

土木学会第1回年次学術講演會講演

(橋梁及一般構造物之部 No. 3)

鉄筋コンクリート無鉸拱の經濟的並に耐震的設計

(Economic and Earthquake-Resisting Design of Reinforced Concrete Arches.)

會員 大 野 博*

鉄筋コンクリート無鉸拱の經濟的設計に就ては種々の方法が行はれてゐるが、何れにしても、2, 3 の比較設計によることは最も適確にして實際的な方法である。比較設計を行ふに際しては適當なる拱軸線形と断面の変化とを假定して比較的簡便なる方法によることが便である。

本文は各種の拱形及断面の変化を假定して、不静定量の影響線其の他設計に必要な表を作製して此の目的に使用し、併せて耐震的設計に資せんとするものである。

通常用ひられる無鉸拱は對稱なる場合多く、對稱無鉸拱に鉛直荷重の作用する場合の影響線等の表は Strassner Whitney, Kögler, Manning, Melan 等の諸氏により公にせられたものもあるが、地震を考慮する場合の如き水平力に對しての計算表は未だ之を見ない。

1. 拱 軸 線

拱軸線は通常死荷重又は死荷重と 1/2 活荷重とを滿載せる場合の圧力線を用ひられる事が多い。而して之等は近似的に 4 次拋物線形に導き得るのみならず、一般 4 次拋物線を以て相當多様の拱形を與へることが出来る。故に茲に次の拱軸線を假定した。但し原點を拱頂にとり、支間を l 、拱矢を f とし、 α は拱軸線の形を定める係數である。

$$y = f \left\{ \alpha \left(\frac{2x}{l} \right)^2 + (1 - \alpha) \left(\frac{2x}{l} \right)^4 \right\}$$

2. 断面の変化

拱軸を含む鉛直面内にある力又はモーメントを受ける場合の計算に於て、断面の慣性モーメント I の分布に關しては Max. Ritter の假定に従ひ次の式を用ひた。但し I_0 は拱頂の慣性モーメント、 φ は拱軸の接線が水平と爲す角、 β_1 は断面の変化を定める係數である。

$$I = \frac{I_0 \sec \varphi}{1 - \beta_1 (2x/l)^2}$$

次に横方向に作用する水平力及モーメントに對する計算に於て、断面の慣性モーメント I は β_2 を適當に決定することにより、

$$I = \frac{I_0' \cos \varphi}{1 - \beta_2 (2x/l)^2}$$

を以て表され、振りの係數に就ても δ を適當に定めれば次式を以て表される。

$$v = \frac{EI'}{GJ} = v_c \left\{ 1 - \delta \left(\frac{2x}{l} \right)^2 \right\}$$

* 内務技師 工学士 内務省佐賀國道改良事務所勤務 (講演せず)

3. 鉛直面内に作用する力又はモーメントを受ける場合の不静定量

図-1 に示す如く $x' = \lambda(l/2)$ なる點に鉛直荷重 $P=1$, 水平荷重 $Q=1$, モーメント $M_e=1$ が作用するものとして、夫々の場合に對し不静定量の影響線式を求め之等の縦距を計算した。但し弾性重心 G を求める c の値は次式で計算せられる。

$$c = \frac{\alpha \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \beta_1 \right) + (1-\alpha) \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \beta_1 \right)}{\left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right)}$$

鉛直荷重

$$X_1 = \frac{\left[\left\{ -c \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \beta_1 \right) + \alpha \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \beta_1 \right) + (1-\alpha) \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \beta_1 \right) \right\} - \frac{1}{2} c \lambda^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{12} (\alpha + c \beta_1) \lambda^4 + \frac{1}{30} \{ (1-\alpha) - \alpha \beta_1 \} \lambda^6 - \frac{1}{56} (1-\alpha) \beta_1 \lambda^8 \right]}{4 \left\{ \alpha^2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \beta_1 \right) + 2\alpha(1-\alpha) \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \beta_1 \right) + (1-\alpha)^2 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \beta_1 \right) - c^2 \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right) \right\}} \cdot \frac{l}{f}$$

$$X_2 = \frac{1}{2} \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \beta_1 \right) \lambda - \frac{1}{6} \lambda^3 + \frac{1}{20} \beta_1 \lambda^5}{2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \beta_1 \right)}$$

$$X_3 = \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \beta_1 \right) - \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right) \lambda + \frac{1}{2} \lambda^2 - \frac{1}{12} \beta_1 \lambda^4}{4 \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right)} \cdot l$$

