

長大スパンつり橋タワーの耐震計算法に関する研究*

EARTHQUAKE RESISTANT DESIGN OF LONG SPAN SUSPENSION BRIDGE TOWERS

小西 一郎**・山田 善一***

高岡 宣善****・国広 昌史*****

By Ichiro Konishi, Yoshikazu Yamada
Nobuyoshi Takaoka and Masashi Kunihiro

要 旨 本研究は地震スペクトル線図を用いて、長大スパンつり橋タワーの動的耐震設計を迅速に行なう方法について述べたものである。そして数値計算例によって、著者らがききに発表した論文の計算結果ならびに慣用震度法による計算結果と、本理論による計算結果とを比較した。

1. まえがき

つり橋は、タワー・補剛桁・ケーブル・アンカー・ブロックなどの互いに剛性の異なる構造部材から成り立っている橋形式である。著者らはこれまで長大スパンつり橋の耐震計算に関する研究^{1),2),3)}を行なってきたが、これらの研究において、タワーの耐震計算が非常に重要であることを指摘してきた。また研究の結果、タワーと補剛桁の剛性は一般に非常に異なっているため、両者の振動モードは画然と分離されることがわかった⁴⁾。すなわち固有振動数が高い場合には、タワーの振動モードの振幅は大きいのに反して、その時の補剛桁の振動振幅はほとんど0に近い。固有振動数が低い場合には、振動振幅に関してこれと全く逆の現象があらわれる。この事実から、タワーの運動方程式をつくる場合には、補剛桁の変位は0に等しいと置いてよしいということ、換言すれば、つり橋の耐震計算に際しては、タワーと補剛桁とを別々に切り離してそれぞれ単独に取り扱えるであろうということが推察される。このような理由から、この研究では、つり橋全体としての構造系からタワーのみを単独に取り出して、地震に対するレスポンスを計算してみようとするものである。

ところで、不規則な地震力に対する構造物のレスポンスを忠実に計算するという事は、理論的には比較的簡単であるが、実際の数値計算となると非常に複雑であり多くの労力・時間を必要とする。一方、一般の技術者

にとって重要なのは、多くの時間をかけて計算したレスポンス—時間曲線ではなくて、最大レスポンス（最大曲げモーメント、最大せん断力、最大たわみなど）である。Benioff および Biot によって提唱された Response Spectrum という概念は、計算労力を軽減し、一般技術者の要求に応じようとするものであった。アナログコンピュータおよびデジタルコンピュータの出現によって、実際の地震動に対する各種の Response Spectrum が迅速に計算されるようになったので、われわれは彼らの研究を実際問題へ容易に適用できるようになった。以下において、すでに発表されている Response Spectrum を用いて、つり橋タワーの耐震計算を行なう方法を考えてみよう。

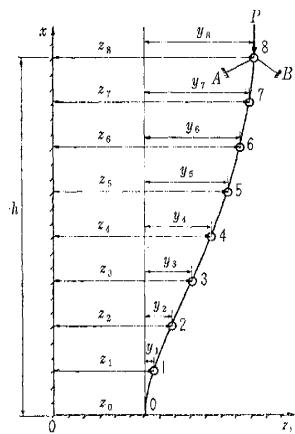
2. 運動方程式

Fig. 1 は、これから解析しようとするタワーを模型的に示したものである。解析を可能にするためつぎの仮

定をもうける。

- タワーは、初等構造力学におけるはりの理論にしたがうものとする。
- タワーの自重は、等間隔分割点に集中しているものとする。すなわち、点 i に集中していると考えた質量を $m_i (= W_i / g)$ であらわす。
- タワーは、完全に弾性的な挙動を

Fig. 1 Physical System Considered.



するものとする。

- タワーの基礎（点 O ）は水平方向のみに震動し、したがって基礎は回転しないものとする。またタワーの基礎は固定端とする。

Fig. 1 において、 z_i は空間に固定されたある座標軸

* 昭和 37 年度土木学会関西支部学術講演会および地震工学会国内シンポジウム (1962 年) において一部発表

** 正員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室

*** 正員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

**** 学生員 工修 京都大学大学院工学研究科博士課程学生、土木工学専攻

***** 正員 工修 川崎重工工業 KK

からはかった質点 m_i の水平変位をあらわす。 z_0 はタワーの基礎の水平変位、すなわち地震による地動である。これに対して y_i はタワーの基礎を通る鉛直軸を基準にしてはかった質点 m_i の水平変位である。図からあきらかに

$$\left. \begin{aligned} z_i &= y_i + z_0, & (i=1, 2, \dots, 8) \\ y_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

以上の仮定および座標軸を用い、さらに減衰はないものとすれば、第 i 番目の質点 m_i の運動方程式は

$$\begin{aligned} m_i \ddot{z}_i - \frac{1}{b} (M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}) \\ + \frac{P}{b} (z_{i-1} - 2z_i + z_{i+1}) = 0 \end{aligned} \dots\dots(2)$$

となる。ただし上式において、 M_i は点 i の曲げモーメント、 b はタワーの分割間隔長 (= $h/8$)、 P は塔頂に作用する軸方向圧縮力(ケーブルからの反力)である。式(2)は $i=1, 2, \dots, 7$ に対して適用できる。点8に対しては

$$m_8 \ddot{z}_8 - \frac{M_7}{b} + \frac{P}{b} (z_7 - z_8) + F \cdot y_8 = 0 \dots\dots(3)$$

が成立する*。上式における F は塔頂におけるケーブルによるタワーの拘束の影響をあらわすもので**、近似的につきの式で与えられる^{3), 5), 6)}。

$$\left. \begin{aligned} F &= \frac{E_C A_C}{L_E} + \frac{E_C A_C}{L_{E1}}, & \text{ただし} \\ L_E &= \int_0^l \frac{dx}{\cos^3 \varphi}, & L_{E1} = \int_0^{l_1} \frac{dx}{\cos^3 \varphi_1}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

E_C および A_C はケーブルのヤング率および断面積であり、 φ および φ_1 は主径間および側径間のケーブルの傾斜角をあらわす。式(2)および(3)における M_i は一般に

$$\left. \begin{aligned} M_i &= -\frac{B_i}{b} (z_{i-1} - 2z_i + z_{i+1}), & (i=1, 2, \dots, 7) \\ M_8 &= 0, \\ M_0 &= -\frac{2B_0}{b} (z_1 - z_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots(5)$$

