

# 地中構造物に働く地震力に関する研究

岡 本 舜 三\*  
 加 藤 勝 行\*\*  
 伯 野 元 彦\*\*\*

## 1. は し が き

地中構造物に働く地震力に関する研究としては、トンネル覆工に働く地震力および上載荷重に働く地震力によって基礎井筒上に生ずる反力の分布などに関する物部博士の研究<sup>1)</sup>、または後世の学者によるこれらの若干の拡張などがあるが、いまだ多くの問題が解決されずに残されている。ここに取り扱うのは同じくトンネル覆工および深基礎に働く地震力の問題であるが、従来のものとは異なった観点からこれを論じた。すなわち覆工に働く地震力は従来はもっぱら土圧論的手法によって評価されているが、トンネルが岩質の地中にあるような場合には、作用する地震力を弾性論によって評価するほうが適当な場合もあると考えられる。ここではかかる場合に覆工に働く地震力の評価を試みた。また基礎杭や井筒のような細長い構造物が地中深く埋込まれている場合は地震力の影響は基礎工の上部では上載荷重に働く地震力の影響が大きく、中部以下ではむしろ地盤内各部分の運動の不均一による影響が大きいであろう。後者については従来は全く省みられていないが、ここではその影響の評価を試みた。なお、地中構造物の地震時挙動を測定するに適した地震計を開発することは、この問題を科学的に究明するために基礎的に必要なことであるので、これについても計器の試作を試みた。

一般に地中構造物の地震時挙動の問題には地震、構造、土または岩石の三者が介入して、問題はきわめて複雑となるから、その解析的研究においては問題を抽象化する方法の妥当性に関して、常に疑問が残るものである。したがって筆者らは本文の所論がその意味で十分であるとは思っていないが、問題解決の端緒とはなりうると考えている。

## 2. 半導体ひずみゲージを用いた地中地震計

(1) 地中地震観測用地震計の在来発売されているものは直径 8 cm であって小口径試掘坑内に設置するには過大である。著者らはその小型化をかねてより考えていたが、幸いに高感度の半導体ひずみゲージが開発市販されたので、これを加速度計に応用し、口径 5 cm の試掘

坑内に埋設しうる地中地震計を試作した。それは水平動加速度計であって、試作にあたりつぎの 3 点に特に留意した。

- ① 5 cm 口径の試掘坑内に埋込みうること。
- ② 感度は構造物の振動測定に普通に用いている機械的加速度計と少なくとも同程度なること。
- ③ 長期間安定で、かつ水密性がきわめて高いこと。

図-1 はその構造図である。外郭は直径 42 mm、長さ 140.5 mm の鋼管とし、内部には防水と制動のためシリコン油を充満した。振動子は鋼製振子とし重錘重量 25 g、自己振動数 15~16 cps である。振子の板バネに半導体ひずみゲージを 4 枚はりつけブリッジ回路を作り、

図-1 地中地震計構造図  
 Fig. 1 Details of Seismometer.

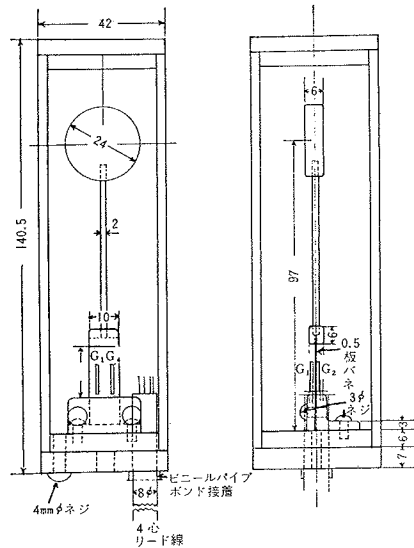
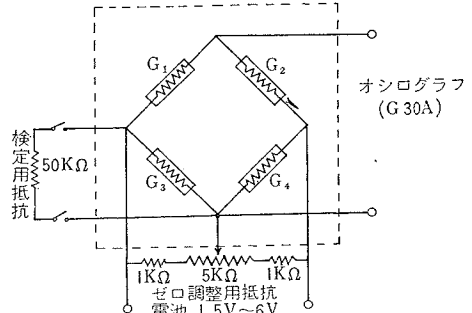


図-2 地中地震計回路図  
 Fig. 2 Circuit Diagram for Seismometer.



\* 正員 工博 東京大学教授 生産技術研究所  
 \*\* 正員 東京大学生産技術研究所  
 \*\*\* 正員 工博 同上

ひずみを直接にオッシロ グラフに入れ記録せしめた。この際、絶縁のよい抵抗値の少ないリード線を用いるべきである。回路図は図-2 に示されている。その仕様はつぎのようである。

1) 半導体ひずみゲージ

- 型名: EN-108 LOT. No. 1236 B
- 抵抗値: 公称  $120 \Omega \pm 10 \%$  ( $20^\circ$ )
- ゲージ率:  $-118 \pm 10 \%$  ( $20^\circ$ )
- 許容ひずみ値:  $\pm 3000$  micro strain
- 許容最大電流: 30 mA
- 使用温度範囲:  $-10 \sim 40^\circ\text{C}$
- ゲージ: 長  $8 \pm 0.5$  mm, 幅  $0.4 \pm 0.05$  mm, 厚  $0.07 \pm 0.02$  mm
- リード: ニッケル リボンリード

2) シリコン油

信越化学KK製 シリコン油 2500 cs

3) 電磁オッシロ グラフ

100 A 型, 使用ガルバ G 30 A, 制動抵抗  $120 \Omega$

4) 電 源

1.5 V 平角 3 号 電池 4 個

(2) 地震計とオッシロ グラフよりなる 測定系の振

動特性を見るために計器を振動台上にのせて、これに 1~16 cps の振動を与え検定を行なった。用いたオッシロ グラフ振動子は G 30 A で感度は  $1500 \text{ mm/mA}$  である。検定計器数は 5 個であるが、その間のバラツキは 5% 以内であった。検定曲線は 図-3 に示す。曲線は電源電圧が 1.5 V の場合であるが 6 V まで検定した結果、感度は電圧に比例して上昇した。

曲線①は常温におけるもの、②は高温 ( $70^\circ\text{C}$ ) におけるものである。これによると常温では 1~7 cps では加速度感度はほぼ一定である。曲線③は計器に長さ 200 m のコード (一本の線の抵抗  $6 \Omega$ ) を接続して行なった検定結果で、これは測定現場で時に応じ種々の長さのリード線を用いねばならないことを考慮して行なわれたものである。

以上はベース付き半導体ひずみゲージを用いた地震計の検定の結果であるが、ベースなし半導体ひずみゲージを用いた地震計の特性は曲線④であってベース付きのものより感度が 30~40% よい。しかし、この場合はリード線の接着にハンダが使えず化学的接着剤を用いねばならない不便さがある。図-4 は計器の全貌を示したものである。

図-3 地中地震計特性図

Fig. 3 Characteristic curves of Seismometer.

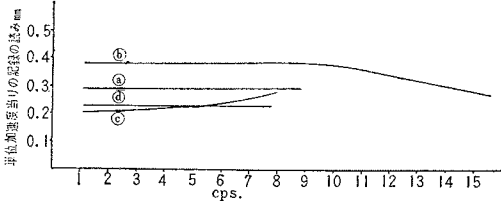
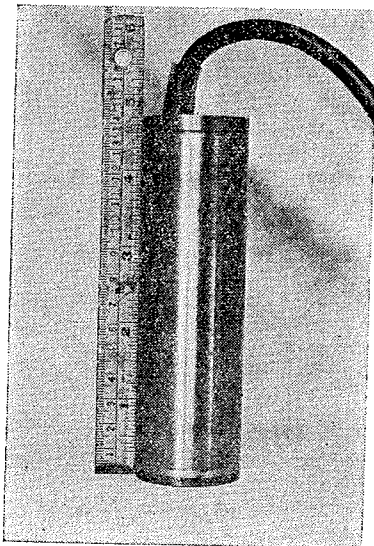


図-4 地中地震計

Fig. 4 Seismometer for Earthquake Observation in Boring Hole.



3. 基礎杭に働く地震力

(1) 地上に構造物を支える細長い基礎杭に発生する地震応力は、上部構造物に作用する地震力の反力としてのモーメントおよびせん断力が杭頭部にかかることによるものと、地震時に地盤内部の運動が一樣でないために<sup>2)</sup> 杭が周辺の土から直接に変形を強制されることによるものからなっている。前者によるものうちモーメントは杭に軸力と曲げを生じ、せん断力は杭に曲げを生ずるが、このとき曲げの影響は比較的杭頭部に局限され深部にはおよばないことが知られている。後者については従来ほとんど注目されていないが、その影響は主として杭中央部付近の曲げとして現われ、前者によるものは異質の応力分布を生ずるものである。したがって、その性質を明らかにする必要があるので若干の仮定のもとにその理論的考察を試みた。理論の前提または仮定はつぎのようであるが、仮定の当否は将来の実験的研究あるいは実測などによって検討すべきものである。

仮定 1 地層として基礎層上に一樣な厚さの表面層があるものを想定する。

仮定 2 地震を地下より鉛直に上昇してくる無限連続の正弦波形を持つせん断波とする。

仮定 3 地盤は等方性弾性体とする。

仮定 4 基礎杭は表面層内にあり、深さに対して一樣な弾性係数を持つ弾性床のはりとみなす。

基礎層上に一定厚さの表面層が堆積している場合に、基礎層内を下から単位変位振幅を持つせん断波

$$u_0 = e^{i2\left(t + \frac{x-H}{c_1}\right)} \dots\dots(1)$$

が無限に連続して上昇してくるとき、表面層内にはつぎの定常的振動変位を生ずる<sup>3)</sup>。

$$u_2 = a \cos \frac{px}{c_2} e^{i(pt-\varphi)} \dots\dots(2)$$

ここに  $p$  は波動の円振動数、 $c_1, c_2$  はそれぞれ基盤層および表面層内におけるせん断波の伝播速度、 $H$  は表面層の厚さ、 $x$  は鉛直方向の位置座標でその原点を地表面にとる (図-5)。

ここに  $a, \varphi$  は次式によって定められる。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{2}{\sqrt{\cos^2 \frac{pH}{c_2} + \left(\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}\right)^2 \sin^2 \frac{pH}{c_2}}} \\ \tan \varphi &= \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} \tan \frac{pH}{c_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

$\rho_2, \rho_1$  はそれぞれ基盤層および表面層を構成する材料の単位体積あたり重量である。

基盤層より表面層のほうが軟弱で  $\rho_2 c_2 < \rho_1 c_1$  なる場合には、 $a$  は  $pH/c_2$  が  $\pi/2$  の奇数倍なるとき極大となり、共振現象がおきる。そのときの最低時共振振動周期は

$$T_p = \frac{4H}{c_2} \dots\dots(4)$$

となる。 $T_p$  は地盤の卓越周期と呼ばれるものである。基礎杭を弾性床の上のほりとみなすと弾性床が式(2)の運動をするときのほりの運動は次式によって定められる。

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = kb(u_2 - Y) \dots\dots(5)$$

ここに  $Y$  は杭の静止位置からの変位、 $k$  は地盤の反力係数、 $EI$  は杭の曲げ剛さ、 $m$  は杭の単位長あたり質量、 $b$  は杭幅を表わす。ただし実際には  $m, b$  として杭自身の質量および幅をとるのは適当でなく、杭に付着して動く土の若干の部分はこれの中にくめて取り扱わねばならないと思われるが、現段階では付加土の影響も群杭であることの影響も定量的には知られていない。それで、これらの複雑な問題は今後の研究にまつこととし、ここではその問題を一応、考慮外におくことにする。

