

(3) Limit Analysis による異方性、不均質な斜面における限界地震加速度係数の評価について

弘大教養専 正祭の澤田知之 北海道大学 正祭 能町純雄 パロドゥ大学 W.F.Chen

1. まえがき

地震時における地盤の急激な動きは、横方向の大きな慣性力を伴い、この影響を受けて斜面の安定は著しく減少するものと考えられる。本論では、斜面が異方性粘着力を有し(図-1 c)且つ、深さ方向に直線的に変化する不均質性を有するものとし(図-1 b)、極限解析の上限界法を用いて、すべり土塊部分の運動による仕事率と、すべり面に沿う粘着抵抗が等しいと置くことにより、限界地震加速度係数を求めるものである。この際に、限界地震加速度係数は、多変数の関数として表わされ、これを制約条件付き最適化問題として扱った。

今回は、本解析法の妥当性を確かめ、又異方性及び各不均質モデル(図-2)における斜面で、斜面の形(斜面角, 上部斜面角), 土の性質および上載荷重が限界加速度に与える影響を報告するものである。尚、崩壊形式は対数螺旋すべり面を仮定しており、土は完全塑性体であり、クーロンの破壊規準に従うものとしている。

2. 解析概要

上記の、不均質、異方性とは粘着力に関するもののみを言い深さ方向に粘着力が変化するいくつかの不均質モデルを図-2 に示している。一方、図-1 c に示すところの異方性とは、ある任意点に注目する時そこから方向によって粘着力が変化することを目指す。

いずれの場合も、見かけ上の内部摩擦角:  $\phi$  は一定とするものである。この土における粘着力:  $C$  は、Casagrande 等<sup>(1)</sup> (1941, 1953) や  $L_0$ <sup>(2)</sup> (1965) により鉛直方向とだけ傾く主応力の粘着力:  $C_i$  は次の如く示すことが出来る。

$$C_i = C_R + (C_V - C_R) \cdot \cos^2 i \quad (1)$$

ここで  $C_R$ : 水平方向粘着力  $C_V$ : 垂直方向粘着力

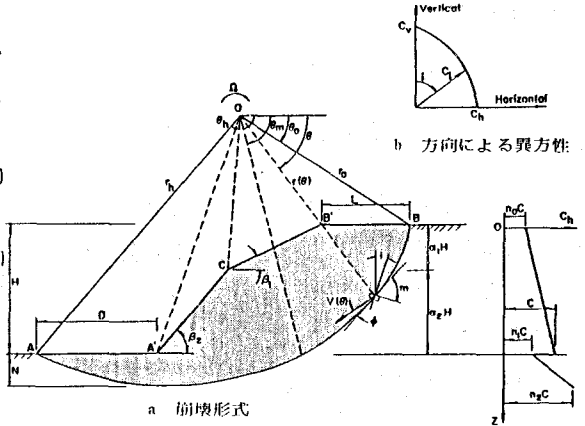


図-1 対数螺旋崩壊形式

c 深さによる不均質性

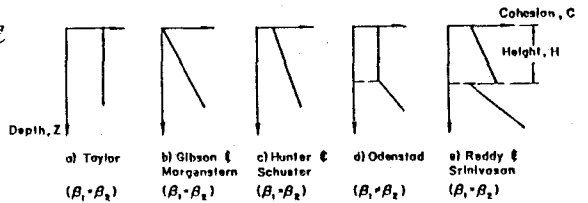


図-2 幾つかの不均質モデル

であり、異方性係数 (Anisotropy Factor) は、 $K$  で示され  $C_h/C_v$  で表わされる。又図-1 a) における  $m$  なる角度は、崩壊すべり面と、鉛直方向と異なる角度を成す最大粘着力に垂直な面との成す角であり、 $L_0$  の試験結果<sup>(2)</sup> によると、この角度は主応力の傾きとは独立であるとされている。 $\theta_m, \theta_R, \phi, i, m$  は次の関係を満足する。

$$\sin \theta_m \cdot e^{a_{out}\phi} = \sin \theta_R \cdot e^{\theta_{in}\phi} \quad (2)$$

$$i = \theta - \frac{\pi}{2} - \phi + m \quad (3)$$

図-1aに示す斜面において、すべり土塊(ABB'CAA)の自重、および慣性力による回転中心O点に関する仕事率を各々、 $\dot{W}$ ,  $\dot{W}'$ とする。この $\dot{W}$ ,  $\dot{W}'$ はOABOの点Oに関する仕事率から $\Delta OBB'$ ,  $\Delta OCB$ ,  $\Delta OAC$ ,  $\Delta OAA'$ によるものを差し引くことより得られ、次の様な形で表わされる。

