

水面を氷盤で覆われた軸対称物体に働く地震時動水圧

清水建設(株) 大崎研究室 正会員 清川 哲志
稲田 裕

1. はじめに

近年、北極海、サハリン沖等、冬期に海面が氷結する極寒地に種々の海洋構造物が計画あるいは設置されている。極寒地の海洋構造物の安定性にとって氷結時の地震が最も厳しい条件となる可能性が大きい。特に、地震時動水圧による付加慣性力、構造物自身の慣性力に匹敵する程度の大きさになる可能性があり、設計時にこれを精度よく評価することが重要である。

地震時動水圧の評価という観点から見ると、氷盤が無い場合については数多くの研究^{1)~12)}がなされており、それらの成果の蓄積により種々の条件下での地震時動水圧特性が明らかにされている。そして、実務設計においてもこれらの成果を適用できるようになっている。しかし、氷海域における地震時動水圧についてはほとんど研究されていないため、氷盤の存在が地震時動水圧に及ぼす影響については何もわかっていないというのが現状と思われる。

氷盤の存在は、地震時動水圧に対しては水面に蓋をするのと同じ効果を与えると考えられるが、その場合、圧力が水面で解放されることが無いため、動水圧は氷盤が無い場合に比較して増加すると思われる。また、蓋をすることによって流体の圧縮性の影響もより顕著に現れると考えられる。したがって、これらの影響を定量的に評価することは、氷海域構造物の設計法を確立する上での重要な課題の一つであろう。

そこで、著者らは、氷盤の存在が地震時動水圧に及ぼす影響に関する基本的な知見を得るために、この問題を氷盤が無限に水面を覆うものとしてモデル化し、圧縮性流体中の速度ポテンシャルに関する境界値問題として定式化した。そして、これを著者の一人が開発した境界展開法^{7)~11)}により解いた。本報では、軸対称構造物の代表的な例として円錐台を取り上げ、氷盤の存在および流体の圧縮性が付加質量特性にどのような影響を与えるかを明らかにする。

2. 解析理論

(1) 基礎方程式と境界条件

海面を氷盤で覆われた海域に、Fig.1 に示す座標系で中心軸が z 軸と一致する鉛直軸対称構造物があるものとする。そして、これが水中で x 軸に平行に角振動数 ω の微小振幅の調和振動を行う場合を考え、変位を $X = \xi_0 e^{-i\omega t}$ (ξ_0 : 変位振幅) と表す。流体は非粘性・非回転の圧縮性流体と仮定し、流体運動を速度ポテンシャルによって記述する。これを円筒座標系で $\phi(r, \theta, z) e^{-i\omega t}$ とする。このとき $\phi(r, \theta, z)$ は次の境界値問題の解として求められる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0 \quad (\text{in } \Omega) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{on } S_I \text{ and } S_B) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -i\omega \xi_0 n_r \cos \theta \quad (\text{on } S_C) \quad (3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{3/2} (\partial \phi / \partial r - i \lambda_n \phi) = 0 \quad (4)$$

式(1)は圧縮性流体に関する基礎方程式で、流体領域 Ω で満足する必要がある。式中の c は水中音速を表す。式(2)は氷盤下面 S_I および海底面 S_B における不透過条件、式(3)は構造物表

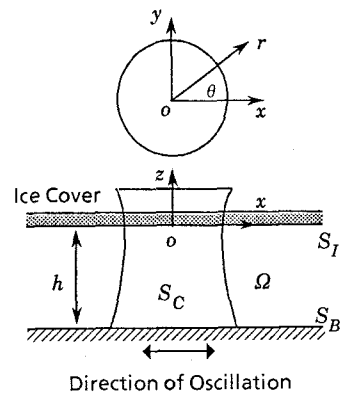


Fig.1 Definition sketch

面 S_C における構造物表面の運動速度と流体の運動速度の連続条件で、 n による微分は構造物表面での法線方向微分、 n_r は S_C 上の単位法線ベクトルの r 成分である。したがって、 $-i\omega\xi_0 n_r \cos\theta$ は構造物表面の運動速度振幅の法線方向成分を表す。また、式(4)は無限遠方における放射条件で、 λ_n は後に示す n 次進行波成分の波数である。

