

橋梁橋脚の震害に関する動力学的考察

(第1報：橋梁橋脚の固有振動)*

(第2報：地震動による強制振動)**

正員 工学博士 小 西 一 郎***
准員 後 藤 尙 男****

A DYNAMICAL CONSIDERATION ON EARTHQUAKE DAMAGES OF BRIDGE PIERS

(1st. Report: Free Vibration of Bridge Piers)

(2nd. Report: Forced Vibration due to Seismic Motion)

Dr. Eng., Ichirō Konishi, C.E., Member and Hisao Gotō, C.E., Assoc. Member

Synopsis From the results of the Fukui Earthquake of June 1948, it has become very evident that the earthquake damages of the bridge substructure decisively affect the damage of the whole bridge, directly or indirectly, with almost no exception.

In view of this fact, it is attempted in this paper to make a dynamical study from both theoretical and experimental points of view on the mechanism of earthquake damages concerning the bridge substructure and thereby contribute to the earthquake-proof design and construction of bridge piers.

要旨 橋梁下部構造の震害がほとんど例外なしに橋梁全般の震害に対して、直接又は間接に決定的な影響を与えるということが、昭和 23 年 6 月の福井地震の結果からみても益々明らかとなつた。こうした事実に基づいて、本文では特に橋梁下部構造を対象として、理論、実験の両面から震害機構を動力学的に考究し、直接橋梁橋脚の耐震的な設計施工に寄与しようとしたものである。

1. 緒 言

橋梁下部構造の震害が橋梁全体の震害に決定的な影響を与えるという事実が明らかにされたので、震害に関する動力学的な考究を進めて行くには、先ず第一に下部構造の振動性状を究明しなければならない。しかるに下部構造すなわち橋脚、井筒の如き剛性大なるものが地盤の中に根入している場合には、地盤自体の弾性が下部構造の振動性状に重大な影響を及ぼすということが容易に考えられる。

こうしたことから、我々は昭和 23 年 6 月の福井地震によつて、相当の震害を受けた京福電鉄九頭龍川中角橋々脚において、振動試験（第1次：昭.23.9, 第2次：昭.23.11）を実施したところ、橋脚の振動は基礎地盤の弾性によつて惹起される動揺振動ともいふべき現象を呈しているということが確認された。すなわち通常地盤が硬く、根入部の深さ、あるいは地上部の長さが大きいほど、橋脚は弾性振動する傾向にあり、地盤が軟く、根入部の深さ、あるいは地上部の長さが小さいほど、橋脚は動揺現象を呈する傾向にあることを我々は確め得た。そこで一般的にはこの弾性振動と動揺現象とが混生しているので、我々はこの両者をあわせ考えて、動揺振動とよぶことにする。

このような意味から、第1報においては、基礎地盤の弾性に基く動揺振動を考慮して、橋梁橋脚の固有振動を理論的に取り扱つた。そして中角橋梁について数値計算を行つた結果、従来の算定式ではとても説明できない中角橋脚の実測周期が、我々の理論式によつて極めて合理的に説明された。

しかしながら固有振動のみから震害を説明するにはかなりの無理があつたので、我々は引続き第2報において地震動による強制振動を取り扱つた。すなわち第1報と同様の考えのもとに、地震動による橋脚の強制振動を一

* 土木学会第5回年次学術講演会（昭.24.5.21）において講演

** 第2回関西工学連合講演会（昭.24.10.15）において講演

*** 京都大学教授, **** 同講師 ともに工学部土木工学教室

般座標，一般力を用いて理論的に解析した。この結果も中角橋に適用して数値計算を行つたところ，福井地震による中角橋の震害機構を相当適確に解明することができた。

要するに地盤工学や地震波動と遊離しがちな従来の耐震計算法に対して，本文では両者との深い関連において震害機構を具体的に究明したものであつて，こゝに第1報，第2報を総合して記述する。

2. 橋梁橋脚の固有振動

(1) 基礎方程式

緒言において述べたように，橋脚はその基礎地盤に大きく支配されて動揺振動を行い，しかも底面反力が相当大きな影響を与えている。このような橋脚の振動に対して微分方程式を用いて解くことは困難であるので，本文ではエネルギー法によることにする。

いま橋脚を図-1に示すような弾性基礎にある柱状体と考えて，位置のエネルギー V ，運動のエネルギー T 散逸函数 F を書くと次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{b_1 K m}{8} \int_0^\alpha \left(\frac{\partial^2 y_1}{\partial \xi^2} \right)^2 d\xi + \frac{b_1 K m}{2} \int_0^\alpha y_1^2 d\xi + \frac{b_1 K}{2} \int_0^s \delta^2 dy_1 + \frac{E_2 I_2}{2} \int_0^h \left(\frac{\partial^2 y_2}{\partial x_2^2} \right)^2 dx_2 \\ T &= \frac{w_1 a_1 m}{2g} \int_0^\alpha \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 d\xi + \frac{w_2 a_2}{2g} \int_0^h \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2 dx_2 + \frac{W}{2g} \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2_{x_2=h} \\ F &= \frac{k_1 w_1 a_1 m}{2g} \int_0^\alpha \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 d\xi + \frac{b_1 R m}{2g} \int_0^\alpha \left(\frac{\partial y_1}{\partial t} \right)^2 d\xi + \frac{k_2 w_2 a_2}{2g} \int_0^h \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2 dx_2 + \frac{b_2 f}{2g} \left(\frac{\partial y_2}{\partial t} \right)^2_{x_2=h} \end{aligned} \right\} \dots(1)$$

EI : 橋脚の曲げ剛性， a, b : 橋脚の断面積及び幅， w : 橋脚単位体積の重量， K : 地盤反力係数， W : 上部構造の総重量， g : 重力加速度， k : 橋脚材料の内部摩擦係数， R : 基礎地盤抵抗係数， f : 橋脚と上部構造との間の摩擦係数，添字1は根根部，添字2は地上部を表わし，かつ

$$\xi = \frac{x_1}{m}, \quad m = \sqrt[4]{\frac{4 E_1 I_1}{b_1 K}}, \quad \frac{d}{m} = \alpha$$

である。

式(1)の振動曲線 y_1, y_2 の形は未定であるが，動揺振動を取り扱わねばならない関係上，図-1のように y_1, y_2 は橋脚頂部に水平荷重 P が作用したときの，底面反力を考慮しない静力学的撓み曲線 η_1, η_2 に相似であると考えられる。このようにすることは，自由度を1に限定したことになつて，Rayleighの方法に相当し，周知の通り固有振動週期に対してかなり良好な精度を与える。

そこで振動の時間一変位曲線は，時間函数 q_t を一般座標にとつて次式で表わされる。

$$y_j = \eta_j q_t \quad j=1,2. \dots\dots\dots(2)$$

$j=1$ は根根部， $j=2$ は地上部を表わす。

又 η_1, η_2 は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= \frac{1}{2} \{ (A_1 e^\xi + A_2 e^{-\xi}) \cos \xi + (A_3 e^\xi + A_4 e^{-\xi}) \sin \xi \} P = \eta_1' P \\ \eta_2 &= \{ B_1 x_2^3 + B_2 x_2^2 + B_3 x_2 + B_4 \} P = \eta_2' P \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

こゝに A, B 合計8個の積分常数は図-1の A, B, C 各点における力の釣合，変形の連続条件すなわち表-1に示す8個の条件式を解くことによつて決定される。

表-1

	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1	B_2	B_3	B_4	右辺
$M_A=0$			1	-1					0
$S_A=0$	1	-1	-1	-1					0

