

# 構造物に影響を与える地震の強さについて

正 員 工学博士 畑 野 正\*

## INTENSITY OF EARTHQUAKE AFFECTING THE STRUCTURES

*Dr. Eng., Tadashi Hatano, C. E., Member*

**Synopsis** Intensity of earthquakes which affects the structures has been hitherto represented in terms of the acceleration of the earth tremor.

But from writer's experiments and theoretical considerations, this idea is correct only when the periods of the vibrations are long. It is governed by the velocity of earthquake motion for wide range. Consequently it will be required to alter the conception which has been taken among our engineering faculty.

**要旨** 地震によつて構造物が一定の影響を与えられる場合、この一定の影響が地震動の如何なる性質によつて与えられるものであるかを論じたものである。従来は大体に於て震度即ち地震動の加速度によつて、構造物に作用する地震の強さが規定されるものであるとされていたが、2,3の実験及び理論的考察によつて、この考えが成立するのはむしろ局部的で、従来の取扱い方に大きな修正を要することが明らかにされた。地震の強さは地震動の加速度よりもむしろ速度によつて規定される範囲が広いのである。

### (1) 緒 言

地震によつて、構造物がある一定の影響を与えられる事を想定する。例えば墓石の転倒を例にとると、地震動の中のある性質が、ある一定値に達したとき、初めて墓石が転倒するとする。この一定値以下の値では転倒は起らないし、又以上の値であれば必ず転倒するとする。然るときこのある性質の一定値を転倒を生ずる為に必要な地震の強さと定義するものとする。構造物に対する影響としては転倒に限らず弾性体の破壊とか、土砂の斜面の崩壊とか、土圧とかの各種の問題が考えられる。

さて以上の意味での地震の強さは、地震動の性質の中の何によつて定まるものであろうか。地震動の加速度か、振幅か、継続時間か、又はその他の性質であろうか。或いは又それらの間の函数で表現される性質であろうか。

この問題を考究するに当つて、地震の継続時間を考えることは問題を非常に複雑にする。継続時間を考慮に入れて過渡的に問題を考えるには、その構造物の力学的性質、形状、寸法は勿論、地震波の個々の性質を規定してかゝらなければならない。そこでここでは、その煩雑を避ける為に継続時間を考慮に入れないで定常的な振動の問題として取扱う事にする。

従来、構造物に対する地震の強さの問題は如何に取扱われて来たであらうか。大約2つの方法に分けることが出来るであらう。即ち震度と云う考え方及び振動論的取り扱い方の2者である。

弾性振動として取扱い得ない振動現象に対しては震度の考え方が大部分採用されて来た。例えば柱体の転倒は幅と高さの比が震度に達するときに生ずるとされている。土砂の斜面の崩壊は震度に相当するだけ、斜面の傾斜が大になるものと考えて検討されている。この考えは又弾性体についても問題を簡略に取扱う場合に屢々採用されている。即ち重量に震度をかけた力が静的に作用しているとして取扱つていたのである。

これらは、地震の構造物に影響を与える強さは震度即ち地震の加速度によつて定まるものであると云う考えにもとづいているのである。然し一方この考えに欠陥のあることは既に認められ、加速度だけではなく振幅や週期がある程度影響を与えるものであると云う事が屢々議論されたのである。

然しながら果して何が地震の強さを決定する主要な要素になるかと云う問題は尙適確に論じられた事はないのである。筆者はこの問題について考察を加えたいと思うのである。

次に弾性体を振動論的に取扱つて地震の影響を吟味することは、多くの人々により多くの問題に対して採用されている所である。数学的に適切に解く場合、この方法が正しい評価をなし得る最もよい方法である事は云うまでもない。然しながら全般的な立場から、地震動の如何なる性質によつて弾性体に対する一定の影響が与えられ

\* 東京電力株式会社

るものであるかは未だ論じられた事はないようである。筆者はこの問題についても簡単に考察したいと思うのである。以下角柱の転倒、粒体斜面の崩壊、弾性体の破壊の3つの問題を例にとつて論じよう。

