

アーチダムに働く地震時動水圧

准員 小坪 清 貞*

要 旨

U字形断面に築造された定半径アーチダムに働く地震時動水圧の理論解を誘導し、それによつて、ダムの上流面半径、アーチ中心角、及びダム上流側兩岸の交角などのいろいろな場合について数値計算を行つた。その結果は、二次元動水圧より導びかれた従来の慣用値と、はなはだ異なるものであることがわかつた。

緒 言

アーチダムに働く地震時動水圧の大きさは、まだ理論的に不明確であつて、アーチダムの設計にあつては、Westergaard¹⁾氏が求めた二次元動水圧の理論を基礎にして、簡単な仮定の下に、その大きさを定めている程度である。すなわち、地震動の方向と、ダム上流面の考慮点に立てた面法線とのなす角が θ である時には、その点の動水圧 σ は、二次元動水圧を σ_0 とすれば $\sigma = \sigma_0 \cos \theta$ で表わされるものと仮定している²⁾。

この式は、水域が無限にひろがり、ダムだけが震動するという仮定の下に立てられたものであるが、実際には兩岸によつて水域に限界があり、かつ、地震時には、兩岸もダムとともに同一方向の震動をするということが考慮されていない点で大きな欠点を持つている。

著者は、アーチダムの耐震性に関する研究の一部として、上記の不完全な諸点を考慮し、U字形断面に築造された定半径アーチダムに働く地震時動水圧の理論的な解法を試みた。本論文では、先ず、左右対称な地形で、兩岸が直線的に無限にひろがり、かつ、兩岸の傾斜が急で、断面がほとんど矩形であるとみなされるような場合を取り扱つた。

[I] 兩岸が半径方向にひろがる場合

1. 動水圧の微分方程式

図一に示すように、円筒座標を r, θ, z 、水分子の座標方向の微小変位を u, v, w 、ダム上流面半径を r_0 、アーチの中心角を $2\theta_0$ 、堤高を h 、水の体積弾性率を E_v 、水の単位重量を w_0 、重力加速度を g 、水圧を p 、時間を t で表わせば、水分子の運動方程式は次式となる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{g}{w_0} \frac{\partial p}{\partial r} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{g}{w_0} \frac{\partial p}{r \partial \theta} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -\frac{g}{w_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g \dots\dots\dots (3)$$

$$p = -E_v \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial(ru)}{\partial r} + \frac{\partial v}{r \partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} \right\} + w_0(h-z) \dots\dots\dots (4)$$

動水圧を σ とすれば、上記4式より、動水圧 σ に関する次の偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{\partial^2 \sigma}{r^2 \partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} - \frac{w_0}{gE_v} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

地震動を、 $(\alpha g/w_0^2) \sin \omega t$ なる単弦振動とすれば、(5)式を解くにあつての境界条件は、(1)~(3)式の関係を用いて、次のようになる。

河流方向震動に対し、

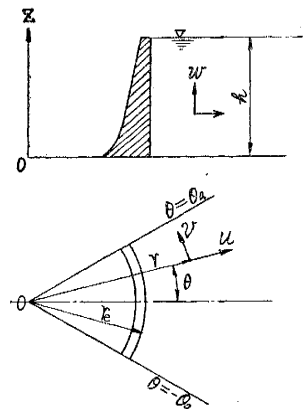
$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial r} \right)_{r=r_0} = \alpha w_0 \cos \theta \sin \omega t, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{r \partial \theta} \right)_{\theta=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{r \partial \theta} \right)_{\theta=2\theta_0} = -\alpha w_0 \sin \theta_0 \sin \omega t$$

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} \right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} \right)_{z=h} = 0 \quad (\text{自由表面})$$

河流直角方向震動に対し、

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial r} \right)_{r=r_0} = \alpha w_0 \sin \theta \sin \omega t, \quad (\sigma)_{\theta=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{r \partial \theta} \right)_{\theta=2\theta_0} = \alpha w_0 \cos \theta_0 \sin \omega t$$

図一 定半径アーチダム
Fig.1 Constant Radius Arch Dam



* 九州大学工学部大学院研究奨学生 工学部土木教室

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial z}\right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2}\right)_{z=h} = 0$$

(5) 式の解 σ を、ダムだけの震動による解 σ_1 と、兩岸だけの震動による解 σ_2 とに分けると、上記境界条件式は次のようになる。

河流方向震動

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial r}\right)_{r=r_e} = \alpha w_0 \cos \theta \sin \omega t \\ \text{(ii)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_1}{r \partial \theta}\right)_{\theta=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma_1}{r \partial \theta}\right)_{\theta=\theta_a} = 0 \\ \text{(iii)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial z}\right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \sigma_1}{\partial t^2}\right)_{z=h} = 0 \end{aligned} \right\} \text{(6)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial r}\right)_{r=r_e} = 0 \\ \text{(ii)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_2}{r \partial \theta}\right)_{\theta=0} = 0, \\ & \left(\frac{\partial \sigma_2}{r \partial \theta}\right)_{\theta=\theta_a} = -\alpha w_0 \sin \theta_a \sin \omega t \\ \text{(iii)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial z}\right)_{z=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial z} + \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \sigma_2}{\partial t^2}\right)_{z=h} = 0 \end{aligned} \right\} \text{(7)}$$

河流直角方向震動

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial r}\right)_{r=r_e} = \alpha w_0 \sin \theta \sin \omega t \\ \text{(ii)} \quad & (\sigma_1)_{\theta=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma_1}{r \partial \theta}\right)_{\theta=\theta_a} = 0 \end{aligned} \right\} \text{(8)}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad & \left(\frac{\partial \sigma_2}{\partial r}\right)_{r=r_e} = 0 \\ \text{(ii)} \quad & (\sigma_2)_{\theta=0} = 0, \\ & \left(\frac{\partial \sigma_2}{r \partial \theta}\right)_{\theta=\theta_a} = \alpha w_0 \cos \theta_a \sin \omega t \end{aligned} \right\} \text{(9)}$$

z に対する境界条件は、(6) 式及び (7) 式に同じ。

2. 微分方程式の解 σ_1 (ダムだけの震動による動水圧)