(2) 境界展開法による解析

(a) 一般解

構造物表面上の境界条件(3)を除いたすべての境界条件と基礎方程式を満足する一般解は、固有関数の重ね合わせによって次式のように求められる。

$$\phi(r, \theta, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \sum_{n=0}^s C_n^{(m)} H_m^{(1)}(\lambda_n' r) \cos \frac{n\pi}{h} z + \sum_{n=s+1}^{\infty} C_n^{(m)} K_m(\lambda_n r) \cos \frac{n\pi}{h} z \right\} \cos m\theta \quad (5)$$

ここに、 $C_n^{(m)}$: 複素未定係数、 $H_m^{(1)}$: 第1種 m 次ハンケル関数、 K_m : 第2種 m 次変形ベッセル関数、 λ_n, λ_n' : 固有値 ($\lambda_0^2 = \omega^2/c^2$ 、 $\lambda_n^2 = (n\pi/h)^2 - \omega^2/c^2$ 、 $\lambda_n' = i\lambda_n$)、 h : 水盤下面からの水深で、 s は $(n\pi/h)^2 - \omega^2/c^2 < 0$ となる整数 n のうち最大のものである。

(b) 構造物表面における境界条件

軸対称構造物に関して、構造物表面における境界条件(3)は構造物表面上の単位法線ベクトルの成分 n_r, n_z を用いて次のように表すことができる^{8),9)}。

$$n_r \frac{\partial \phi}{\partial r} + n_z \frac{\partial \phi}{\partial z} = -i\omega\xi_0 n_r \cos\theta \quad (\text{on } S_C) \quad (6)$$

この右辺は θ に関して $\cos\theta$ の項のみである。したがって、左辺も θ に関しては $\cos\theta$ の項のみが残らなければならない。これよりフリーエ展開に関しては $m=1$ 以外の項はすべて0であることがわかる。これらを考慮して、構造物表面条件として次式を得る。

$$\begin{aligned} n_r \left\{ \sum_{n=0}^s C_n \lambda_n' H_1^{(1)}(\lambda_n' r) \cos \frac{n\pi}{h} z + \sum_{n=s+1}^{\infty} C_n \lambda_n K_1(\lambda_n r) \cos \frac{n\pi}{h} z \right\} \\ - n_z \left\{ \sum_{n=0}^s C_n \frac{n\pi}{h} H_1^{(1)}(\lambda_n' r) \sin \frac{n\pi}{h} z + \sum_{n=s+1}^{\infty} C_n \frac{n\pi}{h} K_1(\lambda_n r) \sin \frac{n\pi}{h} z \right\} = -i\omega\xi_0 n_r \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 $H_1^{(1)}$ および K_1 は、それぞれ $H_1^{(1)}$ および K_1 の導関数である。また、 $C_n^{(1)}$ を C_n と置き換えている。

(c) 構造物表面条件の固有関数展開

軸対称構造物の場合、鉛直軸から構造物表面上の点までの距離 r および構造物表面上の単位法線ベクトルの成分 n_r, n_z 等は θ に無関係であり、 z のみによって決まるので、これらは次式のように $-h \leq z \leq 0$ において定義される z の関数として表すことができる。

$$n_r = n_r(z), \quad n_z = n_z(z), \quad r = r_0(z) \quad (8)$$

ただし、 r_0 は鉛直軸から構造物表面上の点までの距離を表す z の関数である。

これより式(7)は z のみの関数となることがわかる。ここで式の展開を簡明にし、見通しをよくするために、次のように置く。

$$F_n(z) = \begin{cases} n_r(z) \lambda_n' H_1^{(1)}(\lambda_n' r_0(z)) \cos \frac{n\pi}{h} z - n_z(z) \frac{n\pi}{h} H_1^{(1)}(\lambda_n' r_0(z)) \sin \frac{n\pi}{h} z & (n=0 \sim s) \\ n_r(z) \lambda_n K_1(\lambda_n r_0(z)) \cos \frac{n\pi}{h} z - n_z(z) \frac{n\pi}{h} K_1(\lambda_n r_0(z)) \sin \frac{n\pi}{h} z & (n \geq s+1) \end{cases} \quad (9)$$