(2) 角柱の転倒

従来柱体の水平地震動による転倒は震度がその幅と高さとの比に等しくなるときに生ずるものであるとされている。この問題の正否を確かめるには、数理的には回転運動の微分方程式をロッキングをすると云う境界条件を入れて解けばよい。然しその数値積分は甚だしく煩雑であるので筆者は簡単に実験的にこれを調べる事にした。振動合の上に木製の角柱をのせ、水平振動させてこの転倒限界をしらべたのである。

使用した振動合は振幅は 5~0 cm, 週期は 2~0.05 sec の範囲に変化させ得るものであつて、0.15 cm 以上の振幅の場合はクランクによつてモーターの回転運動を直線運動に変え、0.15 cm 以下の場合には対称の位置においた2個の偏心荷重を回転させて1つの方向だけに水平振動させる装置である。使用した角柱は杉材の断面 5 cm 角、高さ 40~80 cm の各種のものである。

先づ振動合の振幅を一定のある値になるように定めておきこの上に角柱をたて、モーターを始動させる。次に摺動抵抗によつて、極めて徐々にモーターの回転数を増大させ転倒の限界点を見出す。この場合限界点としては転倒を生じない最小限の週期(振幅は一定にしてあるから、転倒を生じない最大の加速度)をとつた。

即ちこの週期では無限大の時間振動させても転倒しないのであつて、これ以上少しでも週期を小にすれば転倒するのである。この状態では角柱はロッキングをしながら完全に安定の状態を保っている。今この限界点が真に転倒の限界点であるか否かを確かめる為に次の如き実験を追加した。即ち振幅をある一定値になる様にし、又予め摺動抵抗の位置をある一定の週期になる様に定めておき、振動合を静止したまま角柱をたてておく。次にスイッチを入れてモーターを始動し振動合を運転する。然るときは約1秒位経つて、定められた振幅と週期をもつ水平振動が実現される。これに対しスイッチを入れた時から何秒間で角柱の転倒が生じたかを計るのである。従つてこの実験は幾回か週期を変化せしめて大体ある時間で転倒を生ずるに必要な週期を予め調べておき、この近所で実験をくり返すのである。本文にはこの時間を 3~7 秒にとつた場合を示しておいた。即ちこれによつて静止の状態から突然ある水平動が与えられたとき 3~7 秒で転倒するには如何なる水平動が必要であるかを知ることが出来る。この地震動と前述の無限大の時間で転倒しない最大加速度の地震動即ち限界点を比較してこの限界点が真の限界点に近い点を示すか否かが明らかにされる。

表一1、表一2 は夫々高さ 80 cm 及び 40 cm の角柱につき得られた実験値である。限界点については数回の実験で一様の結果を得られたものを挙げた。この表で週期  $T$  はモーターの1分間当りの回転数を実測してこれから計算した値であり、振幅は全振幅  $2a$  を示す。又震度  $K$  は  $4\pi^2a/T^2g$  の値である。後の議論に必要な  $K \times T$  の値をも附記しておいた。今これらの観測値を  $K$  と  $T$  を座標として描くと 図一1、図一2 となる。即ち限界点

表一1 断面 5 cm 角高さ 80 cm 木柱の転倒

記号	転倒に要した時間 sec	振幅 $2a$ cm	週期 $T$ sec	震度 $K$	$K \times T$
X <sub>1</sub>	4	0.75	0.40	0.094	
X <sub>2</sub>	7	0.75	0.50	0.060	
X <sub>3</sub>	3	1.0	0.38	0.143	
X <sub>4</sub>	4	1.0	0.43	0.109	
X <sub>5</sub>	4	1.0	0.50	0.080	
X <sub>6</sub>	7	1.0	0.60	0.056	
X <sub>7</sub>	5.5	2.0	0.93	0.047	
O <sub>1</sub>	∞	0.3	0.25	0.097	0.024
O <sub>2</sub>	∞	0.4	0.40	0.050	0.021
O <sub>3</sub>	∞	0.5	0.60	0.028	0.017
O <sub>4</sub>	∞	0.8	0.75	0.029	0.022
O <sub>5</sub>	∞	1.0	0.86	0.027	0.023
O <sub>6</sub>	∞	2.0	1.35	0.023	0.031
O <sub>7</sub>	∞	2.0	1.50	0.018	0.027