(a) 河流方向震動

$\sigma_1 = R(r)\Theta(\theta)Z(z)ie^{i\omega t}$ とおけば、(5) 式は次のように変数分離される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 Z}{dz^2} + \lambda^2 Z &= 0, \quad \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \mu^2 \Theta = 0, \\ \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(C^2 - \lambda^2 - \frac{\mu^2}{r^2}\right)R &= 0, \quad C^2 = \frac{w_0 \omega^2}{gE_v} \end{aligned} \right\} \text{.....(10)}$$

(10) 式の第 1 式の解は、境界条件 (6) 式の (iii) を用いて、 λ が虚数なるときは、 $\lambda = i\lambda'$ とおいて

$$Z = A_0' \cosh \lambda_0' z \text{.....(11)}$$

ここに、 λ_0' は、 $\coth \lambda' g = g\lambda'/\omega^2$ を満足す λ' の値で、唯 1 個である。

λ が実数なるときは、

$$Z = A_m \cos \lambda_m z \text{.....(12)}$$

ここに、 λ_m は、 $\cot \lambda h = -g\lambda/\omega^2$ を満足する λ の値で、絶対値小なるものより順次、 $m=1, 2, \dots$ とする。

(10) 式の第 2 式の解は、条件 (6) 式の (ii) を用いて、 μ が虚数なるときは、

$$\Theta = \text{const.} \text{.....(13)}$$

μ が実数なるときは、

$$\Theta = B_n \cos \mu \theta, \quad \mu = \frac{n\pi}{\theta_a}, \quad (n=0, 1, 2, \dots) \text{.....(14)}$$

(10) 式の第 3 式の解は、 λ が虚数のときは、 $j_0' = \sqrt{C^2 + \lambda_0'^2}$ とおいて、

$$R = C_{0n}' H_{1,\mu}(j_0' r) + D_{0n}' H_{2,\mu}(j_0' r) \text{.....(15)}$$

λ が実数のときは、 $C^2 > \lambda_m^2$ の場合、 $j_m' = \sqrt{C^2 - \lambda_m^2}$ とおいて、

$$R = C_{mn}' H_{1,\mu}(j_m' r) + D_{mn}' H_{2,\mu}(j_m' r) \text{.....(16)}$$

$C^2 < \lambda_m^2$ の場合、 $j_m = \sqrt{\lambda_m^2 - C^2}$ とおいて、

$$R = C_{mn} I_\mu(j_m r) + D_{mn} K_\mu(j_m r) \text{.....(17)}$$

ここに、 $H_{1,\mu}, H_{2,\mu}$ は Hankel の函数、 I_μ, K_μ は変形 Bessel 函数である。

(15)~(17) 式の中、後進波 $H_{1,\mu}(j_0' r), H_{1,\mu}(j_m' r)$ 、音速より大きな速度をもつ波動 $H_{2,\mu}(j_m' r)$ 、及び $r \rightarrow \infty$ のとき ∞ となる解 $I_\mu(j_m r)$ を除けば、解 σ_1 の形は次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = & \sum_{n=0}^{\infty} D_{0n}' H_{2,\mu}(j_0' r) \cos \mu \theta \cosh \lambda_0' z \cdot i e^{i\omega t} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_{mn} K_\mu(j_m r) \cos \mu \theta \cos \lambda_m z \cdot i e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \text{.....(18)}$$

但し, s は, $\lambda_m^2 > C^2$ を満足する m の最小値である。

境界条件 (6) 式の (i) を用いて, 係数 D_{0n}' 及び D_{mn} を求めると, $\theta_a \neq \pi$ のときには, 解 σ_1 は次式となる。

$$\sigma_1 = \left. \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \theta_a \cdot \epsilon_n (-1)^n \sinh \lambda_0' h \cos \mu \theta \cosh \lambda_0' z}{\theta_a j_0' (\sinh 2\lambda_0' h + 2\lambda_0' h) (1 - \mu^2) (A_{\mu^2} + B_{\mu^2})} \\ & \times 2 \{ [A_{\mu} J_{\mu}(j_0' r) + B_{\mu} Y_{\mu}(j_0' r)] \sin \omega t - [A_{\mu} Y_{\mu}(j_0' r) - B_{\mu} J_{\mu}(j_0' r)] \cos \omega t \} \\ & - \sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \theta_a \cdot \epsilon_n (-1)^n \sin \lambda_m h \cdot 2 K_{\mu}(j_m r) \cos \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) (1 - \mu^2) \{ K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e) \}} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

ここに,

$$\epsilon_0 = 1 \quad (n=0 \text{ のとき}), \quad \epsilon_n = 2 \quad (n \neq 0 \text{ のとき})$$

$$A_{\mu} = J_{\mu-1}(j_0' r_e) - J_{\mu+1}(j_0' r_e), \quad B_{\mu} = Y_{\mu-1}(j_0' r_e) - Y_{\mu+1}(j_0' r_e), \quad \mu = \frac{n\pi}{\theta_a}$$

表面波高 w_1 は, 次式の関係から求められる。

$$w_1 = \left(\frac{\sigma_1}{w_0} \right)_{z=h} \dots \dots \dots (20)$$

(b) 河流直角方向震動

z に関する固有函数は, (11) 及び (12) 式と同一である。

(10) 式の第2式の解は, 条件 (8) 式の (ii) を用いて, μ が虚数のときは, $\theta = 0$ となつて解がない。

μ が実数のときは,

$$\theta = B_n \sin \mu \theta, \quad \mu = \frac{(2n+1)\pi}{2\theta_a}, \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots \dots (21)$$

これより (10) 式の第3式の解を求めると, (15)~(17) 式と同じ形となり, 条件に適する解のみをとれば, 解 σ_1 の形は次式となる。

$$\sigma_1 = \left. \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} D_{0n}' H_{2,\mu}(j_0' r) \sin \mu \theta \cosh \lambda_0' z \cdot i e^{i\omega t} \\ & + \sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_{mn} K_{\mu}(j_m r) \sin \mu \theta \cos \lambda_m z \cdot i e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