水平荷重

$$X_1 = \frac{1}{2} \frac{\left[\frac{1}{3} c \alpha \lambda^3 - \left\{ \frac{1}{15} \alpha^2 + \frac{1}{15} c \alpha \beta_1 - \frac{2}{5} c (1-\alpha) \right\} \lambda^5 - \left\{ -\frac{1}{35} \alpha^2 \beta_1 + \frac{13}{105} \alpha (1-\alpha) \right\} \right. \\ \left. + \frac{2}{21} c (1-\alpha) \beta_1 \right] \lambda^7 - \left\{ \frac{2}{45} (1-\alpha)^2 - \frac{19}{315} \alpha (1-\alpha) \beta_1 \right\} \lambda^9 + \frac{2}{77} (1-\alpha)^2 \beta_1 \lambda^{11}}{\alpha^2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \beta_1 \right) + 2\alpha(1-\alpha) \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \beta_1 \right) + (1-\alpha)^2 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \beta_1 \right) - c^2 \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right)}$$

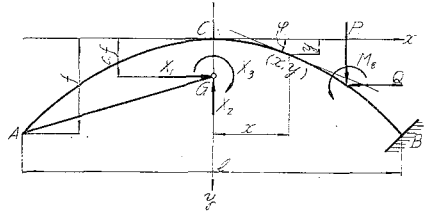
$$X_2 = \frac{\left[\left\{ \alpha \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \beta_1 \right) + (1-\alpha) \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{8} \beta_1 \right) \right\} - \alpha \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \beta_1 \right) \lambda^2 + \left\{ \frac{1}{4} \alpha \right. \right. \\ \left. \left. - (1-\alpha) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \beta_1 \right) \right\} \lambda^4 - \left\{ \frac{1}{12} \alpha \beta_1 - \frac{1}{3} (1-\alpha) \right\} \lambda^6 - \frac{1}{8} (1-\alpha) \beta_1 \lambda^8 \right]}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \beta_1} \cdot \frac{f}{l}$$

$$X_3 = \frac{\left[\left\{ \alpha \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \beta_1 \right) + (1-\alpha) \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \beta_1 \right) \right\} - \alpha \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right) \lambda^2 + \frac{2}{3} \alpha \lambda^3 \right. \\ \left. - (1-\alpha) \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right) \lambda^4 + \left\{ \frac{4}{5} (1-\alpha) - \frac{2}{15} \alpha \beta_1 \right\} \lambda^6 - \frac{1}{21} (1-\alpha) \beta_1 \lambda^8 \right]}{2 \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right)} \cdot f$$

モーメント

$$X_1 = \frac{c \lambda - \frac{1}{3} (\alpha + c \beta_1) \lambda^3 + \frac{1}{5} \{ \alpha \beta_1 - (1-\alpha) \} \lambda^5 + \frac{1}{7} (1-\alpha) \beta_1 \lambda^7}{2 \left\{ \alpha^2 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \beta_1 \right) + 2\alpha(1-\alpha) \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \beta_1 \right) + (1-\alpha)^2 \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11} \beta_1 \right) - c^2 \left(1 - \frac{1}{3} \beta_1 \right) \right\}} \cdot \frac{l}{f}$$

図-1.



$$X_2 = \frac{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\beta_1\right) - \frac{1}{2}\lambda^2 + \frac{1}{4}\beta_1\lambda^4}{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\beta_1} \cdot \frac{1}{l}, \quad X_3 = \frac{1}{2} - \frac{\lambda - \frac{1}{3}\beta_1\lambda^3}{2\left(1 - \frac{1}{3}\beta_1\right)}$$

4. 水平横荷重及モーメントを受ける場合の不静定量

拱軸線外に作用する水平横荷重は之を拱軸線上に作用する水平横荷重とモーメントとに分けて考へることが出来る。

図-2 の如く G に作用する不静定量 X_4, X_5, X_6 を考へる。(図中 \circ 印は紙の裏より表へ、 \bullet 印は表より裏へ向つて作用する力、 \rightarrow 印は矢に向つて右廻りのモーメントを示すものとする)。

$$\text{今 } f(\varphi) = \cos^2\varphi + \nu \sin^2\varphi, \quad g(\varphi) = \sin^2\varphi + \nu \cos^2\varphi$$