表一2 断面 5 cm 角高さ 40 cm 木柱の転倒

記号	転倒に要した時間 sec	振幅 $2a$ cm	週期 $T$ sec	震度 $K$	$K \times T$
X <sub>1</sub>	3.5	0.75	0.26	0.223	
X <sub>2</sub>	4.5	1.0	0.29	0.249	
X <sub>3</sub>	5	1.5	0.50	0.121	
X <sub>4</sub>	4	2.5	0.67	0.113	
X <sub>5</sub>	4	3.5	0.86	0.096	
X <sub>6</sub>	4	4.5	1.00	0.091	
X <sub>7</sub>	7	5.0	1.20	0.070	
O <sub>1</sub>	∞	0.4	0.17	0.292	0.049
O <sub>2</sub>	∞	0.5	0.24	0.175	0.042
O <sub>3</sub>	∞	1.1	0.50	0.089	0.044
O <sub>4</sub>	∞	2.0	0.75	0.071	0.054
O <sub>5</sub>	∞	3.0	1.00	0.060	0.060
O <sub>6</sub>	∞	4.0	1.33	0.046	0.061
O <sub>7</sub>	∞	4.5	1.71	0.030	0.052
O <sub>8</sub>	∞	5.0	2.00	0.028	0.055

図-1

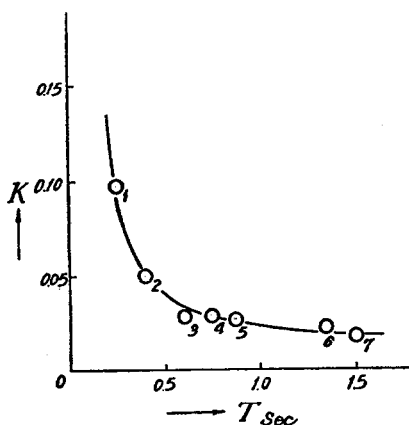
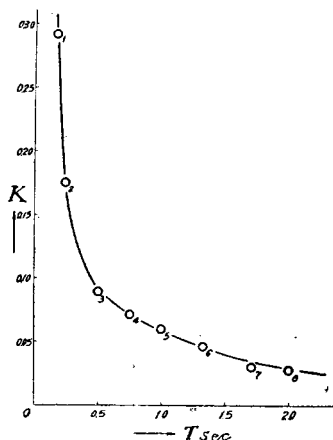


図-2



は座標軸を漸近線とする双曲線をなして分布しており、3~7秒で転倒する点も大体これと相似の曲線をなしている。ここに云う限界点が真の限界点に近いものである事が知られる。

(3) 粒体斜面の崩壊

土砂や石塊で出来た斜面の地震動による崩壊は斜面の傾斜が震度に相当する角度だけ急傾斜になると考え、この傾斜がその自然勾配を越すときに生ずるものとされている。

この問題を実験的にたしかめる為に筆者は次の如き方法を採用した。直径 15 mm のボールベアリング用鋼球を木製の箱の中に一重に 5 行 15 列にならべこの箱を水平に対して 60° 又は 70° に保つて振動台の上におき、各種の振動を与えて、その崩壊の限界点を求めたのである。鋼球配置の要は図-3 に示す如くである。

土砂や石塊でこのような実験を行つても、その斜面を形成する為の条件を一定に保つことは困難であるばかりでなく、又崩壊そのものも各種各様の状態が発生して如何なる状態を崩壊の尺度としてよいか殆ど区別がつかない。そこで全く、形状の様な鋼球の摩擦力による平衡の破れる状態をとつて、粒体斜面の崩壊の最も単純化された状態と考