と与えられる。ここに B_i はある常数であって

$$B_i = \frac{EI_i}{b} \dots\dots(6)$$

とすれば、式(5)ははりの基礎方程式 $M = -EI \frac{d^2 z}{dx^2}$ を階差法で表示したものに相当する。

3. モード分解

式(5)を式(2)、(3)に代入し、さらに式(1)の関係を用いると y に関する二階線型連立常微分方程式が得られる。この式をマトリックス表示すれば

* 式(3)の左辺第4項においては相対変位 y_8 をとっているので、この式が厳密に成立するためには Fig. 1 の点A、Bおよびタワーの基礎が同一の運動をする必要がある。

** ケーブルが張られていない場合には $P=0, F=0$ である。

$$M \ddot{y} + A y = Z \dots\dots(7)$$

となる。ただし

$$\begin{aligned} M &= \begin{pmatrix} m_1 & & 0 \\ & m_2 & \\ 0 & & m_n \end{pmatrix}, & A &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \\ y &= \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, & Z &= -\ddot{z}_0 \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_n \end{pmatrix} \end{aligned} \dots\dots(8)$$

である(いまの場合 $n=8$)。行列 M の対角元素以外の元素はすべて0である。また A は対称行列であって、 $a_{ij} = a_{ji}$ という関係をもっている。これらの記号を用いると、自由振動の方程式は

$$M \ddot{y} + A y = 0 \dots\dots(9)$$

となる。

振動数方程式は、

$$|A - \lambda M| = 0, \dots\dots(10)$$

ただし

$$\lambda = -\omega^2. \dots\dots(11)$$

式(10)より一般に n 個の相異なる正根 $\lambda = \lambda_k, (k=1, 2, \dots, n)$ が得られる。 $\lambda = \lambda_k$ がきまると λ_k に属するモード $Y_i \equiv Y_i^{(k)}$ を求めることができる。

以上のようにして求められた $Y_i^{(k)}$ は、直交条件を満足していることは容易に証明できる^{7), 8)}。

つぎに、式(7)の解を求めるために、点 i のたわみ y_i が式(12)であらわされるものとしよう。

$$y_i = \sum_{k=1}^n f_k Y_i^{(k)} q_k. \dots\dots(12)$$

ただし上式中 q_k はこれから定めようとするところの時間 t のみに依存するある関数である。また f_k はつぎの式で定義されるものである。

$$f_k = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Y_i^{(k)}}{\sum_{i=1}^n m_i [Y_i^{(k)}]^2} \dots\dots(13)$$

もしも $Y_i^{(k)}$ が正規化されているならば、

f_k は簡単化されて

$$f_k = \sum_{i=1}^n m_i Y_i^{(k)} \dots\dots(14)$$

となる。

さて式(12)を式(7)に代入し、直交関数の性質を利用すると結局つぎの式が得られる。

$$\ddot{q}_j + \lambda_j q_j = -\ddot{z}_0, \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots\dots(15)$$

式(15)は、減衰のない場合の1自由度系の強制振動の式であって、その解 $q_j(t)$ は、初期条件として $q_j(0) = 0, \dot{q}_j(0) = 0$ を用いると、つぎの式であらわされる⁹⁾。

$$q_j(t) = -\frac{1}{\omega_j} \int_0^t \ddot{z}_0(\tau) \sin \omega_j(t-\tau) d\tau. \dots\dots(16)$$

以上説明したように、減衰がない場合の n 自由度振動

系の運動方程式 (7) は、つねに一群の 1 自由度系の運動方程式 (15) に還元することができる。これに反して減衰がある場合には、ある特別な場合にのみ n 自由度系の振動方程式をそれぞれ独立な n 個の振動方程式に分解できる。

いま質点 m_i が相対速度 \dot{y}_i に比例する抵抗力をうけるものとすれば、 c_i を比例定数として質点 m_i に関するつぎの運動方程式が得られる。

$$m_i \ddot{y}_i + c_i \dot{y}_i + \sum_{r=1}^n a_{ir} y_r = -m_i \ddot{z}_0 \dots \dots \dots (17)$$

式 (17) の解 y_i がダンピングのない場合と同様に

$$y_i = \sum_{k=1}^n f_k Y_i^{(k)} q_k \dots \dots \dots (18)$$

であらわされるものとする。ただし $f_k, Y_i^{(k)}$ は減衰がない場合に定義されたものと同じであるが、 q_k はこれから定めようとする時間のみに関係するある関数である。式 (18) を式 (17) に代入し、式 (13) を用いるとつぎようになる。

$$\ddot{q}_j + \frac{1}{f_j} \sum_{i=1}^n c_i Y_i^{(j)} \sum_{k=1}^n f_k Y_i^{(k)} \dot{q}_k + \lambda_j q_j = -\ddot{z}_0$$

そこでいま

$$c_i = 2 \beta_j m_i \dots \dots \dots (19)$$

とあらわされると仮定するならば、この c_i を上式に代入し、演算をすれば、結局

$$\ddot{q}_j + 2 \beta_j \dot{q}_j + \lambda_j q_j = -\ddot{z}_0, \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots \dots \dots (20)$$

が得られる。式 (20) は、減衰がある場合の 1 自由度系の強制振動の式であって、 β_j は減衰係数である。初期条件を $q_j(0)=0, \dot{q}_j(0)=0$ とすると、式 (20) の解はつぎの式で与えられる⁹⁾。

$$q_j(t) = -\frac{1}{\omega_j \sqrt{1-\zeta_j^2}} \int_0^t \ddot{z}_0(\tau) e^{-\omega_j \zeta_j (t-\tau)} \cdot \sin \omega_j \sqrt{1-\zeta_j^2} (t-\tau) d\tau \dots \dots \dots (21)$$

ただし

$$\zeta_j = \beta_j / \omega_j = \text{減衰常数} \dots \dots \dots (22)$$

であり、 ω_j は非減衰振動の円振動数 (式(10)) である。

4. 地震スペクトル

式 (21) にあらわれた積分

$$X_j \equiv \int_0^t \ddot{z}_0(\tau) e^{-\omega_j \zeta_j (t-\tau)} \cdot \sin \omega_j \sqrt{1-\zeta_j^2} (t-\tau) d\tau \dots \dots \dots (23)$$

の数値計算を実際に遂行するという事は、かつては非常に困難な課題であった。なぜなら地震加速度 $\ddot{z}_0(t)$ は時間 t の複雑な関数だからである。しかし電子計算機の出現により、この積分は比較的容易に行なえるようになった。式 (23) で定義される X_j は時間 t の関数であるが、実際の耐震計算において重要なのは X_j の最大値である。Housner, Martel および Alford は、 $\ddot{z}_0(t)$

