているのに対し、 $a_2(t)$ では高い振動数の成分が衰えて、地表層の固有周期が卓越している傾向にあることからも諒解できる。

図-4 Taft, Calif., U.S.A., 1952.7 の加速度記録 (NE 21°)

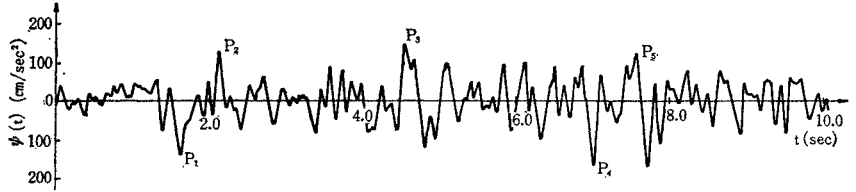


図-5 地表層の地震加速度計算結果

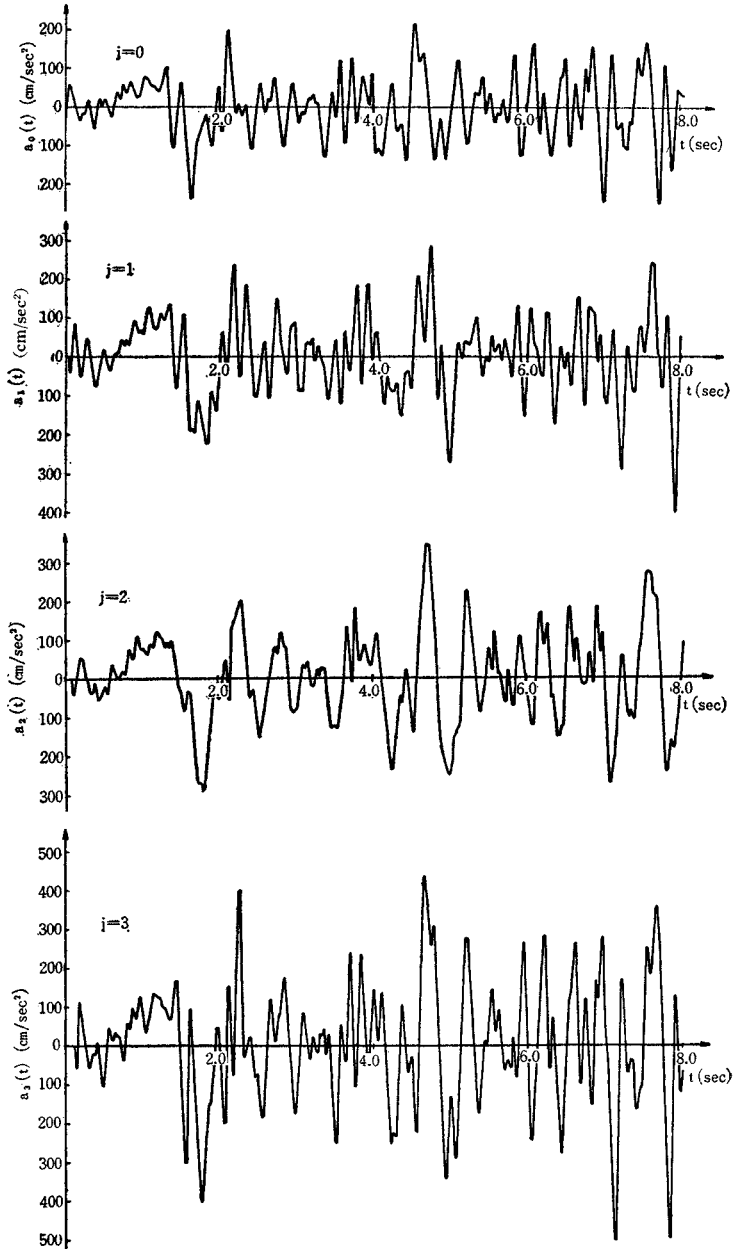
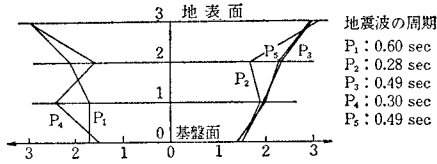


図-6 地表層における地震波パルスの増幅比



地震波の周期
 P₁: 0.60 sec
 P₂: 0.28 sec
 P₃: 0.49 sec
 P₄: 0.30 sec
 P₅: 0.49 sec

これらの地震動に対して運動方程式(8)を解くためには、式(7)の $g(t)$ の定義から、地動を変位や速度で与えることが必要である。ここでは地震加速度を折線で近似したことから、地動変位・速度は次式より算出した。

$$\left. \begin{aligned} x_{j,r} &= x_{j,r-1} + \dot{x}_{j,r-1} \Delta t + \frac{2a_{j,r-1} + a_{j,r}}{3} \Delta t^2 \\ \dot{x}_{j,r} &= \dot{x}_{j,r-1} + \frac{a_{j,r-1} + a_{j,r}}{2} \Delta t, \quad (j=0,1,2,3) \\ &\quad (r=1,2,\dots) \end{aligned} \right\}$$

ここに a_j , x_j , \dot{x}_j はそれぞれ図-3 に示した点 j における地震動の加速度, 変位, 速度, また Δt は time step の長さであり, 添字 $r-1, r$ は r 番目の time step の始めと終りの時刻を表わしている。なおこのときの初期条件としては $x_{j,0} = \dot{x}_{j,0} = 0$ を用いた。

かくして得られた地表層の地震動に対して運動方程式(8)を積分した。表-2 に本節の計算に用いた橋脚モデルの諸定数を示した。またここでは一応 $\dot{x}_s = 0$ とおいて、減衰力は上部質点の絶対速度に比例するものと仮定した。応答解析における数値積分法としては Newmark の β 法¹¹⁾ を用い、解の収束・安定条件, 入力地震加速度の形状などを考慮して、パラメーター β は $1/6$ とした。また time step の大きさは地表層の地震動を計算したときと同じく 0.02 sec とし、収束の判定条件は、各 step の加速度応答の誤差が 0.05 cm/sec^2 以内になること

表-2 振動モデルの諸定数

Model No.	$E_p I_p$ ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)	$E_f I_f$ ($\text{kg} \cdot \text{cm}^2$)	h (m)	T_n (sec)	c_r ($\text{kg} \cdot \text{sec/cm}$)
1	3.53×10^{13}	1.60×10^{13}	4.50	0.3635	17.29×10^4
2	5.00×10^{13}	4.00×10^{12}	4.50	0.5294	11.87×10^4
3	2.00×10^{12}	1.60×10^{13}	4.50	0.6442	9.754×10^3
4	2.32×10^{13}	2.00×10^{12}	4.50	0.6990	8.988×10^3
5	1.35×10^{13}	4.00×10^{12}	8.00	1.0060	6.248×10^3