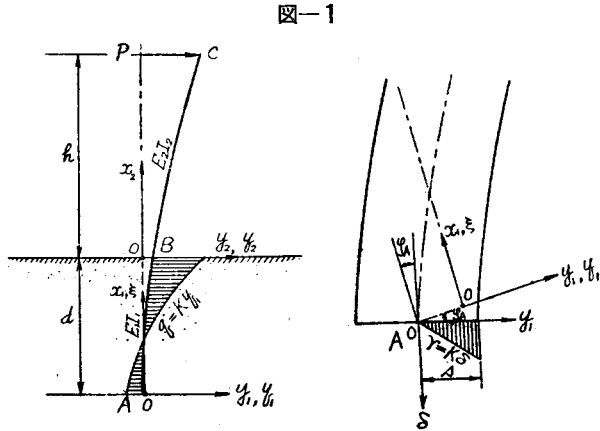


図-1

$\eta_{1B} = \eta_{2B}$	$e^\alpha \cos \alpha$	$e^{-\alpha} \cos \alpha$	$e^\alpha \sin \alpha$	$e^{-\alpha} \sin \alpha$		-2	0
$\varphi_{1B} = \varphi_{2B}$	$e^\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)$	$-e^{-\alpha} (\cos \alpha + \sin \alpha)$	$e^\alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)$	$e^{-\alpha} (\cos \alpha - \sin \alpha)$		$-2m$	0
$M_{1B} = M_{2B}$	$e^\alpha \sin \alpha$	$-e^{-\alpha} \sin \alpha$	$-e^\alpha \cos \alpha$	$e^{-\alpha} \cos \alpha$		$\frac{n_0}{m}$	0
$S_{1B} = S_{2B}$	$e^\alpha (\cos \alpha + \sin \alpha)$	$-e^{-\alpha} (\cos \alpha - \sin \alpha)$	$-e^\alpha (\cos \alpha - \sin \alpha)$	$-e^{-\alpha} (\cos \alpha + \sin \alpha)$	$3n_0$		0
$M_C = 0$					$3h$	1	0
$S_C = b_2 P$					$-6E_2 I_2$		b_2

表-1において φ, M, S は撓み角, 曲げモーメント及びずれ力を表わし, $n_0 = 8 E_2 I_2 / b_1 K m$ である。橋脚の断面が根入部, 地上部とも同一のときは, $b_1 = b_2 = b, E_1 I_1 = E_2 I_2 = EI, n = 2m^3$ となり, このときの A, B の値は既に求められている¹⁾。

次に式(1)に式(2)の関係を代入すると,

$$\left. \begin{aligned} V &= \left[\frac{b_1 K m}{8} \int_0^\alpha \left(\frac{d^2 \eta_1}{d\xi^2} \right)^2 d\xi + \frac{b_1 K m}{2} \int_0^\alpha \eta_1^2 d\xi + \frac{b_1 K s^3}{6} \left(\frac{d\eta_1}{d\xi} \right)_{\xi=0}^2 + \frac{E_2 I_2}{2} \int_0^h \left(\frac{d^2 \eta_2}{dx_2^2} \right)^2 dx_2 \right] \dot{q}_t^2 = \lambda q_t^2 \\ T &= \left[\frac{w_1 a_1 m}{2g} \int_0^\alpha \eta_1^2 d\xi + \frac{w_2 a_2}{2g} \int_0^h \eta_2^2 dx_2 + \frac{W}{2g} (\eta_2^2)_{x_2=h} \right] \dot{q}_t^2 = \mu \dot{q}_t^2 \\ F &= \left[\frac{k_1 w_1 a_1 m}{2g} \int_0^\alpha \eta_1^2 d\xi + \frac{k_2 w_2 a_2}{2g} \int_0^h \eta_2^2 dx_2 + \frac{b_1 K m}{2} \int_0^\alpha \eta_1^2 d\xi + \frac{b_2 f}{2} (\eta_2^2)_{x_2=h} \right] \dot{q}_t^2 = \nu \dot{q}_t^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

すなわち〔 〕内をそれぞれ λ, μ, ν とおいたわけで, これらを Lagrange の運動方程式

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_t} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_t} + \frac{\partial F}{\partial q_t} = - \frac{\partial V}{\partial q_t} \dots\dots\dots(5)$$

に代入して計算すると次式を得る。

$$\ddot{q}_t + 2\varepsilon \dot{q}_t + n^2 q_t = 0 \dots\dots\dots(6)$$

ただし

$$\varepsilon = \frac{\nu}{2\mu}, \quad n^2 = \frac{\lambda}{\mu} \dots\dots\dots(6)_1$$

で, λ, μ, ν は式(4)で与えられている。

(2) 橋脚の固有振動

1) 橋脚単体* 橋脚が各単体として各個振動すると考える場合は式(1)において $f=0$ としたときに相当し, 式(6)を解けばよいことになる。いま初期条件として $t=0$ において $y=y_0=n_0, \dot{y}=\dot{y}_0=\dot{n}_0$ になる一般の場合を考える。橋脚では実際上 $n > \varepsilon$ であるから, $\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} = \sigma$ とおき式(2)の関係を考慮して式(6)を解くと次式が得られる。

$$y_j = e^{-\varepsilon t} \left\{ n_{0j} \cos \sigma t + \frac{1}{\sigma} (\varepsilon n_{0j} + \dot{n}_{0j}) \sin \sigma t \right\} \quad (j=1, 2) \dots\dots\dots(7)$$

次に式(4)に式(3)を入れて計算を進め λ, μ を決定し, 式(6)₁で与えられる円振動数 n を計算すると, 固有振動周期 T が求められる。減衰を考えた場合は, 同様にして式(4)及び(6)₁から, 減衰係数 ε を計算すればよい。しかし式(4)の k_1, k_2, R, f の値は実験より決定しなければならない値であつて, そのためには振動実験の記録から ε を決定する。こうして橋脚単体の固有振動周期 T 及び減衰を考えた場合の周期 T' が式(8)で与えられることになる。

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{n}, \quad T' = \frac{2\pi}{\sigma} = \frac{2\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} \\ n^2 = \frac{\lambda}{\mu} &= \frac{\left[\frac{b_1 K m}{16} \{ A_1^2 (e^{2\alpha} - 1) - A_2^2 (e^{-2\alpha} - 1) + 2A_3^2 \sinh 2\alpha + 2(A_1 A_2 - A_3^2) \sin 2\alpha \right.}{+ 4A_3(A_1 + A_2) \sin^2 \alpha} + \frac{2b_1 K s^3 A_3^2}{3m^2} + 6B_1^2 E_2 I_2 / l^3 \right]}{\frac{1}{2g} \left[\frac{w_1 a_1 m}{4} [f A_1^2 + f' A_2^2 + i A_1 A_2 + j A_3^2 + A_3 \{ k A_1 + k' A_2 + (A_1 + A_2) \sin^2 \alpha \}] \right.} \\ &\quad \left. + w_2 a_2 h \{ B_a + 2B_b h \} + W \{ B_1 h^3 + B_2 h^2 + B_3 h + B_4 \}^2 \right]} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

* 橋脚単体の場合は第 r 番目の橋脚を考えるという意味で, 次の 2) の橋脚全体の場合の通り各文字に添字 r を付けねばならないが簡単のため略しておく。

ただしここに、

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{e^{2\alpha}}{2} \left\{ \cos^2 \alpha + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha - \cos 2\alpha) \right\} - \frac{3}{8}, \quad f' = \frac{-e^{-2\alpha}}{2} \left\{ \cos^2 \alpha - \frac{1}{4} (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha) \right\} + \frac{3}{8} \\ i &= \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2}, \quad j = \sinh 2\alpha \sin^2 \alpha - \frac{1}{4} \cosh 2\alpha \sin 2\alpha + \frac{1}{4} \sinh 2\alpha \cos 2\alpha + \alpha - \frac{\sin 2\alpha}{2} \\ k &= \frac{e^{2\alpha}}{4} (\sin 2\alpha - \cos 2\alpha) + \frac{1}{4}, \quad k' = -\frac{e^{-2\alpha}}{4} (\sin 2\alpha + \cos 2\alpha) + \frac{1}{4} \\ B_u &= \frac{B_1^2}{7} h^6 + \frac{B_2^2}{5} h^4 + \frac{B_3^2}{3} h^2 + B_4^2 \\ B_v &= \frac{B_1 B_2}{6} h^4 + \frac{B_1 B_3}{5} h^2 + \frac{1}{4} (B_1 B_4 + B_2 B_3) h^2 + \frac{B_2 B_4}{3} h + \frac{B_3 B_4}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)_1$$

$A_1, A_2, A_3 (=A_4), B_1, B_2, B_3, B_4$ は表-1 で与えられている。

2) 橋脚全体 橋梁には一般に多くの橋脚がある。1)ではこれらの橋脚が各個単独に振動すると考えたが、実際には橋脚は上部構造の橋桁によつて連結されている。そこで橋脚と橋桁とを一体とした振動が考えられる。このとき橋脚と橋桁とは、ヒンジ結合されていると考えてもよい。本文では地盤の影響まで考えているので、ここでは振動形状を一応図-2のように考えて、自由度を1に限定する。すなわち橋桁の $EI = \infty$ で橋脚と橋桁とはヒンジ結合され、しかも振動曲線が水平荷重 P_s による静的撓み曲線に相似であるとして取り扱う。