$$\dot{W} = \gamma \Omega r_0^3 G_1(\theta_0, \theta_h, D\%_0) \quad (4)$$

$$\dot{W}' = K \gamma \Omega r_0^3 G_2(\theta_0, \theta_h, D\%_0) \quad (5)$$

ここに、 $\gamma$ は土の単位体積重量であり、 $\Omega$ はO点回りのすべり回転角速度である。又、同様に上載荷重Pおよびその慣性力 $\times KP$ による仕事率を各々 $\dot{W}_s$ ,  $\dot{W}'_s$ とすると、

$$\dot{W}_s = P r_0^2 \Omega \cdot G_3(\theta_0, \theta_h, D\%_0) \quad (6)$$

$$\dot{W}'_s = X K P r_0^2 \Omega \cdot G_4(\theta_0, \theta_h, D\%_0) \quad (7)$$

ここに、Pは等分布上載荷重強度であり、XはPに対する加速度係数Kの低減率である。一方、すべり面ABに沿った内部消散エネルギーは次の如く示される。

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \int_{\theta_0}^{\theta_h} (r d\theta \cos\phi) \cdot V \cos\phi \cdot C_i \\ &= \int_{\theta_0}^{\theta_h} (C_i)_I r_0 V_0 e^{2(\theta-\theta_0)\tan\phi} \cdot d\theta + \int_{\theta_h}^{\theta_0} (C_i)_II r_0 V_0 e^{2(\theta-\theta_0)\tan\phi} \cdot d\theta \\ &= C r_0^2 \Omega \cdot G_5(\theta_0, \theta_h, \theta_m, k) \quad (8) \end{aligned}$$

以上より、すべり土塊の回転中心回りに生じる土の自重、慣性力および上載荷重による仕事率(4)~(7)式の和と、すべり抵抗とも言うべき内部消散エネルギー(8式)を等しいと置くことにより地震加速度係数Kは次に示す(9)式の如く表わし得る。

$$\begin{aligned} K &= \frac{C \cdot G_5 - \gamma r_0 \cdot G_1 - P \cdot G_3}{\gamma r_0 \cdot G_2 + X P G_4} \\ &= F(\theta_0, \theta_h, D\%_0) \quad (9) \end{aligned}$$

この様に、Kは $\theta_0$ ,  $\theta_h$ ,  $D\%_0$ の三変数の関数であるから次の条件を満たす時に極小値を取り得る。

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_0} = 0 \quad (10) \quad \frac{\partial K}{\partial \theta_h} = 0 \quad (11) \quad \frac{\partial K}{\partial D\%_0} = 0 \quad (12)$$

故に、限界地震加速度係数 $K_c$ は次式に示す様に、最小の上限値として求められる。

$$K_c = \text{Min. } F(\theta_0, \theta_h, D\%_0) \quad (13)$$

### 3. 数値計算例 および考察

以上の解析方法により、次に幾つかの数値計算結果を示す。数値計算においては、非線形最適化問題として取り上げ、SUMT変換を行なった後、共役勾配法、及びB.F.G.S.手法により値を求めた。

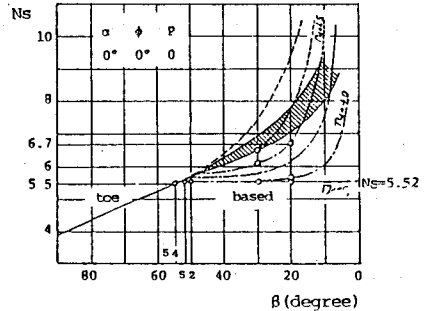


図-3 K=0の時のTaylorの図との比較(O印:本解析値)

表-1 従来の円弧すべり法との限界高さ(Hc)による比較

Slope Angle (Degree) $\beta$	Anisotropy Factor $k$	Curved Failure Surface		
		Limit :1 Equilibrium $\phi$ Circle*	Limit :2 Analysis Log Spiral	ratio of 1 / 2
70	1.0	69.25	72.10	0.961
	0.9	68.25	72.06	0.947
	0.8	67.25	70.77	0.950
	0.7	66.25	70.40	0.941
	0.6	65.25	70.20	0.930
50	0.5	62.50	68.68	0.910
	1.0	94.50	103.70	0.911
	0.9	91.50	100.50	0.911
	0.8	89.00	98.00	0.908
	0.7	86.25	95.40	0.904
30	0.6	82.75	92.40	0.896
	0.5	79.25	89.50	0.886
	1.0	137.50	135.50	1.015
	0.9	--	--	--
	0.8	125.00	127.00	0.984
30	0.7	--	--	--
	0.6	--	--	--
	0.5	104.50	114.00	0.917