部材が細い場合には式(5)の第2項は微量量と考えられるのでこれを省略すると

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + kbY = kb u_2$$

式(2)を代入して

$$EI \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + kbY = kba \cos \frac{px}{c_2} e^{i(pt-\varphi)} \dots\dots(6)$$

いま

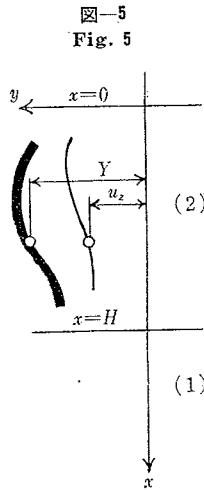


図-5  
Fig. 5

$$Y = y e^{i(pt-\varphi)} \dots\dots(7)$$

とおくと

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + 4r^4 y = 4r^4 a \cos \frac{px}{c_2} \dots\dots(8)$$

ただし

$$r = 4 \sqrt{\frac{kb}{4EI}}$$

式(8)は余弦曲線状に分布する荷重をうける弾性床の上のほりの方程式であって、これを与えられた境界条件にあわせて解くことに困難はない。境界条件は個々の場合に実情にそくして定めるべきであるが、はじめに述べたように載荷構造物の地震慣性力によるせん断力は別途に考慮するものとして上記の  $Y$  の計算からは除外されているので、杭頭におけるせん断力は一般に0と考えることができる。また構造物と杭頭の接続については構造物が単に杭頭についているものとし、直接には曲げモーメントを伝達しないものと考えれば、杭頭における曲げモーメントは0である。よって、この事情のもとでは  $x=0$  にて

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \dots\dots(9)$$

となる。杭下端における境界条件としては杭下端部の土の事情によって適当に定むべきであって、その部分が上層部土質に比しかなりよく締まっているときは

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \frac{dy}{dx} = 0 \dots\dots(10)$$

また上層部と同程度の締め具合であるときは

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 0, \frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \dots\dots(11)$$

などとおくのが適当であると思われる。

(2) いま、この第2種の地震力の影響を具体的に評価する例として、地表面より表面層底部まで埋込まれた杭について計算を行なうとつぎのようになる。ここに境界条件としては  $x=0$  で式(9)を、 $x=H$  で式(11)を採用した。なお、これらの諸式において

$$\lambda = rH, \xi = \frac{x}{H} \dots\dots(12)$$

であり、 $T_p$  は表面層の卓越周期、 $T$  は地震波の振動周期である。まず杭頭の変位は

$$y_0 = \frac{a}{1 + \frac{\pi^4}{64} \left(\frac{T_p}{\lambda T}\right)^4} \left[ 1 + \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{T_p}{\lambda T}\right)^2 \left\{ \sin^2 \lambda + \sinh^2 \lambda - 2 \sin \lambda \sinh \lambda \cos \frac{\pi T_p}{2T} - \frac{\pi T_p}{2\lambda T} \sin \frac{\pi T_p}{2T} (\sin \lambda \cosh \lambda - \cos \lambda \sinh \lambda) \right\} \right] \dots\dots(13)$$

ただし

$$d = \sinh^2 \lambda - \sin^2 \lambda \dots\dots(14)$$

つぎに杭頭におけるたわみ角は

$$y_0' = \frac{a \pi^2 \left(\frac{T_p}{T}\right)^2}{1 + \frac{\pi^4 \left(\frac{T_p}{\lambda T}\right)^4}{64}} \cdot \frac{1}{H \Delta} \left\{ \frac{\pi T_p}{2 \lambda T} \sin \lambda \sinh \lambda \sin \frac{\pi T_p}{2 T} \right. \\ \left. + \cos \frac{\pi T_p}{2 T} (\cos \lambda \sinh \lambda + \sin \lambda \cosh \lambda) \right. \\ \left. - \sinh \lambda \cosh \lambda - \sin \lambda \cos \lambda \right\} \dots\dots\dots(15)$$

つぎに任意の断面におけるたわみは

$$y = \frac{a}{1 + \frac{\pi^4 \left(\frac{T_p}{\lambda T}\right)^4}{64}} \left\{ \cos \frac{\pi T_p \xi}{2 T} - \cos \lambda \xi \cosh \lambda \xi \right. \\ \left. + \frac{\pi^2 \left(\frac{T_p}{\lambda T}\right)^2}{8} \sin \lambda \xi \sinh \lambda \xi \right\} + y_0 \cos \lambda \xi \cosh \lambda \xi \\ + \frac{H y_0'}{2 \lambda} (\cos \lambda \xi \sinh \lambda \xi + \sin \lambda \xi \cosh \lambda \xi) \dots(16)$$

任意の断面における曲率は

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{a}{H^2} \cdot \alpha \cdot \phi \dots\dots\dots(17)$$

ただし

$$\alpha = \frac{\frac{\pi^2 \left(\frac{T_p}{T}\right)^2}{4}}{1 + \frac{\pi^4 \left(\frac{T_p}{\lambda T}\right)^4}{64}} \dots\dots\dots(18)$$

表-1 (a)  $F_1$  および  $F_3$  の値  
Table 1 (a) Value of  $F_1$  and  $F_3$

$\lambda$	$\xi$ for $F_1$			
	0.2	0.4	0.6	0.8
1.0	0.102 2	0.347 5	0.643 0	0.893 5
1.5	0.095 3	0.329 9	0.623 3	0.883 9
2.0	0.079 0	0.288 0	0.575 9	0.860 2
2.2	0.069 4	0.263 3	0.547 5	0.845 8
2.6	0.046 6	0.203 0	0.476 3	0.808 7
3.0	0.022 2	0.135 3	0.391 2	0.758 6
3.5	-0.002 9	0.060 3	0.289 5	0.700 1
4.0	-0.017 8	0.005 0	0.197 8	0.635 1
4.8	-0.021 5	-0.036 8	0.087 7	0.533 6
5.5	-0.013 7	-0.041 7	0.024 3	0.447 8
6.5	-0.003 0	-0.028 6	-0.028 7	0.367 0
7.0	0.000 1	-0.020 4	-0.040 5	0.317 6
	$\xi$ for $F_3$			
	0.8	0.6	0.4	0.2

表-1 (b)  $F_2$  の値  
Table 1 (b) Value of  $F_2$

$\lambda$	$\xi$ for $F_2$			
	0.2	0.4	0.6	0.8
1.0	0.031 6	0.095 0	0.142 9	0.127 5
1.5	0.030 0	0.091 2	0.138 8	0.125 6
2.0	0.026 3	0.081 8	0.128 8	0.120 9
2.5	0.020 2	0.066 4	0.111 9	0.113 0
3.0	0.012 9	0.047 6	0.090 6	0.102 5
3.5	0.006 3	0.029 9	0.069 1	0.091 3
4.0	0.001 8	0.016 1	0.050 5	0.080 53
4.5	-0.000 7	0.006 98	0.035 8	0.070 80
5.0	-0.001 6	0.001 70	0.024 57	0.061 87
5.5	-0.001 6	-0.000 95	0.016 27	0.053 94
6.0	-0.001 18	-0.001 98	0.010 20	0.046 78
6.5	-0.000 72	-0.002 13	0.005 89	0.040 40
7.0	-0.000 35	-0.001 86	0.002 91	0.034 72

$$\phi = F_1 \cos \frac{\pi T_p}{2 T} + \frac{\pi T_p}{2 T} F_2 \sin \frac{\pi T_p}{2 T} + F_3 - \cos \frac{\pi T_p \xi}{2 T} \dots\dots\dots(19)$$

ここに係数  $F_1, F_2, F_3$  は  $\lambda$  と  $\xi$  の関数であって次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} F_1(\lambda, \xi) &= \frac{1}{2 \Delta} \left\{ \cos \lambda(1-\xi) \cosh \lambda(1+\xi) \right. \\ &\quad \left. + \sin \lambda(1-\xi) \sinh \lambda(1+\xi) \right. \\ &\quad \left. - \sin \lambda(1+\xi) \sinh \lambda(1-\xi) \right. \\ &\quad \left. - \cos \lambda(1+\xi) \cosh \lambda(1-\xi) \right. \\ &\quad \left. - 4 \sin \lambda \sin \lambda \xi \cosh \lambda(1-\xi) \right\} \\ F_2(\lambda, \xi) &= \frac{1}{\Delta \lambda} \left[ \sin \lambda(1-\xi) \sinh \lambda \sinh \lambda \xi \right. \\ &\quad \left. - \sinh \lambda(1-\xi) \sin \lambda \sin \lambda \xi \right] \\ F_3(\lambda, \xi) &= F_1(\lambda, 1-\xi) \end{aligned} \right\} \dots(20)$$

表-2  $\alpha$  の値

Table 2 Value of  $\alpha$ .

$T_p/T$ \ $\lambda$	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
0.2	0.098 7	0.098 7	0.098 7	0.098 7	0.098 7	0.098 7
0.3	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222	0.222
0.6	0.878	0.886	0.838	0.888	0.888	0.888
1.0	2.253	2.422	2.453	2.461	2.465	2.466
1.5	3.747	5.069	5.390	5.484	5.519	5.534
3.0	2.551	8.805	14.989	18.548	20.278	21.122
5.0	1.020	4.840	13.080	24.459	35.574	44.181

表-3  $\phi$  の値

Table 3 Value of  $\phi$

$T_p/T$	$\xi$	$\lambda$					
		2	3	4	5	6	7
0.2	0.2	-0.047	-0.221	-0.385	-0.507	-0.666	-0.678
	0.4	-0.136	-0.469	-0.791	-0.963	-1.028	-1.051
	0.6	-0.136	-0.468	-0.787	-0.956	-1.018	-1.040
	0.8	-0.057	-0.219	-0.379	-0.497	-0.597	-0.661
0.3	0.2	-0.056	-0.218	-0.381	-0.503	-0.603	-0.676
	0.4	-0.134	-0.462	-0.779	-0.951	-1.017	-1.040
	0.6	-0.134	-0.458	-0.771	-0.935	-0.996	-1.016
	0.8	-0.055	-0.213	-0.369	-0.482	-0.592	-0.644
0.6	0.2	-0.051	-0.205	-0.350	-0.485	-0.588	-0.663
	0.4	-0.154	-0.455	-0.750	-0.916	-0.984	-1.013
	0.6	-0.121	-0.411	-0.686	-0.825	-0.874	-0.886
	0.8	-0.062	-0.197	-0.292	-0.413	-0.479	-0.526
1.0	0.2	-0.045	-0.179	-0.318	-0.444	-0.553	-0.632
	0.4	-0.106	-0.344	-0.589	-0.741	-0.812	-0.852
	0.6	-0.099	-0.310	-0.504	-0.587	-0.610	-0.603
	0.8	-0.041	-0.126	-0.200	-0.231	-0.244	-0.254
1.5	0.2	-0.037	-0.130	-0.246	-0.370	-0.487	-0.572
	0.4	-0.079	-0.214	-0.369	-0.493	-0.564	-0.617
	0.6	-0.062	-0.146	-0.205	-0.199	-0.177	-0.143
	0.8	-0.023	-0.032	-0.020	-0.032	0.096	0.141
3.0	0.2	0.147	0.111	0.039	-0.070	-0.182	-0.268
	0.4	0.499	0.475	0.431	0.366	0.298	0.269
	0.6	0.634	0.659	0.718	0.797	0.865	0.917
	0.8	0.318	0.352	0.412	0.498	0.580	0.646
5.0	0.2	1.071	0.856	0.644	0.498	0.391	0.377
	0.4	2.218	1.764	1.321	1.078	0.984	0.945
	0.6	1.298	0.846	0.402	0.148	0.042	0.003
	0.8	0.028	-0.173	-0.385	-0.550	-0.641	-0.727