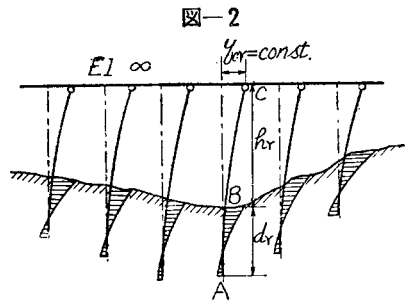


図-2

この場合には図-2 において $\eta_{cr} = \eta_c = \text{const.}$ であつて、このとき各橋脚頂部に分布する水平荷重を P_r とすると、

$$\eta_{cr} = \{ B_{1r} x_{2r}^3 + B_{2r} x_{2r}^2 + B_{3r} x_{2r} + B_{4r} \} x_{2r} = h_r P_r$$

これより $P_r = \beta_r \eta_c$ 、ただし $\beta_r = [B_{1r} h_r^3 + B_{2r} h_r^2 + B_{3r} h_r + B_{4r}]^{-1} \dots\dots(9)$

橋脚全体としての V_s, T_s, F_s は式(9)の P_r が各橋脚に作用した場合の V_r, T_r, F_r を橋脚の数 n だけ加算すればよいことになる。すなわち式(4)に相当して、

$$\left. \begin{aligned} V_s &= \sum_{r=1}^n V_r = \sum_{r=1}^n \lambda_r q_{ts}^2 = \sum_{r=1}^n \lambda_r' P_r^2 q_{ts}^2 = \eta_c^2 \sum_{r=1}^n \lambda_r' \beta_r^2 q_{ts}^2 \\ T_s &= \sum_{r=1}^n T_r = \sum_{r=1}^n \mu_r q_{ts}^2 = \sum_{r=1}^n \mu_r' P_r^2 q_{ts}^2 = \eta_c^2 \sum_{r=1}^n \mu_r' \beta_r^2 q_{ts}^2 \\ F_s &= \sum_{r=1}^n F_r = \sum_{r=1}^n \nu_r q_{ts}^2 = \sum_{r=1}^n \nu_r' P_r^2 q_{ts}^2 = \eta_c^2 \sum_{r=1}^n \nu_r' \beta_r^2 q_{ts}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(10)^*$$

従つて全体としての振動週期は式(8)に相当して次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} T_s &= \frac{2\pi}{n_s}, \quad T_s' = \frac{2\pi}{\sigma_s} = \frac{2\pi}{\sqrt{n_s^2 - \varepsilon_s^2}} \\ n_s^2 &= \frac{\sum_{r=1}^n \lambda_r}{\sum_{r=1}^n \mu_r} = \frac{\sum_{r=1}^n \lambda_r' P_r^2}{\sum_{r=1}^n \mu_r' P_r^2} = \frac{\sum_{r=1}^n \beta_r^2 \lambda_r'}{\sum_{r=1}^n \beta_r^2 \mu_r'} \\ \varepsilon_s &= \frac{\sum_{r=1}^n \nu_r}{2 \sum_{r=1}^n \mu_r} = \frac{\sum_{r=1}^n \nu_r' P_r^2}{2 \sum_{r=1}^n \mu_r' P_r^2} = \frac{\sum_{r=1}^n \beta_r^2 \nu_r'}{2 \sum_{r=1}^n \beta_r^2 \mu_r'} \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

ε_s は前述の通り実験によつて決定する。橋脚全体としての振動は式(7)において各文字に添字 s をつければよい。また式(9)で与えられる β_r は式(11)の n_s^2 の式の中に導入されている。 n_s は基準振動に束縛条件を附加したときの円振動数の関係を示しており、従つて β_r は軽重率である²⁾。すなわち β_r は橋脚単体が、全体の振動に及ぼす軽重の大きさを表わしている。式(8)の橋脚単体の n, T を一般的に n_r, T_r と表わすと、式(11)₂ を参照して、単体と全体との振動の間には、次の関係があることがわかる。

* n は橋脚の総数である。

$$\left. \begin{aligned} \min n_r < n_s < \max n_r \\ \max T_r > T_s > \min T_r \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

(3) 橋梁の固有振動

1) 橋台単体 橋台の振動は一層複雑であるが、橋台が橋梁全体の振動に及ぼす影響を導入するため、ここでは図-3に示すように考える。すなわち左側橋台を Ab_l 、右側橋台を Ab_r 、前面の土のない側に変位したときは添字 o 、背面の土のある側に変位したときは添字 e をつけることにする。このとき図-3(b)の Ab_r から n_o は橋脚の n_r に等しく、図(a) Ab_r から、 n_e は地上部の高さ $h_e=0$ の場合に相当することがわかる。いま簡単のため式(4)の V, T を

$$\left. \begin{aligned} V_r &= [\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4] g_t^2 = \lambda_r g_t^2 \\ T_r &= [\mu_1 + \mu_2 + \mu_3] \dot{g}_t^2 = \mu_r \dot{g}_t^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)_1$$

と表わすと、橋台単体の固有振動周期 T_a は次式で与えられる。

$$T_a = \pi \left\{ \frac{1}{n_o} + \frac{1}{n_e} \right\}, \quad n_o^2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} = \frac{\lambda_o}{\mu_o}, \quad n_e^2 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{\mu_1 + \mu_3} = \frac{\lambda_e}{\mu_e} \dots\dots\dots(13)$$

2) 橋梁全体 橋梁全体の固有振動を計算するには上述の橋脚橋台の結果を総合すればよい。橋脚全体の場合には式(11)で与えられている。これに対して、橋台を橋梁全体の振動に導入するには、まず単体の式(13)を全体の形に書かねばならない。図-3において、橋脚のときと同様に、水平荷重 P_s により橋台頂部に分布する荷重をそれぞれ P_o, P_e 、軽重率を β_o, β_e とすると、

$$P_o = \beta_o \eta_o, \quad P_e = \beta_e \eta_e, \quad \beta_o = [(\eta_o)_{x_o = h_o}]^{-1}, \quad \beta_e = [(\eta_e)_{x_e = d_e}]^{-1} \dots\dots\dots(14)$$

となる。これより式(13)の円振動数を橋梁全体の形に書くと式(11)の n_s^2 に相当して式(15)が得られる。

$$n_o^2 = \frac{\lambda_o}{\mu_o} = \frac{\lambda_o' P_o^2}{\mu_o' P_o^2} = \frac{\beta_o^2 \lambda_o'}{\beta_o^2 \mu_o'}, \quad n_e^2 = \frac{\lambda_e}{\mu_e} = \frac{\lambda_e' P_e^2}{\mu_e' P_e^2} = \frac{\beta_e^2 \lambda_e'}{\beta_e^2 \mu_e'} \dots\dots\dots(15)$$

そこで橋梁全体が右へ変形するときの円振動数を n_R (図(a))、左へ変形するときを n_L (図(b)) で表わし、かつ添字 l 及び r でそれぞれ左、右橋台を表わすことにする。この場合には式(11)、(15)を考慮して、橋梁全体の固有振動周期 T_s が次式で計算されることになる。

$$\left. \begin{aligned} T_s &= \pi \left\{ \frac{1}{n_R} + \frac{1}{n_L} \right\} \\ n_R^2 &= \frac{\beta_{lo}^2 \lambda_{lo}' + \sum_{r=1}^n \beta_r^2 \lambda_r' + \beta_{re}^2 \lambda_{re}'}{\beta_{lo}^2 \mu_{lo}' + \sum_{r=1}^n \beta_r^2 \mu_r' + \beta_{re}^2 \mu_{re}'}, \quad n_L^2 = \frac{\beta_{le}^2 \lambda_{le}' + \sum_{r=1}^n \beta_r^2 \lambda_r' + \beta_{ro}^2 \lambda_{ro}'}{\beta_{le}^2 \mu_{le}' + \sum_{r=1}^n \beta_r^2 \mu_r' + \beta_{ro}^2 \mu_{ro}'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

