

## 重力堰堤に作用する地震力の影響 (其の一)

正員 畑 野 正\*

## Seismic Force Effect on Gravitydams (No.1)

By Tadashi Hatano, C. E., Member.

**要旨** 重力堰堤に地震力が作用する場合、二次元の弾性振動として取扱ひ、この解を求めた。堰堤の自己振動週期が地震の週期に比し大なる場合は特に従來の考へ方と異なる事を指摘し、堰堤地點に於る地震動卓越週期測定の要を提唱した。

## 1. 緒 言

従來重力堰堤に地震力が作用する場合の應力計算には、その重量に震度をかけた水平力が作用するものとして 静力學的に處理してゐる。

この考へ方は堰堤の自己振動週期が地震の週期に比し充分小さい場合にのみ成立する。後の議論で明になるが、この場合は堰堤全體が地盤と同様の振動即ち剛振動をなすのである。

地震の週期が關東大震災の際に於る觀測値即ち1秒乃至それ以上の値であるならば、堰堤の自己振動週期は Kirchhoff の水めた三角錐の屈曲振動の週期又は三角錐の剪斷振動の週期から計算して 200 m 程度の高さの堰堤を考へても高々 0.3 秒程度となるから、剛振動としての取扱ひに大なる無理はない。

然るに故石本教授は上述觀測値に對し次の如く批判されてゐる<sup>1)</sup>。

「地震動の中には色々の週期をもつ振動が同時にあるから、變位地震計によると實際加速度の大きな波でも週期の大きい、加速度の小さい波に穩蔽される。即ち加速度の大きな波動が振幅の大きい波の上に重疊して見える。この振幅の大きい波は加速度計によると大きい加速度を示さないで、寧ろ漣の方が重要性がある様になつた。例へば東京本郷に於て變位計による觀測によれば、脈動性の波が重なつて來て、地震動の週期を約1秒としてゐたのである。」

又同教授は地震動卓越週期の概念を提唱せられ次の如く述べられてゐる<sup>2)</sup>。

「各地に於て記録された地震中、大なる加速度を持つものは各地毎に殆ど一定の週期をもつ。之を各地の卓越振動週期として考へる事が其來る。これは震央の遠近により多少の不同はあるが、東京横濱の山手に於て 0.3 秒、下町では 0.6~1.0 秒 程度である。」

又萩原教授は、強固な岩盤地帯の卓越週期を觀測され次の如く述べられてゐる<sup>3)</sup>。

\* 日本發送電々力技術研究所員 工學士

1) 土木學會誌 第 21 卷。

2) 震研彙報 1932, 34, 35, 36.

3) 震研彙報 1934.

「筑波山々腹に於て観測された加速度大なる地震動の卓越週期は 0.04~0.05 秒 であつて、この地方の如く軟弱な表面層を缺いてゐる土地に於ては其の卓越週期は極めて小である。」

以上の如くであるならば、剛振動としての従來の取扱ひ方に別に考慮を加へる必要がありはせぬか。

筆者は弾性振動として簡単な假定の下にこれを取扱つて見た。この場合屈曲振動と剪斷振動の何れの振動をなすかが問題になるが、これは將來の観測研究にまつ事とし、こゝには兩者を考へる事にする。

## 2. 重力堰堤の屈曲振動

### 1) 屈曲振動の微分方程式

基本三角形の頂點を原點とし、頂點からの水平線と中線を、 $x, y$  軸とし、鉛直線  $y'$  と  $y$  軸とのなす角を  $\theta$  とする (圖-1)。厚さ  $dy$  の薄片を考へ (圖-2)、其の兩端面が相對的に  $d\varphi$  廻轉したと考へると、生ずる應力は

$$-Ex \frac{\partial \varphi}{\partial y} \sec \theta$$

中心軸に對するモーメント  $M$  は、

$$M = - \int E \frac{\partial \varphi}{\partial y} \sec \theta x^2 dx$$

然るに圖-3 に示す如く、

$$\tan \varphi' = \tan(\theta - \varphi)$$

$\varphi$  を微小なりとして、

$$\tan \varphi' = \tan \theta - \varphi \sec^2 \theta$$

又

$$\frac{\partial x}{\partial y'} = \tan \varphi' = \frac{\partial x}{\partial y} \sec \theta + \tan \theta$$

$$\therefore \varphi = - \frac{\partial x}{\partial y} \cos \theta$$

この値を  $M$  に代入し、且堰堤の幅を  $my$  とおけば、

$$M = E \frac{\partial^2 x}{\partial y'^2} \frac{m^3 y^3}{12} \dots\dots\dots(1)$$