$F_1, F_2, F_3$  は表-1 に、 $\alpha$  は表-2 に、 $\phi$  は表-3 および図-6 に示されている。図-6 により  $\phi$  の分布すなわち曲げ応力の分布を知ることができる。これによると、上部構造物に働く地震力の反力によって生ずる杭の曲げモーメントが地表に近い部分で大きくなるに比較して、この場合は曲げモーメントがより深部において大となっていることが注目される。

また表-4、図-7 には  $y_0$  すなわち地表部の杭頭の動きと地盤の動き  $a$  との比を示した。これによると杭頭の動きは地表部の動きと異なっているが、しかし、もちろん基底部の動きとも異なっている。しかし地盤卓越周期より非常に短周期の地震波に対する場合を除いては、また地盤係数とはりの曲げ剛性の比がいろいろしく小なる場合を除いては、杭頭の動きと地表部の動きとの間には大きな差は生じない。

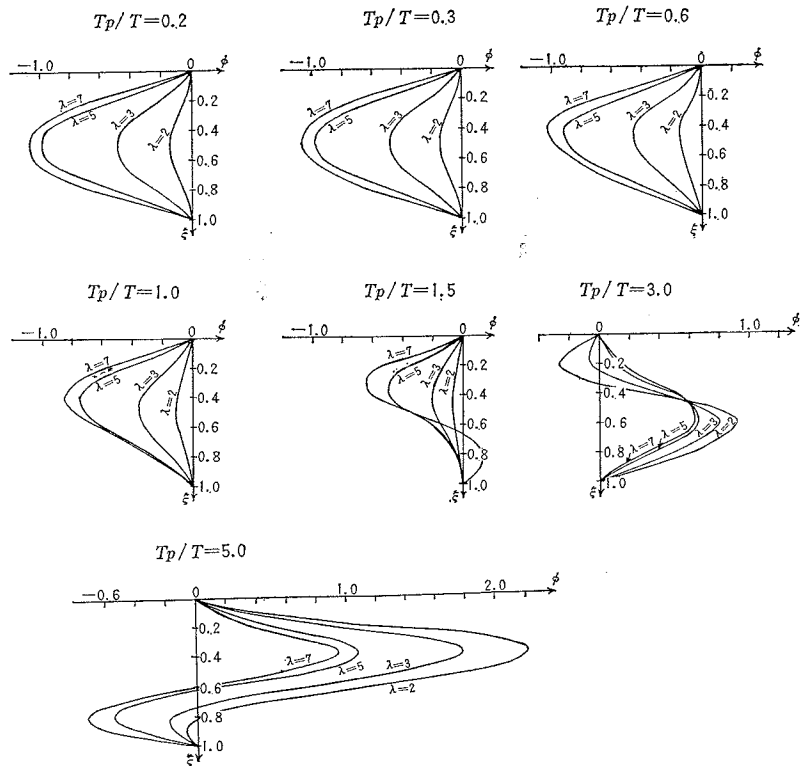
(3) 地震時における地盤内各点における変位が一様でないから、その内部に埋設された構造物に対してその影響が現われることは明らかであるが、問題はそれが構造物に損傷を与える程度のものであるかどうかである。それには個々の場合について数値的に検討してみるほかないが、ここでは数値的におよその概念をうるために一つの数値計算を試みた。

一個の表面層のある地盤においてその全厚にわたって一本の無筋コンクリート杭が埋め込まれており、その両端はそれぞれせん断力と曲げモーメントに対して自由なる状態と考えられるものとする。表面層の地盤係数  $k=1 \text{ kg/cm}^3$ 、地震波伝播速度  $c_2=205 \text{ m/sec}$ 、比重  $\rho=2.3 \text{ t/m}^3$  であり下部層との間の剛性の比  $\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1 = 1/2$  と

表-4  $y_0/a$  の値  
Table 4 Value of  $y_0/a$ .

$T_p/T$ \ $\lambda$	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0
0.2	1.015	1.007	1.003	1.002	1.001	1.001
0.3	1.028	1.013	1.007	1.004	1.003	1.002
0.6	1.122	1.052	1.028	1.017	1.012	1.009
1.0	1.345	1.131	1.071	1.046	1.033	1.025
1.5	1.571	1.232	1.132	1.094	1.070	1.053
3.0	0.604	0.941	1.142	1.200	1.193	1.170
5.0	0.212	0.378	0.620	0.878	1.068	1.167

図-6  $\phi$  の値  
Fig. 6 Value of  $\phi$ .



する。表面層厚は  $H=20.50 \text{ m}$  と  $H=30.75 \text{ m}$  の2種の場合を試算する。杭は直径  $1.20 \text{ m}$  としコンクリートの弾性係数  $E=2 \times 10^6 \text{ t/m}^2$  とする。杭長は仮定によりそれぞれ表面層厚に等しい。しかるときは、 $H=20.50 \text{ m}$  のとき  $T_p=0.4 \text{ sec}$ 、 $\lambda=4.0$  となり  $H=30.75 \text{ m}$  のとき  $T_p=0.6 \text{ sec}$ 、 $\lambda=6.0$  となる。

図-7  $y_0/a$  の値  
Fig. 7 Value of  $y_0/a$ .

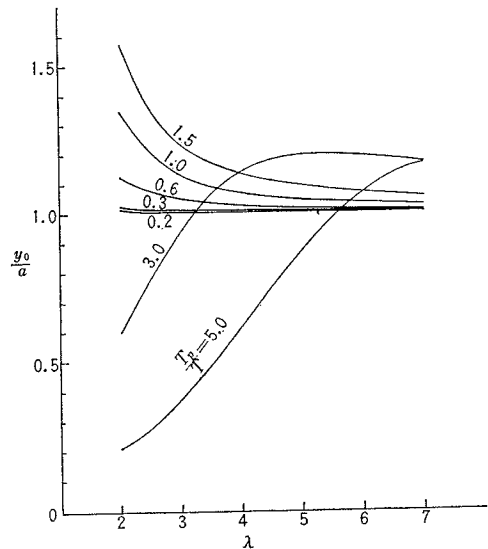


表-5 杭に生ずる最大曲げ応力

Table 5 Maximum Bending Stress in Pile

(a) 表面層厚  $H=30.75$  m の場合 (for  $H=30.75$  m)

$T$ (sec)	表面層による 増幅率	表面層位 の振幅 (cm)	表面層の 加速度 (gal)	$\alpha$ (表-2 による)	$\phi_{max}$ (表-3 による)	$\sigma_{max}$ ( $=1.27 \cdot \alpha \phi$ ) ( $\text{kg/cm}^2$ )
0.12	4.00	0.0763	210	35.6	1.02	3.52
0.20	4.00	0.1212	126	20.3	0.97	3.03
0.40	2.53	0.1610	40	5.52	0.58	0.66
0.60	4.00	0.3810	42	2.46	0.82	0.98
1.00	2.80	0.4450	18	0.89	1.02	0.51

(b) 表面層厚  $H=20.50$  m の場合 (for  $H=20.50$  m)

$T$ (sec)	表面層による 増幅率	表面層位 の振幅 (cm)	表面層の 加速度 (gal)	$\alpha$ (表-2 による)	$\phi_{max}$ (表-3 による)	$\sigma_{max}$ ( $=2.93 \cdot \alpha \phi$ ) ( $\text{kg/cm}^2$ )
0.13	4.00	0.0848	189	15.00	0.72	2.68
0.27	2.53	0.1075	60	5.39	0.37	0.63
0.40	4.00	0.2550	63	2.45	0.61	1.12
0.67	2.80	0.2970	26	0.89	0.81	0.63
1.33	2.18	0.4620	10	0.22	0.84	0.25

基盤層から上昇してくる地震波は 5~1 cps の周波数成分をもち、おのおのの成分振動の速度振幅は一律に 1 cm/sec とする。この振動は地表面では増幅されて現われるが、その増幅率は式 (3) によって与えられる。

以上の与えられたる諸元に対して前述の計算を進めれば各成分振動によって生ずる地表面の震度、杭内に生ずる最大曲げ応力などを求めることができる。このとき表-2, 3 は便利に使用され、その結果は表-5 に示されている。

表-5 の場合は地震の強さは強震程度であって、そのとき生ずる  $\sigma_{max}$  は  $3.52 \text{ kg/cm}^2$  であるがこれは無筋コンクリートの耐える値である。激震または烈震では、加速度は強震の場合の2倍以上になるので応力もまた  $7 \text{ kg/cm}^2$  には達することになる。これは無筋コンクリートに許しうる限度の値と考えられるから、重要構造物においては安全のため鉄筋鉄骨などで補強しておくほうが適当であろう。

ここにあげた計算は単なる一例にすぎないけれども、この計算例から一般に推定されることは地盤内の地震動が一律でないことが基礎工におよぼす影響は烈震、激震の場合には無視し得ざる程度に達することがあるということである。したがって重要構造物に対しては、地震動のこのような作用に対する安全性を吟味することが基礎工設計に対して必要であることが結論されるのである。

#### 4. トンネル覆工に作用する地震力

(1) トンネルの覆工は重要な地中構造物の一つであるが、これに作用する外力には地山の地質構造と地山構成物質の機械的性質、地形およびトンネルの深さ、トンネル断面の大きさ、および形状、覆工の構造および材質、トンネルの施工方法および良否などの多くの因子が

相互にからみあって影響する。しかも坂本博士<sup>4)</sup>が述べておられるように「トンネルの覆工は土圧をうけた場合、受働土圧の助けをかりることにより、もつように設計されているものであり、またそのように施工されていると思われがちであるが、実際にはほとんどのトンネルがその覆工裏側、特に施工上むずかしいアーチ覆工の上部に相当大きな空洞を残しているため、設計荷重よりはるかに小さい偏荷重できつ変状が起こっている場合が多いと思う」という事情では問題はますます複雑となるが、しかもこの事情もまた、鉄道、道路トンネルと水路トンネルとでは事情の異なる点もあり、このように考えると、覆工厚を施工事情と切り離して論ずることは無意味とさえ思われる面もある。それで実際には覆工厚は掘削中に支保工に働いた土圧の程度をみて過去の実例を参照して経験的に決められるのがつねであるが、しかし、その際たとえば Terzaghi の提案による土圧値にもとづく応力計算の結果などは重要な資料として参照されるのである。

地震時には覆工はしばしば損傷されるのであるが、その地震時挙動についてはこれを評価する経験式も理論式もなく、その耐震設計はもっぱら経験にのみよってなされている実情である。したがって地震応力算定の理論の確立が望まれるが、それには種々の環境条件を考えて、

表-6 関東地震によるトンネル被害表

Table 6 Damage to Tunnel Linings due to Kanto Earthquakes.