ここに, s は, $\lambda_m^2 > C^2$ を満足する m の最小値である。

境界条件 (8) 式の (i) を用いて, 係数 D_{0n}', D_{mn} を求めると, $\theta_a \neq \pi/2$ なるときは, 解 σ_1 は次式となる。

$$\sigma_1 = \left. \begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\alpha w_0 \cos \theta_a \cdot (-1)^n \sinh \lambda_0' h \sin \mu \theta \cosh \lambda_0' z}{\theta_a j_0' (\sinh 2\lambda_0' h + 2\lambda_0' h) (\mu^2 - 1) (A_{\mu^2} + B_{\mu^2})} \\ & \times [[A_{\mu} J_{\mu}(j_0' r) + B_{\mu} Y_{\mu}(j_0' r)] \sin \omega t - [A_{\mu} Y_{\mu}(j_0' r) - B_{\mu} J_{\mu}(j_0' r)] \cos \omega t] \\ & - \sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\alpha w_0 \cos \theta_a \cdot (-1)^n \sin \lambda_m h \cdot K_{\mu}(j_m r) \sin \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) (\mu^2 - 1) \{ K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e) \}} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

ここに,

$$A_{\mu} = J_{\mu-1}(j_0' r_e) - J_{\mu+1}(j_0' r_e), \quad B_{\mu} = Y_{\mu-1}(j_0' r_e) - Y_{\mu+1}(j_0' r_e), \quad \mu = \frac{(2n+1)\pi}{2\theta_a}$$

表面波高 w_1 は, (20) 式と同一の関係によつて, 求められる。

(c) 特別の場合

河流方向震動で, $\theta_a = \pi$ なる場合には, 水中に立てた円筒の震動による動水圧を表わし, 解 σ_1 は次式となる。

$$\sigma_1 = \left. \begin{aligned} & \frac{4\alpha w_0 \sinh \lambda_0' h \cdot \cos \theta \cosh \lambda_0' z}{j_0' (\sinh 2\lambda_0' h + 2\lambda_0' h) (A_1^2 + B_1^2)} \\ & \times 2 \{ [A_1 J_1(j_0' r) + B_1 Y_1(j_0' r)] \sin \omega t - [A_1 Y_1(j_0' r) - B_1 J_1(j_0' r)] \cos \omega t \} \\ & - \sum_{m=s}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \lambda_m h \cdot 2 K_1(j_m r) \cos \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{ K_0(j_m r_e) + K_2(j_m r_e) \}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (24)$$

ここに,

$$A_1 = J_0(j_0' r_e) - J_2(j_0' r_e), \quad B_1 = Y_0(j_0' r_e) - Y_2(j_0' r_e)$$

河流直角方向震動で, $\theta_a = \pi/2$ なる場合には, 上式の座標 θ を, $\pi/2$ だけ回転すればよい。

(24) 式から明らかなように, 動水圧は $\cos \theta$ に比例するが, $\theta = 0$ における大きさは, 二次元動水圧より小さく, r_e/h が大きくなるに従つて, 二次元動水圧に次第に近づく。

3. 微分方程式の解 σ_2 (兩岸の震動による動水圧)

兩岸のみの震動による解 σ_2 に対しては、 $\theta_a = -\pi/4$ 及び $\theta_a = \pi/2$ なるとき以外には、正解を得ることが面倒である。また、表面波の取り扱いもはなはだ複雑となる。従つて、本論文では、動水圧に微小な影響しか及ぼさぬ表面波を省略して、近似解を求める。

ここで、二次元動水圧の解について示す。これについては、すでに、畑野博士³⁾が波動方程式より解を求められているが、(6)~(9)式に示すような境界における圧力コウ配を用いて、直接に動水圧を求めることができる。結果は、畑野博士の解と全く同一となり、次式で表わされる。

$$\sigma = \frac{4\alpha w_0 \sinh \lambda_0' h \cosh \lambda_0' z \cos(\omega t - j_0' x)}{j_0' (\sinh 2\lambda_0' h + 2\lambda_0' h)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \lambda_m h \cdot e^{-j_m x} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h)} \dots (25)$$

上式の x は、ダム上流面より上流側への距離である。

(a) 河流方向震動

ダム及び左岸を取り除き、条件 (7) 式の (ii) の第 2 式の圧力コウ配を右岸であたえると、図-1 の $x' > 0$ なる水域の動水圧は、二次元動水圧 (25) 式を用いて、

$$\sigma_{20}' = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \lambda_m h \sin \theta_a \cdot e^{-j_m x'} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h)}$$

しかるに、左岸の同じような震動により、右岸の圧力コウ配が打ち消される。この打ち消される圧力コウ配は、右岸が左岸に及ぼす圧力コウ配に等しく、次式となる。

$$\cos 2\theta_a \cdot \left(\frac{\partial \sigma_{20}'}{\partial x'} \right)_{x'=r \sin 2\theta_a} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \lambda_m h \sin \theta_a \cdot e^{-j_m r \sin 2\theta_a} \cos 2\theta_a \cos \lambda_m z \sin \omega t}{(\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h)}$$

従つて、これだけの圧力コウ配を右岸で補つてやらねばならないが、上式は r の函数であるから、もはや二次元論では解決できない。しかし、アバットにおいて境界条件を正しく満足させ、他の上流部分での僅かな誤差を無視すれば、右岸で補正すべき圧力コウ配は、上式で $r=r_e$ とおけばよい。従つて、この補正圧力コウ配による動水圧は、二次元式を用いて、

$$\sigma_{21}' = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \lambda_m h \sin \theta_a \cos 2\theta_a \cdot e^{-j_m r_e \sin 2\theta_a} e^{-j_m x'} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h)}$$

この補正は、対称的に左岸でも行わねばならないから、右岸の圧力コウ配が再び乱される。かくして、無限回の補正を行わねばならない。しかして、これら各回の補正による動水圧は、公比 $\cos 2\theta_a \exp(-j_m r_e \sin 2\theta_a)$ の G.P. をなすから、その総和は次式となる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{2n}' = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \lambda_m h \sin \theta_a e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta)} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 - \cos 2\theta_a e^{-j_m r_e \sin 2\theta_a}\}}$$