\*Lo (1965)

図-3 及び表-1 は本解析の妥当性を示すための計算結果であり、図-3 は  $K=1.0$  (等方性) と置いた時、Terzaghi (1948) の安定係数と  $\beta$  の関係図における本解析の値であり、 $K=0$  つまり静的解析における安全率 1 なる所を決定したものである。(図中  $\circ$  印)

表-1 は  $\alpha=0$ ,  $\phi=0$  と置き、従来の円弧すべり面として異方性係数の変化による  $L_0$  の結果 (1965) と、本解析結果を限界高さ:  $H_c$  と比較したもので、いずれもよく一致していると言える。

図-4 は  $L/H$  と  $K_c$  の関係を示している。これにより本例の場合は、底部破壊が支配的である。また  $L/H$  が 10 以内で最適値を求めることが、様々な傾向を調べる上で有効であろうと考えられる。

図-5 は斜面角  $\beta$  の影響を示す 1 例である。傾斜が大なる程、斜面は不安定になることを示しており妥当な結果といえる。

図-6、図-7 では各々上部斜面角  $\alpha$  の影響について、内部摩擦角中の影響の例を示しており、 $\alpha$  が大きくなる程又、 $\phi$  が小さくなる程斜面は不安定であることを表わしている。

表-2、表-3 は、上載荷重およびその慣性力の影響を示した。いずれも荷重直が大なる程、又その慣性力を考慮する程斜面は不安定の傾向を示す。図4~7 表2~3 は、いずれも  $K=1.0$  と置いて行なった。

表-2 載荷重  $P$  の影響

$t/m^2$	$P=0.25$ $X=1.0$	$P=0.5$ $X=1.0$	$P=1.0$ $X=1.0$
based	0.137	0.134	0.129
toe	0.152	0.149	0.143

表-3 載荷重  $P$  の慣性力の影響

$t/m^2$	$P=1.0$ $X=0$	$P=1.0$ $X=0.25$	$P=1.0$ $X=0.5$	$P=1.0$ $X=0.75$	$P=1.0$ $X=1.0$
based	0.140	0.132	0.134	0.130	0.129
toe	0.150	0.148	0.146	0.144	0.143

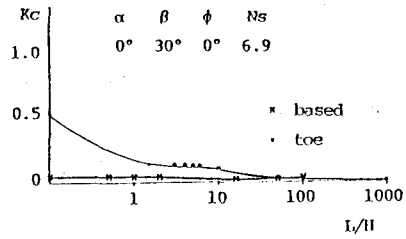


図-4.  $L/H$  と  $K_c$  との関係

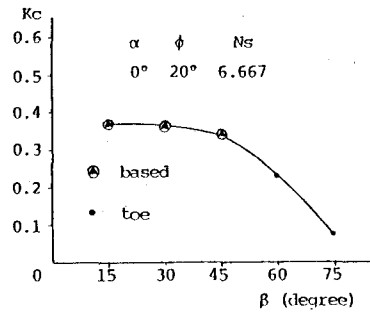


図-5 斜面角 ( $\beta$ ) の影響

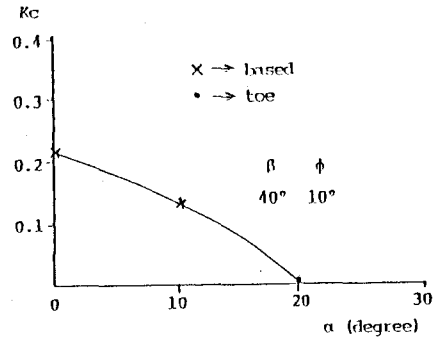


図-6 上部斜面角 ( $\alpha$ ) の影響

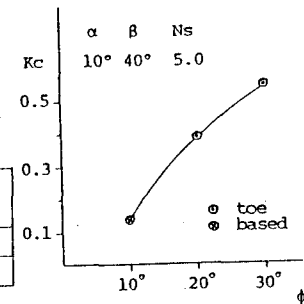


図-7  $\phi$  による影響

表-4は、異方性係数の変化によるOdenstadモデルによる土載荷重の影響を示したもので、計算諸元は $\phi = 10^\circ$ ,  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = 70^\circ$ ,  $a_1 = 0$ ,  $a_2 = 0.7$ であり、不均質を示す $n_0 = 1.0$ ,  $n_1 = 1.0$ ,  $n_2 = 1.5$ の係数値を用いて行なった。載荷重が大きくなる程さらにその慣性力を考慮する程、 $K_c$ は小さくなる程、斜面は不安定な方向に進むことを示している。