$$h(\varphi) = (1-\nu) \sin\varphi \cos\varphi$$

$$\nu = \frac{EI'}{GJ}, \quad \frac{ds}{l} = d\varphi$$

$$A(f) = \int f(\varphi)dw, \quad A(g) = \int g(\varphi)dw,$$

$$A(h) = \int h(\varphi)dw$$

$$G_y(f) = \int x f(\varphi)dw, \quad G_x(h) = \int x h(\varphi)dw.$$

$$G_x(g) = \int y g(\varphi)dw, \quad G_y(h) = \int y h(\varphi)dw$$

$$I_{xy}(h) = \int xy h(\varphi)dw, \quad I_y(f) = \int x^2 f(\varphi)dw, \quad I_x(g) = \int y^2 g(\varphi)dw$$

とし、 $[A(f)]_A^B, [G(f)]_A^B$ 等を以て此の定積分を表はすものとする。

G の位置を

$$y_c = \frac{[G_y(h) + G_x(g)]_A^B}{[A(g)]_A^B}$$

なる様に定めれば不静定量は次の様になる。

拱軸線上の水平横荷重

$$X_4 = \frac{[G_y(f) + G_x(h) - x' A(f) - y' A(h)]_D^B}{[A(f)]_A^B}$$

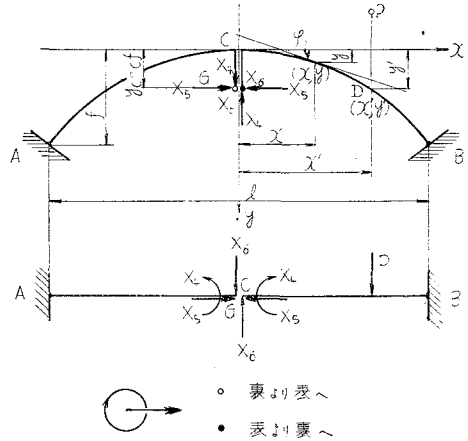
$$X_5 = \frac{-[G_y(h) + G_x(g) - x' A(h) - y' A(g)]_D^B}{[A(g)]_A^B}$$

$$X_6 = \frac{\left\{ [I_y(f) + I_x(g) + 2I_{xy}(h) - x' \{G_y(f) + G_x(h)\} - y' \{G_y(h) + G_x(g)\}] - y_c \{G_y(h) + G_x(g) - x' A(h) - y' A(g)\} \right\}_D^B}{[I_y(f) + I_x(g) + 2I_{xy}(h) - y_c^2 A(g)]_A^B}$$

水平軸の周りのモーメント

$$X_4 = \frac{[A(h)]_D^B}{[A(f)]_A^B}, \quad X_5 = \frac{-[A(g)]_D^B}{[A(g)]_A^B}$$

図-2.



$$X_6 = \frac{[G_y(h) + G_x(g) - y_c A(g)]_D^B}{[I_y(f) + I_x(g) + 2I_{xy}(h) - y_c^2 A(g)]_A^B}$$

鉛直軸の周りのモーメント

$$X_4 = \frac{-[A(f)]_D^B}{[A(f)]_A^B}, \quad X_5 = \frac{[A(h)]_D^B}{[A(g)]_A^B}$$

$$X_6 = \frac{-[G_y(f) + G_x(h) - y_c A(h)]_D^B}{[I_y(f) + I_x(g) + 2I_{xy}(h) - y_c^2 A(g)]_A^B}$$

5. 諸 表

以上の假定並に式に因り諸表を作製した。其の主なるものは次の如し(表及図表の掲載を省略す。詳細は内務省土木験試所報告第 28 號及第 34 號参照)。

(1) **鉛直面内の力作用する場合** 鉛直荷重, 水平荷重, モーメントの作用する場合につき夫々水平反力, 鉛直反力, 不静定モーメント, 起拱點曲げモーメント, 1/4 點曲げモーメント及拱頂曲げモーメントの影響線。

鉛直對稱荷重, 水平對稱荷重, 對稱モーメント及鉛直等布部分荷重による反力及曲げモーメント。

(以上何れも $\alpha=1.0, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3$, $\beta=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.75, 0.8, 0.85, 0.9$ の場合)。

(2) **横荷重の作用する場合** 影響線計算に必要な諸數値, 對稱荷重を受ける場合の拱頂曲げモーメント計算に必要な諸數値等。