左岸も右岸と同じような震動をするのであるから、ダムを取り除いた場合の、兩岸の対称的震動による、 $-\theta_a \leq \theta \leq \theta_a$ なる水域の動水圧は、次式となる。

$$\sigma_2' = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \theta_a \sin \lambda_m h \{e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta)} + e^{-j_m r \sin(\theta_a + \theta)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 - \cos 2\theta_a \cdot e^{-j_m r_e \sin 2\theta_a}\}} \dots (26)$$

上式は、兩岸における境界条件 (7) 式の (ii) を近似的に満足するが、ダム上流面における条件 (7) 式の (i) を満足していない。従つて、今度は、兩岸を静止させ、 $(\partial \sigma_2' / \partial r)_{r=r_e} = -(\partial \sigma_2' / \partial r)_{r=r_e}$ なる関係を満足する解 σ_2'' を求め、 $\sigma_2 = \sigma_2' + \sigma_2''$ とすれば、 σ_2 は、(7) 式のすべての条件を満足する解となる。解 σ_2'' の形は、 σ_1 の解の形 (18) 式と同一であるから、結局、 σ_2'' は次のようになる。

$$\sigma_2'' = - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \varepsilon_n (-1)^n \sin \lambda_m h \cdot I_{mn} 2 K_{\mu}(j_m r) \cos \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 - \cos 2\theta_a \cdot e^{-j_m r_e \sin 2\theta_a}\} \{K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e)\}} \dots (27)$$

ここに、

$$\varepsilon_0 = 1 \quad (n=0 \text{ のとき}) \quad \varepsilon_n = 2 \quad (n \neq 0 \text{ のとき})$$

I_{mn} は、次の定積分の値で、Jacobi の Bessel 係数展開式⁴⁾を用いて求められる。

$$\begin{aligned} I_{mn} &= - \int_0^{\theta_a} [\sin(\theta_a - \theta) \cdot e^{-j_m r_e \sin(\theta_a - \theta)} + \sin(\theta_a + \theta) \cdot e^{-j_m r_e \sin(\theta_a + \theta)}] \cos \mu \theta d\theta \\ &= \sum_{s=0}^{\infty} [\varepsilon_{2s} (-1)^s I_{2s}(j_m r_e) \{M_{ns} + N_{ns}\} + 2(-1)^{s+1} I_{2s+1}(j_m r_e) \{Q_{ns} + R_{ns}\}] \dots (28) \end{aligned}$$

ここに、 I_{2s} 、 I_{2s+1} は変形 Bessel 函数

$$\varepsilon_0 = 1 \quad (s=0 \text{ のとき}), \quad \varepsilon_{2s} = 2 \quad (s \neq 0 \text{ のとき})$$

$$\begin{aligned}
 M_{ns} &= \frac{(2s+1)\sin^2(2s+1)\theta_a}{\mu^2 - (2s+1)^2} && \mu \neq 2s+1 \text{ のとき} \\
 &= 0 && \mu = 2s+1 \text{ のとき} \\
 N_{ns} &= -\frac{(2s-1)\sin^2(2s-1)\theta_a}{\mu^2 - (2s-1)^2} && \mu \neq 2s-1 \text{ のとき} \\
 &= 0 && \mu = 2s-1 \text{ のとき} \\
 Q_{ns} &= \frac{s \sin 4s\theta_a}{\mu^2 - (2s)^2} && \mu \neq 2s \text{ のとき} \\
 &= -\frac{1}{2}\theta_a && \mu = 2s \neq 0 \text{ のとき} \\
 &= -\theta_a && \mu = 2s = 0 \text{ のとき} \\
 R_{ns} &= -\frac{(s+1)\sin 4(s+1)\theta_a}{\mu^2 - \{2(s+1)\}^2} && \mu \neq 2(s+1) \text{ のとき} \\
 &= \frac{1}{2}\theta_a && \mu = 2(s+1) \text{ のとき}
 \end{aligned}$$

解 σ_2 は, (26) 式と (27) 式との和で表わされる。

(b) 河流直角方向震動

ダムを取り除いた場合, 兩岸の逆対称的震動による動水圧 σ_2' は, (26) 式を参照して次式となる。

$$\sigma_2' = \sum_{m=s}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \cos \theta_a \sin \lambda_m h \{e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta)} - e^{-j_m r \sin(\theta_a + \theta)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 + \cos 2\theta_a \cdot e^{-j_m r \sin^2 \theta_a}\}} \dots\dots\dots (29)$$

ダム上流面における条件を満足させるための解 σ_2'' は, その解の形が σ_1 の解の形 (22) 式と同一であるから, $(\partial \sigma_2'' / \partial r)_{r=r_0} = -(\partial \sigma_2' / \partial r)_{r=r_0}$ を満足するように係数 D_{mn} を求めると, σ_2'' は次式となる。

$$\sigma_2'' = \sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\alpha w_0 \cos \theta_a \sin \lambda_m h \cdot (-1)^n I_{mn} 2 K_{\mu}(j_m r) \sin \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 + \cos 2\theta_a \cdot e^{-j_m r \sin^2 \theta_a}\} \{K_{\mu-1}(j_m r) + K_{\mu+1}(j_m r)\}} \dots\dots\dots (30)$$

ここに, I_{mn} は次の定積分の値で,

$$\begin{aligned}
 I_{mn} &= -\int_0^{\theta_a} [\sin(\theta_a - \theta) \cdot e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta)} - \sin(\theta_a + \theta) \cdot e^{-j_m r \sin(\theta_a + \theta)}] \sin \mu \theta d\theta \\
 &= \sum_{s=0}^{\infty} [\varepsilon_{2s} (-1)^s I_{2s}(j_m r) \{M_{ns} + N_{ns}\} + 2(-1)^{s+1} I_{2s+1}(j_m r) \{Q_{ns} + R_{ns}\}] \dots\dots\dots (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M_{ns} &= \frac{(2s+1)\cos^2(2s+1)\theta_a}{\mu^2 - (2s+1)^2} && \mu \neq 2s+1 \text{ のとき} \\
 &= 0 && \mu = 2s+1 \text{ のとき} \\
 N_{ns} &= -\frac{(2s-1)\cos^2(2s-1)\theta_a}{\mu^2 - (2s-1)^2} && \mu \neq 2s-1 \text{ のとき} \\
 &= 0 && \mu = 2s-1 \text{ のとき} \\
 Q_{ns} &= -\frac{s \sin 4s\theta_a}{\mu^2 - (2s)^2} && \mu \neq 2s \text{ のとき} \\
 &= -\frac{1}{2}\theta_a && \mu = 2s \text{ のとき} \\
 R_{ns} &= \frac{(s+1)\sin 4(s+1)\theta_a}{\mu^2 - \{2(s+1)\}^2} && \mu \neq 2(s+1) \text{ のとき} \\
 &= \frac{1}{2}\theta_a && \mu = 2(s+1) \text{ のとき}
 \end{aligned}$$