このときも式(12)に相当して、橋脚単体(式(8))、橋台単体(式(13))、橋梁全体(式(16))の各固有振動周期 T_r, T_a, T_s 間には次の関係がある。

$$\min(T_r, T_a) < T_s < \max(T_r, T_a) \dots\dots\dots(12)_1$$

3) 交通荷重を単に載荷重と考える場合 橋梁上を走行する交通荷重を、単に載荷重と考える場合は、静荷重は換算して、当該橋脚橋台に直接影響する重量を式(1)、(4)従つて式(8)の W (上部構造の総重量)の中に加算しておけばよい。ところで全体の振動の場合には W は式(4)₁、(13)中の μ_3 、従つて式(11)、(16)中の μ' の中に含まれている。いま式(16)の n_R, n_L を簡単に次式で表わす。

$$n_R^2 = \frac{A_o + \sum A_r + A_e}{B_o + \sum B_r + B_e}, \quad n_L^2 = \frac{A_e + \sum A_r + A_o}{B_e + \sum B_r + B_o} \dots\dots(16)_1$$

1例として活荷重が表-2の如く載荷した場合を考える。

この場合の橋梁全体の固有振動周期 T_{si} は式(16)、(16)₁より、次の如く表わすことができる。

図-3

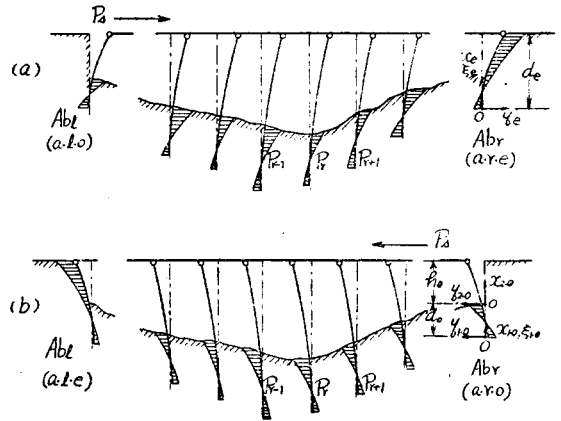


表-2

橋脚(橋台)	載荷	活荷重	死荷重	合計
r	満載荷	W_l	W_d	W_i
$r-1, r+1$	半載荷	W_l'	W_d	W_i'
その他	無載荷	0	W_d	W

$$\left. \begin{aligned}
 T_{si} &= \pi \left\{ \frac{1}{n_R} + \frac{1}{n_L} \right\} \\
 n_R^2 &= \frac{A_0 + \sum A_r + A_e}{B_0 + \sum B_r(W) + B_e}, \quad n_L^2 = \frac{A_e + \sum A_r + A_0}{B_e + \sum B_r(W) + B_0} \\
 \sum B_r(W) &= \sum_{r=0}^{r-2} B_r(W) + B_{r+1}(W_i') + B_r(W_i) + \sum_{r=r+2}^n B_r(W)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

以上(1),(2),(3)において橋脚橋台単体及び橋脚橋梁全体としての固有振動を理論的に取り扱ったが、実際の橋脚橋台の振動は何等の拘束を受けない単体としての振動と、橋桁 ($EI = \infty$) に極度に拘束された全体としての振動(図-2,3)の中間の状態を呈しているはずである。

(4) 従来の算定式

従来の振動周期計算式は、一般には地盤の弾性を考慮していないので、本文において $K = \infty$ とした場合に相当する。故に式(8)及び(11)で $K = \infty$ とおいて計算すると次式を得る。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{33 w_2 a_2 h + 140 W}{420 g E_2 I_2 / h^3}}, \quad T_s = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^n (33 w_r a_r h_r + 140 W_r)}{420 g \sum_{r=1}^n E_r I_r / h_r^3}} \dots\dots\dots(18)$$

なお式(16)及び(17)で $K = \infty$ とおくと、図-3において橋台は背面へ変位しないことになる。従つて図-3のような考えでは、このような従来の式では橋梁全体の振動は取り扱えないわけである。

次に物部博士による地盤の影響の取り入れ方³⁾を用いて T, T_s を計算し、式(18)と同様の形に書くと次式となる。この場合 $w_1 a_1 = w_2 a_2 = wa, E_1 I_1 = E_2 I_2 = EI$ としてある。

$$\left. \begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{33 wa(h+d) + 140 W}{420 g EI / h^3 (1+C)}}, \quad T_s = 2\pi \sqrt{\frac{\sum_{r=1}^n \{33 w_r a_r (h_r + d_r) + 140 W_r\}}{420 g E \sum_{r=1}^n (I_r / h_r^3) (1+C_r)}} \\
 C &= \frac{bK(h+d)^4}{12 EI} \gamma^5 \left(\frac{9}{5} - \gamma + \frac{\gamma^2}{7} \right), \quad \gamma = \frac{d}{h} \\
 C_r &= \frac{b_r K (h_r + d_r)^4}{12 EI_r} \gamma_r^5 \left(\frac{9}{5} - \gamma_r + \frac{\gamma_r^2}{7} \right), \quad \gamma_r = \frac{d_r}{h_r}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

3. 地震動による強制振動

(1) 基礎方程式

地震動は一般に複雑な時間の函数であるが、その水平成分のみを考えると、次式の如く単弦振動の和として表わすことができる⁴⁾。

$$e(t) = \sum_i A_i \sin \left(\frac{2\pi}{T_i} t + \frac{2\pi}{\lambda_i} r \right) = \sum_i e_i \sin(p_i t + \phi_i) \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 $e(t)$: 地震動、 A_i : 地震動の半振幅、 T_i : 週期、 λ_i : 波長、 r : 震源からの距離、 e_i, p_i, ϕ_i はそれぞれ半振幅、円振動数及び位相角である。

いま図-4において、橋脚根入部に式(20)で表わされる $e(t)$ の地震動が作用すると、振動する橋脚の座標軸に原点 O をとれば、橋脚はその根入部及び地上部にそれぞれ単位長さにつき、 $-(w_1 a_1 / g) \ddot{e}(t)$ 、 $-(w_2 a_2 / g) \ddot{e}(t)$ 、頂部に $-(W/g) \ddot{e}(t)$ の力を受ける。すなわち式(20)で示す地震動による変位の強制振動は、橋脚に対しては次式で示す力の強制振動と全く同等である。

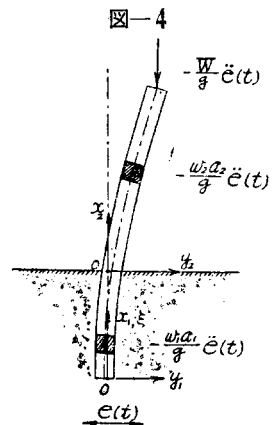
$$-\ddot{e}(t) \left\{ \int_0^a \frac{w_1 a_1}{g} m d\xi + \int_0^h \frac{w_2 a_2}{g} dx_2 + \left(\frac{W}{g} \right)_{x_2=h} \right\}$$

これより一般力 Q は式(21)で与えられる。

$$Q = \left\{ w_1 a_1 m \int_0^a \eta_1 d\xi + w_2 a_2 \int_0^h \eta_2 dx_2 + W(\eta_2)_{x_2=h} \right\} \sum_i k_i \sin(p_i t + \phi_i) \dots\dots\dots(21)$$

$$\text{ここに} \quad k_i = \frac{4\pi^2 e_i}{g T_i^2}$$

k_i はいわゆる震度である。 η_1, η_2 は図-1に示したもので、地震動による強制振動の場合も、橋脚の振動曲線を η_1, η_2 に相似であると仮定したわけである。



次に式(21)の一般力を Lagrange の運動方程式,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_t} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_t} + \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_t} = - \frac{\partial V}{\partial q_t} + Q \dots\dots\dots(22)$$

に代入して計算を進めると、次の基礎方程式をうる。

$$\ddot{q}_t + 2\varepsilon\dot{q}_t + n^2q_t = \gamma \sum_i k_i \sin(p_it + \phi_i) \dots\dots\dots(23)$$

$$\text{ただし } \gamma = \frac{1}{2\mu} \left\{ w_1 a_1 m \int_0^\alpha \eta_1 d\xi + w_2 a_2 \int_0^h \eta_2 dx_2 + W(\eta_2)_{x_2=h} \right\} \dots\dots\dots(23)_1$$

であり、 n^2, ε は式(6)₁で与えられている。

(2) 橋脚単体としての強制振動*

橋脚が各単体として振動すると考える場合は式(23)を解けばよい。 C_1, C_2 を初期条件より決定される積分常数とし、式(23)を常微分法を用いて解くと次式が得られる。

$$q_t = C_1 q_{1t} + C_2 q_{2t} - \gamma q_{1t} \int \frac{q_{2t} \sum_i k_i \sin(p_it + \phi_i)}{q_{1t} \dot{q}_{2t} - q_{2t} \dot{q}_{1t}} dt + \gamma q_{2t} \int \frac{q_{1t} \sum_i k_i \sin(p_it + \phi_i)}{q_{1t} \dot{q}_{2t} - q_{2t} \dot{q}_{1t}} dt \dots\dots(24)$$