トンネル名	幅 × 高	覆工厚	区間長 (m)	被害記述 の有無
箱根第1 上り	14' × 15'6"	1'10 1/2"	29	あり
		1'6"	94	なし
同 上 下り	15' × 16'6"	1'1 1/2"	178	なし
		1'6"	57	あり
同 上 下り	15' × 16'6"	1'1 1/2"	88	なし
		0'9"	136	なし
箱根第3 上り	14' × 15'6"	1'10 1/2"	61	あり
		1'6"	64	なし
同 上 下り	15' × 16'6"	1'1 1/2"	152	なし
		0'9"	28	なし
箱根第4 上り	14' × 15'6"	1'10 1/2"	44	あり
		1'6"	52	あり
同 上 下り	15' × 16'6"	1'1 1/2"	29	なし
		0'9"	143	なし
箱根第7 上り	15' × 16'6"	1'10 1/2"	38	あり
		1'6"	50	なし
同 上 下り	14' × 15'6"	1'1 1/2"	120	なし
		0'9"	95	なし
下牧山	28'6" × 22'9"	3'4 1/2"	20	あり
		3'0"	40	あり
南無谷	16' × 19'9"	2'7 1/2"	50	なし
		2'3"	50	なし
南無谷	16' × 19'9"	1'6"	284	あり
		1'1 1/2"	446	あり

その個々の場合について順を追って解析の方法を樹立して行くほかはない。そしてそのような理論の積み重ねと震害調査の分析とが、ついにはこの困難な問題に対して工学的に十分な解決を与えることになるであろう。

トンネルの覆工が地震をうけて損傷された例は少なくなく、たとえば関東地震<sup>5)</sup>の際には震災地域内にあった鉄道トンネル総数116本のうち82本が坑口崩壊、覆工部横断および縦断きれつ、崩落および変状などの被害をうけた。これらの被害については個別に調査結果が報告されているが特に地震力と覆工厚の関係が設計上にも深い関心が持たれるので、前記報告書において覆工厚の記されているトンネルについてその延長を求め、その間に被害記述があるものとなしものを区別すると表-6のようになる。これで見ると震害は覆工厚の薄い区間より厚い区間に多く生じていることが推測される。

これと同様な現象は北米濃地震の発電用開水路トンネルの震害についても認められる。この地震は岐阜県北西部におきた  $M=7.2$  程度の地震であるが、これによって手取川上流の水力施設がかなりの被害をうけた。トンネルでは震度 V の区域内にあった I および K 両発電所取水路トンネルの覆工にきれつを生じた。前者については北陸電力 K K の厚意により詳細な被害図を与えられたので、以下これについて検討を試みる。

本水路トンネルの断面は馬蹄形で高さ 2.2 m、幅 2.1 m と高さ 2.45 m、幅 2.40 m の 2 種があり、地質に応じ前者も後者もそれぞれ 4 種の異なる覆工を持っている。支水路の断面は頂部のみがアーチ形をなす矩形で高さ 1.55 m、幅 1.10 m と高さ 1.75 m、幅 1.40 m の 2 種があり、地質に応じ前者も後者もそれぞれ 5 種の異なる覆工をもっている。覆工厚は本水路は 20 cm、30 cm、40 cm の 3 種であり、支水路は 20 cm、25 cm、30 cm、40 cm の 4 種である。全線ほとんど無筋で鉄筋をもつのは全延長の 2.4% である(図-8)。トンネル所在地の地質は中世層の砂岩であり多くの節理、割れ目などをもっている。

図-8 (a) 本水路トンネル断面図  
Fig. 8 (a) Section of Main Tunnel.

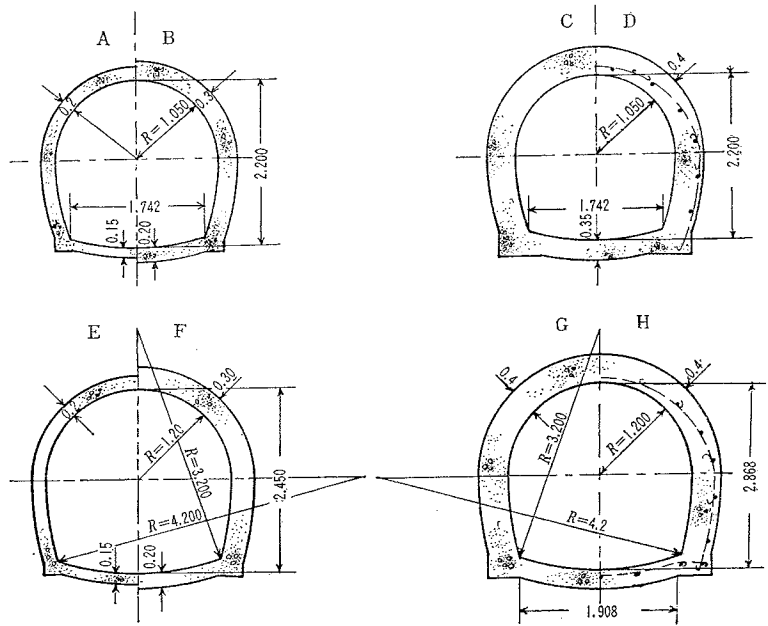
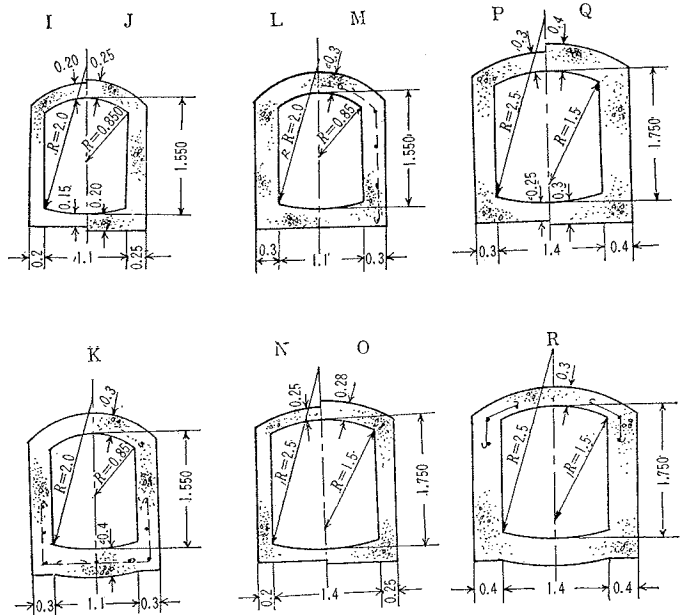


図-8 (b) 支水路トンネル断面図  
Fig. 8 (b) Section of Branch Tunnel.



地震によるきれつは多くの区間ではアーチの頂部と側壁の中部部にトンネルに平行に走っているが、ところによっては側壁からアーチ頂にかけて斜めに走っている(図-9)。いま、もしトンネルの全長をその地質条件と覆工厚とによって分割し、各区間ごとに全区間長に対するきれつ発生区間の区間長の比をとり震害率と名づけるならば震害率はトンネルの地震時安定に対する地質と覆工

厚の影響についての一つの尺度を与えるものと考えられる。その際トンネルの各断面の地質は掘削当時の調書からわかるが、調書には地質状況に関して11種の異なった表現があり、これをそのまま地質の分類とみることはかえって誤まりなきを保しがたいと思われるので、記述をつぎの4種に大別し、それぞれ硬岩、軟岩、目のある岩、土または土岩と略称することにした。

- A (硬岩) : 硬岩
- B (軟岩) : 軟岩, 礫岩
- C (目のある岩) : 小目軟硬岩, 大目軟岩, 小目軟岩, 粘土質軟岩
- D (土または土岩) : 粘土, 土岩, 粘土混り土砂, 粘土混り土岩

しかし、これらの地質区分はその区間の概観的な地質状況を記述するにとどまり、地山の損傷状況とは直接には関連していない。それで、たとえば岩石区間にも厚い覆工区間があり土石区間にも薄い覆工区間がある。ただ概観するときはA B C Dの順に地山の強さが低下していることは各区間の覆工厚を見れば、この順序に厚い区間の比率が増加していることから察知される。

表-7 は各地質ごとに覆工厚別に被害率を示し、さらに覆工厚を考慮せず各地質別に被害率を示したものである。また表-8 は地質を考慮せず覆工厚別に被害率を示したものである。これによるとつぎのような性質が認められる。

- ① 地質的には同一区分に属するとみられる所でも、岩の損傷程度に応じて覆工厚は異なったものが用いられているが、地質が土または土石の場合でも、目のある岩

図-9 地震による水平きれつ

Fig. 9 Cracks of Tunnel Lining Caused by Earthquake.

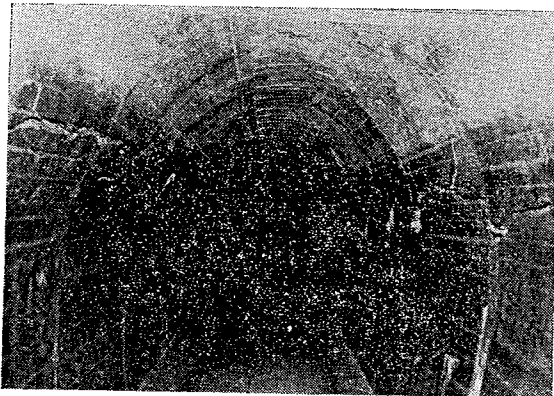


表-7 (a) 本水路トンネル震害率調査表

Table 7 (a) Damage Factors of Main Tunnel.

地質	覆工厚 (cm)	半径または内幅 (m)	高さ (m)	形式	震害率			震害率			震害率						
					全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)				
硬岩	40	1.20	2.87	G	6.0	0	0	6.0	0	0	1270.5	203.5	16				
				B	66.5	51.0	77										
	30	1.05	2.20	F	69.0	0	0	135.5	51.0	38							
				A	394.5	152.5	39										
	20	1.20	2.45	E	734.5	0	0	1129.0	152.5	14							
軟岩	40	1.05	2.20	C	6.0	6.0	100	6.0	6.0	100	311.0	124.5	40				
				B	45.5	45.5	100										
	30	1.05	2.20	F	15.0	0	0	60.5	45.5	75							
				A	73.0	73.0	100										
	20	1.20	2.45	E	171.5	0	0	244.5	73.0	30							
目のある岩	40	1.05	2.20	C	82.0	82.0	100	154.5	131.0	85	592.0	258.0	44				
				D	5.0	5.0	100										
				G	60.5	44.0	73										
				H	7.0	0	0										
	30	1.05	2.20	B	83.5	83.5	100	359.5	127.0	35							
				F	276.0	43.5	16										
	20	1.20	2.45	E	78.0	0	0	78.0	0	0							
	土または土岩	40	1.05	2.20	C	115.0	100.5	87	247.0	192.5				78	363.0	221.0	61
					D	42.0	42.0	100									
G					50.0	10.0	20										
H					40.0	40.0	100										
30		1.05	2.20	B	28.5	28.5	100	116.0	28.5	25							
				F	87.5	0	0										



表-7 (b) 支水路トンネル震害率調査表  
Table 7 (b) Damage Factors of Branch Tunnel.