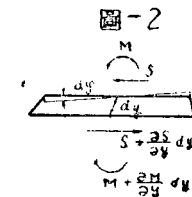
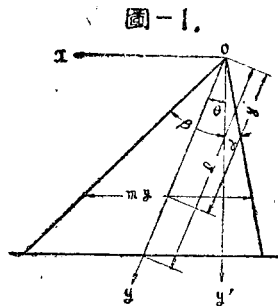
この薄片に對する運動方程式は剪斷力を  $S$  とすれば、圖-2 から

$$\frac{\rho}{g} m \cos \theta y \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = - \frac{\partial S}{\partial y} \dots\dots\dots(2)$$

廻轉運動の方程式は

$$\frac{\rho}{g} \frac{m^3 y^3}{12} \cos \theta \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = - \frac{\partial M}{\partial y} + S \cos \theta \dots\dots\dots(3)$$

$\varphi$  と  $M$  の値を代入し、(2)(3) から  $S$  を消去すれば、



$$\begin{aligned} & \frac{\rho}{g} \frac{m^3}{12} \cos^2 \theta \left( 3y^2 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2 \partial y} + y^3 \frac{\partial^4 x}{\partial t^2 \partial y^2} \right) \\ & = E \frac{m^3}{12} \left( 6y \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} + 6y^2 \frac{\partial^3 x}{\partial y^3} + y^3 \frac{\partial^4 x}{\partial y^4} \right) + \frac{\rho}{g} m \cos^2 \theta y \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

今  $z = \frac{y}{l}, \quad x = X(z) \sin \omega t$

とおき上式に代入すれば,

$$A z^3 \frac{d^4 X}{dz^4} + 6A z \frac{d^3 X}{dz^3} + (6A + B z^2) \frac{d^2 X}{dz^2} + 3B z \frac{dX}{dz} - CX = 0 \dots\dots\dots(5)$$

但し  $A = \frac{Em^3}{12l^3}, \quad B = \frac{\rho m^3}{g 12} \cos^2 \theta \omega^2, \quad C = \frac{\rho}{g} m \cos^2 \theta \omega^2.$

かくして屈曲振動の方程式(5)を得た。

2) 微分方程式の解

微分方程式(5)を解くに當つての境界條件は(1),(3)兩式を参照して次の如くおくことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} z=0 : \quad z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} = 0, \quad \frac{d}{dz} \left( z^3 \frac{d^2 X}{dz^2} \right) = 0 \\ z=1 : \quad X = a_0, \quad \frac{dX}{dz} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

こゝに  $a_0$  は地震動を單弦振動とした場合の半振幅である。

(5)の解として  $\log z$  を含む項は  $z=0$  に於て  $X = \infty$  となるから、これを除き

$$X = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^n \dots\dots\dots(7)$$

と置いて、(5)に代入すれば、

$$\begin{aligned} & \sum_{n=2}^{\infty} \{An(n-1)(n-2)(n-3) + 6An(n-1)(n-2) + 6An(n-1)\} b_n z^{n-2} \\ & + \sum_{n=2}^{\infty} \{Bn(n-1) + 3Bn - C\} b_n z^n = 0 \\ \therefore \quad & b_{n+2} = - \frac{n(n+2) \frac{B}{A} - \frac{C}{A}}{(n+2)^2(n+1)(n+3)} b_n \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