橋脚では、 $n > \varepsilon$ の関係で減衰振動する場合であるから $\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} = \sigma$ とおき、積分変数を $t = \tau$ 、積分の下限を $\tau = t_0 = 0$ に選ぶと、式(24)は

$$q_t = e^{-\varepsilon t} (C_1 \cos \sigma t + C_2 \sin \sigma t) + \frac{\gamma e^{-\varepsilon t}}{\sigma} \sum_i k_i \int_0^t \sin(p_i \tau + \phi_i) e^{\varepsilon \tau} \sin \sigma(t - \tau) d\tau \dots\dots\dots(25)$$

式(25)の積分を遂行し、 $t=0$ で $y=y_0=\eta_0, \dot{y}=\dot{y}_0=\dot{\eta}_0$ となる一般の場合を考え、かつ式(2)の関係代入すると、橋脚の時間一変位曲線が次式の通り計算される。

$$\left. \begin{aligned} y_j &= e^{-\varepsilon t} \left\{ \eta_{0j} \cos \sigma t + \frac{1}{\sigma} (\varepsilon \eta_{0j} + \dot{\eta}_{0j}) \sin \sigma t \right\} \\ &+ \eta_j \gamma \sum_i \frac{k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4p_i^2 \varepsilon^2}} \sin(p_it + \phi_i - \tan^{-1} \frac{2p_i \varepsilon}{n_s^2 - p_i^2}) \\ &- \eta_j \gamma e^{-\varepsilon t} \sum_i \frac{k_i}{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4p_i^2 \varepsilon^2} (\delta_i \cos \sigma t + \delta_i' \sin \sigma t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \delta_i &= (n^2 - p_i^2) \sin \phi_i - 2p_i \varepsilon \cos \phi_i \\ \delta_i' &= \frac{1}{\sigma} \{ (n^2 + p_i^2) \varepsilon \sin \phi_i + (n^2 - p_i^2 - 2\varepsilon^2) p_i \cos \phi_i \} \end{aligned}$$

である。

(3) 橋脚全体としての強制振動

橋脚が全体1構造物として振動すると考える場合は、固有振動の場合と同様な取扱いをすればよい。すなわち図一2の橋脚に、式(20)で示す地震動が作用する場合の一般力は、

$$Q_s = \eta_c \sum_{r=1}^n \beta_r \{ w_{1r} a_{1r} m_r \int_0^{\alpha r} \eta_{1r}' d\xi_r + w_{2r} a_{2r} \int_0^{h_r} \eta_{2r}' dx_{2r} + W_r (\eta_{2r}')_{x_{2r}=h_r} \} k_i \sin(p_it + \phi_{ri}) \dots\dots(27)$$

式(23)に相当する基礎方程式は、

$$\ddot{q}_{ts} + 2\varepsilon_s \dot{q}_{ts} + n_s^2 q_{ts} = \sum_{r=1}^n \sum_i \gamma_r k_i \sin(p_it + \phi_{ri}) \dots\dots\dots(28)$$

$$\gamma_r = \frac{\beta_r}{2\eta_c \sum_{r=1}^n \beta_r^2 \mu_r'} \{ w_{1r} a_{1r} m_r \int_0^{\alpha r} \eta_{1r}' d\xi_r + w_{2r} a_{2r} \int_0^{h_r} \eta_{2r}' dx_{2r} + W_r (\eta_{2r}')_{x_{2r}=h_r} \} \dots\dots\dots(28)_1$$

式(25)に相当して、

$$q_{ts} = e^{-\varepsilon_s t} (C_{1s} \cos \sigma_s t + C_{2s} \sin \sigma_s t) + \frac{e^{-\varepsilon_s t}}{\sigma_s} \sum_{r=1}^n \sum_i \gamma_r k_i \int_0^t \sin(p_i \tau + \phi_{ri}) e^{-\varepsilon_s \tau} \sin \sigma_s(t - \tau) d\tau \dots\dots(29)$$

これより第 r 番目の橋脚の時間一変位曲線が次式で計算される。

$$\left. \begin{aligned} y_{jr} &= e^{-\varepsilon_s t} \left\{ \eta_{0j} \cos \sigma_s t + \frac{1}{\sigma_s} (\varepsilon_s \eta_{0j} + \dot{\eta}_{0j}) \sin \sigma_s t \right. \\ &+ \eta_{jr} \sum_{r=1}^n \sum_i \frac{\gamma_r k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4p_i^2 \varepsilon_s^2}} \sin(p_it + \phi_{ri} - \tan^{-1} \frac{2p_i \varepsilon_s}{n_s^2 - p_i^2}) \\ &\left. - \eta_{jr} e^{-\varepsilon_s t} \sum_{r=1}^n \sum_i \frac{\gamma_r k_i}{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4p_i^2 \varepsilon_s^2} (\delta_{ri} \cos \sigma_s t + \delta_{ri}' \sin \sigma_s t) \right\} \dots\dots\dots(30) \end{aligned} \right\}$$

* 各文字に添字 r をつける必要があるがこれを略しておくことは固有振動の場合と同様である。

$$\delta_{r,i} = (n_s^2 - p_i^2) \sin \phi_{r,i} - 2 p_i \varepsilon_s \cos \phi_{r,i}$$

$$\delta_{r,i}' = \frac{1}{\sigma_s} [(n_s^2 + p_i^2) \varepsilon_s \sin \phi_{r,i} + (n_s^2 - p_i^2 - 2 \varepsilon_s^2) p_i \cos \phi_{r,i}]$$

である。

式(26)及び(30)において、第1項は初期条件によつて決定される橋脚の自由振動であり、第2項は地震動による強制振動、第3項は地震動による自由振動を表わしている。

(4) 橋脚の震害機構の考察

式(26)及び(30)の第1及び第3項は時間とともに減衰して第2項のみが残り、初期の過渡状態から、定常状態となるわけであるが、実際の地震動は完全な定常振動でないことから、非定常な地震動の作用するごとに、新しい初期条件として自由振動が刻々に誘起され、第3項の自由振動とともに、強制振動の間に消長混生することになる。すなわち橋脚は初期において自由、強制両振動の過渡状態を呈するが、その後も両振動混生消長の状態を続けているわけである。我々は地震動を式(20)で表わしたので、第1に初期の過渡状態について解析吟味しなければならない(例えば図-8)。

一方橋梁の震害は、そのほとんど大部分が橋脚頂部の変位より起る上部構造の落下と、曲げモーメント及びずれ力より起ると考えられる下部構造の破損とである。本文では振動曲線を図-1の通り考えているので、最大変位 y_{max} は橋脚頂部Cに、最大曲げモーメント M_{max} は地盤接地点Bの近くに、最大ずれ力 S_{max} は橋脚地上部 B~C に生ずることになる。これらをそれぞれ $y_{C,max}$, $M_{B,max}$, $S_{B~C,max}$ と表わすと、いずれも式(26)及び(30)から計算すればよいことになる。式(26)及び(30)は上記の通り、その過渡状態を解明しなければならないが、振動の主要部を占める第2項すなわち強制振動項が地震動の各週期に応じて最大となる場合を更に $y_{C,f,max}$, $M_{B,f,max}$, $S_{B~C,f,max}$ と表わすと、これらは結局次式で計算される。橋脚単体の式(26)から、

$$\left. \begin{aligned} y_{C,f,max} &= (\eta_2) x_2 = h (q_{t,f}) \sin(\) = 1 = \eta_c \frac{\gamma k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4 p_i^2 \varepsilon_s^2}} \\ M_{B,f,max} &= -E_2 I_2 \left(\frac{d^2 \eta_2}{dx_2^2} \right)_{x_2=0} (q_{t,f}) \sin(\) = 1 = -b_2 h P \frac{\gamma k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4 p_i^2 \varepsilon_s^2}} \\ S_{B~C,f,max} &= -E_2 I_2 \frac{d^3 \eta_2}{dx_2^3} (q_{t,f}) \sin(\) = 1 = b_2 P \frac{\gamma k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4 p_i^2 \varepsilon_s^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)*$$