Model No.	u_0	u_1	u_2	u_3
1	0.02330	-0.06502	-0.6149	1.657
2	-0.01654	0.14950	-0.9243	1.791
3	0.02230	-0.06502	-0.6149	1.657
4	-0.02935	0.20520	-0.9974	1.822
5	-0.03243	0.28710	-1.6770	2.422

$d = 20 \text{ m}$
 $m_s = 500 \text{ kg} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}$
 $k_0 = k_1 = k_2 = 2.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}$
 $k_3 = 1.0 \times 10^6 \text{ kg/cm}$
 T_n : 固有周期
 $C_r = C_s/h_n = 2\sqrt{m_s(\alpha - d^2 A^{-1} d)}$: 限界粘性係数

図-7 橋脚頂部の絶対加速度応答

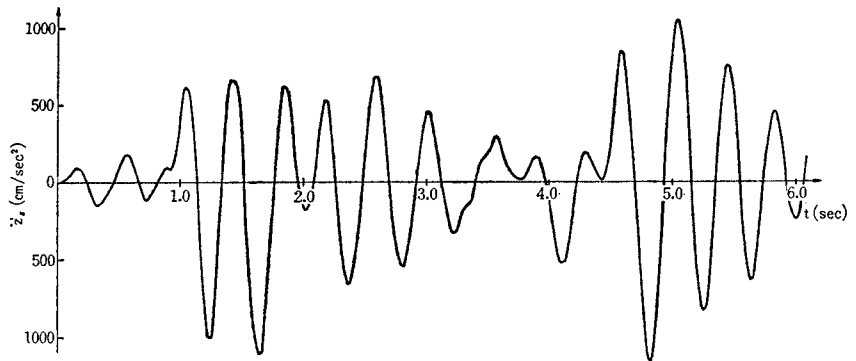


図-8 橋脚頂部の絶対速度応答

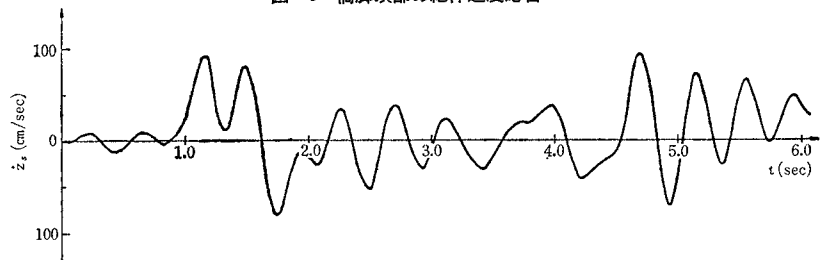


図-9 橋脚頂部の相対変位応答

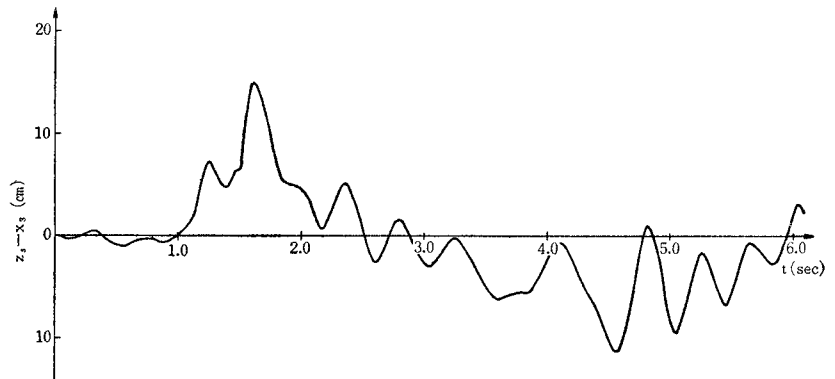


図-10 基礎工杭体の曲げモーメント応答

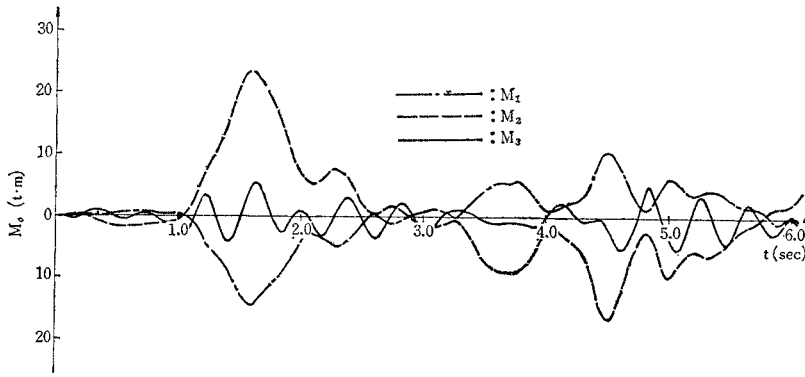
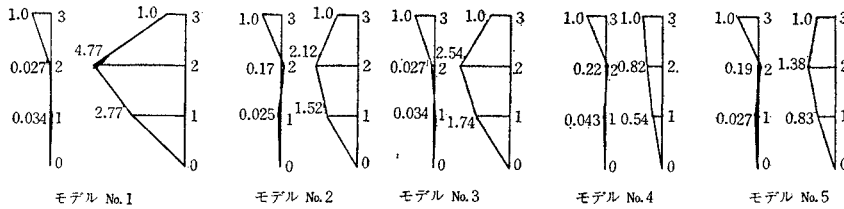


図-11 基礎工杭体の最大曲げモーメント (左側: 静値, 右側: 応答最大値)



とした。以上の要領で、図-5 の 0~6.0 sec の部分に対する応答を求めた。

図-7~10 は表-2 のモデル No. 1 の地震応答の計算結果で、それぞれ橋脚頂部の絶対加速度、絶対速度、地表面との相対変位および基礎工に生ずる曲げモーメントの時間的変化の様子を示したものである。一方表-3 は橋脚頂部の絶対最大加速度と地表面における最大地震加速度との比 $r_1 = |\ddot{z}_s|_{\max} / |a_s|_{\max}$ 、および橋脚下端の曲げモーメント $|M_3|$ の最大値と $|a_3|$ の最大値に対する M_3 の静的計算値との比 $r_2 = |M_3|_{\max} / |M_3|_{\text{static}}$ を示し、さらに図-11 は基礎躯体に生じた曲げモーメントを、静的な値と比較して示したものである。ただし静的計算値も表-2 のモデルについて計算した値である。