表-5は、Reddy & Srinivasanの不均質モデルについての各解析値も不均質係数 $n_0, n_1, n_2$ を各々0.5, 0.7, 1.5の場合について表わしたもので、異方性が進む程、 $\phi$ が小さくなる程、 $\beta$ が大きくなる程斜面は不安定の傾向を示す。

以上の結果より、斜面の限界地震加速度係数の評価においては、極限解析(Limit Analysis)の上限解法は有効な方法であると言えよう。又、限界地震加速度を越えた時の斜面の変位問題については、今後の課題である。

表-4

Anisotropy Factor k	$p = 0$ $x = 0$	$p = 0.06 \text{ kg/cm}^2$ $x = 0$	$p = 0.06 \text{ kg/cm}^2$ $x = 0.5$
1.0	0.477	0.455	0.450
0.9	0.457	0.436	0.431
0.8	0.437	0.417	0.413
0.7	0.416	0.399	0.394
0.6	0.396	0.380	0.376
0.5	0.377	0.361	0.357

Odenstad Model

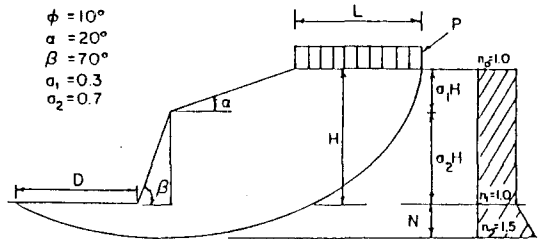


表-5

Friction Angle (degrees) $\phi$	Anisotropy Factor k	Yield Acceleration Factor: $K_c$			
		Slope Angle (degrees)	Slope Angle (degrees)	Slope Angle (degrees)	Slope Angle (degrees)
		$\beta:$ 30	50	70	90
0.0 ( $m=45^\circ$ )	1.0	0.304	0.298	0.295	0.293
	0.9	0.286	0.281	0.278	0.276
	0.8	0.268	0.263	0.261	0.259
	0.7	0.250	0.245	0.243	0.242
	0.6	0.232	0.228	0.226	0.225
	0.5	0.213	0.210	0.209	0.207
5.0 ( $m=47.5^\circ$ )	1.0	0.372	0.368	0.364	0.362
	0.9	0.354	0.350	0.347	0.345
	0.8	0.335	0.331	0.329	0.327
	0.7	0.317	0.313	0.311	0.310
	0.6	0.298	0.295	0.293	0.292
	0.5	0.280	0.277	0.276	0.275
10.0 ( $m=50^\circ$ )	1.0	0.467	0.461	0.459	0.456
	0.9	0.447	0.442	0.440	0.438
	0.8	0.428	0.423	0.421	0.419
	0.7	0.409	0.404	0.402	0.401
	0.6	0.390	0.385	0.383	0.382
	0.5	0.369	0.365	0.364	0.363
20.0 ( $m=60^\circ$ )	1.0	0.739	0.730	0.725	0.722
	0.9	0.712	0.704	0.700	0.697
	0.8	0.685	0.678	0.674	0.672
	0.7	0.658	0.652	0.649	0.647
	0.6	0.631	0.626	0.624	0.622
	0.5	0.605	0.600	0.598	0.597

※ 参考文献

- (1) Casagrande et al.: Shear failure of anisotropic soils, Boston Soc. Civ. Engg. Contrib. Soil Mech. 1941~1963 pp.100-125
- (2) Lo, K. Y.: Stability of slopes in anisotropic soils, A.S.C.E. J. Soil Mech. Found. Div. 91(SM14) pp.885-106, 1965
- (3) Chen, W. F.: Limit Analysis and Soil plasticity, Elsevier scientific publishing co. Amsterdam, New York, Oxford, 1974
- (4) Sound, T., Nonachi, S. G., Chen, W. F.: Seismic stability of Nonhomogeneous, Anisotropic Slopes, A.S.C.E. proceeding of the fourth E.H.D. Specialty Conference Vol. II, 1980

(3) On Evaluation of the Yield Acceleration Factor Induced Earthquakes in Nonhomogeneous, Anisotropic Slopes by Limit Analysis

Tomoyuki SAWADA\*, Sumio G. NOMACHI\*\* and Wai F. CHEN\*\*\*

The upper bound technique of limit analysis has been previously applied to obtain the critical height and the yield acceleration factor of a homogeneous, isotropic slopes.