橋脚全体の場合は式(30)から、

$$\left. \begin{aligned} y_{C,f,max} &= (\eta_{2r}') x_{2r} = x_{2r} = h_r \eta_c (q_{t,f}) \sin(\) = 1 = \eta_c \sum_{r=1}^n \frac{\gamma_r k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4 p_i^2 \varepsilon_s^2}} \\ M_{B,f,max} &= -E_{2r} I_{2r} \beta_r \eta_c \left(\frac{d^2 \eta_{2r}'}{dx_{2r}^2} \right)_{x_{2r}=0} (q_{t,f}) \sin(\) = 1 = -b_2 h_r \beta_r \eta_c \sum_{r=1}^n \frac{\gamma_r k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4 p_i^2 \varepsilon_s^2}} \\ S_{B~C,f,max} &= -E_{2r} I_{2r} \beta_r \eta_c \frac{d^3 \eta_{2r}'}{dx_{2r}^3} (q_{t,f}) \sin(\) = 1 = b_2 \beta_r \eta_c \sum_{r=1}^n \frac{\gamma_r k_i}{\sqrt{(n_s^2 - p_i^2)^2 + 4 p_i^2 \varepsilon_s^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)*$$

となる。式(31)及び(32)の値から、応力が計算でき、従つて耐震計算が可能となる。

強制振動においても、橋脚は(2)と(3)の中間の振動をしていることはいうまでもない。ところで式(32)中の β_r は、式(9)に示す通り $P_r = 1$ のとき η_c^{-1} に等しい、すなわち単位水平荷重による橋脚頂部の変位の逆数である。従つて β_r は h, d, EI, K 等に支配され、前述の通り単体が全体の振動に及ぼす軽重率を表わしている。結局橋脚は地震動によつて(2)と考える場合は、拘束されることなく屈曲振動を受け易いが、(3)と考える場合は β_r に拘束されてずれ振動の傾向が強いということになる。

4. 中角橋々脚振動試験

(1) 第1次、第2次振動試験

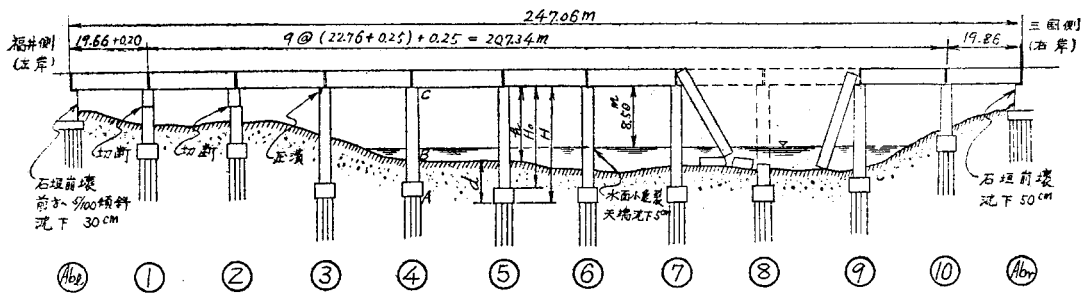
京福電鉄九頭龍川中角橋(図-5)における第1次(昭.23.9.14~9.25)、第2次(昭.23.11.20~11.30)試験の結果は既に報告し土木学会誌上に掲載された通りである⁵⁾。

(2) 第3次、第4次振動試験

第3次試験(昭.24.9.11~9.18)の結果は1部報告したが⁶⁾、第4次試験(昭.25.10.29及び30)の結果とともに引続き報告する予定である。

* η_1, η_2 ((8)式)は P を、従つて μ ((4)式)は P^2 を含むから、 γ ((23)₁式)は P^{-1} を含む。ゆえに式(31)中の P は γ に相殺される。また γ_r ((28)₁式)は η_c^{-1} を含むから、式(32)中の η_c は γ_r に相殺される。

図一五 京福電鉄九頭龍川中角橋梁震害概況図



橋脚番号	Abx	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Abx	橋脚公体	
橋脚全長	H:m	5.65	9.00	9.00	14.30	14.30	15.20	15.20	15.20	14.30	9.00	5.65	—	
橋脚長	H ₀ :m	4.65	7.20	7.20	12.30	12.30	13.40	13.40	13.40	12.30	7.20	4.65	—	
地上部長さ	L:m	2.60	4.90	4.70	6.40	10.00	10.00	11.20	10.60	11.10	10.70	5.80	—	
根入部長さ	d:m	3.05	4.10	4.30	7.90	4.30	5.20	4.00	4.60	4.10	3.60	3.20	—	
減衰係数	ε:‰	2046	1588	1162	675.6	682.9	1146	1437	1441	1739	2174	2330	1538	14.936
円振動数	γ:sec	55.10	21.93	23.18	28.31	10.67	12.78	8.72	10.64	9.02	8.36	15.35	28.01	17.218
固有振動週期	T:sec	0.179	0.287	0.271	0.222	0.591	0.494	0.731	0.596	0.707	0.777	0.414	0.225	0.3663
軽重率	β:cm	791.7	671.6	791.8	683.2	242.9	385.2	170.7	263.7	184.4	141.6	287.4	419.2	—
軸方向力	N/a:t	145.9	28.35	28.03	36.27	53.72	53.72	59.94	56.63	59.05	57.11	32.72	17.01	—

5. 中角橋に対する数値計算

(1) 地盤反力係数 K の決定

本文では初めに $q = K\eta$, $r = Kb$ (図一1)と考えたので, この K の値を決定しなければならない。

1) 弾性波と K との関係 半径 r の円形載荷板が半無限弾性体と考える土の上にある場合の撓み η は⁷⁾,

$$\eta = \frac{16r(1-\sigma^2)q}{3\pi E} \dots\dots\dots(38)$$

ただし σ, E は土のポアソン比及びヤング係数,

また反力 $q = K\eta$ であるから,

$$K = \frac{3\pi E}{16r(1-\sigma^2)} \dots\dots\dots(38)_1$$

一方地盤の縦波, 横波の伝播速度 v_l, v_t 及びポアソン比 σ は ρ を土の密度として次式で与えられている⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} v_l &= \sqrt{\frac{E}{\rho} \left\{ 1 + \frac{2\sigma^2}{1-\sigma-2\sigma^2} \right\}}, & v_t &= \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1+\sigma)}} \\ \sigma &= \frac{\frac{1}{2}v_l^2 - 1}{v_l^2 - 1}, & \left(v &= \frac{v_l}{v_t} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

従つて式(38)₁及び(34)から次式が得られる。

$$K = \frac{3\pi\rho}{16r} \frac{1-\sigma-2\sigma^2}{(1+\sigma)(1-\sigma)^2} v_l^2, \quad K = \frac{3\pi\rho}{8r} \frac{1}{1-\sigma} v_l^2 \dots\dots\dots(35)$$

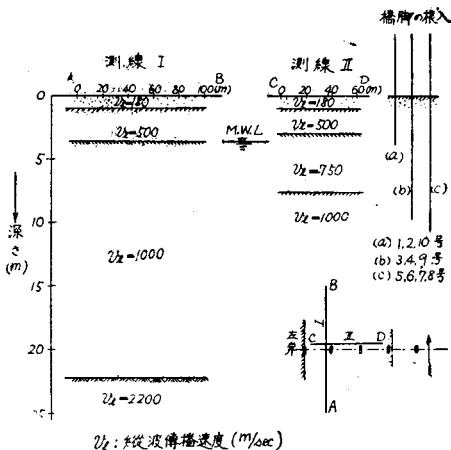
2) K の実験値 式(34), (35)からわかるように, v_l と v_t を測定すれば K が決定される。我々は図一6の測線 I 及び II に沿つて弾性波式地下探査を実施して(昭.25.10.29 及び 30), 図一6の地下構造図を得た。同図より橋脚根入部は $v_l = 500$ m/sec と考えてよい。 v_t したがつて σ を確めることができなかったので, 一般的な値 $\sigma = 1/3$ 及び $\rho = 1.6$ t/m³ を用い, 橋脚平均根入部深さ $d = 4.53$ m を換算して $r = 2.80$ m とする。これらの値を式(35)に入れて計算すると,

$$K = 0.0253 v_l^2 = 6.32 \text{ (kg/cm}^2\text{)} \dots\dots\dots(35)_1$$

となる。かくて $K = 6$ kg/cm² と決定した。

(2) 固有振動の計算

図一六 中角橋地下構造と橋脚根入との関係



1) 計算に用いた値 図-1及び図-5より $a_1=a_2=10.20 \text{ m}^2$, $b_1=b_2=4.84 \text{ m}$, $E_1=E_2=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $I_1=I_2=4.19 \text{ m}^4$, $w_1=w_2=2.3 \text{ t/m}^3$, $g=9.8 \text{ m/sec}^2$, $K=6 \text{ kg/cm}^3$, $s=1.50 \text{ m}$, $W=25.4 \text{ t}$ (橋脚 2, …, 9 号), 22.3 t (橋脚 1, 10 号), 9.6 t (両岸橋合).