地質	覆工厚 (cm)	半径または内幅 (m)	高さ (m)	形式	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)				
硬岩	25	1.10	1.55	J	5.0	0	0	49.5	30.5	62	163.0	51.5	31				
		1.40	1.75	O	44.5	30.5	69										
	20	1.10	1.55	I	15.0	0	0	113.5	21.0	18							
		1.40	1.75	N	98.5	21.0	21										
軟岩	30	1.00	1.55	L	88.5	0	0	215.0	18.0	8	495.5	30.0	6				
		1.40	1.75	P	126.5	18.0	14										
	25	1.10	1.55	J	35.0	0	0	143.5	12.0	8							
		1.40	1.75	O	108.5	12.0	11										
	20	1.10	1.55	I	20.0	0	0	137.0	0	0							
		1.40	1.75	N	117.0	0	0										
	目のある岩	30	1.00	1.55	L	26.0	0	0	184.0	85.0				46	573.5	220.0	38
			1.40	1.75	P	154.0	81.0	53									
1.40			1.75	R	4.0	4.0	100										
25		1.10	1.55	J	54.5	0	0	377.5	135.0	36							
		1.40	1.75	O	323.0	135.0	42										
20		1.40	1.75	N	12.0	0	0	12.0	0	0							
土または土岩	40	1.40	1.55	O	22.0	17.0	78	22.0	17.0	77	526.0	348.5	66				
	30	1.00	1.55	K	111.0	111.0	100	504.0	331.5	66							
		1.00	1.55	L	204.0	72.5	35										
		1.40	1.75	M	8.5	5.5	65										
		1.40	1.75	R	180.5	142.5	79										

の場合でも軟岩の場合でも、覆工厚の薄い区域より厚い区域におけるほうが被害率が高い。硬岩区間は施工区間が短かすぎるため一般的な性質は推測しにくい。

② 地質を考慮しないで全体としてみた場合にも、覆工厚の薄い区域より厚い区域におけるほうが被害率が高い。

③ 覆工厚を考慮しないで単に地質区分のみについて被害率を比較すれば、土または土石、目のある岩、軟岩、硬岩の順に被害率は減少している。

(2) 以上関東地震や北米濃地震の経験からもわかるように地震力は覆工の安定に対する大なる脅威であるが、その大きさを評価する方法がほとんど示されていないことは遺憾なことである。物部博士は暗きょのような地中構造物に働く地震力を土圧論的手法をもって論ぜられたが、この考え方は土かぶりが高く、かつ目はあるとはいえ、とにかく岩石中にあり、しかも急速に変化する荷重をうけるトンネル覆工の地震時安定の検討には、そのまま応用しようとは思われず、むしろこのような条件のもとでは、現象を弾性論によって論ずるほうが適切な場合が多いのではないと思われる。

それで著者らは有孔2次元弾性体に関するつぎのような弾性力学上の問題を解くことによって、覆工に働く地震力を定量的に評価することを試みた。すなわち剛体と

表-8 覆工厚別震害率

Table 8 Correlation between Damage Factor and Thickness of Lining.

(a) 本水路トンネル (Main Tunnel)

覆工厚 (cm)	半径 (m)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)
40	1.05	250	236	94.1	414	340	82.1
	1.20	164	94	57.3			
30	1.05	224	209	93.0	672	253	37.6
	1.20	448	44	9.7			
20	1.05	468	226	48.0	1452	226	15.5
	1.20	984	0	0			

(b) 支水路トンネル (Branch Tunnel)

覆工厚 (cm)	全区間長 (m)	きれつ区間長 (m)	震害率 (%)
40	22.0	17.0	77
30	903.0	434.5	48
25	570.5	177.5	31
20	262.5	21.0	8

考えられる覆工をもつ円形孔のある無限に広い一様な弾性体の中を平面波が進行する場合について、平面波が覆工によってかく乱を受け、その反作用として覆工におよんでくる力を計算し、これをもって地震時にトンネル覆工に働く力とみなしたのである。この際に問題を簡単化するためにつぎのような前提と仮定を設けたが、その当

否は将来の実験的研究あるいは実測などによって検討すべきものである。

仮定 1 地山は一様な弾性体とする。

仮定 2 ひずみ分布は2次元とし平面ひずみ状態とする。

仮定 3 伝播してくる地震波はせん断平面波であって、その波形は無限に連続する正弦波形とする。

仮定 4 トンネル断面は円形とする。

a) トンネルに向かって伝播してくる地震波 仮定 3 による平面波の進行方向を  $x$  軸にその負方向にとればトンネルによってかく乱されない状態における地震波形は、その変位振幅を  $a$  とすれば (図-10)

$$u=0, v=ae^{ip(t+\frac{x}{c_s})} \dots\dots\dots(21)$$

の実数部である。ここに  $u, v$  は  $x, y$  座標軸方向の変位、 $t$  は時間、 $p$  は波動の円振動数を表わす。 $c_s$  は波動伝播速度であって媒体の単位体積あたり重量を  $\rho$ 、ラメの定数を  $\lambda, \mu$  とするとき

$$c_s = \sqrt{\frac{\mu g}{\rho}} \dots\dots\dots(22)$$

である。後段の計算に必要であるから波動 (1) を極座標  $(r, \theta)$  で表わすと

$$u=0, v=ae^{ip(t+\frac{r}{c_s}\cos\theta)}$$

となる。したがって変位の半径方向および円周方向の成分は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} u_r &= ae^{ipt} \cdot e^{\frac{ipr}{c_s}\cos\theta} \sin\theta \\ u_\theta &= ae^{ipt} \cdot e^{\frac{ipr}{c_s}\cos\theta} \cos\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(23)$$

となる。しかるに

$$e^{\frac{ipr}{c_s}\cos\theta} = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m i^m \cos m\theta J_m\left(\frac{pr}{c_s}\right) \dots\dots\dots(24)$$

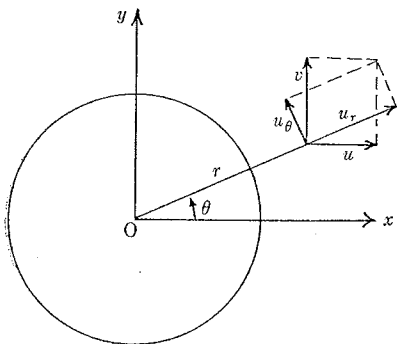
ただし

$$\epsilon_0=1 \quad \epsilon_1=\epsilon_2=\dots=2$$

$J_m$  は  $m$  つぎのベッセルの関数であるから、これを (23) 式に代入すれば次式となる。

図-10

Fig. 10



$$u_r = ae^{ipt} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2mi^{m-1}}{z} J_m(z) \sin m\theta \dots\dots\dots(25)$$

$$u_\theta = ae^{ipt} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m i^{m-1}}{2} \{J_{m-1}(z) - J_{m+1}(z)\} \cos m\theta \dots\dots\dots(26)$$

ただし

$$z = \frac{pr}{c_s} \dots\dots\dots(27)$$

これよりひずみを求めると

$$\begin{aligned} e_{\theta\theta} &= -e_{rr} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \\ &= -ae^{ipt} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2mpi^{m-1}}{c_s z} \left\{ \frac{(m-1)}{z} J_m(z) \right. \\ &\quad \left. - J_{m+1}(z) \right\} \sin m\theta \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_{r\theta} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \\ &= ae^{ipt} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m pi^{m-1}}{c_s} \left[ \frac{2}{z} J_{m+1}(z) \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \frac{2m(m-1)}{z^2} - 1 \right\} J_m(z) \right] \cos m\theta \dots\dots\dots(29) \end{aligned}$$

b) トンネルより反射する波動 (その1) いま、トンネルを半径  $r_0$  なる円孔とし、波動 (1) が孔部を通過するとすると、孔の周辺に反射波を生じ、これが無限遠に向かって進む進行波となる。反射波はせん断波と変容波とよりなり、 $x$  軸に対して前者は対称であり後者は逆対称になることは明らかである。せん断波は一般につきの性質をもつ。その変位を  $u, v$ , rotation を  $\omega$  とすると

$$\omega = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \dots\dots\dots(30)$$

であり、その波動方程式は

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla^2 \omega = 0 \dots\dots\dots(31)$$

である。一般に変位は scalar potential ( $\phi$  とする) の gradient と vector potential ( $H$  とする) の curl の和

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y}, v = \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial x} \dots\dots\dots(32)$$

として表わすことができるから、これを式 (30) に代入すれば

$$\omega = -\frac{1}{2} \nabla^2 H \dots\dots\dots(33)$$

となる。いま孔の周辺からでるせん断波の rotation を

$$\omega = e^{ipt} \sum_{m=0}^{\infty} K_m \cos m\theta \dots\dots\dots(34)$$

とおくと式 (31) によって  $K_m$  は次式を満足する。

$$\frac{d^2 K_m}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dK_m}{dz} + \left(1 - \frac{m^2}{z^2}\right) K_m = 0 \dots\dots\dots(35)$$

$$\therefore K_m = A_m H_m^{(2)}(z) + A_m' H^{(1)}(z) \dots\dots\dots(36)$$

ここに  $A_m, A_m'$  は積分定数  $H^{(1)}, H^{(2)}$  はハンケルの第1および第2関数である。円孔よりかなり離れる位置では式 (36) は

$$K_m = \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \left\{ A_m e^{-i\left(z - \frac{2m+1}{4}\pi\right)} + A_m' e^{i\left(z - \frac{2m+1}{4}\pi\right)} \right\}$$

となるが、反射波が円孔から無限遠に向かって進む進行波を表わすためには、第2項は消えなければならない。よって

$$\omega = e^{i\beta t} \sum_{m=0}^{\infty} A_m H_m^{(2)}(z) \cos m\theta \dots\dots\dots(37)$$

いま  $H_m$  を  $z$  のみの関数として

$$H = e^{i\beta t} \sum_{m=0}^{\infty} H_m \cos m\theta \dots\dots\dots(38)$$

とおき式 (37) と式 (38) を式 (33) に代入すれば

$$\frac{d^2 H_m}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{dH_m}{dz} - \frac{m^2}{z^2} H_m = -\frac{2c_s^2}{p^2} A_m H_m^{(2)}(z) \dots\dots\dots(39)$$

$$\therefore H_m = \frac{2c_s^2}{p^2} A_m H_m^{(2)}(z) \dots\dots\dots(40)$$

ここに式 (39) の余関数は進行波を表わさないので0とおく。よって

$$H = e^{i\beta t} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2c_s^2}{p^2} A_m H_m^{(2)}(z) \cos m\theta \dots\dots\dots(41)$$

$H$  による変位および、ひずみは次式となる。

$$u_r = \frac{\partial H}{r \partial \theta} = -\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2mc_s}{p\alpha} A_m H_m^{(2)}(z) \sin m\theta \dots\dots\dots(42)$$

$$u_\theta = -\frac{\partial H}{\partial r} = -\sum_{m=0}^{\infty} \frac{2c_s}{p} A_m \left\{ \frac{m}{z} H_m^{(2)}(z) - H_{m+1}^{(2)}(z) \right\} \cos m\theta \dots\dots\dots(43)$$

$$e_{\theta\theta} = -e_{rr} = \sum_{m=1}^{\infty} 2A_m \left\{ \frac{m(m-1)}{z^2} H_m^{(2)}(z) - \frac{m}{z} H_{m+1}^{(2)}(z) \right\} \sin m\theta \dots\dots\dots(44)$$

$$e_{r\theta} = -\sum_{m=0}^{\infty} 2A_m \left[ \left\{ \frac{2m(m-1)}{z^2} - 1 \right\} H_m^{(2)}(z) + \frac{2}{z} H_{m+1}^{(2)}(z) \right] \cos m\theta \dots\dots\dots(45)$$

**c) トンネルより反射する波動 (その2)** トンネル

より反射する変位は一般につきの性質をもつ。その変位を  $u, v$ , dilatation を  $d$  とするとき

$$d = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \dots\dots\dots(46)$$

であり、その波動方程式は

$$\frac{\partial^2 d}{\partial t^2} = c_p^2 \nabla^2 d \dots\dots\dots(47)$$

である。ここに  $c_p$  は波動伝播速度であって

$$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \dots\dots\dots(48)$$

である。この場合にも変位は式 (32) と同形に表わしうから、これを式 (47) に代入すれば

$$d = \varphi^2 \phi \dots\dots\dots(49)$$

変位を

$$d = e^{i\beta t} \sum_{m=1}^{\infty} R_m \sin m\theta \dots\dots\dots(50)$$

とおき式 (47) に代入すれば

$$\frac{d^2 R_m}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{dR_m}{d\zeta} + \left(1 - \frac{m^2}{\zeta^2}\right) R_m = 0$$