としてこれまでに米国において記録された地震記録を用い、 X_j の最大値 S_V を計算した^{10), 11)}。

$$S_V = X_{j, \max} = \left[\int_0^t \ddot{z}_0(\tau) e^{-\omega_j \zeta_j (t-\tau)} \cdot \sin \omega_j \sqrt{1-\zeta_j^2} (t-\tau) d\tau \right]_{\max} \dots \dots \dots (24)$$

式 (24) において、 ω_j にある一つの値を与えるとそれに対応して S_V の値が定まる。すなわち S_V は円振動数 ω_j (したがってまた周期 T_j) の関数である。この S_V は速度の次元をもち、近似的に、1 自由度振動系に地震加速度 $\ddot{z}_0(t)$ が作用したときのその系の最大速度を与える。それゆえに S_V は速度スペクトルとよばれる。

5. 建造物のレスポンス

式 (24) で定義した S_V を用いると、 q_j の最大値は、式 (21) より、 $\sqrt{1-\zeta_j^2} \equiv 1$ として

$$q_{j, \max} = \frac{1}{\omega_j} \cdot S_V, \quad (j=1, 2, \dots, n) \dots \dots \dots (25)$$

となる。

一般に、多自由度系の場合、各モードの最大レスポンスは同時には起こらない。したがって各モードのレスポンスの最大値の和をとれば、それは常に真の最大レスポンスよりも大きな値となり、最大レスポンスの上界を与えることになる。これに反して、建造物の種類によっては各モードの最大レスポンスの 2 乗の和の平方根をとったほうが、真の最大レスポンスにより近い値を与える場合がある。この点に関して Jennings および Newmark は

$$\sqrt{\sum (\max. \text{ modal response})^2} < \text{真の最大レスポンス} < \sum |\max. \text{ modal response}|$$

という研究結果を発表している¹²⁾。また Merchant および Hudson の研究によれば

$$\text{真の最大レスポンス} < \sum |\max. \text{ modal response}|$$

であるが、真の最大レスポンスと $\sqrt{\sum (\max. \text{ modal response})^2}$ との大小は、各場合によって異なっている¹³⁾。以下においては $\sum |\max. \text{ modal response}|$ を記号 (R) で、また $\sqrt{\sum (\max. \text{ modal response})^2}$ を記号 (\bar{R}) であらわすことにする。R の内容としては、たわみ y 、曲げモーメント M 、せん断力 Q をふくむ。

(1) たわみ

点 $i, (i=1, 2, \dots, 8)$ のたわみ y_i は式 (12) で与えられる。したがって

$$y_{i, \max} \leq (y_i) = \sum_{k=1}^8 |f_k Y_i^{(k)} q_{k, \max}| = \sum_{k=1}^8 \frac{1}{\omega_k} |f_k Y_i^{(k)}| S_V, \dots \dots \dots (26)$$

$$(\bar{y}_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{\omega_k} f_k Y_i^{(k)} S_V \right)^2} \dots \dots \dots (27)$$

(2) 曲げモーメント

点 $i, (i=1, 2, \dots, 7)$ の曲げモーメントは式(5)、(1)

および(6)から

$$\begin{aligned}
 M_i &= -\frac{B_i}{b}(z_{i-1}-2z_i+z_{i+1}) \\
 &= -\frac{EI_i}{b^2}(y_{i-1}-2y_i+y_{i+1}) \\
 &= -\frac{EI_i}{b^2}\sum_{k=1}^8 f_k A_i^{(k)} q_k, \dots\dots\dots(28)
 \end{aligned}$$

ここに $A_i^{(k)} = Y_{i-1}^{(k)} - 2Y_i^{(k)} + Y_{i+1}^{(k)}$. ……(29)

したがって

$$\begin{aligned}
 M_{i, \max \leq} (M_i) &= \frac{EI_i}{b^2} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{\omega_k} |f_k A_i^{(k)}| S_V, \dots\dots\dots(30) \\
 (\bar{M}_i) &= \frac{EI_i}{b^2} \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{\omega_k} f_k A_i^{(k)} S_V \right)^2} \\
 &\dots\dots\dots(31)
 \end{aligned}$$

タワーの基礎、すなわち O 点の曲げモーメントは

$$M_0 = -\frac{2B_0}{b}(z_1 - z_0) = -\frac{2EI_0}{b^2} y_1 \dots\dots\dots(32)$$

であるから

$$\begin{aligned}
 M_{0, \max \leq} (M_0) &= \frac{2EI_0}{b^2} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{\omega_k} |f_k Y_i^{(k)}| S_V, \dots\dots\dots(33) \\
 (\bar{M}_0) &= \frac{2EI_0}{b^2} \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{\omega_k} f_k Y_i^{(k)} S_V \right)^2} \\
 &\dots\dots\dots(34)
 \end{aligned}$$

(3) せん断力

点 $i=1, 2, \dots, 7$ に対するせん断力 Q_i は

$$\begin{aligned}
 Q_i &= -\frac{B_i}{b^2}(z_{i-2}-2z_{i-1}+2z_{i+1}-z_{i+2}) \\
 &= -\frac{EI_i}{b^3}\sum_{k=1}^8 f_k D_i^{(k)} q_k, \dots\dots\dots(35)
 \end{aligned}$$

ここに

$$D_i^{(k)} = Y_{i-2}^{(k)} - 2Y_{i-1}^{(k)} + 2Y_{i+1}^{(k)} - Y_{i+2}^{(k)}. \dots\dots\dots(36)$$

したがって

$$Q_{i, \max \leq} (Q_i) = \frac{EI_i}{b^3} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{\omega_k} |f_k D_i^{(k)}| S_V, \dots\dots\dots(37)$$

$$(\bar{Q}_i) = \frac{EI_i}{b^3} \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{\omega_k} f_k D_i^{(k)} S_V \right)^2} \dots\dots\dots(38)$$

$i=0$ に対しては

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= -\frac{B_0}{b^2}(-z_0+3z_1-3z_2+z_3) \\
 &= -\frac{EI_0}{b^3}\sum_{k=1}^8 f_k D_0^{(k)} q_k, \dots\dots\dots(39)
 \end{aligned}$$

