I—10　地震力による橋梁下部構造断面力の実用算定法について

京都大学工学部　正員　後藤尚男

1. 概要

地震力に対する橋梁下部構造の断面力の算定に当っては，従来からほとんど例外なく下部構造の全区間各部に一様分布の震度 k_0 を作用させる，いわゆる物部博士による静的な計算法が慣用されてきた。これに対して本研究では振動効果を合理的に取り入れ，しかもこうした動的計算値を直接静的に算出できる，実用計算法を考案したものである。ここでまず地盤の水平反力 $p(x)$ は現行どおりの2次曲線分布を採用し，かつ下部構造の変位曲線は実質上剛体変位の $\eta(x)$ とみなす。しからば振動変位は $y(x,t)=\eta(x)\cdot q(t)$ で表わされるので，response $q(t)$ の最大値を静計算値に対する振動比率係数 $(1+D)$ として算定する。一方振動曲線の形状 $\eta(x)$ は振動学上妥当であると確認される，$\eta(x)$ に正比例した構造震度 $k(x)$ を作用させて算出する。かくして地盤震度 k_0 で決定できる $k(x)$ から作用地震力 $k(x)\cdot w_a$ が決まるので，これと地盤反力 $p(x)$ とを外力にとって，曲げモーメント $M(x)$ と剪断力 $S(x)$ とを算定するという方法をとった（w_a：下部構造単位長さ当りの重量）。

2. 構造震度 $k(x)$ の決定

$k(x)$ は地盤面 $x=0$ で $k(x)=k'$，下部構造の回転中心 $x=d_0$ で $k(x)=0$ という直線分布で決まるが，この k' と d_0 とは結局次式で算出される。

$$k'=\frac{\frac{1}{2}(\eta'_A+\eta'_B)W_1+\frac{1}{2}(\eta'_B+\eta'_C)W_2+\eta'_C W}{\frac{b_1K_Ad}{12}(3\eta'^2_A+2\eta'_A\eta'_B+\eta'^2_B)}k_0\quad,\quad d_0=\frac{\eta'_B\,d}{\eta'_B-\eta'_A}\quad\cdots\cdots(1)$$

上式中の η'_A，η'_B，η'_C はそれぞれ $k'=1.0$ のときの下部構造最下端A，地盤面B，頂部Cにおける変位 $\eta(x)$ で，これらは次の式(2)として与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\eta'_B=\frac{-\left\{(\beta_1-\delta_1)\frac{d}{2}-2\beta_2+\delta_2\right\}\pm\sqrt{\left\{(\beta_1-\delta_1)\frac{d}{2}-2\beta_2+\delta_2\right\}^2+2d(\beta_1\delta_2-\beta_2\delta_1)}}{b_1K_Ad^3/6}\ ,\ \eta'_A=-\frac{\alpha_1\eta'_B+\beta_1}{\gamma_1\eta'_B+\delta_1}\eta'_B\ ,\ \eta'_C=(\eta'_B-\eta'_A)\frac{h}{d}+\eta'_B,\\&\text{ここに，}\ \alpha_1=-\frac{b_1K_Ad^2}{6},\ \beta_1=W(h+d)+\frac{1}{2}W_2(h+2d)+\frac{1}{2}W_1d,\ \beta_2=W(h+d)^2-\frac{1}{6}W_2(h^2+6hd+6d^2)+\frac{1}{3}W_1d^2,\\&\gamma_1=-\frac{b_1K_Ad^2}{3},\ \delta_1=-Wh-\frac{1}{2}W_2h+\frac{1}{2}W_1d;\quad \delta_2=-Wh(h+d)-\frac{1}{6}W_2h(h+3d)+\frac{1}{6}W_1d^2.\end{aligned}\right\}\cdots(2)$$

式(1)及び式(2)において，W，W_2，W_1：下部構造頂部に作用する上部構造の重量，橋脚地上部の全重量，井筒根入部の全重量，h，d：橋脚地上部の高さ及び橋脚根入部（井筒）の長さ，b_1，K_A：井筒の奥行幅（長径）及び井筒最下端における地盤係数値。