ただし

$$\zeta = \frac{pr}{c_p} \dots\dots\dots(51)$$

上式の解のうちで無限遠において孔から遠ざかってゆく進行波となるような解は、前節におけると同様な考察によって、 $D_m$  を常係数とするとき

$$R_m = D_m H_m^{(2)}(\zeta) \dots\dots\dots(52)$$

となる。よって

$$d = e^{i\beta t} \sum_{m=1}^{\infty} D_m H_m^{(2)}(\zeta) \sin m\theta \dots\dots\dots(53)$$

いま

$$\phi = e^{i\beta t} \sum_{m=1}^{\infty} \Phi_m \sin m\theta \dots\dots\dots(54)$$

とおき式 (49) に代入すれば

$$\frac{d^2 \Phi_m}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{d\Phi_m}{d\zeta} - \frac{m^2}{\zeta^2} \Phi_m = \frac{c_p^2}{p^2} D_m H_m^{(2)}(\zeta) \dots\dots\dots(55)$$

となる。

$$\therefore \Phi_m = -\frac{c_p^2}{p^2} D_m H_m^{(2)}(\zeta) \dots\dots\dots(56)$$

ここに式 (55) の余関数は進行波を表わさないので0とおいた。よって

$$\phi = -e^{i\beta t} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{c_p^2}{p^2} D_m H_m^{(2)}(\zeta) \sin m\theta \dots\dots\dots(57)$$

$\phi$  による変位および、ひずみはつぎのようになる。

$$u_r = -e^{i\beta t} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{c_p}{p} D_m \left\{ \frac{m}{\zeta} H_m^{(2)}(\zeta) - H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right\} \sin m\theta \dots\dots\dots(58)$$

$$u_\theta = -e^{i\beta t} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{c_p m D_m}{p \zeta} H_m^{(2)}(\zeta) \cos m\theta \dots\dots\dots(59)$$

$$e_{rr} = -e^{i\beta t} \sum_{m=1}^{\infty} D_m \left[ \left\{ \frac{m(m-1)}{\zeta^2} - 1 \right\} H_m^{(2)}(\zeta) + \frac{1}{\zeta} H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right] \sin m\theta \dots\dots\dots(60)$$

$$e_{\theta\theta} = e^{i\beta t} \sum_{m=1}^{\infty} D_m \left\{ \frac{m(m-1)}{\zeta^2} H_m^{(2)}(\zeta) + \frac{1}{\zeta} H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right\} \sin m\theta \dots\dots\dots(61)$$

$$e_{r\theta} = -e^{i\beta t} \sum_{m=0}^{\infty} 2 D_m \left\{ \frac{m(m-1)}{\zeta^2} H_m^{(2)}(\zeta) - \frac{m}{\zeta} H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right\} \cos m\theta \dots\dots\dots(62)$$

表-9  
Table 9

	円形孔によりかく乱されない場合の地震波	円形孔より反射する波動	
		変容波	せん断波
$e_{rr}$	$a \sum f_m \sin m\theta$	$\sum D_m b_m \sin m\theta$	$\sum A_m d_m \sin m\theta$
$e_{\theta\theta}$	$-a \sum f_m \sin m\theta$	$\sum D_m (a_m - b_m) \sin m\theta$	$-\sum A_m d_m \sin m\theta$
$e_{r\theta}$	$a \sum g_m \cos m\theta$	$\sum D_m c_m \cos m\theta$	$\sum A_m e_m \cos m\theta$
$d$	0	$\sum D_m a_m \sin m\theta$	0
$u_r$	$a \sum h_m \sin m\theta$	$\sum D_m i_m \sin m\theta$	$\sum A_m j_m \sin m\theta$

以下の演算を簡単にするために

$$\begin{aligned}
 a_m &= H_m^{(2)}(\zeta) \\
 b_m &= - \left[ \left\{ \frac{m(m-1)}{\zeta^2} - 1 \right\} H_m^{(2)}(\zeta) + \frac{1}{\zeta} H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right] \\
 c_m &= -2m \left\{ \frac{(m-1)}{\zeta^2} H_m^{(2)}(\zeta) - \frac{1}{\zeta} H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right\} \\
 d_m &= -2m \left\{ \frac{(m-1)}{z^2} H_m^{(2)}(z) - \frac{1}{z} H_{m+1}^{(2)}(z) \right\} \\
 e_m &= -2 \left[ \left\{ \frac{2m(m-1)}{z^2} - 1 \right\} H_m^{(2)}(z) + \frac{2}{z} H_{m+1}^{(2)}(z) \right] \\
 f_m &= \frac{2mp_i z^{m-1}}{c_s z} \left\{ \frac{(m-1)}{z} J_m(z) - J_{m+1}(z) \right\} \\
 g_m &= \frac{\varepsilon m p_i z^{m-1}}{c_s} \left[ \left\{ \frac{2m(m-1)}{z^2} - 1 \right\} J_m(z) + \frac{2}{z} J_{m+1}(z) \right] \\
 h_m &= \frac{2mi}{z} J_m(z) \\
 i_m &= -\frac{c_p}{p} \left\{ \frac{m}{\zeta} H_m^{(2)}(\zeta) - H_{m+1}^{(2)}(\zeta) \right\} \\
 j_m &= -\frac{2m c_s}{p z} H_m^{(2)}(z)
 \end{aligned} \tag{63}$$

と表わすと、おのおの波動によるひずみ成分は表-9に示す値に  $e^{ipt}$  を乗じたものとなる。

覆工がある場合に覆工に働く地震力を計算することは覆工自身が可撓性をもつために非常に複雑である。それでここには問題を単純化してつぎのように仮定する。

仮定 5 覆工は剛である。

仮定 6 覆工と周囲の岩との間が半径方向には離れることはない。

仮定 7 覆工と周囲の岩との周辺方向の相対的なずれに対しては全く抵抗がない。\*

$$u_1 = \frac{-8 i H_2^{(2)}(\zeta)}{\pi z \left[ \frac{z^2}{\zeta^2} H_1^{(2)}(\zeta) \left\{ H_1^{(2)}(z) - \frac{2}{z} H_2^{(2)}(z) \right\} - \frac{2}{\zeta} H_1^{(2)}(z) H_2^{(2)}(\zeta) \right]} \tag{69}$$

また覆工に働く力は次式で与えられる。

$$\widehat{rr} = -\frac{4\rho c_s a p}{g} e^{ipt} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^m m \left\{ \frac{1}{\zeta} H_m^{(2)}(\zeta) - \dot{H}_m^{(2)}(\zeta) \right\} \sin m\theta}{\pi z \left\{ \frac{z}{2} \dot{H}_m^{(2)}(\zeta) H_m^{(2)}(z) + \dot{H}_m^{(2)}(\zeta) \dot{H}_m^{(2)}(z) - \frac{m^2}{2\zeta} H_m^{(2)}(\zeta) H_m^{(2)}(z) \right\}} \tag{70}$$

ここに・は微分係数を表わす。

地震波の波長はトンネルの直径に比してかなり長いので上式の  $z, \zeta$  は一般に1以下であるが、そのような場合には近似的につぎのようにおくことができる ( $Y_m$  は  $m$  つぎのノイマンの関数)。

$$H_m^{(2)}(x) = -i Y_m(x) = \frac{i(m-1)!}{\pi} \left( \frac{2}{x} \right)^m$$

よって式 (70) は近似的に次式となる。

$$\widehat{rr} = -\frac{4\rho c_s a p}{g} e^{ipt} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{i^{m+1} (m+1)}{2^{m-1} (m-1)!} z^{m-2} \sin m\theta \tag{71}$$

さらに、この級数の第2項までをとれば

$$\widehat{rr} = -\frac{6\rho c_s a p}{g} \left( \sin 2\theta \sin pt + \frac{z}{3} \sin 3\theta \cos pt \right) \tag{72}$$

\* その結果は普通の場合、トンネルの覆工に働く地震力の上限值を与えることになるであろう。この場合の境界条件の一つは、 $r=r_0$  にて

$$\widehat{r}\theta = \mu e_{r\theta} = 0 \tag{64}$$

である。他の一つの条件は前述の3個の波動による半径方向の変位の総和 ( $u_r$  とする) が任意の常数  $u_1$  に対して

$$u_r = a u_1 \sin \theta \tag{65}$$

を満足することである。よって以下の諸式では変数  $z$  または  $\zeta$  に円周上における  $z$  または  $\zeta$  の値を代入した値を用いることにすれば、

$$\left. \begin{aligned}
 c_m D_m + e_m A_m &= -a g_m \\
 i_m D_m + j_m A_m &= -a (h_m - u_m)
 \end{aligned} \right\} \tag{66}$$

ただし

$$u_0 = 0, \quad u_2 = u_3 = \dots = 0$$

それゆえ  $u_1$  を定めうるならば  $D_m, A_m$  は次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 D_m &= \frac{e_m (h_m - u_m) - g_m j_m a}{c_m j_m - i_m e_m} \\
 A_m &= \frac{g_m i_m - c_m (h_m - u_m) a}{c_m j_m - i_m e_m}
 \end{aligned} \right\} \tag{67}$$

覆工に働く力は円周上における  $\widehat{rr}$  すなわち

$$\widehat{rr} = \frac{\rho}{g} \{ c_p^2 d - 2 c_s^2 e_{\theta\theta} \} \tag{68}$$

によって定められる。式 (48) の各項に表-9に示した諸値を代入すれば  $\widehat{rr}$  を計算することができるが、このとき  $u_1$  は覆工の周囲に働く  $\widehat{rr}$  の合成力が平衡することから決定されつぎの値となる。ただし、その値は工学的には重要な意味をもたない。

第1項のみをとれば

$$\widehat{rr} = -\widehat{rr}_0 \sin 2\theta \sin pt$$

ただし

$$\widehat{rr}_0 = \frac{6\rho c_s a p}{g} \tag{73}$$

この式で  $ap$  は伝播してくる地震波の速度振幅を表わすから、覆工に働く地震力は地震波の速度振幅に比例することになる。一般に地震動の各周波数成分の速度振幅は周波数にはあまりよらないものと考えられるので、覆工に働く地震力もまた地震動の周波数にはあまり関係がないものと推察される。 $\widehat{rr}_0$  の大きさを具体的に評価するために

$$\rho = 2.3 \text{ t/m}^3, \quad c_s = 700 \text{ m/sec}, \quad ap = 10 \text{ cm/sec}$$

$$\dots \tag{74}$$

の場合をとりあげてみると、

$$\widehat{rr}_0 = 99 \text{ t/m}^2$$

となり、小孔径のトンネルに対する場合は、地震力は普通に考えられる静的地圧力に比してかなり大きいことが知られる。しかし以上の計算では覆工の可撓性が無視されているので実際に生ずる地震力はこれより小さく、その性質もいくぶん異なることが予想される。これについては後段に検討することにする。

つぎに覆工のないトンネルの場合を参考までに考えておく。この場合に地震力に耐えるのは地山自身の強さであって、この場合のトンネルの耐力は地山内に生ずる応力にもとづいて評価される。この種の問題に対する円形孔周上における条件は、 $r=r_0$  にて

$$\widehat{\theta\theta} = \frac{8ap\rho cs}{\pi g} \left(1 - \frac{c_s^2}{c_p^2}\right) e^{i\theta t} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i^m m \left\{ \frac{2(m^2-1)}{z^2} - 1 \right\} H_m^{(2)}(\zeta) \sin m\theta}{\left\{ \frac{2m^2(m^2-1)}{z^2} - 2m^2 + \frac{z^2}{2} \right\} H_m^{(2)}(z) H_m^{(2)}(\zeta) + z \left\{ \dot{H}_m^{(2)}(z) H_m(\zeta) + \frac{cs}{c_p} H_m(z) \dot{H}_m(\zeta) \right\} - 2(m^2-1) \frac{cs}{c_p} \dot{H}_m^{(2)}(z) \dot{H}_m^{(2)}(\zeta)}$$