これを用いると式(7)は次のように書くことができる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n F_n(z) = -i\omega\xi_0 n_r(z) \quad (10)$$

この両辺はそれぞれ次のように固有関数で展開することができる。

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n F_n(z) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos \frac{m\pi}{h} z, \quad -i\omega\xi_0 n_r(z) = \sum_{m=0}^{\infty} b_m \cos \frac{m\pi}{h} z \quad (11)$$

ここに、 a_m, b_m ($m=0,1,\dots$) はフーリエ式係数で次式によって求められる。

$$\left\{ \begin{aligned} a_m &= \sum_{n=0}^{\infty} C_n \int_{-h}^0 F_n(z) \cos \frac{m\pi}{h} z dz / \int_{-h}^0 \cos^2 \frac{m\pi}{h} z dz \\ b_m &= -i\omega\xi_0 \int_{-h}^0 n_r(z) \cos \frac{m\pi}{h} z dz / \int_{-h}^0 \cos^2 \frac{m\pi}{h} z dz \end{aligned} \right. \quad (12)$$

したがって、式(7)が $-h \leq z \leq 0$ なる任意の z に対して成り立つためには、上式で定義されたフーリエ式係数 a_m および b_m の間に $a_m = b_m$ ($m=0,1,\dots$) の関係が成り立つ必要があることがわかる。これから複素未定係数 C_n が満たすべき複素係数連立1次方程式が導かれる。

$$[A]\{C\} = -i\omega\xi_0\{\beta\} \quad (13)$$

ただし、 $\{C\} = \{C_0, C_1, \dots\}$ である。また、行列の要素 A_{mn} および定数ベクトル項の要素 β_m はそれぞれ以下の式で定義される。

$$A_{mn} = \int_{-h}^0 F_{n-1}(z) \cos \frac{(m-1)\pi}{h} z dz, \quad \beta_m = \int_{-h}^0 n_r(z) \cos \frac{(m-1)\pi}{h} z dz \quad (14)$$

式(13)を解いて得られる複素係数 C_n ($n=0,1,\dots$) を一般解に代入することによって個々の構造物に対応した解が得られる。なお、式(13)よりわかるように、複素係数 C_n ($n=0,1,\dots$) は振動速度振幅 $-i\omega\xi_0$ に比例するので、 $\{C\} = -i\omega\xi_0\{\bar{C}\}$ と書くことができる。したがって、解は運動速度振幅 $-i\omega\xi_0$ に比例し、次式のように表されることがわかる。

$$\phi(r, \theta, z) = -i\omega\xi_0 \left\{ \sum_{n=0}^s C_n H_1^{(1)}(\lambda_n r) \cos \frac{n\pi}{h} z + \sum_{n=s+1}^{\infty} C_n K_1(\lambda_n r) \cos \frac{n\pi}{h} z \right\} \cos \theta \quad (15)$$

3. 数値計算結果

(1) 圧縮性進行波の発生条件

圧縮性を考慮することによって現れる最も顕著な特徴は、進行波の発生である。式(15)においてハンケル関数で表される項がこの進行波成分にあたり、その n 次モード成分の発生条件は、 $(n\pi/h)^2 - \omega^2/c^2 < 0$ で表される。この式から進行波の発生は周波数 f と水深 h に依存することがわかる。周波数 f において n 次の進行波を生じる限界の水深 h の関係を Fig.2 に示す。それぞれのモードの進行波は対応する線より上の領域で発生する。