3. 構造震度 $k(x)$ による静的な曲げモーメント M と剪断力 S との算出

式(1)から決定される $k(x)$ に下部構造各点の自重を乗じた地震力を作用させて算出した M_x と S_x との結果のみをかけば次式となる。

$$M_x=k'\left[W\frac{\eta'_C}{\eta'_B}(h+x)+\frac{1}{6}W_2\left\{(1+2\frac{\eta'_C}{\eta'_B})h+3(1+\frac{\eta'_C}{\eta'_B})x\right\}+W_1\left\{1-\frac{1}{3}(1-\frac{\eta'_A}{\eta'_B})\frac{x}{d}\right\}\frac{x^2}{2}\right]-\frac{2}{3}b_1p_1\left(1-\frac{1}{2}\frac{x}{d_0}\right)\frac{x^3}{d_0}\quad\cdots\cdots(3)$$

$$S_x = k'\left[W\frac{\eta_C'}{\eta_B'} + \frac{1}{2}W_2\left(1-\frac{\eta_C'}{\eta_B'}\right) + \frac{1}{2}W_1\left\{2-\left(1-\frac{\eta_A'}{\eta_B'}\right)\frac{x}{d}\right\}\frac{x}{d}\right] - 4b_1p_1\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\frac{x}{d_0}\right)\frac{x^2}{d_0} \quad \text{------(4)}$$

ただしここで p_1 は２次曲線反力土圧の極大値で，次式のとおり与えられている。

$$p_1 = \frac{d_0}{2d}k'K_A\left\{\eta_B' + \frac{d_0}{2d}(\eta_A' - \eta_B')\right\}$$ ，各記号は式(1), (2) 参照。 ------(4′)

4. 振動効果実用算定値 (1+D)，(1+Dd) の導入

橋梁下部構造をその頂部 C において１自由度系に等価的に換算し，これに設計地動 $e \times \cos pt$ を作用させたときの response $g(t)$ からその最大値を求め，これより静計算値に乗ずべき振動比率係数 (1+D)，及びこれに若干の危険率を許容した場合の (1+Dd) の両者については，著者がすでに報告している（土木学会論文集第32号，昭.31.3）。しかして各種の資料をもととして検討したところ，橋梁下部構造の固有周期 T_n と地震周期 T_p との比 T_p/T_n は，実際上 2～5 を採用すべきことがわかった。したがって著者の研究結果から $T_p/T_n = 2\sim5$ に対して，$(1+D_d) \cong 1.10\sim1.30$ がえられる（ただし対数減衰率 0.3～1.2，危険率 10 %）。これより動的な計算値は式(3)，式(4) に (1+Dd) を乗ずればよいので次式がえられる。

$$\left.\begin{array}{ll} M_{xd} = (1+D_d)M_x = (1.10\sim1.30)M_x \cong 1.20\,M_x, & M_x：式(3), \\ S_{xd} = (1+D_d)S_x = (1.10\sim1.30)S_x \cong 1.20\,S_x, & S_x：式(4) \end{array}\right\} \quad \text{------(5)}$$

5. 橋梁上下部構造全体としての検討

橋梁下部構造を上記 4. のように頂部 C において，バネ係数 k_c と静的な作用地震力 k_0W_c' とで表示する。この場合 k_c は橋脚，井筒及び基礎地盤の弾性をすべて考慮した全バネ係数であり，k_0W_c' は上部構造及び橋脚，井筒に作用する全静的地震力を，橋脚頂部 C に等価的に換算した値である。次に橋桁はその長さ方向に伸縮する部材と考えて，そのバネ係数を k_g とする。しからば k_0W_c'，k_c，k_g からなる力学的なモデルがえられる。これから各下部構造を完全な単体と仮定した場合の，地震力による頂部 C の水平変位を η_{r0} とし，一方上記のようにモデル表示された，橋梁全体としての水平変位を η_{cr} とする。しからば $\eta_{cr}/\eta_{r0} = \alpha_r$ は橋梁全体としての修正係数となる。したがって橋梁全体を対象とする場合は，

$$M_{xs} = \alpha_r M_x, \quad S_{xs} = \alpha_r S_x \text{，ここに } M_x, S_x：式(3, 4) \quad \text{------(6)}$$

となる。更に便宜上 4. の (1+Dd) をそのまま適用するときは，次式がかける。

$$M_{xsd} = (1+D_d)\alpha_r M_x \cong 1.20\alpha_r M_x, \quad S_{xsd} = (1+D_d)\alpha_r S_x \cong 1.20\,\alpha_r S_x \quad \text{------(7)}$$

6. 数値計算適用例

九頭龍橋梁第３号橋脚を対象として，計算した１例を右表に示した。これより現行の物部博士による計算法は M, S の最大値に対して，約 30 % 程度の危険側の結果を与えているということを,指摘することができるわけである。

慣用計算法に対する M, S 最大値の比較

	式	M_m	S_m	備考
慣用計算法	物部式	100	100	(k_0= 0.20)
著者の計算法の慣用計算法に対する比率(%)	式 (3, 4)	116.0	106.8	(k'= 0.144)
	式 (5)	162.8	148.2	$(1+D_d)=1.40$
	式 (7)	123.1	112.1	$\alpha = 0.76$
	(5), (7)の平均	約 140	約 130	