ここに  $z, \zeta$  などは円周上におけるそれぞれの値である。実際におこる問題では、 $z$  は 1 に比して微少であるから上式は近似的につぎのように変形される。

$$\widehat{\theta\theta} = \frac{4ap\rho cs}{g} \left(1 - \frac{c_s^2}{c_p^2}\right) e^{i\theta t} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{i^{m+1} m \left\{ \frac{2(m^2-1)}{z^2} - 1 \right\} z^m \sin m\theta}{2^m (m+1)!} \dots\dots\dots (78)$$

この級数は第2項が特に大きく第1、第3両項がこれにつぐ。それで第3項までとると

$$\widehat{\theta\theta} = \frac{ap\rho cs}{g} \left(1 - \frac{c_s^2}{c_p^2}\right) \{2 \sin 2\theta \sin \theta t + z(\sin \theta + \sin 3\theta) \cos \theta t\} \dots\dots\dots (79)$$

$z$  が微少なることを考えて近似的に

$$\widehat{\theta\theta} = \frac{2ap\rho cs}{g} \left(1 - \frac{c_s^2}{c_p^2}\right) \sin 2\theta \sin \theta t \dots\dots\dots (80)$$

とおくことができる。

先にあげた例と同様に  $\rho, cs, ap$  の値を式 (74) ととり、さらに  $c_p/c_s = 1.67$  と仮定すると  $\widehat{\theta\theta}$  の最大値は

$$\widehat{\theta\theta} = 2.11 \text{ kg/cm}^2$$

となる。すなわち覆工のないトンネルに生ずる縁維応力の値は比較的小きな値である。

(3) 以上の計算では覆工の変形は無視されているが、実際は覆工の弾性変形によってそれに働く地震力は緩和されるはずであるからその評価を試みる。この場合にも前節の仮定 6, 7 を仮定するものとする。そのときは円孔周辺における境界条件は一つは式 (64) であり他の一つは  $u_r$  と  $\widehat{rr}$  との間に円形アーチのたわみと荷重との間になりたつべき関係が存在することである。前者の条件は表-9 により

$$ag_m + c_m D_m + e_m A_m = 0 \dots\dots\dots (81)$$

であり、後者の条件はアーチ理論によってつぎのように導かれる。一般に円形アーチにおいてはつぎの平衡方程式と弾性条件とがなりたつ。

$$\widehat{rr} = \lambda d + 2\mu e_{rr} = 0, \quad \widehat{r\theta} = \mu e_{r\theta} = 0 \dots\dots\dots (75)$$

となる。ここにひずみは円形孔によりかく乱されない場合の地震波および2種の反射波によるものの総和である。よって

$$\begin{aligned} (\lambda a_m + 2\mu b_m) D_m + 2\mu d_m A_m &= -2\mu a f_m \\ c_m D_m + e_m A_m &= -a g_m \end{aligned} \dots\dots\dots (76)$$

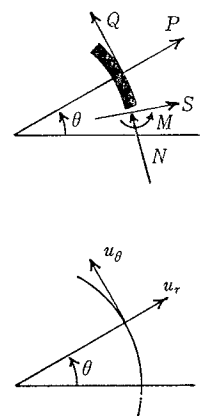
これより係数  $A_m, D_m$  を定むることができるから、これについて表-10 に示す3種の波によるひずみを合成すれば、地山内部の地震応力を求めることができる。この運算は先に述べた覆工ある場合とほとんど同じであって、たとえば円孔周辺にそう縁維応力の値を示すとつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{dS}{d\theta} - N &= rP, & \frac{dN}{d\theta} + S &= rQ, & \frac{dM}{d\theta} - rS &= 0 \\ \frac{rN}{E_c A} &= -u_r - \frac{du_\theta}{d\theta}, & \frac{r^2 M}{E_c I} &= -\frac{du_\theta}{d\theta} + \frac{d^2 u_r}{d\theta^2} \end{aligned}$$

ここに (図-11)

- $P, Q$ : アーチ単位軸線長あたり荷重の半径および切線方向成分
- $M, N, S$ : アーチの曲げモーメント、軸圧力およびせん断力
- $u_r, u_\theta$ : アーチ軸線の変位の半径および切線方向成分
- $E_c$ : 覆工材料の縦弾性係数
- $A, I$ : 覆工断面の断面積および断面2次モーメント

図-11  
Fig. 11



である。これより

$$\frac{d^2 u_\theta}{d\theta^2} + 2 \frac{d^4 u_\theta}{d\theta^4} + \frac{d^2 u_r}{d\theta^2}$$

$$= \frac{r^2}{EA} \left\{ \frac{d^3 P}{d\theta^3} - \frac{d^4 Q}{d\theta^4} - \frac{1}{b} \left( \frac{dP}{d\theta} + Q \right) \right\} \dots (82)$$

$$u_r = -\frac{du_\theta}{d\theta} + \frac{b}{1+b} \left( \frac{d^3 u_\theta}{d\theta^3} + \frac{d^5 u_\theta}{d\theta^5} \right) - \frac{r^2}{EA} \left\{ P - \frac{b}{1+b} \left( \frac{d^2 P}{d\theta^2} - \frac{d^3 Q}{d\theta^3} + \frac{dQ}{d\theta} \right) \right\} \dots (83)$$

ただし

$$b = \frac{I}{r^2 A} \dots (84)$$

仮定 6 によって境界上における半径方向変位については覆工の変位と地山の変位とは相等しい。また 仮定 7 によって覆工周辺に働く切線方向の外力は存在せず、半径方向については地山からおよぼす地震応力がすなわち覆工に対する荷重にはかならない。したがって

$$u_r = u_r, P = \widehat{rr}, Q = 0$$

である。いま覆工の厚さを  $h$  とすれば

$$A = h, I = \frac{h^3}{12}, b = \frac{1}{12} \left( \frac{h}{r} \right)^2$$

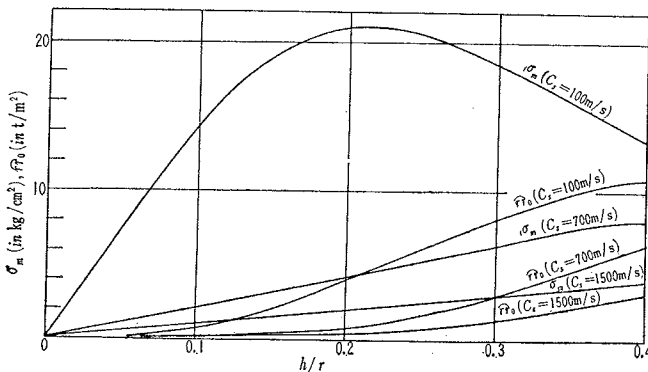
であって  $b$  は 1 に比して無視することができる。以上を上式に代入すれば、求めるほかの一つの境界条件がつきのように得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^5 u_\theta}{d\theta^5} + 2 \frac{d^4 u_\theta}{d\theta^4} + \frac{d^3 u_\theta}{d\theta^3} &= \frac{r^2}{Eh} \left( \frac{1}{b} \frac{d\widehat{rr}}{d\theta} - \frac{d^3 \widehat{rr}}{d\theta^3} \right) \\ u_r &= -\frac{du_\theta}{d\theta} + b \frac{d^3 u_\theta}{d\theta^3} + b \frac{d^5 u_\theta}{d\theta^5} \\ &+ \frac{r^2}{Eh} \left( \widehat{rr} - b \frac{d^2 \widehat{rr}}{d\theta^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots (85)$$

ここに  $u_r, \widehat{rr}$  は地山内の波動計算にもとづく 表-9 の値である。

前節に述べた 2 個の計算例によると孔径が波長に比して非常に小なる場合には応力、変形などを表わす諸量のうち  $\theta$  に関して  $\sin 2\theta$  をもって変化する項が他の項に比してきわだって大きく、重要であることがわかり、このことは覆工が変形する場合にも成り立つものと思われる。それで以下には  $\sin 2\theta$  をもって変化する項だけをとりあげる。いま、

図-12  $\sigma_m, \widehat{rr}_0$  と  $h/r$  の関係  
Fig. 12  $\sigma_m$  and  $\widehat{rr}_0$  against  $h/r$



$$\widehat{rr} = \widehat{rr}_0 \sin 2\theta, u_r = u_{r0} \sin 2\theta, u_\theta = u_{\theta 0} \cos 2\theta \dots (86)$$

とおいて式 (85) に代入すると

$$u_{\theta 0} = \frac{2r^4}{3Eh^3} \widehat{rr}_0, u_{r0} = \frac{4r^4}{3Eh^3} \widehat{rr}_0 \dots (87)$$

また

$$M = -\frac{r^2}{3} \widehat{rr}_0$$

となり、これによる最大曲げ応力は

$$\sigma_m = 2 \left( \frac{r}{h} \right)^2 \widehat{rr}_0 \dots (88)$$

となる。軸圧力により生ずる応力は外力の分布からみて曲げによる応力に比して無視することができる。

$\widehat{rr}_0$  と  $u_{r0}$  は 表-9 によって次式により与えられる。

$$\widehat{rr}_0 = \frac{\rho}{g} [c_p^2 a_2 D_2 + 2c_s^2 \{af_2 - (a_2 - b_2)D_2 + d_2 A_2\}]$$

$$u_{r0} = ah_2 + i_2 D_2 + j_2 A_2$$

$z$  または  $k$  が微小なときは

$$a_2 = \frac{4i}{\pi \zeta^2}, f_2 = \frac{pi}{2c_s}, a_2 - b_2 = \frac{24i}{\pi \zeta^4}, d_2 = \frac{48i}{\pi z^4}$$

$$h_2 = \frac{ix}{2}, i_2 = \frac{8c_p i}{\pi p \zeta^3}, j_2 = -\frac{16c_s i}{p \pi z^3}$$

とおくことができる。これらの関係を式 (81), (87) に代入すれば不定係数  $A_2, D_2$  はつぎのように定められる。

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{ap \pi z^2 (z - 6c_s p K)}{4c_s (z + 12c_s p K)} \\ D_2 &= \frac{ap \pi c_s^2 z^2 (z - 6c_s p K)}{2c_p^4 (z + 12c_s p K)} \end{aligned} \right\} \dots (89)$$

ただし

$$K = \frac{4}{3} \frac{\rho r^4}{Egh^3} \dots (90)$$

これより

$$\widehat{rr}_0 = \frac{6ap \left( \frac{h}{r} \right)^3 i}{16 \frac{c_s}{E_c} + \frac{g}{\rho c_s} \left( \frac{h}{r} \right)^3} \dots (91)$$

となる。また式 (88) により

$$\sigma_m = \frac{12ap \left( \frac{h}{r} \right)^3}{16 \frac{c_s}{E_c} + \frac{g}{\rho c_s} \left( \frac{h}{r} \right)^3} \dots (92)$$

となる。この両式によって地山の剛さや覆工厚が地震力や地震応力におよぼす影響を知ることができる。  $E_c = 2 \times 10^8 \text{ kg/cm}^2, \rho = 2.3 \text{ t/m}^3$  として  $c_s = 100 \text{ m/sec}, 700 \text{ m/sec}, 1500 \text{ m/sec}$  の 3 種の場合について  $\widehat{rr}_0, \sigma_m$  を示すと 図-12 のようになる。ただし、ここに地震の強さとしては  $ap = 10 \text{ cm/sec}$  を採用した。この図から普通にとられる覆工厚の範囲ではつぎの性質が認められる。