境界條件(6)の内  $z=0$  に於るものは自ら満足され、 $z=1$  に於る條件は計算の便の爲

$$\begin{aligned} b_2 = b_2' b_0, \quad b_4 = b_4' b_0, \quad b_6 = b_6' b_0 \dots\dots \\ b_3 = b_3' b_1, \quad b_5 = b_5' b_1, \quad b_7 = b_7' b_1 \dots\dots \end{aligned}$$

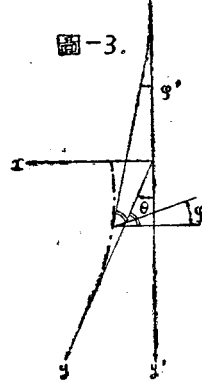
とおくことにより、次の如く書く事が出来る。

$$\begin{aligned} & b_0(1 + b_2' + b_4' + b_6' + \dots\dots) + b_1(1 + b_3' + b_5' + b_7' + \dots\dots) = a_0 \\ & b_0(2b_2' + 4b_4' + 6b_6' + \dots\dots) + b_1(1 + 3b_3' + 5b_5' + 7b_7' + \dots\dots) = 0 \end{aligned}$$

この兩式から  $b_0, b_1$  が得られ、又(8)から  $b_2'$  以下が得られる。これらを整理すると次の如く

なる。

$$\begin{aligned}
 b_0 &= \frac{a_0(1+3b_3'+5b_5'+\dots)}{(1+b_2'+b_4'+\dots)(1+3b_3'+5b_5'+\dots)-(1+b_3'+b_5'+\dots)(2b_2'+4b_4'+\dots)} \\
 b_1 &= \frac{a_0(2b_2'+4b_4'+6b_6'+\dots)}{(1+b_3'+b_5'+\dots)(2b_2'+4b_4'+6b_6'+\dots)-(1+b_2'+b_4'+\dots)(1+3b_3'+5b_5'+\dots)} \\
 b_2' &= +\frac{1}{12} \frac{B}{A} k \\
 b_3' &= -\frac{1}{72} \frac{B}{A} (3-k) \\
 b_4' &= -\frac{1}{2,880} \left(\frac{B}{A}\right)^2 k(8-k) \\
 b_5' &= +\frac{1}{43,200} \left(\frac{B}{A}\right)^3 (3-k)(15-k) \\
 b_6' &= +\frac{1}{3,628,800} \left(\frac{B}{A}\right)^3 k(8-k)(24-k) \\
 b_7' &= -\frac{1}{101,606,400} \left(\frac{B}{A}\right)^3 (3-k)(15-k)(35-k) \\
 b_8' &= -\frac{1}{14,631,321,600} \left(\frac{B}{A}\right)^4 k(8-k)(24-k)(48-k) \dots \dots \dots (9) \\
 \vdots & \\
 \text{こゝに} & \quad \frac{C}{A} = \frac{B}{A} \frac{12}{m^2} = \frac{B}{A} k
 \end{aligned}$$



とした。無限級数 (7) の収斂性は (9) に明な如く  $\frac{B}{A}$  及び  $k$  の値によつて異なるが、数値計算例に示す如く、数項をとることによつて充分の精度が得られる。

3) 自己振動週期

自由振動の場合は、条件 (6) の  $a_0$  を 0 とおけばよい。故に前と同様に  $b_0, b_1$  を定める条件式を書くと次の様になる。

$$\begin{aligned}
 b_0(1+b_2'+b_4'+b_6'+\dots)+b_1(1+b_3'+b_5'+b_7'+\dots) &= 0 \\
 b_0(2b_2'+4b_4'+6b_6'+\dots)+b_1(1+3b_3'+5b_5'+7b_7'+\dots) &= 0
 \end{aligned}$$

これから  $b_0, b_1$  を消去し  $b_2'$  以下の間に満足すべき条件を見出せば次の様になる。

$$\begin{aligned}
 1-b_2'+3b_3'-3b_4'+5b_5'+5b_6'+7b_7'-7b_8'+\dots \\
 +b_2'b_3'+3b_2'b_5'+5b_2'b_7'+\dots \\
 -b_3'b_4'+b_4'b_5'+3b_4'b_7'+\dots \\
 -3b_3'b_6'-b_5'b_6'+b_6'b_7'+\dots \\
 \dots \dots \dots \\
 \dots \dots \dots \\
 = 0 \dots \dots \dots : \dots \dots \dots (10)
 \end{aligned}$$