表-3 上部質点と地表の加速度比 r_1 、および橋脚下端曲げモーメントの静値に対する比 r_2

モデル No.	r_1	r_2
1	2.58	2.49
2	3.84	3.77
3	1.81	1.75
4	1.02	1.00
5	1.83	1.77

表-3 で、 r_1 と r_2 は当然のことながらよく近似しており、橋脚下端の曲げモーメントは、上部質点の加速度によって決まることを示している。一方図-11 から明らかなように、基礎躯体には、静的な計算の結果よりはるかに大きな曲げモーメントが生じている。そこで図-7, 9 と図-10 とを比較すると、 M_3 が \ddot{z}_s とよく似た形で変化しているのに対して、 M_1, M_2 の変化は $x_s - x_3$

のそれと類似している。以上のことから、基礎工に生ずる曲げモーメントを支配するのは地表面付近では上部構造の慣性力であるが、ここでの例のように比較的たわみやすい基礎工では、地下数 m ではすでに地中の地震動の波形の相違ないしは位相差による動的な曲げモーメントが支配的であろうことが推察される。このことは杭などのたわみやすい基礎工の耐震設計に注目すべき示唆を与えたものといえよう。

4. ランダムな地震動に対する応答

本節では、スペクトル解析の手法を用いてランダムな地震動に対する図-1 の振動モデルの応答を解析する。

(1) 概 説

ランダムな地震応答を研究する場合にとられる手法には種々の行き方があり、それぞれ長所・欠点を持つようであるが、本研究では、田治見教授¹²⁾、Barstein氏¹³⁾らによって取り扱われてきた方法を適用する。これは地震動とそれに対する応答を定常確率過程とみなし、それらの自乗平均の平方根がそれぞれの最大値に比例すると考える方法で、いわゆるスペクトル解析の応用である。この方法では地震波は無限の継続時間を持つと考えるので、無減衰系では無限のエネルギーを貯えねばならないことになり、したがって応答の自乗平均も無限大となる。かくしてこの方法の適用範囲は減衰のある振動系に限られ、応答を定常確率過程とみなすためには、対象とする地震動の継続時間が固有周期の数倍程度より大きいことが要求される。しかしこの方法によれば、外力となる地震波のスペクトル密度は任意の形をとることができ、また外力関数が複数個ある場合にも、周波数応答関数を用いることにより、位相差の効果をも含めて解析することが容易である。

スペクトル解析のくわしいことは成書に譲り^{14), 15)}、ここでは本研究に必要な基本的事項のみを記述する。 $f(t)$ をエルゴード性を持つ定常確率過程であると*、その

* 以下本節では特に断らないかぎり、時間関数はこの性質を持つものとする。

スペクトル密度を $S_f(\omega)$ とすると、 $f(t)$ の自乗平均と $S_f(\omega)$ の間にはつぎの関係がある。

$$E\{[f(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} S_f(\omega) d\omega \dots\dots\dots(10)$$

ただし $E\{x\}$ は x の数学的期待値を表わす。また df/dt のスペクトル密度 $S_{f'}(\omega)$ は

$$S_{f'}(\omega) = \omega^2 S_f(\omega) \dots\dots\dots(11)$$

で与えられる。

一方ある線型系の応答量 $r(t)$ の周波数応答関数を $H_r(\omega)$ とすると、外力関数のスペクトル密度が $S_g(\omega)$ で与えられれば、応答のスペクトル密度 $S_r(\omega)$ は

$$S_r(\omega) = |H_r(\omega)|^2 S_g(\omega) \dots\dots\dots(12)$$

となる。かくして応答の自乗平均は式 (10)、(12) により

$$E\{[r(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} |H_r(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega \dots\dots(13)$$

で与えられる。

以上の議論より、まず基盤層から入射する地震動 $\psi(t)$ のスペクトル密度 $S_\psi(\omega)$ を決定し、これを用いて地表における地震加速度 $a(t)$ のスペクトル密度 $S_a(\omega)$ と式 (7) の外力関数 $g(t)$ のスペクトル密度 $S_g(\omega)$ を求めれば、式 (10)、(13) により、応答の自乗平均値 $E\{[r(t)]^2\}$ と地表の地震加速度の自乗平均値 $E\{[a(t)]^2\}$ との比 μ^2 は次式から算出される。

$$\mu = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |H_r(\omega)|^2 S_g(\omega) d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} S_a(\omega) d\omega \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(14)$$

そして田治見教授にしたがってこの μ が $r(t)$ と $a(t)$ の最大値の比に等しいとすれば、結局水平震度 k_H の地震に対しては、構造物の最大応答は

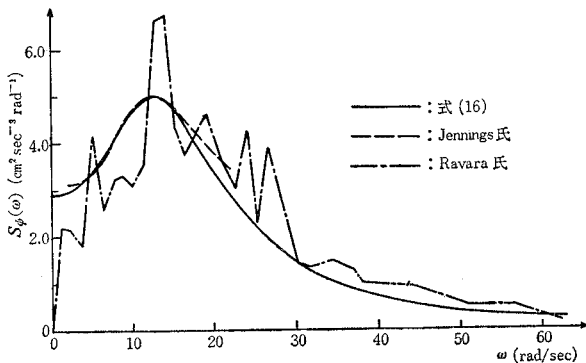
$$|r|_{\max} = \mu k_H g \dots\dots\dots(15)$$

で与えられることになる。ここに g は重力加速度である。

(2) 入射地震波のスペクトル密度

地震動に関する多くの研究結果から、金井博士は、地震動のスペクトル密度は地表付近の地盤の振動特性に支配されるピークを持つとし、その半実験式を提案し

図-12 地震加速度のスペクトル密度



た¹⁶⁾。その後この着想は田治見教授によって引用され¹²⁾、そこで用いられた地震加速度のスペクトル密度の表示式がアメリカの強震記録の平均的なスペクトル密度とよく合うことが Jennings 氏によって確かめられた¹⁷⁾。Jennings 氏は Rosenblueth 教授の近似理論と無減衰系の平均速度応答 S_V とを結び付け、近似的に $S_V^2 \propto S_\psi(\omega)$ とおいてもとの地震加速度のスペクトル密度を求めたが、その結果を図-12 の破線で示した。同氏はこの曲線に田治見式⁹⁾を当てはめて次式を得た。

$$S_\psi(\omega) = \frac{2.875(1+\omega^2/147.8)}{(1-\omega^2/242)^2 + \omega^2/147.8} \text{ (cm}^2 \cdot \text{sec}^{-3} \cdot \text{rad}^{-1})} \dots\dots\dots(16)$$