- ①  $c_s$  が小なるほど地震力も地震応力も増大する。
- ②  $c_s$  がはなはだしく小なる場合を除いては  $h/r$  が大となると地震力も地震応力も増大

する。

③  $c_s$  がはなはだしく小なる場合には地震応力は、 $h/r$  がある値より大なる範囲では覆工厚を増すことによって減少する。しかし覆工厚が増した割には地震応力はそれほど減らない。これは覆工の増厚によって地震力が増すためである。

(4) 前節に示した計算は場合によっては実際におきている現象と全然一致していないことがあるであろう。それは、しかしトンネルのような複雑な条件下の問題ではさげにくいことで、このような場合はいまは除外するほかはない。つぎに前節の計算過程が現象的には事実と一致しているような場合には、計算応力は実際の応力の近似値を与えるものと考えられる。それについて関東地震や北美濃地震の覆工被害において、地山の地質が悪いほど被害率が高いこと、また覆工厚が厚いほど被害率が高いことなどが式 (92) の示すところと少なくとも現象的に一致していることは、興味深いことである。この場合には覆工の耐震性を高める方策としては覆工厚を増すことは場合によっては地震応力を増大して逆効果を生むこともあり適当でなく、つぎのような方策が適当であると思われる。

① 覆工裏込めを十分密にして偏圧がかかることを防止する。

② 損傷している地山に対してはグラウト工法などを施してこれをかためる。

③ 覆工の増厚によって地震に耐えることは一般に困難であり、また、しばしば逆効果を生むと考えられるので、覆工に鉄筋または鉄骨によって靱性を与え、材質的にこれを強化する。

④ 上記の鉄筋量を定めるには環境の評価を適切にすれば式 (91), (92) などを用いることができる。

本文を草するにあたり、北陸電力KK常務取締役 鶴飼孝造氏、同社工務部土木課長 佐藤源二氏は著者らにトンネル震害視察の機を与えられ、かつ貴重な資料を提供された。また当教室の大多和道子、横井 勇、土屋瑛子、増田 裕 (大学院学生) の諸氏は計算その他につき多大の助力をされた。これらのご好意に対しここに厚く謝意を表するものである。

#### 参 考 文 献

- 1) 物部長穂：土木耐震学，1952，p. 101~108，p. 178~184.
- 2) 岡本舜三，加藤勝行：地表面層の振動観測，生産研究 13 卷 4 号，1961，p. 123~126.
- 3) 妹沢克雄：地震波によって土地の固有振動が誘起される可能性について，地震研彙報 第 8 号，1930.
- 4) 坂本貞雄：トンネルの支保工と覆工，土木学会編，トンネルと掘削工法，1959，p. 139~148.
- 5) 土木学会：関東大地震震害調査報告 第 2 卷，p. 45~59.  
(原稿受付：1962. 8. 2)

## ON THE SEISMIC FORCE ACTING ON STRUCTURES UNDER THE GROUND

*By Dr. Eng., Shunzo Okamoto, C.E. Member, Katsuyuki Kato, C.E.  
Member and Dr. Eng. Motohiko Hakuno, C.E. Member*

Three problems concerning the seismic effects on structures which are built under the ground are described.

1) A small size seismometer which can be set in a boring hole and is fit for observing the seismic motion under the ground is worked out. The seismometer is composed of a vibrator and semi-conductor strain gauges. Gauges are attached to the rod of the vibrator and electromotive force which is generated in gauges due to deformation of the rod is recorded by the oscillograph (Fig. 1, 2 and 4). The vibrator is kept in a cylindrical vessel and the vessel is filled with oil in order to check percolation of water into the vessel. Characteristics curve of the seismometer-oscillograph system (Fig. 3) shows that seismograms represent seismic acceleration of vibrations for frequency range of 1~7 cps.

2) Structures which are built under the ground such as pile or well foundations are supposed to be deformed by the wave motion of the soil under the ground during earthquakes. In order to estimate such a seismic effect on the structures, bending of a long pile due to earthquake wave is taken as an example and its stresses are calculated.

Ground is assumed to be composed of two layers, a surface layer and a base layer and a pile is assumed to be driven into ground from the ground surface to the bottom of the surface layer. When a continuous synsoidal shear wave which is represented by eq. (1) propagates vertically upwards in the base layer, stationary wave represent by eq. (2) comes in the surface layer. Assuming that the pile is supported elastically by the surrounding soil, the deflection of the pile due to the wave motion of the soil may be determined by eq. (5). Neglecting the inertia force of the pile, and considering boundary conditions at both ends of the pile be

given by eqs. (9) and (11), the solution of eq. (5) becomes eq. (16). Accordingly, the curvature of the pile and the deflection of the pile at its top are given by eqs. (17) and (13) respectively. Numerical values of  $\alpha$  and  $\phi$  in eq. (17) are tabulated in Tables 2 and 3. Fig. 6 shows values of  $\phi$  at each section of the pile and since  $\phi$  is proportional to the bending moment of the pile, curves in Fig. 6 are similar to the bending moment diagrams of the pile. Table 4 and Fig. 7 show the ratio of the deflection at the top of the pile to the amplitude of the seismic motion at the ground surface. These results show that the seismic motion at the top of the foundation is something different from the ground motion at the ground surface.

Assuming that  $k=1 \text{ kg/cm}^2$ ,  $c_2=205 \text{ m/sec}$ ,  $\rho=2.3 \text{ t/m}^3$ ,  $\rho_2 c_2 / \rho_1 c_1 = 0.5$ ,  $E=2 \times 10^6 \text{ t/m}^2$  and  $b=1.20 \text{ m}$ , numerical calculation of stress in the pile is performed. Velocity amplitude of a shear wave propagating upwards in the base layer is assumed to be 1 cm/sec. In this case maximum bending stress becomes  $3.25 \text{ kg/cm}^2$  when  $H=30.75 \text{ m}$  and  $2.68 \text{ kg/cm}^2$  when  $H=20.50 \text{ m}$ . These stresses cannot be disregarded for designing plain concrete structures because the tensile strength of concrete is often very low.

Designations are as follows.

- $p$  : circular frequency of the seismic wave,
- $T$  : period of the seismic wave,
- $c_1, c_2$  : propagation velocity of seismic wave in base or surface layer,
- $H$  : thickness of the surface layer,
- $x$  : coordinate along depth,
- $a$  : amplitude of earthquake motion at the surface of the ground,
- $\rho_2, \rho_1$  : density of the soil in base or surface layer,
- $T_p$  : predominant period of the surface layer,
- $Y$  : deflection of the pile,
- $k$  : reaction coefficient of the ground,
- $EI$  : bending rigidity of the pile,
- $m$  : mass of unit length of the pile,



$b$  : width of the pile,  
 $y$  : amplitude of vibration of the pile,  
 $y_0$  :  $y$  at the top of the pile,  
 $y_0'$  : slope of  $y$  at the top of the pile,  
 $r$  : given by eq. (8),  
 $\lambda, \xi$  : given by eq. (12),  
 $\Delta$  : given by eq. (14).

3) Some tunnel linings have been affected by earthquake shocks, but any procedure for determining a proper thickness of the lining against earthquakes has not yet been established. It is due to the fact that the seismic force acting on the lining is generally considered to be much related to its construction practice. However, it is submitted that investigations of damages of existing tunnels due to earthquakes and an appropriate application of the theoretical aspects of the problem will assist in leading to earthquake proof in design.

Following Table shows the damage factors (writers refer to the ratio of the length of the cracked section to that of the total section as a damage factor) for two aqueduct tunnels during the Kitamino Earthquakes of 1961.

thickness of the lining	damage factors	
	main tunnel	branch tunnel
40 cm	82 %	77 %
30	38	48
25	—	31
20	16	8

These tunnels are located in mesozoic sand stone and are 2 537 m and 1 758 m long respectively. It is seen from this Table that the damage factor is larger in sections with thick linings than in those with thin ones.

Herewith a theoretical interpretations about the seismic force acting on a lining are carried out. It is based on the following assumptions.

- 1) the ground is perfectly elastic,
- 2) the state of the dynamic strain in the ground is two dimensional and plain strain,
- 3) seismic wave propagation towards the tunnel is a continuous plane synsoidal shear wave,
- 4) the tunnel section is circular and its lining

is rigid,

5) the lining can not be separated from the ground in radial direction,

6) there are no resistance to relative movement between ground and the lining in circumferential direction.

On these assumptions, seismic force on the lining is calculated and result is given by eq. (70). When the diameter of the tunnel is much smaller than the wave length of the seismic wave, eq (70) becomes eq (73) approximately.

When the lining is flexible, seismic force acting on the lining and the seismic stress in the lining are approximately given by eqs (91) and (92) respectively. Fig. 12 shows the seismic stresses in the lining taking the velocity amplitude of the seismic wave to be 10 cm/sec and  $E_c = 2 \times 10^3$  kg/cm<sup>2</sup> and  $\rho = 2.3$  t/m<sup>3</sup>. From these curves it is seen that increasing of the thickness of the lining is not always effective to increase the seismic stability of the tunnel. This result is at least apparently identical with those obtained from the investigation of the damage to aqueduct tunnels caused by the Kitamino Earthquakes. In conclusion it can be recommended that the back of the lining should be fully filled up with concrete and the lining might be better to be ductile by reinforcing, in order to increase its seismic stability,

Designations are as follows.

$\widehat{r_r}$  : seismic force acting on the lining in radial direction,

$\rho$  : unit weight of the ground,

$a$  : amplitude of the seismic wave,

$p$  : circular frequency of the seismic wave,

$c_s$  : propagation velocity of  $S$  wave,

$c_p$  : Propagation velocity of  $P$  wave,

$\theta$  : amplitude,

$r$  : radius of the circular tunnel,

$z$  :  $p r / c_s$

$\zeta$  :  $p r / c_p$

$h$  : thickness of the lining,

$\sigma$  : maximum stress in the lining,

$E_c$  : Young's modulus of the lining material.

(Received August 2, 1962)

土木学会論文集編集委員

委員長	丸安隆和	副委員長	山川尚典	委員	高瀬信忠	委員	增田重臣
員	安芸川一利	委	倉田西茂	立松俊彦	員	松尾新一郎	
員	浅川美隆	員	倉西池力	野治昭	員	村田二忠	
員	飯田金一	員	小後圭司	土野昭元	員	室木田功	
員	石橋一郎	員	佐川嘉胤	西尾片守	員	八山根孟	
員	色部一	員	佐武正昭	林片正道	員	山内寛	
員	内田賢一	員	佐藤吉彦	久武啓祐	員	箭山本稔	
員	川島川夫	員	佐藤昭典	堀井健一郎	員	山田巖	
員	北川秀夫	員	杉木宏行	堀川清司	幹事	西脇威夫	

昭和 38 年 4 月 15 日 印刷  
 昭和 38 年 4 月 20 日 発行

土木学会論文集 第 92 号

定価 150 円 (〒 20 円)

編集兼発行者 東京都新宿区四谷一丁目 社団法人 土木学会 末 森 猛 雄  
 印刷者 東京都港区赤坂溜池 5 株式会社 技報堂 大 沼 正 吉

発行所 社 法 人 土 木 学 会 振替東京 16828 番  
 東京都新宿郵便局区内 新宿区四谷一丁目 電話 (351) 代表 5138 番