自己振動の振動率を  $\omega_0$  として、(5) から

$$\frac{B}{A} = \frac{\rho}{Eg} l^2 \cos^2 \theta \omega_0^2 = q^2 \omega_0^2$$

とおく。

(10) に於て  $b_5'$  以下は充分小なりとしてこれを省略し、(9) の値を代入すれば次の如くなる。

$$1 - \frac{1}{12} k q^2 \omega_0^2 - \frac{3}{72} (3-k) q^2 \omega_0^2 + \frac{3}{2,880} k(8-k) q^4 \omega_0^4 - \frac{1}{12 \times 72} k(3-k) q^4 \omega_0^4 - \frac{1}{72 \times 2,880} k(3-k)(8-k) q^6 \omega_0^6 = 0 \quad (11)$$

今  $\alpha_0^2 = \frac{\alpha(k)}{q^2}$  とおき、上式に代入すれば

$$k(3-k)(8-k)\alpha(k)^3 - 24k(42+k)\alpha(k) + 8,640(3+k)\alpha(k) - 207,360 = 0 \quad (12)$$

となる。従つて自己振動週期  $T_0$  は次の如くなる。

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha(k)}} \sqrt{\frac{\rho}{Eg}} l \cos \theta \quad (13)$$

こゝに  $\alpha(k)$  は (12) の根として求められる。

(10) は  $\omega_0^2$  の無限大の次数をもつ方程式であり、 $\omega_0$  の値は無数に存在するが、こゝでは第一次振動を問題にしたので上述の如く簡易化したのである。後に述べる計算例に於て、 $\tan \beta = 0.82$ ,  $\tan \gamma = 0.1$  なる場合の  $k$  及び  $\alpha(k)$  は夫々 16.042, 1.543 で與へられ、又  $\frac{B}{A} = q^2 \omega_0^2 = \alpha(k)$  であるから、(9) から  $b_5'$  以下の大きさを計算すると、次の様になる。

$$\begin{aligned} b_2' &= 1.940, & b_3' &= 0.279, \\ b_4' &= 0.107, & b_5' &= 0.0007, \\ b_6' &= -0.0009, & & \dots \end{aligned}$$

即ち  $b_5'$  以下は、 $b_2', b_3', b_4'$  に比し充分小さいのであつて、一般に我々が取扱ふ重力堰堤の断面に於ては、 $b_5'$  以下を省略しても、その自己振動週期の計算には充分であると思はれる。

#### 4) 強制振動によつて生ずるモーメント及び剪断力

強制振動によつて堤體に生ずるモーメントの時間的的最大値は (1) から次式で與へられる。

$$M = E \frac{m l}{12} z^3 \frac{d^2 X}{dz^2}$$

従來の方法による、重量に震度を掛けた水平地震力によつての堤底に於るモーメント  $M_0 l$  は次の如く表すことが出来る。

$$M_0 l = a_0 \omega^2 \frac{\rho}{g} \frac{m}{6} \cos^2 \theta l^3$$

この兩者の比をとれば、 $M_0 l$  を 1 とした場合の堤體の各高さに於るモーメントを表すことが出来る。

$$\frac{M}{M_0 l} = \frac{Eg}{\rho} \frac{\sec^2 \theta}{l^2 \omega^2} \frac{m^2}{2a_0} z^3 \frac{d^2 X}{dz^2}$$

地震動の週期を  $\frac{2\pi}{\omega} = T$  とおけば, (13), (7) を用ひて, この値は次の様になる.

$$\frac{M}{M_0 l} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \frac{m^2}{\alpha(k)a_0} z^3 \{b_0(b_2' + 6b_4'z^2 + 15b_6'z^4 + \dots) + b_1(3b_3'z + 10b_5'z^3 + 21b_7'z^5 + \dots)\} \dots \dots \dots (14)$$