図-3

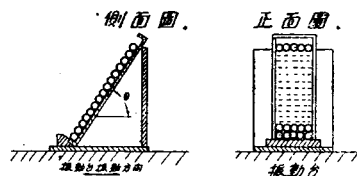


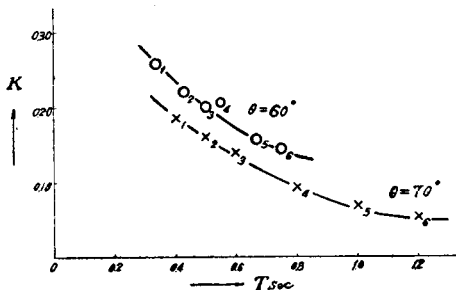
表-3  $\theta=60^\circ$  の場合の鋼球斜面の崩壊

記号	振幅 $2a$ cm	週期 $T$ sec	震度 $K$	$K \times T$
O <sub>1</sub>	1.5	0.34	0.259	0.089
O <sub>2</sub>	2.0	0.43	0.220	0.094
O <sub>3</sub>	2.5	0.50	0.201	0.100
O <sub>4</sub>	3.0	0.55	0.203	0.110
O <sub>5</sub>	3.5	0.67	0.158	0.105
O <sub>6</sub>	4.0	0.75	0.143	0.107

表-4  $\theta=70^\circ$  の場合の鋼球斜面の崩壊

記号	振幅 $2a$ cm	週期 $T$ sec	震度 $K$	$K \times T$
X <sub>1</sub>	1.5	0.40	0.188	0.075
X <sub>2</sub>	2.0	0.50	0.161	0.080
X <sub>3</sub>	2.5	0.60	0.140	0.084
X <sub>4</sub>	3.0	0.80	0.094	0.076
X <sub>5</sub>	3.5	1.00	0.070	0.070
X <sub>6</sub>	4.0	1.20	0.056	0.067

図-4



えたのである。

先づ振幅がある一定の値になる様にしておき、低速で振動を始め極めて徐々に回転数を増加し遂に崩壊を生ずる点をおさえ、その回転数従つて週期を測定するのである。崩壊は最上部の鋼球が前方にとび出すことに始まりこれに引続いて瞬間的に全斜面が崩れて終る。

これらの結果は表-3,4 に示す通りである。又震度と週期を座標として、崩壊限界点を示すと図-4 の如くなり座標軸を漸近線とする双曲線に近い曲線を示す。

4. 弾性体の破壊

弾性体に対する地震動の影響の吟味としては、数理的計算によつて各種の問題が取扱われている。そして重量に震度をかけた水平力が作用するとして静力学的に取扱う方法が、その弾性体の自己振動週期に比して地震動の週期が充分大きいときのみ成立するものである事を屢々注意されている。例えば故物部教授<sup>1)</sup>、故末広教授<sup>2)</sup>、Hoskins and Galloway<sup>3)</sup> は下端を固定した均一断面の柱の水平振動の数値計算から上の事を指摘されている。筆者も底辺を固定した任意の三角形断面をもつ柱の水平振動の計算を行い同様の事を述べた事がある<sup>4)</sup>。然しこれらは唯地震動週期が弾性体の自己振動週期よりも小さい時には、それが充分大きいときに比し非常に異つた結果を与えるものであるとの注意を与えた程度であつて、全般的に見て如何なる状態になるものであるかを論じたものは未だない様に思われる。

そこで最も簡単な例として下端を固定した均一断面をもつコンクリート柱の水平振動をとりあげてこれを論じて見よう。

振動の方程式は次の如く与えられる。

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

これを下端固定、上端自由の水平振動として

$$\begin{cases} x=0, & y = a \sin \frac{2\pi}{T} t, & \frac{dy}{dx} = 0 \\ x=l, & \frac{d^2 y}{dx^2} = 0 & \frac{d^3 y}{dx^3} = 0 \end{cases}$$