この式 (16) を図-12 に実線で記入したが、これは $\omega < 10 \sim 20$ rad/sec で破線の理論値とよく合っている。ただし Jennings 氏が与えたのは地表面におけるスペクトル密度であり、地表面での反射波の影響も含まれていると考えられる。ここでは入射波のみを取り扱うのであるから、スペクトル密度が各調成分の自乗平均を表わすことを考慮して、式 (16) および図-12 の破線はいずれも同氏が与えた値の $(1/2)^2$ となるようにしてある。

ところで図-12 の破線は円振動数が $2.1 \sim 21$ rad/sec の範囲でのみ与えられているから、それ以外の周波数域での比較が問題になる。そこで Ravara 氏によって直接計算された Taft を含む 8 個の強震記録のスペクトル密度の平均値¹⁸⁾を、スケールを合わせて同図の鎖線で示した。これによると、振動数の高い区間でも式 (16) は満足すべき値を与えていることがわかる。問題はむしろ振動数の低い部分にあり、式 (16) によると、 $\omega=0$ で $S_\psi(\omega)$ は 0 とならない。これは式 (10)、(11) から地震動の速度・変位の自乗平均が無限大となることを意味し、実情と合わない。このことは、図-1 の振動モデルの加速度応答を求める限りにおいては大きく問題にならないが、速度応答や変位応答を取り扱う場合には、 $S_\psi(0)=0$ でなければ式 (13) の積分が発散する。この意味で、 $\omega=0$ 付近の地震加速度のスペクトル密度の正確な値を推定することは、当面の重要な課題であると考えられる。このような制約を考慮して、本研究では一応上部質点の加速度応答のみを取り扱い、 $S_\psi(\omega)$ として式 (16) を採用することにした。

(3) 基礎地盤中の地震動および外力関数 $g(t)$ のスペクトル密度

つぎに式 (14) の $S_a(\omega)$ と $S_g(\omega)$ を決定する。地表面の地震加速度 $a(t)$ および式 (7) の $g(t)$ は、ともに基盤層から入射する加速度 $\psi(t)$ なる地震波に対する線型応答と考えられるから、そのスペクトル密度は、式 (11)、(12) よりそれぞれ

$$S_a(\omega) = |V_d(\omega)|^2 S_\psi(\omega) \dots\dots\dots(17)$$

$$S_g(\omega) = \frac{|M_s(\omega)|^2}{\omega^4} S_\psi(\omega) \dots\dots\dots(18)$$

と表わされる。ここに $V_d(\omega)$, $M_s(\omega)$ はそれぞれ $a(t)$ および $\dot{y}(t)$ の周波数応答関数で、 $\psi(t) = e^{i\omega t}$ のときの $a(t)$ および $\dot{y}(t)$ の複素振幅に等しい。

このようにして、問題は $V_d(\omega)$ および $M_s(\omega)$ を求めることに帰着されるが、ここでは、地盤自身の減衰性の影響を調べるために、地表層を粘弾性体として取り扱う。粘弾性地盤の振動問題は金井博士によって取り扱われ¹⁹⁾、地表層の上・下面における調和波の増幅度が与えられたが、本研究では地表層内部の振動状態も明らかにする必要がありますので、以下にその解析を概説する。地盤のモデル化に関する仮定は、地表層が固体粘性を持つことのほかはすべて前節 3. (1) と同様とし、用いる記号、添字のつけかたも特に断らない限り同様とする。

いま基盤層から変位が $e^{i\omega t}$ なる調和波が入射したとすると、地盤の運動方程式から

$$G(1+i\varepsilon)\frac{d^2\bar{w}}{d\xi^2} + \omega^2\rho\bar{w} = 0 \dots\dots\dots(19)$$

が得られる。ここに \bar{w} は地盤の変位 w の複素振幅、 ε は粘性を表わす係数である。 ε としてなにをとるかは議論のあるところであるが、Herrera・Rosenblueth・Rascon 諸氏の実験結果²⁰⁾により、一応振動数に無関係な定数とする。地表層および基盤層の変位をそれぞれ w_1 , w_2 とし、式 (19) を境界条件

$$\left. \begin{aligned} \xi=0: w_1=w_2 \\ G_1(1+i\varepsilon)\frac{\partial w_1}{\partial \xi} = G_2\frac{\partial w_2}{\partial \xi} \\ \xi=d: \frac{\partial w_1}{\partial \xi} = 0 \end{aligned} \right\}$$

のもとで解いて w_1 , w_2 を求めると、前節 3. (1) の議論によって、 w_1 は加速度 $e^{i\omega t}$ なる入射波に対する地表層の加速度応答となる。したがって地表層中の点 j (図-3) の周波数応答関数 $V_j(\omega)$ は

$$V_j(\omega) = \frac{w_1|_{\xi=j d/n}}{e^{i\omega t}}$$

で与えられる。一方前節と同様に式 (7) において $\dot{x}_s=0$ と仮定すれば、 $\psi(t) = e^{i\omega t}$ に対しては

$$\begin{aligned} \ddot{y}(t) &= \mathbf{u}^T \ddot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{j=0}^n u_j \ddot{x}_j(t) = \sum_{j=0}^n u_j a_j(t) \\ &= \left\{ \sum_{j=0}^n u_j V_j(\omega) \right\} e^{i\omega t} \end{aligned}$$

であるから、 $\ddot{y}(t)$ の周波数応答関数 $M_s(\omega)$ は

$$M_s(\omega) = \sum_{j=0}^n u_j V_j(\omega) = \frac{\sum_{j=0}^n u_j (w_1|_{\xi=j d/n})}{e^{i\omega t}}$$