同様にして強制振動によつて生ずる剪断力の時間的的最大値  $S$  は (3) を用ひて次の如くなる.

$$S = \frac{\sec \theta}{l} \frac{dM}{dz} + \frac{\rho}{g} \frac{m^3}{12} \cos \theta \bar{\omega}^2 l^2 z^3 \frac{dX}{dz}$$

従来の方法による堤底の剪断力  $S_0 l$  は

$$S_0 l = a_0 \omega^2 \frac{\rho}{g} \frac{m}{2} \cos \theta l^2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{S}{S_0 l} &= \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \frac{m^2}{\alpha(k)a_0} z^3 \{b_0(b_2' + 10b_4'z^2 + 35b_6'z^4 + 84b_8'z^6 + \dots) \\ &\quad + b_1(4b_3'z + 20b_5'z^3 + 56b_7'z^5 + \dots)\} \\ &\quad + \frac{m^2}{6a_0} z^3 \{b_0(2b_2'z + 4b_4'z^3 + 6b_6'z^5 + \dots) \\ &\quad + b_1(1 + 3b_3'z^2 + 5b_5'z^4 + 7b_7'z^6 + \dots)\} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

(14), (15) 兩式からモーメント及び剪断力の分布の状態と, 従来 of 計算法によるそれらの値との比を知る事が出来るのである.

5) 数 値 計 算

以上の結果を具體的に明にする爲に一例として  $\tan \beta = 0.82$ ,  $\tan \gamma = 0.1$  なる場合の数値計算の結果を示さう. 圖-1 に於る  $\theta, m$  の値と  $k$  の値は次の様になる.

$$\theta = 19^\circ 48'$$

$$m = 0.865$$

$$k = 16.042$$

表-1

	$T_0/T=0.3$	0.5	1.2	1.5	2.0
$b_2'$	+ 0.18625	+ 0.51735	+ 2.97996	+ 4.65619	+ 8.27767
$b_3'$	+ 0.02524	+ 0.07010	+ 0.40378	+ 0.63091	+ 1.12161
$b_4'$	+ 0.00087	+ 0.00671	+ 0.22259	+ 0.54342	+ 1.71748
$b_5'$	+ 0.00001	+ 0.00005	+ 0.00150	+ 0.00382	+ 0.01206
$b_6'$		- 0.00002	- 0.00313	- 0.01195	- 0.06717
$b_7'$			- 0.00003	- 0.00011	- 0.00060
$b_8'$			+ 0.00006	+ 0.00033	+ 0.00330
$b_0/a_0$	+ 1.20657	+ 1.70729	- 7.73075	- 4.48652	- 5.27595
$b_1/a_0$	- 0.42159	- 1.49696	+ 23.81334	+ 17.53584	+ 27.50631

この値を(13)に代入して第一次振動に対する  $\alpha(k)$  を求めると 1.548 を得る. 次に(9)に於

表-2  $M/M_0$

$z$	$T_0/T$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
2	0	-0.045	-0.155	-0.071	+0.279	
1.5	0	-0.045	-0.208	-0.328	-0.176	
1.2	0	-0.086	-0.463	-0.983	-1.269	
0.5	0	+0.024	+0.180	+0.559	+1.230	
0.3	0	+0.018	+0.141	+0.463	+1.069	
$M_0z/M_0l$	0	+0.0156	+0.125	+0.422	+1.000	

表-3  $S/S_0$

$z$	$T_0/T$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
2	0	-0.123	-0.052	-0.269	+0.697	
1.5	0	-0.134	-0.182	+0.033	+0.456	
1.2	0	-0.277	-0.557	-0.482	-0.092	
0.5	0	+0.093	+0.328	+0.659	+1.112	
0.3	0	+0.071	+0.273	+0.598	+1.034	
$S_0z/S_0l$	0	+0.0625	+0.250	+0.5625	+1.250	

$$\frac{B}{A} = \alpha(k) \left( \frac{T_0}{T} \right)^2$$

なる関係を用ひ,  $\frac{T_0}{T}$  の値を變化せしめて表-1 を得る.