この図から水深にかかわらず、すべての周波数領域で0次モードの進行波が発生していることがわかる。この現象は水面が氷盤で覆われたときの特有の現象で、このような環境の下では、すべての周波数領域において圧縮性の進行波の影響を受けることを示している。

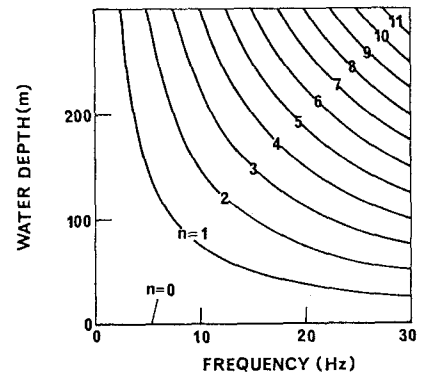


Fig.2 Minimum Water Depth for n-th Mode's Progressive Wave

(2) 付加質量特性

物体に働く流体力の特徴は、付加質量係数によって表されることがよく知られており、ここでは付加質量特性について数値計算を行う。付加質量は、入力加速度に対する付加慣性力の比とし

て定義される。また、ここでは付加質量係数を付加質量と構造物の排除質量の比とする。

計算目的を明確にするために付加質量係数 \bar{C}_v^* 、 C_v を新たに定義する。それぞれ非圧縮と氷盤無しの条件に相当する。ここで付加質量は振動周期と水深の比によって定められることから、求められた付加質量係数は、無次元周期 cT/h の関数として表す。ただし、 T は振動周期 ($=1/f$) を表す。この無次元化は一般性を有するので実際の構造物設計に適用することが可能である。

Fig.3 に示すような円錐台を構造物の形状として選び、パラメータ D_1/h 、 D_1/D_2 を与えることによって形状を定める。 D_1/h が大きく D_1/D_2 が小さくなるに従って物体は扁平に、側壁の傾斜が緩やかになる。計算項数については、構造物表面上の境界条件についての誤差が 1.0% を越えない程度に設定した。通常の計算項数は 10 項、また D_1/h が大きく D_1/D_2 が小さいときには 5 項のみで十分の場合もあった。

(a) 基本付加質量特性

まず物体形状が付加質量に及ぼす影響を見るために、基本的な非圧縮流体中での付加質量特性を Fig.4 に示す。物体形状が円筒 ($D_1/D_2=1.0$) のとき、付加質量係数 \bar{C}_v^* は D_1/h の値にかかわらず 1.0 となる。これはよく知られた理論値と一致しており、この理論が古典理論を包括するものであることがわかる。また物体の側壁の傾斜が緩やかになり、扁平なるにつれて、付加質量係数の値は小さくなっている。

(b) 流体の圧縮性の影響

Fig.5 は、圧縮性を考慮したことによる付加質量係数の増加の割合 $(\bar{C}_v - \bar{C}_v^*)/\bar{C}_v^*$ の無次元周期に対する応答を示す。どのケースにおいてもピーク値は約 0.2 であり、流体の圧縮性によって付加質量が 20% 程度大きくなるのがわかる。 D_1/h が大きくなるに従ってこのピークをとる周期が大きくなっている。 D_1/D_2 が小さくても同様のことが起こる。各図において無次元周期が大きくなり図の右側に行くに従い、増加率は 0 に近づき圧縮性の影響は微少になる。しかし (d) においては計算領域の右端においてもこの値は 0 にはならない。これは、かなり長い周期の領域でも、圧縮性の影響が残るということを示している。今、仮に (d) において水深を 30m とし物体の径を $D_1=30\text{m}$ 、 $D_2=50\text{m}$ とおくと、増加率が 10% となる無次元周期は $cT/h=40$ である。水中音速を 1449m/sec (水温 0°C) とすると、この周期は、実際の周波数 1.2 Hz に対応している。この周波数は地震の卓越周波数範囲に入り得ることから、氷盤に覆われた場合、圧縮性を考慮することが必要であることがわかる。