ここに

$$D_0^{(k)} = 3Y_1^{(k)} - 3Y_2^{(k)} + Y_3^{(k)}. \dots\dots\dots(40)$$

したがって

$$Q_{0, \max \leq} (Q_0) = \frac{EI_0}{b^3} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{\omega_k} |f_k D_0^{(k)}| S_V, \dots\dots\dots(41)$$

$$(\bar{Q}_0) = \frac{EI_0}{b^3} \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{\omega_k} f_k D_0^{(k)} S_V \right)^2} \dots\dots\dots(42)$$

$i=8$ に対しては

$$\begin{aligned}
 Q_8 &= -\frac{B_8}{b^2}(z_5-3z_6+3z_7-z_8) \\
 &= -\frac{EI_8}{b^3}\sum_{k=1}^8 f_k D_8^{(k)} q_k, \dots\dots\dots(43)
 \end{aligned}$$

ここに

$$D_8^{(k)} = Y_5^{(k)} - 3Y_6^{(k)} + 3Y_7^{(k)} - Y_8^{(k)}. \dots\dots\dots(44)$$

したがって

$$Q_{8, \max \leq} (Q_8) = \frac{EI_8}{b^3} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{\omega_k} |f_k D_8^{(k)}| S_V, \dots\dots\dots(45)$$

$$(\bar{Q}_8) = \frac{EI_8}{b^3} \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(\frac{1}{\omega_k} f_k D_8^{(k)} S_V \right)^2} \dots\dots\dots(46)$$

式(35)~(46)は、せん断力を階差式表示したものであるが、一般に3階微分を階差式であらわしたものは精度が落ちてくるので、つぎに慣性力からせん断力を計算する方法を考えてみる。

いまタワー基礎に \ddot{z}_0 という地動加速度が作用すると各質点は $(\dot{y}_i + \ddot{z}_0)$ という絶対加速度をうける。したがって各質点には $m_i(\dot{y}_i + \ddot{z}_0)$ という慣性力が作用することになる。減衰が十分小さい ($c=0$) とすると式(17)より

$$m_i(\dot{y}_i + \ddot{z}_0) = -\sum_{r=1}^m a_{ir} y_r$$

となるから、上式の y_r に式(12)を代入し、直交関係を用いると、上式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned}
 m_i(\dot{y}_i + \ddot{z}_0) &= -\sum_{r=1}^n a_{ir} \sum_{k=1}^n f_k Y_r^{(k)} q_k \\
 &= -\sum_{k=1}^n f_k q_k \sum_{r=1}^n a_{ir} Y_r^{(k)} \\
 &= -m_i \sum_{k=1}^n \lambda_k f_k Y_i^{(k)} q_k,
 \end{aligned}$$

$$\therefore \ddot{y}_i + \ddot{z}_0 = -\sum_{k=1}^n \omega_k^2 f_k Y_i^{(k)} q_k. \dots\dots\dots(47)$$

したがって第 k 次振動の際に、質点 m_i がうける最大慣性力は、上式と式(25)から

$$m_i(\ddot{y}_i + \ddot{z}_0)_{k, \max} = m_i \omega_k f_k Y_i^{(k)} S_V \dots\dots\dots(48)$$

となる。この第 k 次振動の際に塔頂は $y_{8,k}$ だけ変位するが、そこにはケーブルの拘束があるから、この変位によって $-F \cdot y_{8,k}$ という力が生ずる。したがって第 k 次振動による点 i のせん断力は

$$Q_{i,k} = Q_{i,k,c} - F y_{8,k}$$

となる。ここに $Q_{i,k,c}$ はタワーを片持ばりと考えた時の各点に作用する慣性力による点 i のせん断力である。

したがって点 i の第 k 次モードの最大せん断力は

$$Q_{i,k, \max} = Q_{i,k,c, \max} - F \cdot \frac{1}{\omega_k} f_k Y_8^{(k)} S_V$$

となり、求める最大せん断力は

$$(Q_i) = \sum_{k=1}^8 |Q_{i,k,c, \max} - F \cdot \frac{1}{\omega_k} f_k Y_8^{(k)} S_V|, \dots\dots\dots(49)$$

$$(\bar{Q}_i) = \sqrt{\sum_{k=1}^8 \left(Q_{i,k,c,max} - F \cdot \frac{1}{\omega_k} f_k Y_8^{(k)} S_V \right)^2} \dots \dots \dots (50)$$

6. 数値計算例

計算の基礎になる諸数値を Table 1 に示す。以下に Table 1 Data of Numerical Examples.

Point <i>i</i>	W_i (t)	B_i ($\times 10^6$ tm)
0	(852)	6.500 000
1	1 476	5.880 000
2	1 266	4.320 960
3	1 071	3.095 400
4	893	2.150 400
5	731	1.440 600
6	585	0.923 160
7	455	0.558 600
8	171	0.315 000

$P=11\,375\text{ t}$
 $F=18\,938.241\text{ t/m}$
 $h=200\text{ m}$
 $b=25\text{ m}$

Table 2

地震名と発生年月日	μ	注
El Centro, 1940年5月18日	2.7	地震最大加速度 0.33g
El Centro, 1940年12月30日	1.9	" 0.26g
Olympia, 1949年4月13日	1.9	" 0.31g
Taft, 1952年7月21日	1.6	" 0.18g
Vernon, 1933年3月10日	1.5	" 0.19g

に示すものを使用した。式 (24) からわかるように、 S_V の形は各地震に対応してそれぞれ異なっている。しかしながら、Housner の研究によれば、多くの地震について計算した S_V の値を平均すればスムーズな曲線が得られる。Fig. 3 はこの平均化した速度スペクトルをあらわしている。ただしその際、実際の地震の強度と Fig. 3 の S_V とを対応させるためには、Fig. 3 の S_V の値に Table 2 の係数 μ をかける必要がある¹⁴⁾。

Fig. 4 から Fig. 6 までは $\mu=1$ として計算した結果を図示したものである。これらの図においては、比較のために、本論文の諸式を用いて計算した動的レスポンスのほか、震度法 (水平震度 0.2) および SEAOC (Structural Engineers Association of California) の耐震設計規定¹⁵⁾ による静的レスポンスも同時に示してある。

Fig. 4 はタワーの各分割点の最大たわみをあらわしたものである (式 (26), (27) 参照)。式 (30)~(34) によって計算した各点の最大曲げモーメントは Fig. 5 のようである。最大せん断力は式 (49) と (50) によって計算した (Fig. 6)。これらの図において、(a) $P=11\,375\text{ t}$, $F=18\,938.241\text{ t/m}$ とあるのは、タワー上端にケー