の境界条件を満足する様に解き、これからモーメントの値を計算すると次の如くなる。

$$M_x = EI \frac{am^2}{2} \left[ (\cosh mx - \cos mx) + \frac{1}{1 + \cosh ml \cos ml} \times \left\{ \sinh ml \sin ml (\cosh mx + \cos mx) - (\sinh ml \cos ml + \cosh ml \sin ml) (\sinh mx + \sin mx) \right\} \right] \dots \dots \dots (1)$$

ここに

$$m^2 = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{\rho A}{gEI}}$$

今

$$K = \frac{4\pi^2 a}{gT^2} \cdot M_x = EI \frac{a}{2} M_x' \dots \dots \dots (2)$$

とおけば、

$$KT^2 M_x' = \frac{8\pi^2}{g} \frac{M_x}{EI} \dots \dots \dots (3)$$

となる。数値計算をする為に断面1m角長さ10mのコンクリート柱を想定し  $E=2 \times 10^6 \text{ ton/m}^2$ ,  $\rho=2.3 \text{ ton/m}^3$  を採用する。

今地震動週期  $T$  を種々に変化させて、柱の全長にわたつて生ずるモーメントの分布をしらべる。地震動週期が大きいときは最大モーメントを生ずる箇所は固定端であるが、週期が小になるにつれてこの点は次第に上方に移動する。これらの最大モーメントの値が一定になるには各週期に於て如何なる震度を必要とするかを調べる。云ひ換えれば柱の任意の箇所に一定の最大応力(又は破壊)が生ずるに必要な震度は週期によつて如何に変化するかを調べるのである。

表一5は(1),(2)式によつて計算した  $M_x'$  の値である。

表一5

$T$ (sec)	$x(m)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10		$6.989 \times 10^{-5}$	5.885"	4.443"	3.253"	2.728"	1.942"	1.334"	1.186"	0.875"	0.624"	0
1		$7.378 \times 10^{-3}$	5.999"	4.770"	3.664"	2.771"	1.880"	1.232"	0.815"	0.295"	0.080"	0
0.6		$2.257 \times 10^{-2}$	1.826"	1.472"	1.379"	0.979"	0.562"	0.382"	0.182"	0.095"	0.081"	0
0.3		$2.028 \times 10^{-1}$	1.713"	1.393"	1.133"	0.871"	0.628"	0.435"	0.268"	0.168"	0.059"	0
0.2		$3.641 \times 10^{-1}$	3.232"	2.842"	2.323"	1.852"	1.412"	0.954"	0.566"	0.397"	0.057"	0

1) 土木学会誌, 大正8年 2) 建築雑誌, 大正15年 3) Transaction of A. S. C. E. 1940  
4) 土木学会, 昭利22.3年度論文集

0.18	$2.340 \times 10^{-1}$	2.133''	1.876''	1.603''	1.296''	0.995''	0.694''	0.425''	0.202''	0.050''	0
0.16	$1.721 \times 10^{-1}$	1.632''	1.494''	1.309''	1.090''	0.852''	0.610''	0.385''	0.199''	0.070''	0
0.14	$1.274 \times 10^{-1}$	1.293''	1.243''	1.146''	0.971''	0.775''	0.561''	0.331''	0.174''	0.047''	0
0.12	$0.992 \times 10^{-1}$	1.110''	1.128''	1.140''	0.973''	0.776''	0.578''	0.300''	0.184''	0.051''	0
0.10	$0.479 \times 10^{-1}$	0.811''	1.031''	1.107''	1.026''	0.885''	0.691''	0.536''	0.231''	0.082''	0
0.09	$0.203 \times 10^{-1}$	0.685''	0.980''	1.122''	1.024''	0.929''	0.778''	0.522''	0.264''	0.076''	0
0.08	$0.230 \times 10^{-1}$	0.627''	0.983''	1.235''	1.271''	1.130''	1.091''	0.610''	0.318''	0.095''	0
0.07	$0.546 \times 10^{-1}$	-0.362''	-1.000''	-1.372''	-1.499''	-1.405''	-1.145''	-0.790''	-0.413''	-0.101''	0
0.06	$1.585 \times 10^{-1}$	-0.577''	-0.943''	-1.703''	-2.009''	-2.126''	-1.726''	-1.222''	-0.706''	-0.314''	0
0.05	$3.833 \times 10^{-1}$	1.754''	-0.984''	-2.686''	-3.492''	-4.005''	-3.557''	-2.607''	-1.490''	-0.449''	0
0.04	3.470	1.623	-0.689	-1.714	-2.418	-2.677	-2.454	-1.833	-1.120	-0.569	0
0.03	-0.871	-0.632	-0.270	0.133	0.452	0.691	0.702	0.522	0.200	0.161	0
0.027	-0.539	-0.490	-0.279	0.244	0.325	0.530	0.579	0.402	0.144	0.205	0
0.025	-0.359	-0.428	-0.299	-0.040	0.235	0.469	0.540	0.441	0.305	-0.225	0
0.020	0.151	-0.317	-0.435	-0.270	0.061	0.357	0.575	0.517	0.214	-0.210	0