(c) 氷盤の存在の影響

自由表面に氷盤が存在する場合としない場合の両ケースについて計算を行い、氷盤が存在することの付加質量に対する影響を評価する。Fig.6 に氷盤が存在することによる付加質量係数の増加の割合の周波数応答を示す。ここで増加の割合は (b) の場合と同様にして求められた付加質量 \bar{C}_v について $(\bar{C}_v - C_v)/C_v$ として評価を行う。ただし C_v は相当する氷盤無しでの付加質量係数。図から氷盤が存在することによって、付加質量係数が広い周波数範囲で増加していることがわかる。特に D_1/h が大きく、 D_1/D_2 が小さくなるにつれて、増加の割合は大きくなっている。つまり、扁平で側壁の傾斜が緩やかな形状の構造物は、氷盤が存在することの影響を受けやすいと言える。ただ

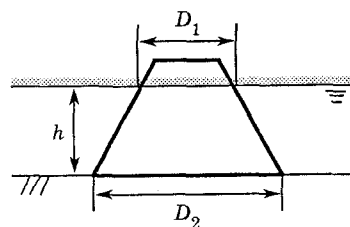


Fig.3 Configuration of Truncated Cone

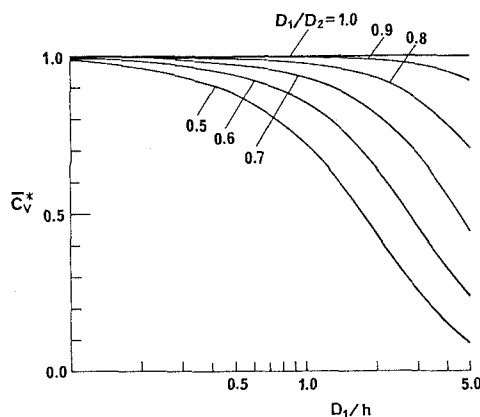


Fig.4 Added Mass Coefficient without Compressibility

し、 D_1/D_2 が小さい場合には、Fig.4に示したように基本付加質量 \overline{C}_V^* の値が小さいため、必ずしも付加慣性力が大きいことを意味するものではない。

興味深いことは、長い周期の範囲でも増加率の値は0にならず、氷盤の存在の影響が残っていることである。またその値は1.0より大きい場合もあり、与えられた周波数が低くても、付加質量