解 σ_2 は, (29) 式と (30) 式との和で表わされる。

4. 解の吟味

(a) 共振週期 $j_m = 0$ の時で, 二次元動水圧の共振週期と同一である。

(b) 解の収束性 解が収束することは, 式より明らかである。 m, n ともに, 4~5 項を取ることによつて, 十分な精度の結果が得られる。

(c) 解の精度 解 σ_1 は正解である。解 σ_2 は, 表面波を無視すれば, ダム上流面における境界条件を完全に満足し, 兩岸における境界条件を近似的に満足する解となる。すなわち, 解 σ_2 は, $\theta_a = \pi/4$ の時, 正解となり, θ_a

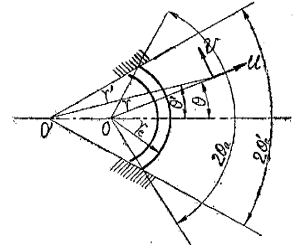
$>\pi/4$ か $\theta_a < \pi/4$ に従い、河流方向震動では、それぞれ、過小及び過大の絶対値をあたえ、河流直角方向震動では、それぞれ、過大及び過小の絶対値をあたえる。かつ、 r_e/h が小さい程誤差が大きいが、 $r_e/h > 0.5$ では、誤差は 2~3% 以内である。

[II] 両岸が半径方向でない場合

1. 河流方向震動

図-2 に示すように、両岸の交角 $2\theta_{a'}$ がアーチの中心角 $2\theta_a$ より小さい場合には、すべての境界条件を正しく満足させることは、[I] の場合よりもさらに困難となる。従つて、ここでは、ダム上流面では境界条件を完全に満足するが、両岸では近似的に満足するような解法を示す。

図-2 定半径アーチダム
Fig.2 Constant Radius Arch Dam ($\theta_{a'} < \theta_a$)



(a) ダムのみの震動による動水圧 σ_1

両岸を取り除き、両岸を半径方向に仮設する。しかる時は、ダムのみの震動による動水圧 σ_{10} は、(19) 式と同一になる。しかるに、実際の両岸は半径方向ではないから、 σ_{10} は、実際の両岸において、両岸に垂直方向の圧力コウ配が 0 であるという条件を満足しない。従つて、両岸でくいちがっただけの圧力コウ配を補正しなければならないが、これは両岸の各部で一定ではなく、補正も困難である。しかしながら、アバウトで境界条件を正しく満足させ、他の上流部分での僅かな誤差を無視すれば、補正すべき圧力コウ配は、

$$\left(\frac{\partial \sigma_{10}}{\partial r}\right)_{r=r_e} \sin(\theta_a - \theta_{a'}) \sin \omega t = -\alpha w_0 \cos \theta_a \sin(\theta_a - \theta_{a'}) \sin \omega t$$

この補正のために半径方向両岸を震動させれば、半径方向両岸であたえるべき圧力コウ配は、 $-\alpha w_0 \cos \theta_a \tan(\theta_a - \theta_{a'}) \sin \omega t$ となる。従つて、今度はダムを取り除き、上式の圧力コウ配を両岸にあたえると、その解 σ_{11} は (26) 式に、 $\tan(\theta_a - \theta_{a'})/\tan \theta_a$ をかけたものに等しくなる。

この解 σ_{11} により、ダム上流面の条件が乱される。これを補正する解 σ_{12} は、(27) 式を得たと全く同様にして、(27) 式に、 $\tan(\theta_a - \theta_{a'})/\tan \theta_a$ をかけたものに等しくなる。

解 σ_{12} により、両岸の条件が再び乱されるが、これらは微小であつて、省略できる。従つて、解 σ_1 は、以上 3 式の総和で次式となる。

$$\sigma_1 = -\sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \theta_a \cdot \epsilon_n (-1)^n \sin \lambda_m h \cdot 2 K_{\mu} (j_m r) \cos \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2 \lambda_m h + 2 \lambda_m h) (1 - \mu^2) \{K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e)\}} - \sum_{m=s}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \tan(\theta_a - \theta_{a'}) \sin \lambda_m h \{e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta)} + e^{-j_m r \sin(\theta_a + \theta)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m \tan \theta_a \cdot (\sin 2 \lambda_m h + 2 \lambda_m h) \{1 - \cos 2 \theta_a \cdot e^{-2j_m r \sin^2 \theta_a}\}} - \sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \tan(\theta_a - \theta_{a'}) \cdot \epsilon_n (-1)^n \sin \lambda_m h \cdot I_{mn} 2 K_{\mu} (j_m r) \cos \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m \tan \theta_a \cdot (\sin 2 \lambda_m h + 2 \lambda_m h) \{1 - \cos 2 \theta_a \cdot e^{-2j_m r \sin^2 \theta_a}\} \{K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e)\}} \quad (32)$$

ここに、

$$\epsilon_0 = 1 \quad (n=0 \text{ のとき}), \quad \epsilon_n = 2 \quad (n \neq 0 \text{ のとき}), \quad \mu = \frac{n\pi}{\theta_a}$$

I_{mn} は、(28) 式の値である。

(b) 両岸のみの震動による動水圧 σ_2

ダムを取り除き、実際の両岸であたえられた圧力コウ配 $\alpha w_0 \sin \theta_{a'} \sin \omega t$ をもつ解は、(26) 式の r, θ を r', θ' に変更し、さらに、 r', θ' を r, θ で表わすことによつて次式となる。

$$\sigma_{20} = -\sum_{m=s}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \theta_{a'} \sin \lambda_m h \cdot e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta_{a'})} \{e^{-j_m r \sin(\theta_{a'} - \theta)} + e^{-j_m r \sin(\theta_{a'} + \theta)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2 \lambda_m h + 2 \lambda_m h) \{1 - \cos 2 \theta_{a'} \cdot e^{-2j_m r \sin^2 \theta_{a'} \cos \theta_{a'}}\}} \quad (33)$$