表-6はこの結果と(3)式を用いて計算したK/Cの値である。こゝに(3)式の右辺を一定値におきCで表わした。

$$\frac{8\pi^2}{g} \frac{M_x}{EI} = C \dots \dots \dots (4)$$

即ち最大のモーメント  $M_x$  を一定にした場合、各週期  $T$  に対する  $K$  の値は如何になるかが明らかにされる。この結果を  $K/C$  と  $T$  を座標として描くと図-5となる。

表-6

T sec	10	1	0.6	0.3	0.2	0.18	0.16	0.14	0.12	0.10
K/C	$0.143 \times 10^3$	0.136''	0.123''	0.055''	0.054''	0.132''	0.227''	0.395''	0.609''	0.903''
KT/C	$1.43 \times 10^3$	0.136''	0.074''	0.017''	0.011''	0.024''	0.036''	0.055''	0.073''	0.090''
T sec	0.09	0.08	0.07	0.06	0.05	0.04	0.03	0.027	0.025	0.02
K/C	$1.100 \times 10^3$	1.229''	1.361''	1.306''	0.999''	0.181''	1.276''	2.368''	4.454''	4.344''
KT/C	$0.099 \times 10^3$	0.098''	0.096''	0.079''	0.050''	0.007''	0.038''	0.064''	0.111''	0.087''

(5) 結 論

以上得られた結果について考察して見よう。

角柱の転倒に関して従来云われていた事は事実ではない。週期が大きく図-1,2の曲線がT軸に略々平行となる範囲に於てのみ従来の考え方が成立するのみである。今表-1,2から  $K \times T$  及び  $T$  を座標として転倒限界点を描いて見ると図-6の如くなり、 $T$  の非常に大きな範囲を除けば、 $KT$  は略々一定となり、 $KT$  が転倒を生ずる為の地震の強さを示す事になる。

粒体斜面の崩壊についても従来云われていた事は事実ではない。前と同様  $KT$  と  $T$  を座標として崩壊限界点を描けば図-7の如くなつて  $T$  の非常に大きな範囲を考えなければ  $KT$  の値は一定となり、 $KT$  が崩壊を生ずる為の地震の強さを示す事になる。

次に弾性体の破壊については図-5の示す様に簡単な曲線にはならないで、自己振動週期を岐点とする曲線群に分離する。第一次自己週期より大なる週期に対する震度の値は  $T$  の増大と共にある一定値に漸近する事を示