となる。以上の手順で計算を行なうと、結局 $|V_j(\omega)|^2$, $|V_d(\omega)|^2 = |V_n(\omega)|^2$, $|M_s(\omega)|^2$ がつぎのように求められる。

$$|V_d(\omega)|^2 = \frac{4(\nu_1^2 + \nu_2^2)}{(\nu_1^2 + \nu_2^2)\chi_{21} + \alpha^2\chi_{22} + \alpha\chi_{23}} \dots\dots\dots(20)$$

$$\begin{aligned} |V_j(\omega)|^2 &= \frac{4(\nu_1^2 + \nu_2^2)\chi_{11}^{(j)}}{(\nu_1^2 + \nu_2^2)\chi_{21} + \alpha^2\chi_{22} + \alpha\chi_{23}} \\ &= \chi_{11}^{(j)} |V_d(\omega)|^2 \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |M_s(\omega)|^2 &= \frac{4(\nu_1^2 + \nu_2^2) \sum_{j,k=0}^n u_j u_k \chi_s^{(j,k)}}{(\nu_1^2 + \nu_2^2)\chi_{21} + \alpha^2\chi_{22} + \alpha\chi_{23}} \\ &= \left\{ \sum_{j,k=0}^n u_j u_k \chi_s^{(j,k)} \right\} |V_d(\omega)|^2 \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} \chi_{11}^{(j)} &= \sinh^2 \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) + \cos^2 \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) \\ \chi_{21} &= \sinh^2 \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} + \cos^2 \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \\ \chi_{22} &= \sinh^2 \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} + \sin^2 \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \\ \chi_{23} &= \nu_1 \sinh \frac{2\nu_2 \omega d}{v_1} - \nu_2 \sin \frac{2\nu_1 \omega d}{v_1} \\ \chi_s^{(j,k)} &= \cosh \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) \cosh \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \\ &\quad \times \cos \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) \cos \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \\ &\quad + \sinh \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) \sinh \frac{\nu_2 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \\ &\quad \times \sin \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{j}{n}\right) \sin \frac{\nu_1 \omega d}{v_1} \left(1 - \frac{k}{n}\right) \\ \nu_1 &= \cos \frac{\tan^{-1} \varepsilon}{2} / (1 + \varepsilon)^{1/4} \\ \nu_2 &= \sin \frac{\tan^{-1} \varepsilon}{2} / (1 + \varepsilon)^{1/4} \end{aligned}$$

かくして式 (16), (20), (22) より式 (17), (18) の $S_a(\omega)$ と $S_g(\omega)$ が決定される。また式 (16), (21) から得られる

$$S_j(\omega) = |V_j(\omega)|^2 S_\psi(\omega) \dots\dots\dots(24)$$

は、地表層中の j 点における地震加速度のスペクトル密度を与えることになる。

(4) 最大地震加速度と橋脚の最大加速度応答

橋脚の上部構造の運動方程式は式 (8) のように表わされたのであるが、 $g(t) = e^{i\omega t}$ に対する z_s および \ddot{z}_s の周波数応答関数の絶対値の自乗は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} |H_D(\omega)|^2 &= \frac{1}{\{1 - (\omega/\omega_n)^2\}^2 + 4h_n^2(\omega/\omega_n)^2} \\ |H_A(\omega)|^2 &= \frac{\omega^4}{\{1 - (\omega/\omega_n)^2\}^2 + 4h_n^2(\omega/\omega_n)^2} \end{aligned} \dots\dots\dots(25)$$

式 (14) に式 (17), (18), (25) を用いれば、上部構造の最大加速度と地表における最大地震加速度との比 μ_A がつぎのように求まる。

$$\mu_A = \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_D(\omega)|^2 |M_s(\omega)|^2 S_\psi(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |V_d(\omega)|^2 S_\psi(\omega) d\omega} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(26)$$

つぎに基礎杭の剛性の影響を受けない振動モデルとして、地表層表面に完全固定された1質点系を考える。すなわちたとえば回転運動をしない剛なフーチングを有する構造物が地表層表面にあるものと考え、地表より上部の構造部分は図-1のモデルと同様であるとする(以後これを仮に剛基礎橋脚と呼ぶ)。このようなモデルは、その運動方程式から、 u の要素を $u_0=u_1=u_2=0, u_3=1$ と置いた場合に相当することは容易にわかる。これより、剛基礎橋脚の最大加速度と地表の最大地震加速度との比 μ_{AR} が次式から算出される。

$$\mu_{AR} = \left\{ \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H_D(\omega)|^2 |V_d(\omega)|^2 S_{\psi}(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} |V_d(\omega)|^2 S_{\psi}(\omega) d\omega} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(27)$$

さらに基盤層が露出している場合、その表面における地震加速度のスペクトル密度は本節4.(2)の議論によって $4S_{\psi}(\omega)$ となるから、地表層の点 j における最大地震加速度と、露出した基盤層表面の最大地震加速度の比 $\mu_g^{(j)}$ は、

$$\mu_g^{(j)} = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} |V_j(\omega)|^2 S_{\psi}(\omega) d\omega / 4 \int_{-\infty}^{\infty} S_{\psi}(\omega) d\omega \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(28)$$

と表わせる。

(5) 数値計算と考察

本節の解析結果に対して前節と同じく $n=3$ の場合について数値計算を行なった。

図-13 地表層中の最大地震加速度

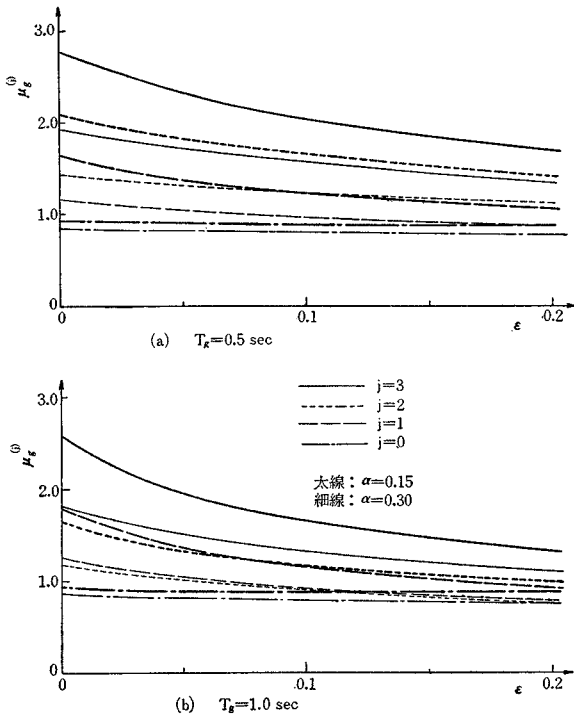
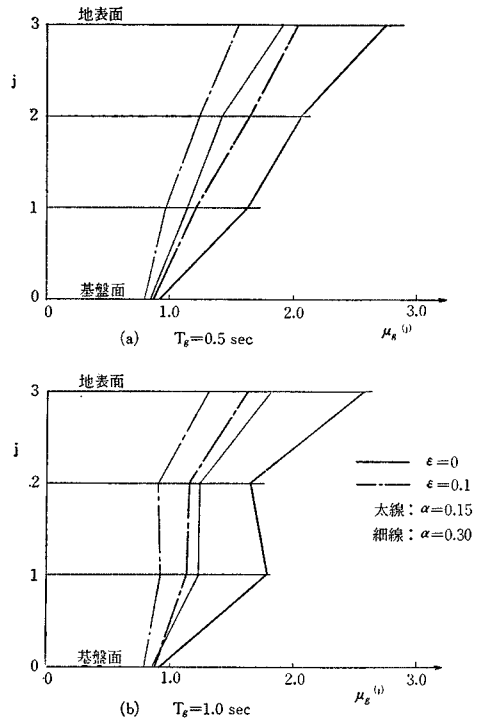