ブルによる拘束がある場合、(b) $P=0$, $F=0$ とあるのは、ケーブルによる拘束がない場合を示す。

7. 計算結果に対する考察

(1) 振動周期と振動モード

Table 3-a および Fig. 2 (a) に示した振動周期・

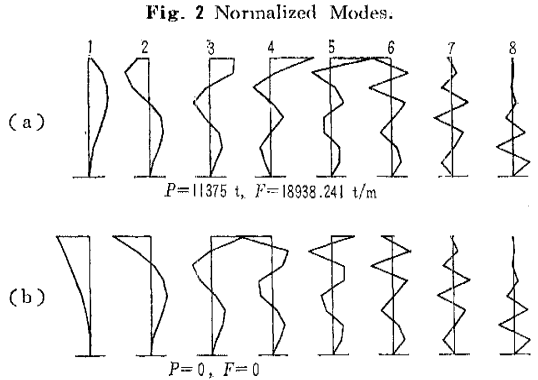


Fig. 3 Average Velocity Spectrum (Housner).

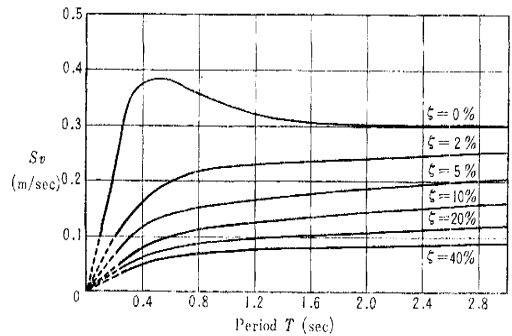


Fig. 4 Maximum Deflection.

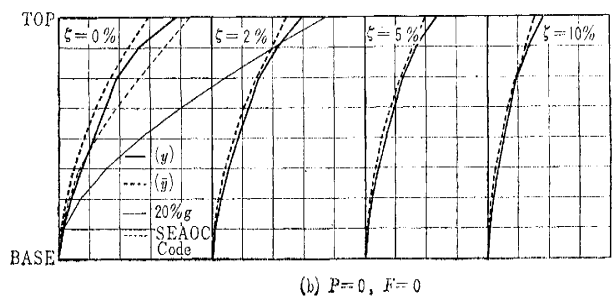
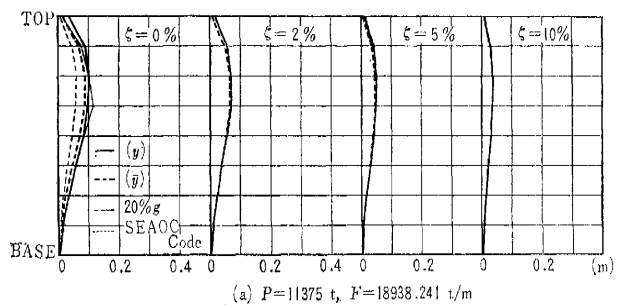
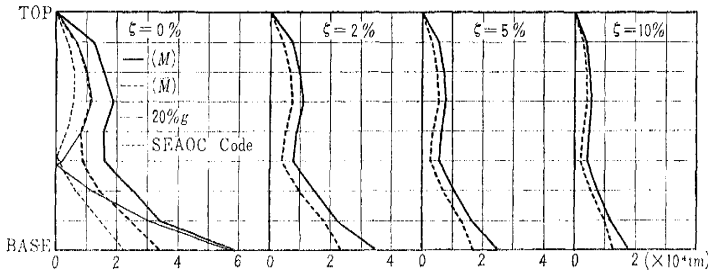
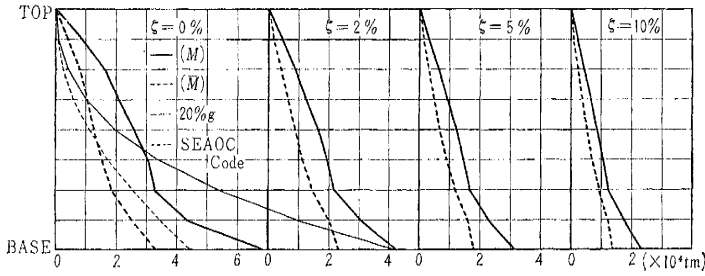


Fig. 5 Maximum Bending Moment.

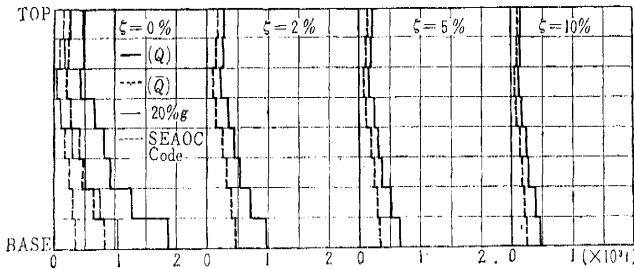


(a) $P=11375 \text{ t}, F=18938.241 \text{ t/m}$



(b) $P=0, F=0$

Fig. 6 Maximum Shearing Force ($P=11375 \text{ t}, F=18938.241 \text{ t/m}$).



振動モードは、さきに発表したつり橋全体を系として考えた場合に、タワーの部分の振幅が大きい振動モードに対応する振動周期・モードによく近似している。参考のために、つり橋全体を考えた場合の振動周期を Table 3-a の下2段に記した。このことは、すでにまえがきのところでのべたように、つり橋系全体の中からタワーのみを取り出して解析しても、十分現実に近いレスポンスを求めることができるということを示している。

(2) 軸方向力の影響

つり橋に外荷重が作用することにより、ケーブル張力は変化し、したがってまた塔頂に作用する軸方向圧縮力 P の値も変化する。そこで軸方向力の影響を知るために、 $P=11375 \text{ t}, F=18938.241 \text{ t/m}$ (以下これを簡単に $P \neq 0, F \neq 0$ と書くことにする) の場合と、 $P=0, F=18938.241 \text{ t/m}$ の場合について、それぞれ振動周期と振動モードとを算出したところ、 $P=0$ の方が周期がわずかに小さくなり、振動モードの振幅がわずかに大きくなるという以外には、両者の間にはほとんど差が生じないことがわかった。すなわち軸方向力は周期やモードにはほとんど影響をおよぼさない。運動方程式をたてるとき、塔頂の移動による水平張力の変化に対応する軸方向圧縮力の変

Table 3-a Vibration Modes and Periods.