解 σ_{20} により、ダム上流面の半径方向圧力コウ配が乱される。これを補正するために、両岸を取りのぞいて半径方向に仮設し、ダム上流面のみを動かして、 $(\partial \sigma_{21} / \partial r)_{r=r_e} = -(\partial \sigma_{20} / \partial r)_{r=r_e}$ を満足するような解 σ_{21} を求めると、次式となる。

$$\sigma_{21} = -\sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \sin \theta_{a'} \cdot \epsilon_n \sin \lambda_m h I_{mn}' e^{-j_m r \sin(\theta_a - \theta_{a'})} 2 K_{\mu} (j_m r) \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2 \lambda_m h + 2 \lambda_m h) \{1 - \cos 2 \theta_{a'} \cdot e^{-2j_m r \sin^2 \theta_{a'} \cos \theta_{a'}}\} \{K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e)\}} \dots \dots \dots (34)$$

ここに、 ϵ_n, μ は、(32) 式の場合と同一で、

$$I_{mn}' = -\int_0^{\theta_a} \{\sin(\theta_{a'} - \theta) \cdot e^{-j_m r \sin(\theta_{a'} - \theta)} + \sin(\theta_{a'} + \theta) \cdot e^{-j_m r \sin(\theta_{a'} + \theta)}\} \cos \mu \theta d\theta$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{s=0}^{\infty} [\varepsilon_{2s}(-1)^s I_{2s}(j_m r_e) \{M_{ns}' + N_{ns}'\} + 2(-1)^{s+1} I_{2s+1}(j_m r_e) \{Q_{ns}' + R_{ns}'\}] \dots\dots (35) \\
 M_{ns}' &= \frac{(-1)^n (2s+1) \sin(2s+1)\theta_a \sin(2s+1)\theta_a'}{\mu^2 - (2s+1)^2} && \mu \neq 2s+1 \text{ のとき} \\
 &= -\frac{\theta_a}{2} \sin \mu \theta_a' && \mu = 2s+1 \text{ のとき} \\
 N_{ns}' &= -\frac{(-1)^n (2s-1) \sin(2s-1)\theta_a \sin(2s-1)\theta_a'}{\mu^2 - (2s-1)^2} && \mu \neq 2s-1 \text{ のとき} \\
 &= -\frac{\theta_a}{2} \sin \mu \theta_a' && \mu = 2s-1 \text{ のとき} \\
 Q_{ns}' &= \frac{(-1)^n 2s \sin 2s \theta_a \cos 2s \theta_a'}{\mu^2 - (2s)^2} && \mu \neq 2s \text{ のとき} \\
 &= \frac{\theta_a}{2} \cos \mu \theta_a' && \mu = 2s \neq 0 \text{ のとき} \\
 &= -\theta_a && \mu = 2s = 0 \text{ のとき} \\
 R_{ns}' &= -\frac{(-1)^n 2(s+1) \sin 2(s+1)\theta_a \cos 2(s+1)\theta_a'}{\mu^2 - \{2(s+1)\}^2} && \mu = 2(s+1) \text{ のとき} \\
 &= \frac{\theta_a}{2} \cos \mu \theta_a' && \mu = 2(s+1) \text{ のとき}
 \end{aligned}$$

解 σ_{21} により、実際の兩岸の条件が再び乱されるが、これは微小であるから省略すれば、解 σ_2 は、(33) 式と (34) 式との和で表わされる。

2. 河流直角方向震動

この場合には、解を、ダムよみの震動による解 σ_1 と、兩岸よみの震動による解 σ_2 とに分けて考えると、誤差が大きくなるから分けなくて同時に考える。

ダムを取り除き、兩岸における境界条件を満足する解 σ_{20} は、(33) 式を参照して次のようになる。

$$\sigma_{20} = \sum_{m=s}^{\infty} \frac{4\alpha w_0 \cos \theta_a' \sin \lambda_m h \cdot e^{-j_m r_e \sin(\theta_a - \theta_a')} \{e^{-j_m r_e \sin(\theta_a' - \theta)} - e^{-j_m r_e \sin(\theta_a' + \theta)}\} \cos \lambda_m z \sin \omega t}{j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 + \cos 2\theta_a' \cdot e^{-2j_m r_e \sin \theta_a \cos \theta_a'}\}} \dots\dots\dots (36)$$

ダム上流面における半径方向圧力カウ配は、境界条件により、 $\alpha w_0 \sin \theta \sin \omega t$ であるから、ダム上流面で新たにあたえるべき半径方向圧力カウ配は、次式となる。

$$\alpha w_0 \sin \theta \sin \omega t - \left(\frac{\partial \sigma_{20}}{\partial r} \right)_{r=r_e}$$