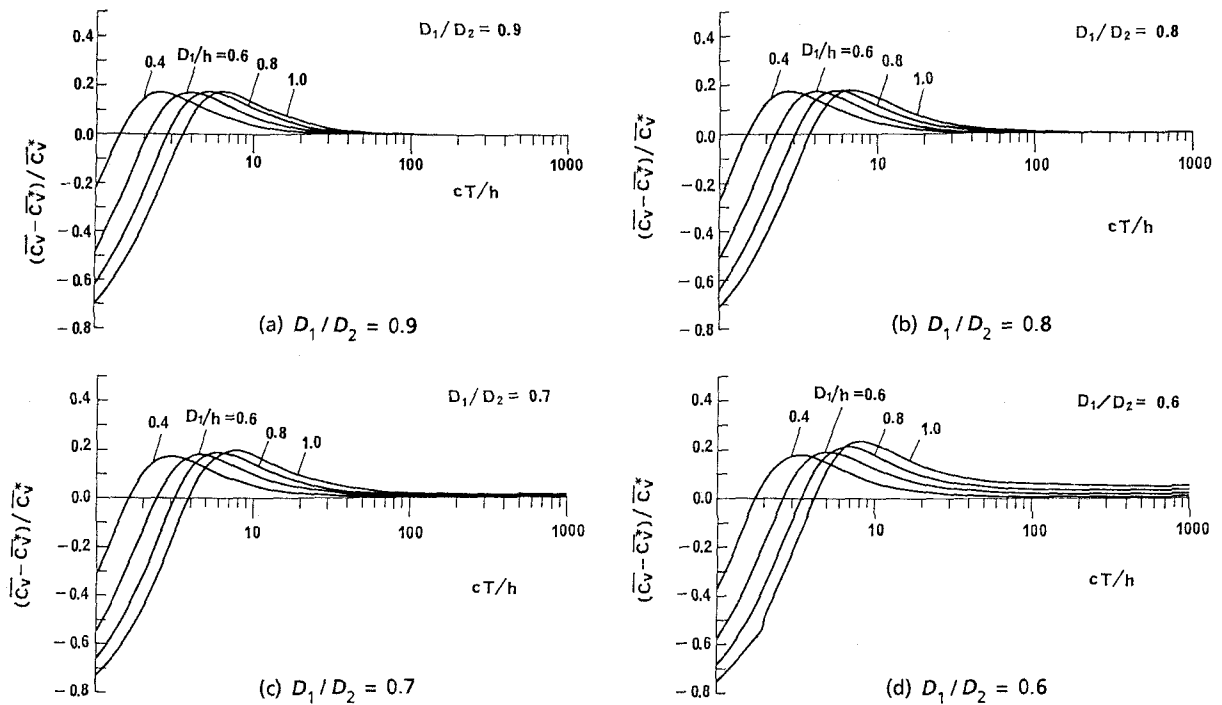


Fig.5 Increase Ratio of Added Mass due to the Compressibility

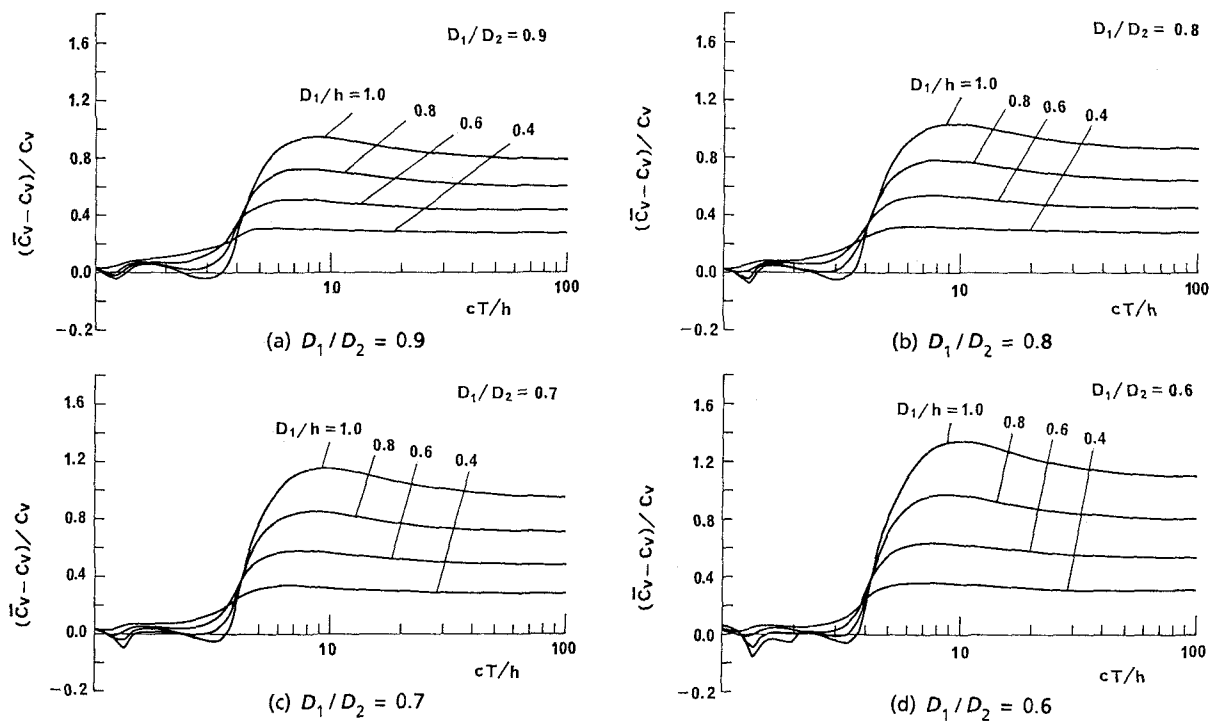


Fig.6 Increase Ratio of Added Mass due to the Ice Cover

の値は水盤の無い場合の2倍にもなることになる。以上より、水盤が存在する場合は圧縮性の影響が周波数の低い領域でも残ることがわかった。一方、水盤が無い場合はその領域では圧縮性は影響を与えない。これは前に示した様に、水盤がある場合は周波数・水深にかかわらず0次の進行波が存在すること起因する。すなわち、海面を水盤で覆われた場合はすべての周波数領域で圧縮性を考慮する必要があることがわかった。

4. 結語

以上、本論文では、水海域に設置された海洋構造物に働く地震時の動水圧について理論的な検討を行った。ここで得られた結果は次の様にまとめられる。

(1)水盤で水面を覆われた条件の下では、圧縮性による進行波が周波数及び水深にかかわらず発生し、圧縮性が全ての周波数領域で影響を及ぼす。

(2)水盤の存在により構造物に働く流体力は広い周波数範囲で、かなり増加する。この影響は、構造物の形状が偏平で側壁の傾斜が緩やかな場合大きくなる。

これらのことから、水面を水盤で覆われた場合の流体力計算では、圧縮性の影響を考慮することが重要であると言えることができる。なお、本論文で示した数値計算結果を利用するには、まず D_1/D_2 および D_1/h の値に基づいて Fig.4 より基本付加質量係数を求める。そして、圧縮性に基づく増加分を Fig.5 より求め、これに加えればよい。

参考文献

- 1) Goto, H., and K. Toki "Vibration characteristics and aseismic design of submerged bridge piers." Proc. Third World conf. on earthquake Engineering, Auckland, Wellington, New Zealand, II, pp.107 - 122, 1965.
- 2) Liaw, C.-Y., and Chopra, A. K. "Earthquake response of axisymmetric tower structures surrounded by water", UCB/EERC, Report No.73-25, U.C. Berkeley, 1973.