図-14 地表層内の最大地震速度の分布



a) 地表層内の最大地震加速度 地表層の最大地震加速度と露出基盤層表面の最大地震加速度の比 $\mu_g^{(j)}$ を、 T_g, α, ϵ の値を変化させて算出し、図-13に示した。同図で α, ϵ が小さいほど、すなわち地表層が基盤層にくらべて軟らかいほど、また地盤の減衰が小さいほど $\mu_g^{(j)}$ の値が大きくなっているが、これは従来の考え方とよく対応している。また α, ϵ の大小による $\mu_g^{(j)}$ の差異が地表層の上部ほどいちじるしいが、これは地表層内を地震波が通る間にこれらのパラメータの影響が集積される結果と解釈できよう。定量的には、 $\mu_g^{(j)}$ は地表 ($j=3$) で $1.3 \sim 2.8$ の範囲にあり、基盤面 ($j=0$) ではほぼ1に等しいという結果がでている。

つぎに $\mu_g^{(j)}$ の鉛直方向の分布を図-14に示した。同図(a)で $T_g=0.5 \text{ sec}$ は、図-12の $S_{\psi}(\omega)$ の卓越周期に等しい。すなわちこの場合には、地表層は1次共振に近い状態にあるといえる。しかし地表層内の $\mu_g^{(j)}$ の分布は、地表層のせん断1次振動モード⁵⁾よりむしろ直線分布に近い。 $T_g=0.3 \text{ sec}$ の場合についても、ほぼ同様の結果が得られた。これに反して $T_g=1.0 \text{ sec}$ の場合には、図-14(b)に見るように、 $\mu_g^{(2)}$ の値がかなり小さくなっている。 $\mu_g^{(j)}$ の分布に関するこれらの傾向は、図-6でみた地震波中の周期の異なるパルスが地表層内で増幅される様子と同傾向を示しており、興味深いことである。

b) 外力関数 $g(t)$ の影響係数 u 前節 3. と同様に $k_0=k_1=k_2=2k_3$ のごとく仮定すると、式(7)の u を決定する独立な無次元量を、 $E_f I_f / k_1 d^3$, $E_f I_f / E_p I_p$, h/d と選ぶことができる。ここでは実際の構造物をも考慮して、 $E_f I_f / k_1 d^3 = 10^{-4} \sim 10^{-2}$, $E_f I_f / E_p I_p = 0 \sim 1.0$, $h/d = 0.25 \sim 1.0$ の範囲で数値計算を行なった。その結果得られた u の各要素の例を表-4 に示した。なお上に述べた数値の範囲では、 $E_f I_f / E_p I_p$ の値にかかわらず u は有効数字5桁まで一致したので、 $E_f I_f / E_p I_p$ の影響は無視できるものとした。表-4 で、 $|u_1|$, $|u_2|$ は $|u_3|$ にくらべて一般に小さいとはいえない。このことから、地表層のかなり深い部分の地震動も、上部構造の運動に無視できない程度の影響を与えることがわかる。

表-4 外力関数の影響係数 u

$E_f I_f / k_1 d^3$	h/d	u_0	u_1	u_2	u_3
1.0×10^{-4}	0.25	-0.03603	0.2429	-1.1277	1.9208
	0.50	-0.07395	0.4979	-2.2739	2.8500
	1.00	-0.14980	1.0078	-4.5663	4.7082
3.0×10^{-3}	0.25	0.02211	-0.2684	-0.2796	1.5259
	0.50	0.06246	-0.4396	-0.8082	2.1854
	1.00	0.14316	-0.7820	-1.8655	3.5043
1.0×10^{-2}	0.25	-0.11993	-0.2821	0.17405	1.2210
	0.50	-0.14146	-0.5147	-0.04626	1.7024
	1.00	-0.18452	-0.9798	-0.4869	2.6512

c) 上部構造の最大加速度応答 式(26), (27) で与えられる μ_A , μ_{AR} を算出し、比較検討した。ここでは、地盤条件としてはすべて $T_g = 0.5 \text{ sec}$, $\alpha = 0.3$, $\varepsilon = 0.1$ ととった。 $T_g = 0.5 \text{ sec}$ としたのは、地表層の共振に近い状態を取り扱うために T_g を $S_\psi(\omega)$ の卓越周期に等しくとったのであり、 $\alpha = 0.3$, $\varepsilon = 0.1$ としたのは、図-14 からわかるように、地表層内の $\mu_g^{(j)}$ の分布が α, ε の値にかかわらず一定の傾向を示すので、 α, ε のこれらの値以外の場合についても、 T_g, d が同じであれば、 α, ε の相違による $\mu_g^{(j)}$ の違いをそのまま μ_A の違いと評価してもよからうと考えたからである。実際に表-4 の 2, 3 の場合について数値計算を行なったところ、 α, ε の変化によって μ_A はほとんど変わらないという結果を得た。

かくして図-15 に橋脚の固有周期 T_n を変化させたときの μ_A の値を示した。これより、基礎工と基礎地盤との相対的な剛さが低いほど μ_A の値が小さいことがわかる。他の $h/d, h_n$ の値に対してもこの傾向は変わらない。表-4 によれば、 $E_f I_f / k_1 d^3$ が小さいほど $|u_1|, |u_2|, |u_3|$ が大きいのに、 μ_A が逆の傾向を示しているのは、基礎工がたわみやすいほど、基礎工の相接近する2点に働く地震力が、上部工の運動に逆位相できてくるからであろう。このことはまた、基礎地盤から与えられた地震動のエネルギーが、基礎工がたわみやすいほど基礎工自身

のひずみエネルギーとして費され、上部工に伝わるエネルギーがそれだけ軽減されることとしても説明できよう。逆にいえば、基礎工が地盤にくらべて軟らかいほど、構造上の弱点は、相対的に橋脚躯体より基礎工に移るものと考えられる。