2) 計算結果 橋脚1及び5号について式(8),(35)₁を用いて K, v_t, T の関係を計算すると 図-7 の通りである。(8),(11),(16),(17),(18),(19) 各式を用いて, 固有振動周期 T を計算して, 実測値と比較すると 図-2* 3*, 4* の通りである。また d/h と T との関係は 図-5* で示される。

(3) 地震動による強制振動の計算

本橋梁が直接震害を受けた福井地震を地震動として数値計算を行った。

1) 計算に用いた値 高橋博士によつて本橋脚の受けた震度 $k_t = 0.52$ が算出されている⁹⁾。また佐々博士によつて地震動の計算には 図-6 の $v_t = 1000 \text{ m/sec}$ の層を用いることが妥当であり, この層の $\sigma = 0.4^{10)}$ より式(34)によつて $v_t = 408 \text{ m/sec}$ が算出される。波長 $\lambda_t = v_t T_t$, 震源地は丸岡町地下 10 km として, 震源からの距離 $r_r \cong r = 15 \text{ km}$ を用いた¹¹⁾。ε は実験記録から求め, その他はすべて固有振動のときの値によつた。

2) 計算結果 式(30)を用いて橋脚全体と考えた場合の橋脚頂部の時間-変位曲線を各地震動の週期について計算すると 図-8 を得る。次に式(30),(31)に従つて各橋脚について数値計算を進めると 図-9, 10, 11 を得る。この場合橋合は一応橋脚とみなして取り扱つた。

図-7 地盤係数, 縦波傳播速度と振動週期との関係

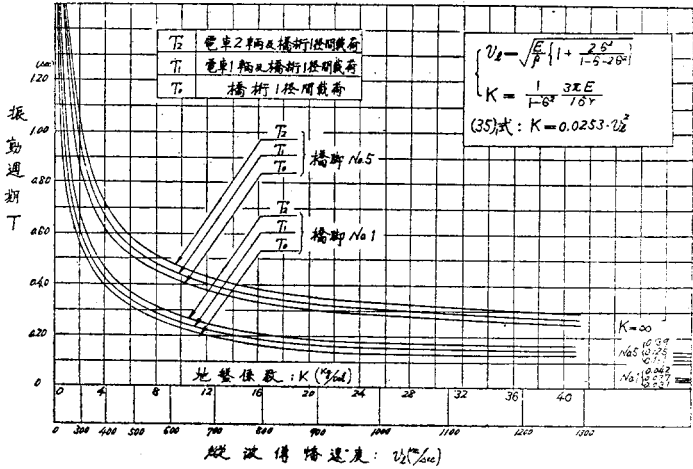
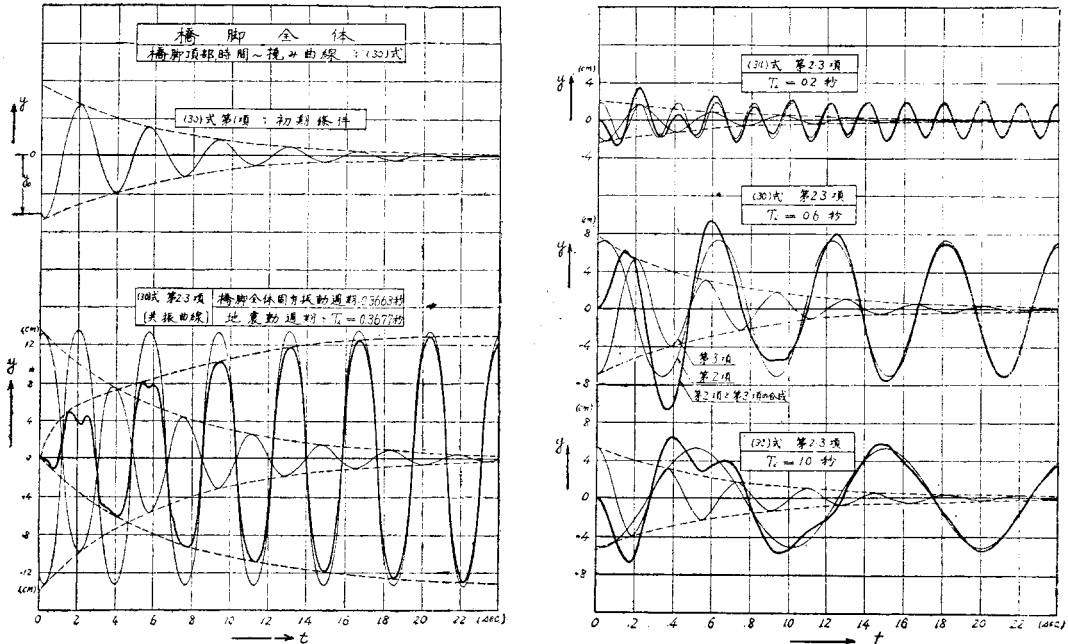


図-8 橋脚全体と考えた場合の橋脚頂部の時間-撓み曲線



* すべて別文(文献(4))の図を示す。

図-9 強制振動項における各橋脚頂部の最大撓み

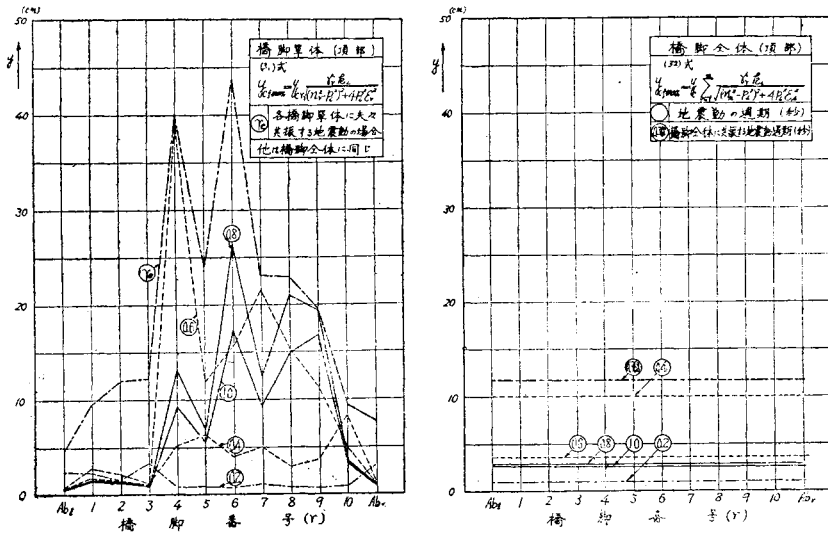
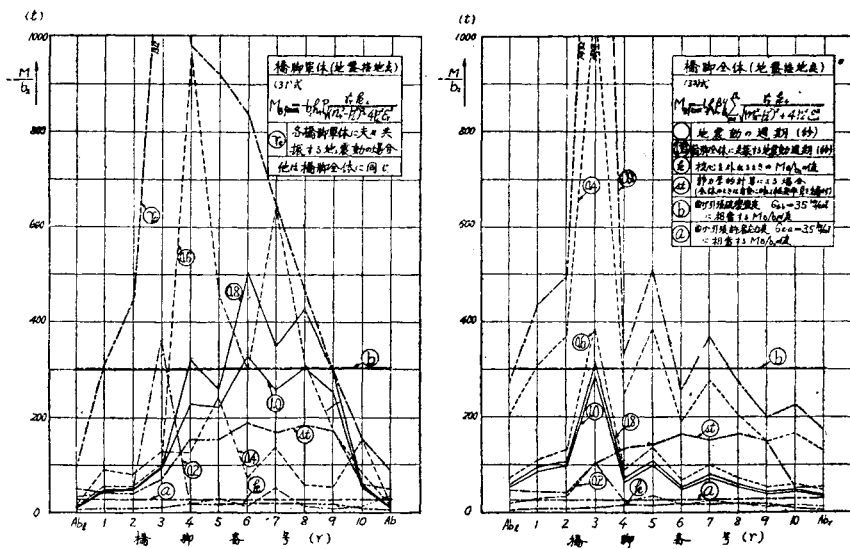