表-1 の値を(14),(15)式に代入して表-2, 表-3 を得る.

こゝに  $M_{0z}$ ,  $S_{0z}$  は夫々従來の方法による  $z$  區點のモーメント, 剪斷力を表す.

この結果を圖示すれば圖-4,5 となる.

### 3. 重力堰堤の剪斷振動

#### 1) 自己振動週期

剪斷振動に關しては, 既に解が得られてゐる

圖-6 の如く座標をとれば微分方程式は次の如

く與へられる.

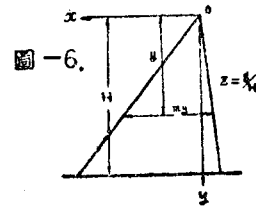


圖-6

$$\frac{\rho}{g} m y \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = G m y \frac{\partial^2 x}{\partial y^2} + G m \frac{\partial x}{\partial y} \dots \dots \dots (16)$$

$x = X(y) \sin \omega_0 t$  とおけば

$$\frac{d^2 X}{dy^2} + \frac{1}{y} \frac{dX}{dy} + \frac{Gg}{\rho} \omega_0^2 X = 0 \dots \dots (17)$$

$$\therefore X = A J_0 \left( \sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \omega_0 y \right) \dots \dots (18)$$

$y = H$  に於て  $X = 0$  とおけば

$$\omega_0 = 2.4048 \sqrt{\frac{Gg}{\rho}} \frac{1}{H}$$

圖-4.

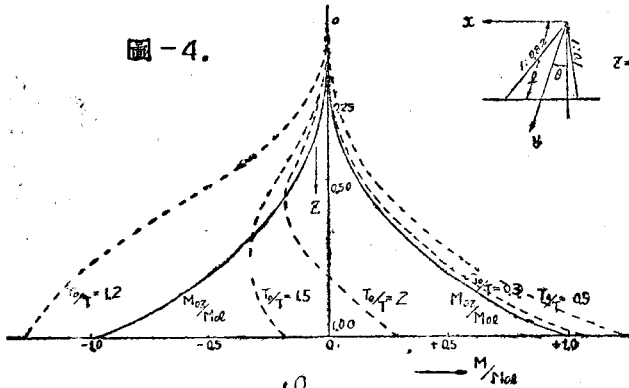
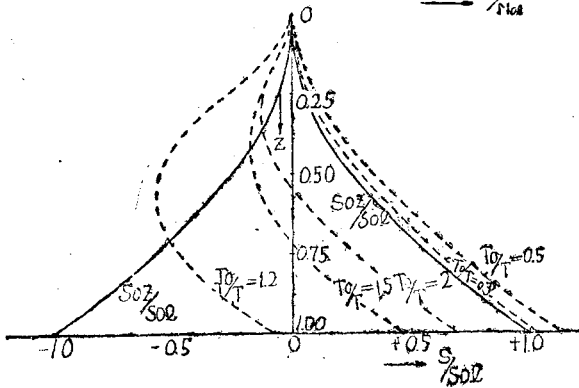


圖-5



$$\therefore T_0 = \frac{2\pi}{2.4048} H \sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \dots\dots\dots (19)$$

2) 強制振動によつて生ずる剪断力.

地震動を前と同じく

$y=H$  に於て  $x=a_0 \sin \omega t$  とすれば, (18) から

$$X = a_0 \frac{J_0\left(\sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \omega y\right)}{J_0\left(\sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \omega H\right)} \dots\dots\dots (20)$$

振動による剪断力の時間的的最大値  $S$  は,

$$S = -G \frac{dX}{dy} m y = a_0 m G \sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \omega \frac{J_1\left(\sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \omega y\right)}{J_0\left(\sqrt{\frac{\rho}{Gg}} \omega H\right)} y$$

従来の計算法による水平地震力によつての堤底に於る剪断力  $S_0 l$  は次の如く表される.