Now this paper establishes an expression for the evaluation of the yield acceleration factor for a slope induced earthquakes, based on the limit analysis of perfect plasticity which yields a closed-form solutions for sections in which the following conditions are considered:

- (1) log-spiral failure-plane (Fig.a)
- (2) nonhomogeneity and anisotropy of soil with respect to cohesion, C (Fig.b,c)
- (3) general slope (Fig.a)

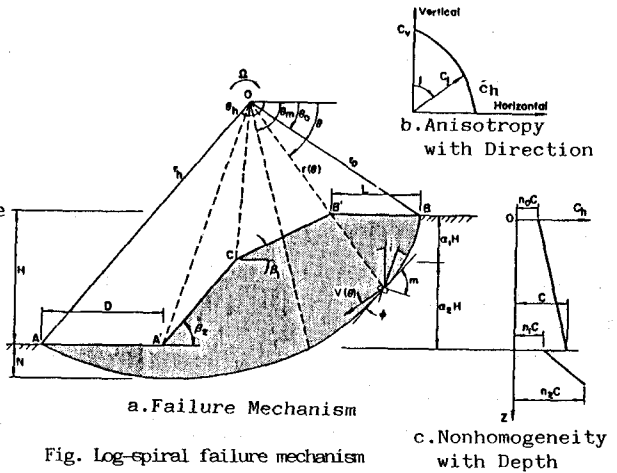


Fig. Log-spiral failure mechanism

In this work, the material of the slopes is assumed to obey the Coulomb yield condition and the associated stress-strain relations. The Coulomb yield condition is described by two parameters, namely: cohesion strength, C and apparent friction angle,  $\phi$ .

It is further assumed that only the cohesion strength, C is nonhomogeneous and anisotropic. A discussion will therefore be given of the types of nonhomogeneity and anisotropy to be used in the calculations. However, the apparent friction angle,  $\phi$  is assumed to be homogeneous and isotropic throughout the calculations, i.e. a constant value for a given type of slope. The cohesion strength  $C_i$ , with its major principal stress inclined at an angle  $i$  with the vertical direction (Fig.a,b) is given by

$$C_i = C_h + (C_v - C_h) \cdot \cos^2 i$$

in which  $C_h$  and  $C_v$  are the cohesion strength in the horizontal and vertical direction, respectively. The ratio of principal cohesion strength  $C_h/C_v$  denoted by  $\kappa$ , is assumed to be the same at all points in the medium.  $C_i=C_h=C_v$  or  $\kappa=1.0$  means an isotropic material. In Fig.a, the angle  $m$  is the angle between the failure-plane and the plane which is normal to the direction of the major principal cohesion strength kept at an angle  $i$  with the vertical direction. This angle, according to Lo's test (1965), is found to be independent of the angle of rotation of the major principal stress.

The upper bound theorem of limit analysis states that a cut in clay shown in Fig.a will be collapsed under its own weight, surcharge and each inertia force if, for any assumed failure mechanism, the rate of external work done by the soil weight, the surcharge and each inertia force exceed the rate of internal energy dissipation. The upper bound values of the yield acceleration factor can then be obtained by equating the external rate of work to the internal rate of energy dissipation for any such a mechanism.

We obtained as following  $K = F(\theta_0, \theta_h, D/r_0)$

The function F mentioned above has a minimum value and indicates a least upper bound, when  $\theta_0, \theta_h$  and  $D/r_0$  satisfy the following conditions. Thus,

$$\frac{\partial F}{\partial \theta_0} = 0, \frac{\partial F}{\partial \theta_h} = 0 \text{ and } \frac{\partial F}{\partial D/r_0} = 0 \text{ which yield } K_C = \text{Min. } F(\theta_0, \theta_h, D/r_0)$$

The results of the upper bound limit analysis were found to be in good agreement with the results of the friction circle procedure (one of the limit equilibrium method) such as, the references according to Terzaghi (1948) and Lo (1965).

\* Tomakomai Technical College Dept. of Civil Engrg. Assoc. Prof.  
 \*\* Hokkaido University Dept. of Civil Engrg. Professor  
 \*\*\* Purdue University Dept. of Civil Engrg. Professor