$E_f I_f / k_1 d^3, T_n$ による μ_A の変化を定量的に調べるために、剛基礎橋脚を基準振動系として、その最大加速度応答を与える μ_{AR} と μ_A とを比較検討した。 T_n, h_n を変化させたときの μ_{AR} の値を図-16 に、 μ_A / μ_{AR} の値を図-17 に示した。これによって、 $T_n = 0.3 \text{ sec}$ 程度の杭基礎橋脚の最大加速度応答は、 $E_f I_f / k_1 d^3$ に影響され

図-15 橋脚頂部の最大加速度応答

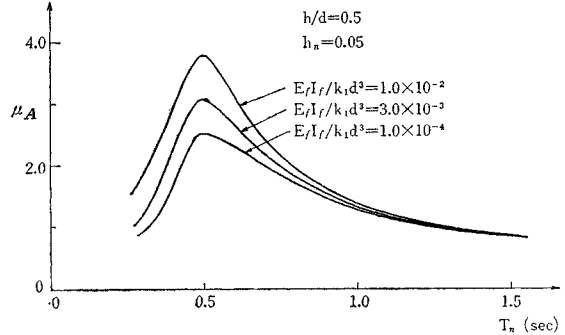


図-16 剛基礎橋脚の最大加速度応答

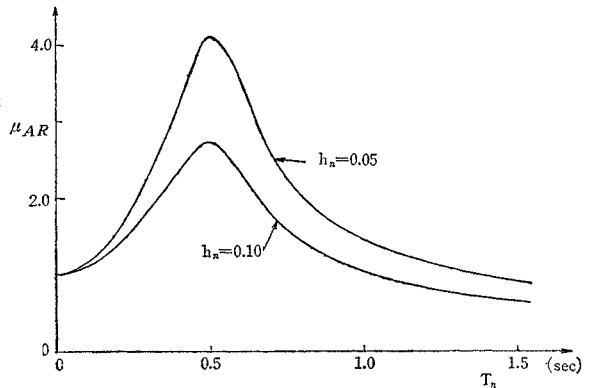
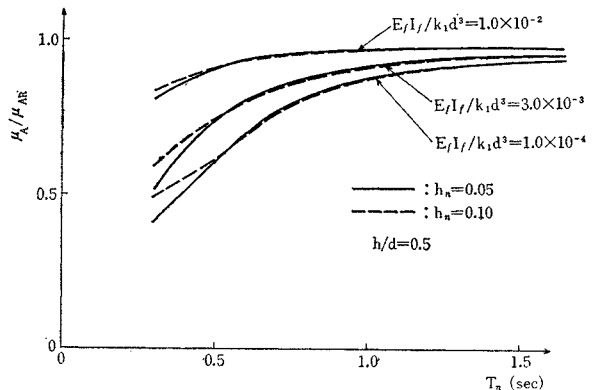


図-17 基礎工の弾性による橋脚頂部最大加速度応答のてい減率



ない剛基礎橋脚の場合の半分程度になることもあることがわかる。また μ_A/μ_{AR} におよぼす減衰定数 h_n の影響は、 $h_n=0.05\sim 0.1$ の範囲ではあまり大きくない。

つぎに橋脚躯体の高さの影響を調べるために、図-18 に、 h/d を横軸として μ_A/μ_{AR} を図示した。同図でほとんどの曲線が右下りになっていること、 $E_f I_f/k_1 d^3$ が小さいほど h/d の影響が大きいことから、 h/d が大となることは、ちょうど $E_f I_f/k_1 d^3$ が減少するのと同じ効果を持つことがわかる。

図-18 h/d に対する最大加速度応答の変化

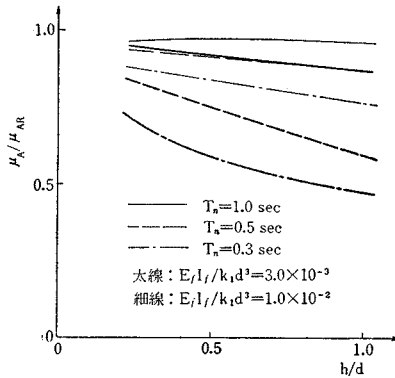


表-5 Taft 地震とランダム地震動による最大応答加速度比 r_1, μ_A の比較

モデル No.	μ_A	r_1	r_1/μ_A
1	1.48	2.58	1.74
2	2.04	3.84	1.88
3	1.56	1.81	1.16
4	1.32	1.02	0.774
5	0.741	1.83	2.47

本節で取り扱った μ_A は、前節 3. (2) の r_1 と同じ定義によるものである。そこで表-2 の振動モデルに対して μ_A を算出し、表-3 の r_1 と比較したのが表-5 である*。同表にみるように、 r_1/μ_A の値がかなりばらつき、しかも r_1 が μ_A より大きい傾向が出ている。このことは、Taft 地震のスペクトル密度が図-12 の鎖線よりさらに起伏の激しい形をしていること¹⁹⁾が原因の一つであろうと考えられるが、その他に、 r_1 の算出に用いた最大加速度応答が、モデル No. 1 と No. 5 では地震開始後 2 秒足らずで生じているのに対し、モデル No. 2~No. 4 ではそれが 5 秒前後に起こっていることが注目される。しかも表-5 によれば、 r_1/μ_A の値はモデル No. 1 と No. 5 で最も大きく、No. 2~No. 4 では平均的に比較的 1 に近い。このことから、 r_1 と μ_A のこれらの相違には確率過程としての応答の非定常性による誤差も含まれているかも知れない。

* 第 8 回地震工学研究発表会 (昭.40.10.20) の席上、 μ_A の計算結果として 7.7~25.5 という大きな値を報告したが、その直後数値計算に誤りが見出されたので、表-5 の値に訂正させて頂く。

5. 結 論

本研究の成果を要約すれば、つぎのように述べることができよう。

(1) 地表層の地震波を基盤層から鉛直に入射するせん断波とすれば、地震波に対する地表層のフィルター作用は、地表層内部の上半でいちじるしい傾向にある。

(2) 地表層表面の地震加速度は、地表層と基盤層の相対的な剛さ、地盤の減衰性などによって異なるが、 $\alpha = \rho_1 v_1 / \rho_2 v_2 = 0.15 \sim 0.3$ 、粘性を表わす係数 $\epsilon = 0 \sim 0.2$ 、地表層のせん断 1 次固有周期 $T_g = 0.5 \sim 1.0$ sec の範囲で露出基盤層表面の最大地震加速度の 1.3~2.8 倍程度となる。また地表層下面と露出基盤層表面の最大地震加速度はほぼ等しい。