($P=11375 \text{ t}, F=18938.241 \text{ t/m}$)

Mode No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Eigen Values								
λ_i	23.8528	178.075	565.472	1243.58	2018.34	3023.02	4605.99	7263.56
Periods in Seconds and Normalized Modes in Meters								
T_i	1.2859	0.4706	0.2595	0.1781	0.1398	0.1142	0.0925	0.0737
Y_1	0.00422	0.01095	0.01798	-0.02248	0.02477	0.03099	-0.03936	0.05050
Y_2	0.01586	0.03229	0.03956	-0.03454	0.02478	0.01448	0.00751	-0.05299
Y_3	0.03251	0.04645	0.02874	0.00226	-0.02325	-0.03914	0.03612	0.04157
Y_4	0.05006	0.03586	-0.01871	0.04135	-0.02746	0.00839	-0.05965	-0.02426
Y_5	0.06255	-0.00494	-0.05252	0.00653	0.04142	0.04454	0.05330	0.01134
Y_6	0.06281	-0.05690	-0.01051	-0.05661	0.01379	-0.07012	-0.03360	-0.00431
Y_7	0.04465	-0.07743	0.07876	0.01986	-0.06012	0.05563	0.01554	0.00132
Y_8	0.00801	-0.03456	0.08520	0.14888	0.15013	-0.06301	-0.01079	-0.00062
* $T_{i,sym}$	1.2765	0.4633	0.2522	0.1701	0.1344	0.1137	0.0926	0.0737
* $T_{i,ant}$	1.2994	0.4858	0.2748	0.1900	0.1440	0.1147	0.0926	0.0737

* つり橋全体を系としたときの振動周期 ($T_{i,sym}$ 対称振動, $T_{i,ant}$ 逆対称振動)

Table 3-b Vibration Modes and Periods.

($P=0, F=0$)

Mode No.	1	2	3	4	5	6	7	8
Eigen Values								
λ_i	4.07916	59.8355	307.177	883.907	1 807.50	3 000.99	4 621.23	7 276.34
Periods in Seconds and Normalized Modes in Meters								
T_i	3.1093	0.8119	0.3583	0.2112	0.1477	0.1146	0.0924	0.0736
Y_1	-0.00159	0.00648	0.01420	0.02209	0.02785	0.03220	-0.03936	0.05043
Y_2	-0.00665	0.02219	0.03759	0.04110	0.03157	0.01546	0.00764	-0.05299
Y_3	-0.01536	0.04036	0.04403	0.01429	-0.02160	-0.04061	0.03600	0.04162
Y_4	-0.02778	0.05135	0.01581	-0.03989	-0.03892	0.00752	-0.05967	-0.02434
Y_5	-0.04373	0.04441	-0.03514	-0.04063	0.03726	0.04764	0.05346	0.01140
Y_6	-0.06270	0.01147	-0.06033	0.03757	0.03743	-0.07130	-0.03367	-0.00435
Y_7	-0.08376	-0.04739	-0.00664	0.05629	-0.07732	0.05335	0.01542	0.00134
Y_8	-0.10566	-0.12031	0.11752	-0.10337	0.07596	-0.03663	-0.00804	-0.00053

化量, およびタワーの自重を無視したが, 上述のことより, これらが最大レスポンスにおよぼす影響はほとんどないものと考えられる。

$P \neq 0, F \neq 0$ と $P=0, F=0$ の場合では塔頂の拘束の有無により当然周期・振動モードの形がかわってくる。

(3) 最大レスポンス

まずたわみについてみると, 最大たわみは, $P \neq 0, F \neq 0$ の場合には点 6 付近にあらわれ, $P=0, F=0$ の場合には塔頂にあらわれる。

つぎに曲げモーメントに関しては, Fig. 5 (a), (b) からわかるように, $P \neq 0, F \neq 0$ の場合の M_{max} の値は $P=0, F=0$ の場合の値より大体において小さいが, タワーの上部では逆に少しばかり大きくなっている。いずれの場合にも曲げモーメントの最大値はタワーの下端にあらわれるが, 曲げ応力はタワーの下端とともにタワー上部でも大きくなる。この傾向は $P \neq 0, F \neq 0$ の場合にとくにいちじるしい。この場合は, タワー中部では小さな曲げ応力が, また点 6, 7 付近では大きな曲げ応力が生じている (Table 4-a, b 参照)。

Table 4-a, b は $\mu=2.7$ とした場合の最大レスポンスをまとめたものである。 $\mu=2.7$ という値は, Housner によれば 1940 年 5 月 18 日の El Centro 地震 (最大加速度 $0.33g$) 程度の大きさの地震に対応するものである¹⁴⁾。この表からわかるように, せん断応力は曲げ応力にくらべてその値は非常に小さい。

(4) 全レスポンスに対する各次モードの影響

一般に, 多自由度系の振動系においては, 全レスポンスは第 1 次振動 (基本振動) によって支配され, 高次振動はほとんど影響しないといわれている。とくに (\bar{R}) によってレスポンスを計算する場合このことはよくあてはまる。たわみに関しては, $P \neq 0, F \neq 0$ の場合は, タワーの下部および塔頂をのぞいては, 第 1 次モードによるレスポンスが絶対優勢であって, 最大たわみを生じる点 5, 6 では第 2 次以下のモードはほとんど影響しない。 $P=0, F=0$ の場合には第 2 次以下のモードの影響が

Table 4-a Maximum Responses Due to Average Velocity Spectrum.

($P=11375\text{ t}, F=18938.241\text{ t/m}, \zeta=0\%, \mu=2.7$)

Point	Deflection (m)		Bending Stress (kg/cm ²)		Shearing Stress (kg/cm ²)	
	(y)	(y)	(M)	(\bar{M})	(Q)	(\bar{Q})
0	0.00000	0.00000	946.13	545.16	—	—
1	0.03083	0.01777	674.87	487.86	308.88	135.54
2	0.09145	0.06272	624.48	353.75	150.66	76.14
3	0.15636	0.12409	508.19	258.85	89.64	51.84
4	0.21527	0.18830	659.18	335.39	68.58	36.72
5	0.25780	0.23477	1 078.84	643.76	48.87	20.52
6	0.27110	0.23674	1 259.93	795.80	28.35	12.69
7	0.23161	0.16953	1 446.31	790.40	28.08	14.04
8	0.09010	0.04531	0.00	0.00	25.38	13.50

Table 4-b Maximum Responses Due to Average Velocity Spectrum.