$$S_0 l = a_0 \omega^2 \frac{\rho}{g} \frac{m}{2} H^2$$

$$\therefore \frac{S}{S_0 l} = \frac{1}{1.2024} \frac{y}{H} \frac{T}{T_0} \frac{J_1\left(2.4048 \frac{T_0}{T} \frac{y}{H}\right)}{J_0\left(2.4048 \frac{T_0}{T}\right)} \dots\dots\dots (21)$$

表-4  $S/S_0 l$

$z=y/H$	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$T_0/T$					
2	0	-0.218	-0.454	-0.120	+0.526
1.5	0	-0.143	-0.411	-0.523	-0.123
1.2	0	-0.265	-0.862	-1.323	-1.191
0.5	0	+0.092	+0.355	+0.755	+1.235
0.3	0	+0.071	+0.281	+0.619	+1.069
$S_0 z/S_0 l$	0	+0.0625	+0.250	+0.5625	+1.000

3) 数値計算

(21) を用ひて  $T_0/T$  の變化による剪断力變化を調べると表-4 の如くなる. これを圖示すれば圖-7 となる.

4. 結 言

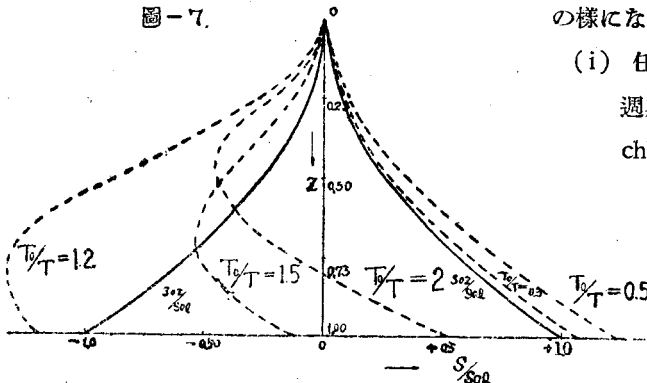
以上によつて明になつた點を要約すれば次の様になる.

(i) 任意の基本三角形に於る 屈曲振動の週期は (13) 式の形で求められる. Kirchhoff の求めた週期を  $T_{0k}$  で表すと

$$T_{0k} = \frac{4\pi}{5.315} \frac{h^2}{b} \sqrt{\frac{3\rho}{Eg}}$$

ここに  $h$  は二等邊三角錐の高さ,  $b$  は底長である. この式は  $h$  に対して  $b$  が充分小さいとして回轉

圖-7.



惰性の項を省略した解である. 筆者の求めた解と比較するに,



$$\cos\theta=1, \quad h=l \cos\theta=l, \quad b=ml$$

とおけば、

$$\frac{T_0}{T_{0z}} = \frac{5.315 m}{2\sqrt{3}\alpha(k)}$$

前述計算例の結果を用ひ  $m=0.865$ ,  $\alpha(k)=1.548$  とすれば  $\frac{T_0}{T_{0z}}=1.07$  となる。即ち回轉性を考慮に入れれば週期は 7% 増大することになる。基礎岩盤の變形を考慮に入れればこの値は更に増大するであらう。

(ii) 屈曲振動に於る振動型  $X$  の値は、表-1 に明な如く、 $T_0/T$  が小になるにつれて  $a_0$  の値に近づいて行く。即ち剛振動に近くなる。

(iii) 屈曲振動によつて生ずるモーメントの値は圖-4 に明な如く、 $T_0/T < 1$  の時は、この値が小になるにつれて剛振動として取扱つた場合のモーメントに近づいて行く。逆に  $T_0/T > 1$  の時は、この値が 1.2 の時に剛振動に於る値よりやゝ大であるが、次第に最大モーメントの生ずる點が堤底より上方に移つて行くと同時に、最大モーメントの値は剛振動に於る値より小となつて行く。 $T_0/T$  の値が更に大となれば  $M/M_0$  曲線は  $z$  軸に近づいてその左右に小さく振動する事が豫想される。即ち地震動期が堰堤の自己振動週期に比し充分小さい時は、振動は堤體内部に吸収されて微小振動を起すに過ぎない事になる。剪斷力に就ても圖-5 から同様の事が言はれる。