(3) 入射地震波の卓越周期が地表層のせん断 1 次固有周期に近いかそれより大きいときは、地表層内部で最大地震加速度が増幅される傾向はほぼ直線的であるが、それ以外のときは、むしろ深さ方向に一様分布に近く、地表面ではじめて大きくなる。入射地震波の個々のパルスが増幅される様子についても同様のことがいえる。

(4) 本研究における計算例の範囲では、杭基礎橋脚の基礎杭に生ずる曲げモーメントは、地表付近では上部構造の慣性力によって決まるが、地下数 m 以下では、主として地震動による地表層の変形状態によって支配され、静的計算による最大曲げモーメントの 2~4 倍に達することもある。

(5) 橋脚頂部の最大地震加速度応答と地表面の最大地震加速度との比 μ_A は、基礎工と基礎地盤の相対的な剛さの比 $E_f I_f/k_1 d^3$ が小さいほど、また h/d が大きいほど減少する。このことは(4)とは表裏の関係にあり、基礎杭がたわみやすいほど耐震面での弱点が基礎杭に集中する傾向にあるものと考えられる。

(6) 杭基礎橋脚と剛基礎橋脚の頂部最大加速度応答の比 μ_A/μ_{AR} は、 $E_f I_f/k_1 d^3$ 、 h/d 、 T_n などによって異なるが、本計算例の場合は 0.4~1.0 の範囲にある。

(7) μ_A と μ_A/μ_{AR} に対する α 、 ϵ 、 $E_f I_f/E_p I_p$ の影響、 μ_A/μ_{AR} に対する h_n の影響はいずれも小さい。

本研究では、杭基礎上の橋脚を簡単な振動モデルに抽象し、基礎工を取り巻く地盤の影響をも考慮して地震応答解析を行ってきたが、基礎工自身の質量、基礎地盤の振動質量をも考慮に入れること、地震波のスペクトル密度のより正確な値 (特に $\omega=0$ 付近の値) の推定、地表層が一様でない場合の取り扱い等々、弾性応答の範囲でもなお多くの問題を将来の課題として取り残した。しかも実際の現象はさらに複雑で、いうまでもなく非弾性領域にまで立ち入った研究が必要であろう。これらの問題についても今後順次解明して行きたいと考えている。

いずれにしてもたわみやすい杭基礎橋脚の場合は、従来からの震度法が適切であるとはいえず、本文のような地震応答解析の結果にもとづいた動的な耐震設計が必要であることを指摘できる。本研究がこの方面に寄与することができれば幸いとするものである。終りに本研究における数値計算は、すべて京都大学電子計算機 KDC-I および KDC-II によったことを付記する。

参考文献

- 1) 後藤尚男・亀田弘行：一柱式橋脚の振動解析と耐震性に関する研究，土木学会論文集，第109号，昭.39.9，pp. 1-9.
- 2) 岡本舜三・加藤勝行・伯野元彦：地中構造物に働く地震力に関する研究，土木学会論文集，第92号，昭.38.4，pp. 37-53.
- 3) Penzien, J., Scheffery, C.F. and Parmelee, R.A. : "Seismic Analysis of Bridges on Long Piles", Proc. of A.S.C.E., Vol. 90, EM 3, June 1964, pp. 223-254.
- 4) Parmelee, R.A., Penzien, J., Scheffery, C.F., Seed, H.B. and Thiers, G.R. : "Seismic Effects on Structures Supported on Piles Extending through Deep Sensitive Clays", Univ. of California, Inst. of Eng. Res., Aug. 1964.
- 5) 後藤尚男：橋梁上下部構造の固有周期に関する一近似計算法，土木学会誌，38-6，昭.28.6，pp. 15-20.
- 6) 後藤尚男：橋脚井筒の弾性動揺振動におよぼすせん断効果，土木学会論文集，第29号，昭.30.12，pp. 88-97.
- 7) Sezawa, K. : "Possibility of the Free-oscillations of the Surface-layer Excited by the Seismic-waves", Bull. of Earthq. Res. Inst., Tokyo Imp. Univ., Vol. 8, Part 1, March 1930, pp. 1-11.
- 8) Sezawa, K. and Kanai, K. : "Decay Constants of Seismic Vibrations of a Surface Layer", Bull. of Earthq. Res. Inst., Tokyo Imp. Univ., Vol. 13, No. 20, March 1935, pp. 251-265.
- 9) Shima, E. : "Modifications of Seismic Waves in Superficial Soil Layers as Verified by Comparative Observations on and beneath the Surface", Bull. of Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 40, 1962, pp. 187-259.
- 10) U.S. Department of Commerce, Coast and Geodetic Survey : United States Earthquakes 1952.
- 11) Newmark, N.M. : "Computation of Dynamic Structural Response in the Range Approaching Failure", Proc. of Symp. on Earthq. and Blast Effect on Structures, Calif., June 1952, pp. 114-129.
- 12) 田治見宏：耐震理論に関する基礎的研究，東京大学生産技術研究所報告，第8巻，第4号，昭.34.3，pp. 173-189.
- 13) Barstein, M.F. : "Application of Probability Methods for Design, the Effect of Seismic Forces on Engineering Structures", Proc. of II W.C.E.E. Vol. 2, 1960, pp. 1467-1481.
- 14) Yaglom, A.M. : "An Introduction to the Theory of Stationary Random Functions", Prentice-Hall, 1962 (English Translation from the Russian).
- 15) 小高昭夫：耐震構造の総合研究 [I]，宇野書店，昭.39，pp. 61-68, 197-216.
- 16) Kanai, K. : "Semi-empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground", Bull. of Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 35, 1957, pp. 309-325.
- 17) Housner, G.W. and Jennings, P.C. : "Generation of Artificial Earthquakes", Proc. of A.S.C.E., Vol. 90, EM 1, Feb. 1964, pp. 113-150.
- 18) Ravara, "A. : Spectral Analysis of Seismic Actions", III W.C.E.E., Jan. 1965.
- 19) 金井 清・小堀沢二・蛭田捨太郎：地震・振動学，建築学大系，11巻，彰国社，1963，pp. 83-86.
- 20) Herrera, I., Rosenblueth, E. and Rascón, O.A. : "Earthquake Spectrum for the Valley of Mexico", III W.C.E.E., Jan. 1965. (1965.12.2・受付)