($P=0, F=0, \zeta=0\%, \mu=2.7$)

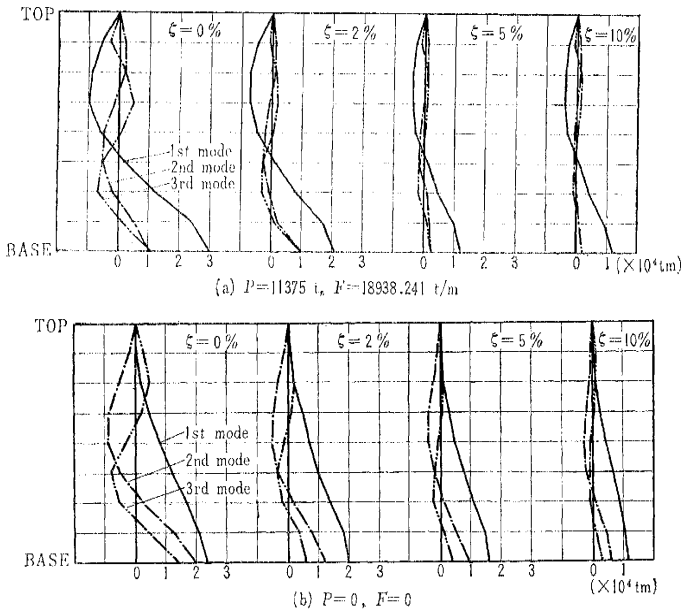
Point	Deflection (m)		Bending Stress (kg/cm ²)		Shearing Stress (kg/cm ²)	
	(y)	(y)	(M)	(\bar{M})	(Q)	(\bar{Q})
0	0.00000	0.00000	1 075.36	530.36	—	—
1	0.03505	0.01728	853.63	506.82	194.94	111.24
2	0.10989	0.06253	814.43	462.46	113.67	71.28
3	0.20131	0.12984	976.83	504.41	63.18	43.20
4	0.29835	0.21689	1 090.42	546.89	44.01	29.70
5	0.41332	0.32473	1 190.73	606.37	29.16	16.20
6	0.51127	0.45533	1 280.99	651.75	14.58	8.91
7	0.69746	0.61104	1 045.98	491.59	16.20	10.26
8	1.03135	0.79021	0.00	0.00	20.25	13.50

わずかにふえてくる。しかしながらいずれの場合にも, 第 3 次振動までを用いてレスポンスを計算すれば全レスポンスの 95% 以上になる。

曲げモーメントに関しては, やはり第 1 次モードが優勢であるが, 第 2, 3 次の影響がたわみの場合よりもやや大きくきいてくる。第 3 次振動まで考慮する場合, (M) によって計算したレスポンスの約 80% 以上, また (\bar{M}) によって計算した場合には 95% 以上になる。

Fig. 7 は, 第 1, 2, 3 次振動による曲げモーメントの値を図示したものである。Fig. 5 (a) において, 点 3, 4 で曲げモーメントが小さくなっているのは, Fig. 7 (a) からわかるように第 1 次のレスポンスが点 3 と

Fig. 7 Maximum Bending Moment due to 1st, 2nd and 3rd Vibration Mode.

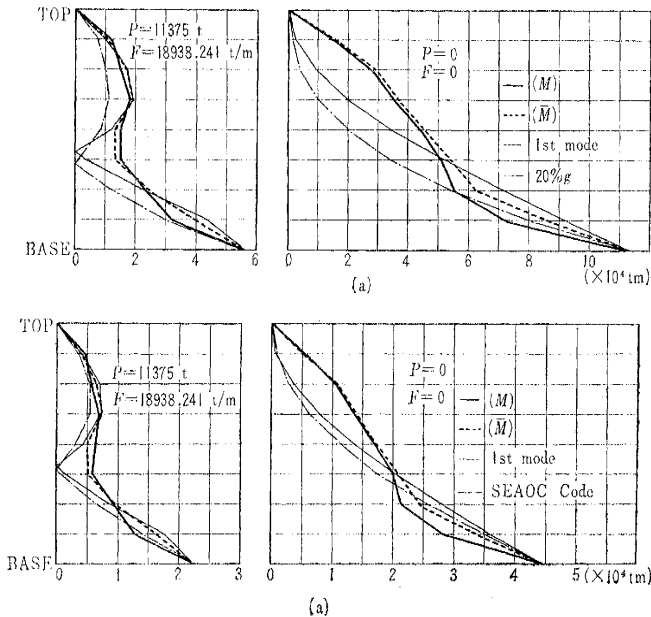


点4との間で符号が変わり、これらの点ではその絶対値が小さくなっているからである。

(5) 震度法および SEAOC の規定との比較

Fig. 8 は、慣用震度法（水平震度0.2）および SEAOC Code によるレスポンスと、本論文の方法によるレスポンス（曲げモーメント）とを比較したものである。SEAOC Code による場合、周期 T としては第1次振

Fig. 8 Comparison of Shapes of Bending Moment Diagrams Given by Eqs. (30) to (34) and Those Given by (a) the Percent g Method and (b) SEAOC Code ($\zeta=0\%$)



動の周期を用いた。したがって同規定の係数 C の値は、 $P \neq 0, F \neq 0$ の場合には $C=0.0460$; $P=0, F=0$ の場合には $C=0.0343$ となる。また補正係数 K としては 1.50 を用いた。これらの値を用いて曲げモーメントを計算し、その絶対値を Fig. 8 に示してある。なおこれらの図においては、 μ の値を適当にかえて、タワー端の曲げモーメントの値が、震度法ないしは SEAOC Code による値にひとしくなるようにしている。

まず $P \neq 0, F \neq 0$ の場合についてみると、震度法ないしは SEAOC Code によって計算すると、タワーの中部において曲げモーメントの値が0になる点が出てくる。しかるに動的計算方法によってその点の最大曲げモーメントを計算するとその値は0とはならない。このことは静的計算結果と動的計算結果との大きな相違点の一つである。