従つて、兩岸を半径方向に仮設して、ダム上流面よみを震動させ、上式の圧力カウ配をもつ解を求めればよい。上式の第1項に対しては、(23) 式と同一となり、第2項に対しては、(34) 式を得たと同じような方法で、結局次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{21} &= -\sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\alpha w_0 \cos \theta_a' \cdot (-1)^n \sin \lambda_m h \cdot 2K_{\mu}(j_m r) \sin \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) (\mu^2 - 1) \{K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e)\}} \\
 &- \sum_{m=s}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8\alpha w_0 \cos \theta_a' \sin \lambda_m h \cdot I_{mn}' e^{-j_m r_e \sin(\theta_a - \theta_a')} 2K_{\mu}(j_m r) \sin \mu \theta \cos \lambda_m z \sin \omega t}{\theta_a j_m (\sin 2\lambda_m h + 2\lambda_m h) \{1 + \cos 2\theta_a' \cdot e^{-2j_m r_e \sin \theta_a \cos \theta_a'}\} \{K_{\mu-1}(j_m r_e) + K_{\mu+1}(j_m r_e)\}}
 \end{aligned} \right\} (37)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{(2n+1)\pi}{2\theta_a}, \\
 I_{mn}' &= \sum_{s=0}^{\infty} [\varepsilon_{2s}(-1)^s I_{2s}(j_m r_e) \{M_{ns}' + N_{ns}'\} + 2(-1)^{s+1} I_{2s+1}(j_m r_e) \{Q_{ns}' + R_{ns}'\}] \dots\dots (38) \\
 M_{ns}' &= \frac{(-1)^n (2s+1) \cos(2s+1)\theta_a \cos(2s+1)\theta_a'}{\mu^2 - (2s+1)^2} && \mu \neq 2s+1 \text{ のとき} \\
 &= \frac{\theta_a}{2} \cos \theta_a' && \mu = 2s+1 \text{ のとき} \\
 N_{ns}' &= -\frac{(-1)^n (2s-1) \cos(2s-1)\theta_a \cos(2s-1)\theta_a'}{\mu^2 - (2s-1)^2} && \mu \neq 2s-1 \text{ のとき}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{\theta_a}{2} \cos \mu \theta_a' && \mu = 2s-1 \text{ のとき} \\
 Q_{ns}' &= -\frac{(-1)^n 2s \cos 2s \theta_a \sin 2s \theta_a'}{\mu^2 - (2s)^2} && \mu \neq 2s \text{ のとき} \\
 &= -\frac{\theta_a}{2} \sin \mu \theta_a' && \mu = 2s \text{ のとき} \\
 R_{ns}' &= \frac{(-1)^n 2(s+1) \cos 2(s+1) \theta_a \sin 2(s+1) \theta_a'}{\mu^2 - \{2(s+1)\}^2} && \mu \neq 2(s+1) \text{ のとき} \\
 &= \frac{\theta_a}{2} \sin \mu \theta_a' && \mu = 2(s+1) \text{ のとき}
 \end{aligned}$$

解 σ_{21} により、兩岸の圧力コウ配が再び乱されるが、これは微小で省略することができる。従つて、河流直角方向震動における動水圧は、(36) 式と、(37) 式との和で表わされる。

3. 解の吟味

(a) 共振週期 $j_m=0$ の時で、[I] の場合と同じ。

(b) 解の収束性 [I] の場合と同じ。

(c) 解の精度 この解は、ダム上流面における境界条件を完全に満足し、兩岸における条件を近似的に満足する解となる。精度は、 θ_a' 及び r_e/h が小さくなるに従つて悪くなるが、 $r_e/h > 0.5$ では問題とするに足らぬ。

(d) 解の適用範囲 兩岸平行で、地震週期が共振週期より、小さい時には、この近似解を用いることができない。それは、この場合には、音速より大きな速度をもつ波動も、兩岸との間に定常波を作るから、それを解の誘導にあたり、始めから省略できないからである。

[III] 数値計算

1. 週期変化による動水圧の変化

図-3 は、 $h=100$ m, $\theta_a=60^\circ$, $r_e=50$ m なる兩岸半径方向のダムについて、週期 T をいろいろ変えた場合の動水圧の鉛直分布を、拱頂及びアバットの二点に対して求めたものである。但し、前記動水圧をあたえる諸式を、 $\sigma=4\alpha w_0 h Q$ の形に要約し、この Q の値の変化で示した。

図-3 から、動水圧の鉛直分布は、河流方向震動では、二次元動水圧のそれに、よく近似しているが、河流直角方向震動では二次元動水圧よりはなはだ小さく、負圧となつていることがわかる。

2. 上流面半径、中心角及び兩岸の交角の変化による動水圧の変化

図-4~5 は、それぞれ、中心角が 120° 、及び 90° の場合について、 $h=100$ m, 週期 $T=1$ sec なるときの堤底動水圧の水平分布を、上流面半径 r_e 及び兩岸の交角 $2\theta_a'$ のいろいろな値に対して図示したものである。図中の点線は、ダムのみの震動による動水圧を、実線は、ダム及び兩岸の震動による全動水圧を、鎖線は、従来アーチダムの設計に用いられてきた二次元論にもとづく慣用動水圧²⁾を表わす。なお、 r_e/h の値としては、アーチダムに適切な $0.5 \sim 1.5$ をとつた。

3. 計算結果に対する考察

(a) 河流方向震動に対する考察

(i) 上流面半径 r_e と堤高 h との比 r_e/h が $0.5 \sim 1.5$ の範囲では、動水圧は拱頂で最小値を示し、アバットに向つて増加している。この傾向は、兩岸の交角及びアーチ中心角のいかんに関せず認められるもので、従来の慣用値と反対の現象である。

(ii) $r_e/h=0.5 \sim 1.5$ では、 r_e/h の増大ともない、拱頂における動水圧は減少し、アバットにおける動水圧

図-3 週期による動水圧の変化

($h=100$ m, $r_e=50$ m, $\theta_a=\theta_a'=-60^\circ$)

Fig.3 Variation of Dynamic Water Pressure Due To Period of Earthquake.

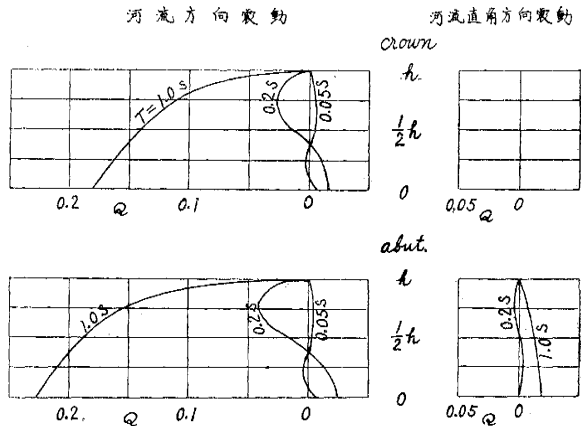


図-4 動水圧の水平分布
($h=100\text{ m}$, $\theta_a=60^\circ$, $T=1\text{ sec}$)