(iv) 剪斷振動によつて生ずる剪斷力の値は圖-7 に見る如く屈曲振動の場合と略々同様の傾向を示してゐる。

モーメント、剪斷力の分布が下部に小さく上部に大きい場合を考へるに、堰堤内部應力は上部に於て下部に比し小であるから、全體として斷面を小にしても應力が平均化されてよい結果になる事が豫想される。

以上要するに堰堤地點に於る地震動週期が從來考へられてゐる 1 秒程度のものでなく、極端に小さいものであるならば、地震力による影響は從來の取扱ひ方と異なるべきものであると云へよう。この意味に於て、堰堤地點に於る地震動週期測定のを筆者は提唱するものである。

尚以上の議論を將來更に發展せしむべき一二の點に就き考察する。

(i) 地震動の週期は、その卓越週期を中心として左右に幅がある。石本、萩原教授によれば、岩磐地帯では軟弱地盤に比し、その幅が非常に小範圍に止ると云ふ。然し堰堤の高さによつてはその自己振動週期が、地震動週期に一致する點も考へられる。上述の簡単な計算では、この場合には共振してしふ。かゝる場合に對しては、故妹澤教授が研究された様に、振動のエネルギーが基礎を通じて地中に散逸することにより、振幅は小となつて危際の度が非常に減少するものと思はれる。即ち共振に關してはエネルギー散逸の觀點から考へねばならぬであらう。

(ii) 水壓の作用してゐる場合は、やゝ複雑となつて來る。特に從來用ひられてゐる Westergaard 氏の動水壓理論式は種々なる難點を含んでゐる様である。これに關しては次の機會に述べ

るつもりである。(—未完—)

## 土のような塑性材料の變形と 破壊についての基礎理論

正 員 工 博 星 和 \*

Fundamental Theory on the Deformation and Destruction of  
plastic Materials as Soil

By Kazu, Hoshino, Dr. Engr., Member.

**要旨** 材料力學に廣く適用される弾性理論は土のような塑性材料には全く無力と云つてよく、破壊の現象はまた理論的にうまく説明されてゐない。一方塑性變形並びに破壊の實驗的事實はかなり明かになつてきてゐる。著者は土塊中の歪エネルギー量が變形並びに破壊に密接な關係を持つとの豫想から適當な假定の下に弾性限度を越へた塑性變形及び破壊の新理論を組立て、基本的關係を導き、各種應力條件の下で應力—歪曲線、破壊應力等を求め、モールの圓の包絡線を決定し、粘着力、内部摩擦角の意義を明かにした。

### 目 次

- I. 土塊の塑性變形及び破壊. II. 假定した條件と基本的諸關係の誘導.  
III. 應力又は歪の基本條件が與へられた場合に於ける應力と歪との關係と破壊時の應力と歪の位.  
IV. モールの圓の包絡線. V. 要 約

### I. 土塊の塑性變形及び破壊

外力が働くと、土塊は少しづつ變形を増し、遂には破壊するようになるが、破壊が起るのは引張り應力又は剪應力が起つてゐる時に限られる。締固められる場合には土塊は漸次固化して緻密となり、變形しにくくなり且破壊強度も大きくなる。従つて土塊はほとんど或ひは全く弾性を示さない塑性材料として取扱はれなければならない。

塑性材料の變形理論についての研究は餘り進んでゐないため、將來發展すべき餘地が廣く殘されており、土質力學に應用するのに適當と認められる理論は未だ組立てられるに至つてゐない。

著者はここに土のような塑性材料の變形並びに破壊を説明する一つの新しい理論を提出する。この理論は材料の塑性變形並びに破壊がその中に蓄えられてゐるエネルギー量に密接な關係を持つてゐるとの豫想から出發したものである。

\* 東京大學第二工學部助教授