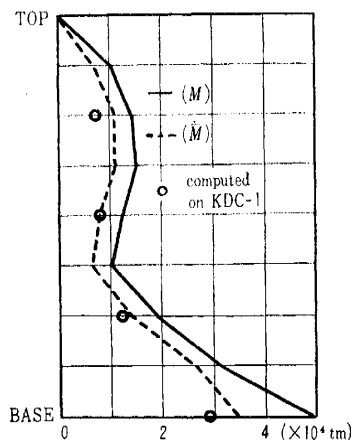
つぎに $P=0, F=0$ の場合についてみると、タワーの中部から下端においては、静的に計算した値は動的に計算した値とはほぼ一致しているのに反して、タワーの下部から上部にかけては後者の方が前者よりはるかに大になる。このことは静・動両計算結果のいま一つ大きな相違点である。したがって、つり橋タワーとか煙突のようにフレキシブルな高い構造物を慣用震度法によって設計することは、その構造物の中央部から上方にとって危険である。関東大震災の際に、東京付近におけるレンガおよびRC製の煙突の被害箇所を調べた結果によれば、半数以上の煙突が中央より上方において被害をうけていたということは、上述のことを理解するうえで大きな参考になるであろう¹⁶⁾。

Fig. 8 には、第1次振動モードによる曲げモーメントも同時に図示されている。図からわかるように、その形は震度法および SEAOC Code によって求めた曲げモーメントの形によく似ている。したがって、静的レスポンスと動的レスポンスの相違は、第2次、第3次などの高次振動に起因することがわかる。

(6) KDC-1 による計算結果との比較

Fig. 9 は 1957 年 3 月 18 日の South California 地震のときに記録された、地動変位図¹⁷⁾および同地震の速度スペクトル線図¹⁸⁾を用いてタワーの各点の最大曲げモーメントを計算した結果を示す。図中丸印は、上記地動変位図を用いて、KDC-1（京都大学電子計算機）によって厳密に数値計算を行なった値

Fig. 9 Maximum Bending Moment ($\xi=0\%$)
(South California Earthquake)



を示す。また実線は、本論文によるところの、速度スペクトル線図を用いて計算した値である。図からわかるように、KDC-1 による結果と (\bar{M}) とはかなりよく一致している。この結果、およびその他の研究結果から判断して、つり橋タワーのようにフレキシブルな構造物においては (R) によってレスポンスを計算するよりも (\bar{R}) によって計算する方がより実際に近い値が得られる。

8. 結 語

本研究で得られた結論を要約して列挙すればつぎのようである。

- (1) 本研究ではつり橋系の中からタワーのみを取り出して耐震計算を行なったが、このような簡略化によって生ずる誤差はごくわずかであり無視しうる。
- (2) 塔頂に作用する軸方向圧縮力は、振動周期・振動モードに対してほとんど影響をおよぼさない。
- (3) 地震の作用によりタワーの断面に生ずる応力のうち、支配的なのは曲げ応力であって、せん断応力の値はごく小さい。
- (4) 低次モード、とくに第1次振動モードによるレスポンスが全レスポンスに対して支配的であり、たわみ・曲げモーメント・せん断力となるにつれて順次第 2, 3 次のモードの影響が増加する。しかしいずれの場合にも、最初の 3 モードをとれば全レスポンスの大部分をしめる。
- (5) 減衰はレスポンスの低減に大いに貢献する。平均速度スペクトルを使用した場合、 $\xi=2\%$ のときは $\xi=0\%$ のときの 60~70% に、また $\xi=5\%$ のときは 40~50%、また $\xi=10\%$ のときには 35% 前後にまでレスポンスを低下させる。この低下の度合いはたわみ・曲げ

モーメント・せん断力となるにつれて順次大きくなっていく。

(6) つり橋タワーのように高くてたわみややすい構造物においては $(\bar{R}) = \sqrt{\sum (Max. Modal Response)^2}$ によって全レスポンスを計算するほうが $(R) = \sum |Max. Modal Response|$ によるよりもより正しい値を与える。

(7) つり橋タワーを従来の震度法によって計算するのは合理的でない。

参 考 文 献

- 1) Konishi, I. and Yamada, Y.: Earthquake Responses of a Long Span Suspension Bridge, Proc. of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering (2 WCEE), Vol. II, pp. 863-878, Tokyo and Kyoto, 1960.
- 2) Konishi, I. and Yamada, Y.: Fundamental Studies on Earthquake Response of a Long Span Suspension Bridge, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. 22, Part 3, pp. 277-291, July 1960.
- 3) Yamada, Y.: Elastic-Plastic Analysis of Suspension Bridge Towers Subjected to Earthquake Ground Motions, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. 23, Part 3, pp. 265-283, July 1961.
- 4) 例えば文献 1) の Figs. 6~7 を参照
- 5) Yamada, Y.: Fundamental Studies on Vibration and Earthquake Response of Suspension Bridges, June 1961.
- 6) Hawranek, A. und Steinhardt, O.: Theorie und Berechnung der Stahlbrücken, S. 319, Springer-Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1958.
- 7) 三木忠夫: 常微分方程式とその応用, 応用数学講座 第 8 巻, pp. 185-187, コロナ社, (1960).
- 8) Housner, G.W. and Hudson, D.E.: Applied Mechanics, DYNAMICS, p. 327, Maruzen, Tokyo, 1959.
- 9) 文献 7) の pp. 175-177 参照
- 10) Housner, G.W., Martel, R.R. and Alford, J.L.: Spectrum Analysis of Strong-Motion Earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 43, pp. 97-119, April 1953.
- 11) Housner, G.W.: Behavior of Structures during Earthquakes, Proc. of ASCE, EM 4, pp. 109-129, Oct. 1959.
- 12) Jennings, R.L. and Newmark, N.M.: Elastic Response of Multistory Shear Beam Type Structures Subjected to Strong Ground Motion, Proc. of 2 WCEE, Vol. II, pp. 699-717, Tokyo and Kyoto 1960.
- 13) Merchant, H.C. and Hudson, D.E.: Mode Superposition in Multi-Degree of Freedom Systems Using Earthquake Response Spectrum Data, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 52, pp. 405-416, April 1962.
- 14) 文献 11) の p. 117 以下参照。
- 15) Recommended Lateral Force Requirements: Seismology Committee, Structural Engineers Association of California, pp. 137-149, 1960.
- 16) 震災予防調査会報告: 第 100 号 (丁) pp. 69-107, 1926.
- 17) U.S. Coast and Geodetic Survey: Tracing of Accelerograph and Displacement Records Obtained at Port Hueneme, California on March 18, 1957. U.S. Earthquakes, 1957.
- 18) Housner, G.W. and Hudson, D.E.: The Port of Hueneme Earthquake of March 18, 1957. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 48, pp. 163-168, April 1958.

(1963. 7. 1・受付)