Fig.4 Horizontal Distribution of Dynamic Water Pressure

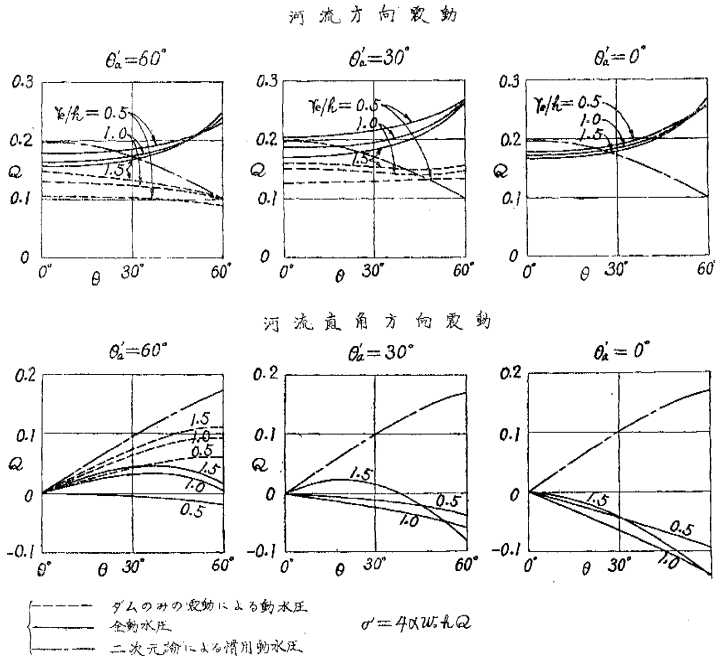
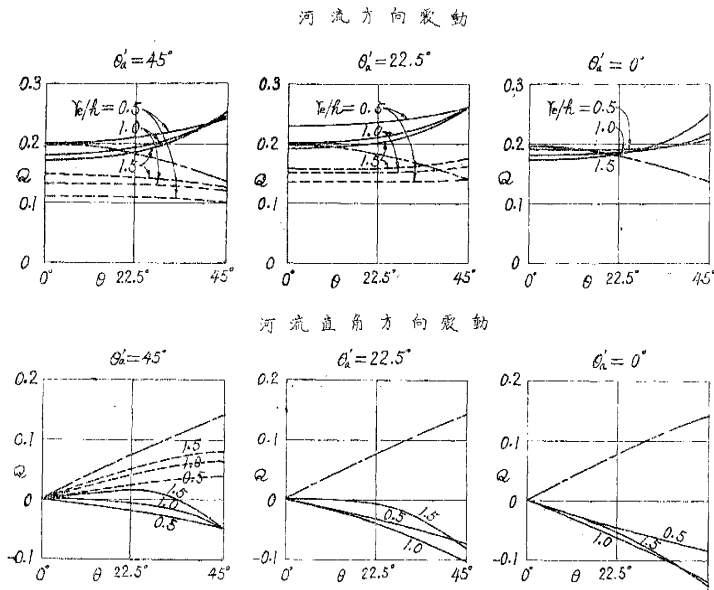


図-5 動水圧の水平分布

($h=100\text{ m}$, $\theta_a=45^\circ$, $T=1\text{ sec}$)

Fig.5 Horizontal Distribution of Dynamic Water Pressure



て異なる。

(iii) r_e/h が增大すれば、負の動水圧から再び正の動水圧に変わって行く。従つて、 r_e/h が限りなく増大すれば、動水圧は、アバットの近傍をのぞき、従来の慣用値に近づいて行くことが推察される。

(iv) 河流直角方向震動における動水圧は、河流方向震動の場合と異なり、兩岸の交角、中心角及び上流面半

は増加している。これは、 r_e/h の増大に対するダムだけの震動による動水圧の増加率が、兩岸のみの震動による動水圧の減少率に比して、拱頂近傍では小さく、アバットの近傍では大きいからである。

(iii) 試みに、実用範囲以外ではあるが、堤高に比して河幅が極端に広い場合の動水圧を考えてみる。すなわち、 r_e/h の大きな値に対しては、その増大にもない、ダムだけの震動による動水圧は次第に増加し、一方、兩岸のみの震動による動水圧は次第に減少してアバットの近傍に局限されてくる。従つて、 r_e/h が限りなく増大した場合に、動水圧は、アバットの近傍をのぞき、従来の慣用値に近接して行くものであることが推察される。

(iv) 図 4~5 から判断すると、兩岸が半径方向の場合と、平行な場合との中間に、動水圧が最大となる場合が存在することが推定されるが、大きさに大差はないようである。従つて、河流方向震動における動水圧として、兩岸が半径方向の場合の動水圧を標準に取つても大きな誤差は生じない。

(b) 河流直角方向震動に対する考察

(i) 動水圧は、従来の慣用値よりはるかに小さい。特に、兩岸の交角が小さくなると、負の圧力となる。これは、慣用値が常に正であると仮定したのに対し、大きな相違である。動水圧が負ということは、動水圧が堤体慣性力を打ち消す方向に作用することである。従つて、河流直角方向震動に対しては、アーチダムは相当に安全性を持つものと推察される。

(ii) 負の動水圧が最大となる r_e/h の値は、兩岸の交角によつ

径の変化によつて、その大きさが著しく変わる。しかし、両岸が半径方向の場合の動水圧を標準に取れば両岸の交角が小さい場合に対しては、常に安全側である。

[IV] 結 語

以上によつて、U字形断面に築造されたアーチダムに働らく動水圧の性状が明らかになり、アーチダムの耐震性の研究にいくらかの寄与をなし得たものと思われる。しかし、両岸の傾斜が緩やかな梯形又は三角形断面に築造されたアーチダムに働らく動水圧を、以上の結果から推論することは、早やすぎよう。これについては、さらに研究を進める予定である。

著者は、上記理論を実証するために、模型水槽による動水圧の実験を行い、計算値と実験値がよく一致する結果を得たのであるが、これについては次の機会に譲る。

終りに、本研究に対して、終始、御激励をいただいた九州大学土木工学教室田中吉郎教授、応用理学教室渡部信夫教授に対し、感謝の意を表する次第である。

文 献

- 1) Westergaard (1931), "Water Pressures on Dams During Earthquakes", Proceedings A.S.C.E. Nov. 1931 p.1303
- 2) 村幸雄訳「コンクリートダム」p.34
- 3) 畑野正「重力堰堤に作用する地震力の影響(その二)」土木学会論文集 昭和 22,23 年度
- 4) G.N. Watson, Theory of Bessel Functions. p.22 (昭.31.7.15)