図-10 強制振動項における各橋脚地盤接地点の最大曲げモーメント

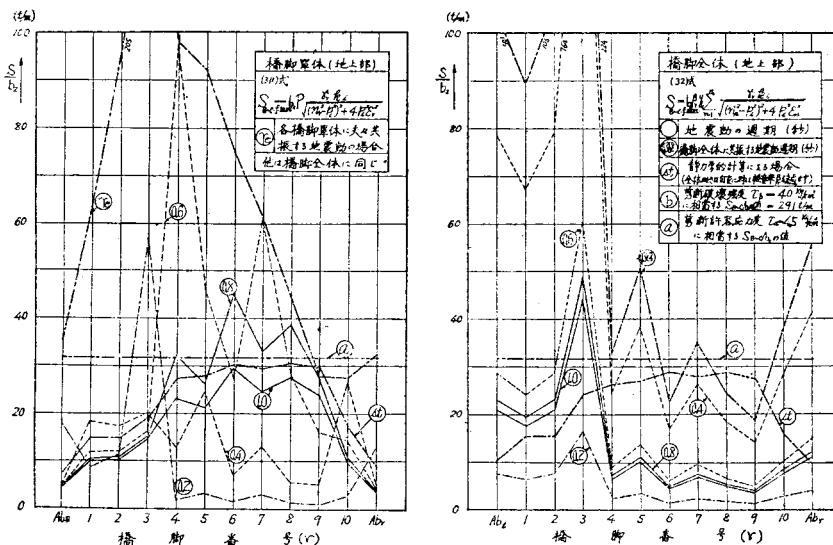


3) 震害機構の考察 数値計算の結果から、初動 0.3 sec, 主要動 0.8~1.0 sec の地震動が、中角橋震害の決定的な原因であつたことがわかつた。すなわち福井地震のとき、本橋梁はまず 0.3 sec の初動で橋脚は全体としての振動をし、 β_r の大きい 1, 2, 3 号橋脚が地上部 B-C に大なる S_{B-C} を受け(図-11, 全体), 1, 2 号は比較的弱い施工打継目で剪断され、3 号は頂部が圧潰された(図-5)。この初動で橋脚と橋桁とのアンカーボルトは既に破損して、橋脚は単体としての振動に入る。この状態において 0.8~1.0 sec の主要動で地上部高さ h の大なる 6, 8 号橋脚は図-10(単体)に示す大なる M_B を受けて、地表面近くで曲げ破壊され、特に 8 号は転倒し橋桁は落下したと考えられる。なお本橋梁では橋桁を直接落下させるような大きな橋脚頂部の変位 η_c は起らなかったこともわかつた(図-9)。

6. 結 言

(1) 本文では特に地盤の弾性を考慮して、橋梁橋脚の固有振動及び地震動による強制振動の理論を考究して数値計算を進め、別文¹⁾の実験結果とともに中角橋脚の震害機構を究明した。しかしながら本文の理論にも幾多の仮定があり、なお次の諸点について研究されねばならない。

図一11 強制振動項における各橋脚地上部の最大剪断力



- 1) 固有振動で図一1の η を用いたことは、週期 T の計算にはかなりの精度を有していると思う。しかし橋脚のような断面積の大なるものではずれ力や軸方向力の影響を考えねばならないことは勿論である。
- 2) 橋梁全体を取り扱うとき、橋桁の $EI = \infty$ (図一2,3) としたことは大きな仮定で、厳密には橋桁の変形も考慮しなければならない。
- 3) 単体と全体と別けて考えたが、これはたとえば図一5の橋脚が単体として振動する傾向が強いか、全体としての振動に支配されるかということを表わしている。
- 4) 地震動は擬周期的あるいは衝撃的な波動で橋脚に3次元的に作用するが、式(20)は簡潔であり、また従来の表わし方に比較して物理的に要を得ていると思う。
- 5) 地震動による強制振動は図一8の過渡現象に意義があり、従つて図一9,10,11の共振週期のときの値は実際より大きい値となつている。
- 6) 強制振動でも自由度を1に限定して図一1の η を振動曲線にとつたことは大いに検討を要する。しかし橋脚の2次以上の高次振動は消滅し易く、またこれが地震動と共振的な関連をもつてこれが震害の直接原因とはならないようである。
- 7) 地震動による強制振動には橋台の影響を導入しなければならない。
- 8) 図一1の η を考えたので結局式(31),(32)に η の項が入り、これから M, S 更に応力計算が行われるから、このためには一層合理的な η を考えねばならない。このとき橋脚底面の反力の影響も考慮せねばならず、これについても研究している。
- 9) 5.(1)は反力係数を動的に決定する1つの試みであるが、ある程度の工学的意義があること、と思う。
- (2) 我々は引続き研究を進めて次の事項を実施した。
 - 1) 本文の第1,2報ではすべて橋軸方向の振動を取り扱つたが、第3報では橋軸に直角方向の振動を考究して相当の成果を収めた¹³⁾。
 - 2) 中角橋で第3次及び第4次振動試験(昭.24.9及び昭.25.10)を実施して、橋脚の安定性及び健全性を判定した。
 - 3) 新たに架設された九頭龍橋について橋脚のみ完成後に第1次振動試験(昭.25.5)を実施し¹⁴⁾橋梁開通後に第2次振動試験(昭.25.10)を実施して、橋脚及びトラスの振動性状を明らかにした。
 - 4) 新設された国鉄瀬田川橋で橋脚のみ完成後に第1次振動試験(昭.25.12)、下り線のみ開通後に第2次振動試験(昭.26.1)を実施して、列車通過時の振動も測定した。
 - 5) 理論的な研究も行つているが特に上記の(1)の2),7),8)の事項の考究を進めている。
- (3) 本文では上述のように理論実験の両面から震害機構を動力学的に考察したが、今後進んで橋梁や橋脚の耐震性を研究し、直接耐震的な設計施工に寄与したいと思つている。

本研究は学術研究会議北陸地震災害調査研究特別委員会の研究費の援助を受けて開始したものである。また本研究実施に当り、たえず適切な御助言を頂いた京大教授石原博士並びに振動試験に全面的に協力された京大助教授畑中元弘氏及び元文部教官岩城康雄氏、更に振動試験に際し多大の援助を賜つた京福電鉄会社以上各位に対し、深謝の意を表する次第である。

参考文献その他

- 1) K. Hayashi; "Theorie des Trägers auf Elastischer Unterlage, 1921. s.202.
- 2) 例えば山内恭彦; "一般力学" p.209, 坪井忠二; "振動論" p.495.
- 3) 物部長穂; "載荷せる構造物の振動並びにその耐震性について" 土木学会誌第6巻4号, p.46.
- 4) 佐々憲三, 石原藤次郎, 棚橋諒; "地盤と震害" 建設工学, 第2巻第2,3号,(昭.24.7及び8), p.5.
- 5) 石原藤次郎, 小西一郎, 畑中元弘, 後藤尚男; "中角橋振動試験とその震害機構の考察" 土木学会誌, 第35巻第8号(昭.25.8) p.25~29.
- 6) 畑中元弘, 後藤尚男; "橋脚の振動測定について" 地震学会(昭.24.11.4)で講演.
- 7) 谷藤正三; "路盤に関する土質力学的研究" に取扱われている。
- 8) 例えば, Nettleton; "Geophysical Prospecting for Oil", 1940. p.237~239. 及び本多弘吉; "地震波動" p.10.
- 9) 高橋龍太郎; "鉄道の被害2,3について" 日本学術会議福井地震調査研究特別委員会, 調査研究速報(昭.24.3)p.118.
- 10) 京都大学理学部地球物理学教室にて実施さる(昭.23.10~23.11).
- 11) $\sigma=0.4$, $r=15\text{ km}$ はいずれも佐々博士による。
- 12) 上掲文献(5).
- 13) 小西一郎, 後藤尚男; "橋梁橋脚の震害に関する動力学的考察(第3報)一橋軸に直角方向の振動をも考慮した場合一", 第3回関西工学連合講演会(昭.25.10.15)で講演.
- 14) 小西一郎, 畑中元弘, 後藤尚男, 西村昭; "舟橋橋脚の振動試験と耐震性に関する考察" 第3回関西工学連合講演会(昭.25.10.14)で講演.

注:— 上掲文献(5)において, 1) 全体を表わす添字 Σ はすべて s に改める, 2) p.27左段の(図—5*)は削除する, 3)p.26の図—2,3には電車の強制振動も入っている, 4)図—1の寸法はその後実測して改めた。