図-5

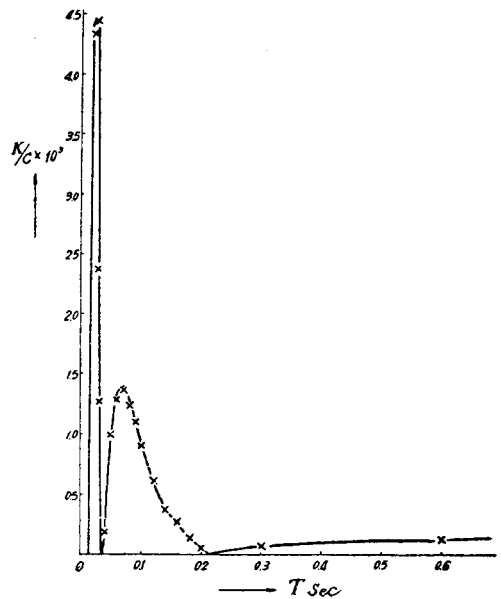


図-6 転倒限界

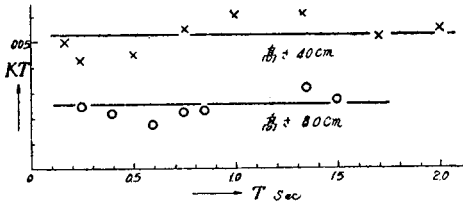


図-7 崩壊限界

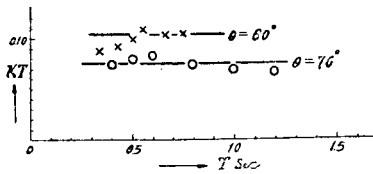
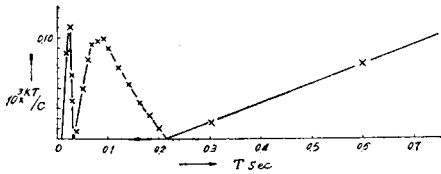


図-8 破壊限界



し、従来の考えの如く週期の如何にかかわらず一定の震度で破壊が生ずるのは、この範囲にのみあてはまる事である事を示している。各自己週期の間の曲線は  $T$  が小になるにつれて、その最大の  $K$  の値は著しく増大し、これらの曲線の尖端をつなぐ曲線は一つの双曲線をなすものと見做し得る。前述の計算は簡単の為に完全弾性体を考えたので、自己週期に合致した週期においては共振の為に  $K=0$  において一定の応力（又は破壊）が生ずる結果となつたのであるが、固体粘性を考えたり、固定端からのエネルギーの散逸を考えたりすれば、 $K$  が 0 でないある値をもつた点に迄上昇する。従つて実際の場合の曲線群全体は前述の双曲線に近づいた形になるのである。

今  $KT$  と  $T$  を座標として破壊点を描くと図-8 となつて、 $T$  が自己週期より充分大きい範囲においてのみ  $K$  が地震の強さを決定する要素となり、 $T$  が小なる範囲においては  $KT$  の最大値は略一様となつて、概括的には  $KT$  が地震の強さを示すものであると云う事が出来る。唯弾性体の場合には自己週期附近の  $T$  に於ては特別の考慮を要するのである。

さて然らば  $KT$  とは如何なる性質であろうか。地震動を次の如く表現すれば

$$x = a \sin \frac{2\pi}{T} t = KT^2 \frac{g}{4\pi^2} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

速度  $v$  は次の如くなる。

$$v = \frac{dx}{dt} = KT \frac{g}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{T} t$$

即ち  $KT$  は地震動の速度を表わすものである。

以上から著者が本文において述べた範囲においては、構造物に一定の影響を与える地震の強さと云うものは震度即ち加速度によつて規定されるよりもむしろ速度によつて規定される範囲の方が広いと云う事が出来る。

以上によつて従来の単に震度と云う概念だけで耐震の問題を処理する態度が危険であることが明らかにされた。即ち各種の問題に関し、地震の強さの概念について、再吟味が行われねばならぬのである。

尚著者がこゝに述べた所は定性的な議論に止つてゐるのであるが、定量的な研究が重要な課題となつて残つてゐる。

更に又一方地震の観測の面において地盤の卓越週期と云う問題、地震動エネルギーの伝播の問題等が地震の強さを考慮する上から重要な問題として提出されるのである。

附記 本研究に當つて数値計算については高橋忠君、実験については若本清君及び早稲田大学々生堀川遠山の両君の助力を得た。こゝに厚く謝意を表す。