- 3) Liaw, C.-Y., and Chopra, A. K. "Dynamics of towers surrounded by water", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 3(1), pp.33 - 49, 1974.
- 4) Nilrat, F., "Hydrodynamic pressure and added mass for axisymmetric bodies", UCB/EERC, Report No.80-12, U.C. Berkeley, 1980.
- 5) 喜岡 渉, : 大型海洋構造物に作用する地震時付加質量, 第28回海岸工学講演会論文集, pp.609 - 613, 1981.
- 6) Liao, W.-G. "The behavior of submerged, multiple bodies in earthquakes." UCB/EERC, -report No.82-16, U.C. Berkeley, 1982.
- 7) 清川哲志・小林 浩 : 面対称柱体の水中振動による付加質量特性の研究, 土木学会論文報告集, No.321, pp.79 - 89, 1982.
- 8) 清川哲志・小林 浩 : 大型軸対称構造物の地震時付加質量, 第29回海岸工学講演会論文集, pp.452 - 456, 1982.
- 9) 清川哲志 : 流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析, 第31回海岸工学講演会論文集, pp.471 - 475, 1984.
- 10) 清川哲志 : 流体の圧縮性を考慮した面対称柱体の地震時動水圧, 第32回海岸工学講演会論文集, pp.560 - 564, 1985.
- 11) 清川哲志 : 流体の圧縮性を考慮した任意断面防波堤の地震時動水圧理論, 第33回海岸工学講演会論文集, pp.496 - 500, 1986.
- 12) Williams, A. N., "Hydrodynamic interactions between submerged cylinders", Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 4, July, 364 - 380, 1987.