

海震による浮体の高振動数動揺について

清 川 哲 志*

1. はじめに

(1) 研究の目的

一般に浮遊式海洋構造物は、地震に対して免震であるとされており、その利点を生かすものとして海洋浮上都市など様々な構想が発表されている。しかし、実際には洋上を航行する船舶が海底で発生した地震の衝撃を受け、コンパスが脱落する等の被害を受ける海震 (seaquakes) という現象があり、このため決して免震ではないという議論が最近なされている (浜村, 1986)。

本研究は、海震の発生とそれが伝播して浮遊式海洋構造物に到達した時の構造物の応答運動をシミュレーションすることにより、浮遊式海洋構造物の海震に対する耐震特性を把握することを目的に行ったものである。

(2) 過去の研究

海震現象とそれによる浮体の応答を理論的に解析する試みとして、Baba (1987) は非圧縮流体中のポテンシャル理論に基づいて解析を行った。しかし、開放領域における解析では、震央からの水平距離が大きくなると、応答倍率の値は指数関数的に急速に減少し、海震が開放領域中を遠方まで伝播する事実を説明することはできなかった。また、松岡 (1988) は、浮体の免震性について種々の角度から検討しているが、流体中の遠方から伝播してくる海震については検討していない。すなわち、波源が遠方にある場合の海震による浮体の応答に関する研究は、現在のところ見当たらない。

(3) 本研究の概要

本研究は、波源から十分に離れた遠方に浮遊式構造物がある場合を想定し、海震による構造物の時系列応答をシミュレーションした結果について検討、考察するものである。解析法は以下に述べるとおりである。まず、圧縮性流体中の速度ポテンシャルに関する鉛直2次元ヘルムホルツ方程式を基礎方程式とし、この速度ポテンシャルに対応するグリーン関数を固有関数展開を用いた級数形で求め、これとグリーンの定理によって波源の厚さが幅に比べて無視できる場合について、海震の速度ポテン

シャルの厳密解を導いている。そして、これを用いて構造物に作用する動水圧を求め、通常用いられる浮体の運動方程式を解いて浮体の応答の周波数伝達関数を求めた。さらに、これと地震波記録をフーリエ変換することによって得られるフーリエスペクトルの積によって浮体の応答フーリエスペクトルを求めて、最後に、この逆フーリエ変換により応答の時刻歴波形を求めている。

2. 解析理論

(1) 海震の基礎方程式と境界条件

図-1 に示すように、水深が一定 h の海域に波源があり、これが角振動数 ω で鉛直振動する場合を考える。そして、波源を取り囲む流体は、非粘性の圧縮性流体、流体運動を非回転であると仮定すると、波源の振動によって生じる流体運動は速度ポテンシャルによって記述することができる。これを $\phi(x, z)e^{-i\omega t}$ とすると、空間部分 $\phi(x, z)$ は次の境界値問題の解として求められる。

$$\begin{cases} L[\phi]=0 & (\text{in } \Omega) \dots\dots\dots (1) \\ \partial\phi/\partial z - \nu\phi=0 & (\text{on } S_F) \dots\dots\dots (2) \\ \partial\phi/\partial z=0 & (\text{on } S_B) \dots\dots\dots (3) \\ \partial\phi/\partial z=\nu_n & (\text{on } S_W) \dots\dots\dots (4) \end{cases}$$

ただし、 $L[]$ は2次元 Helmholtz 演算子 ($\equiv \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial z^2 + \omega^2/c^2$)、 c : 水中音速、 $\nu=\omega^2/g$ 、 g : 重力加速度、 ν_n : 波源の振動による波源表面の運動速度振幅の法線方向成分。

式 (1) は流体領域 Ω で満足すべき圧縮性流体に関する基礎方程式である。式 (2) は自由表面 S_F における境界条件、式 (3) は海底面 S_B における不透過条件、式 (4) は波源表面 S_W における流体と波源表面の運動速度の連

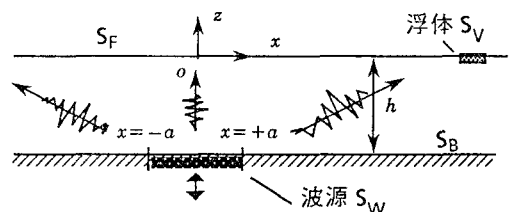


図-1 波源と座標系の定義

* 正会員 工博 清水建設(株) 大崎研究室

続条件で、 n による微分は波源表面での法線方向微分を表す。またこの他に発生する波には、無限遠方で外向き進行波のみになるという Sommerfeld の放射条件が課せられる。

(2) グリーン関数とその誘導

グリーン関数 $G(x, z; \xi, \zeta)$ は次の境界値問題を満足する関数として定義される。

$$\begin{cases} L[G] = -\delta(x-\xi)\delta(z-\zeta) & (\text{in } \Omega) \dots\dots (5) \\ \partial G/\partial z - \nu G = 0 & (\text{on } S_F) \dots\dots (6) \\ \partial G/\partial z = 0 & (\text{on } S_B) \dots\dots (7) \end{cases}$$

式 (5)~(7) を満足するグリーン関数 G を変数分離による固有関数展開の形で求める。変数分離したとき z に関する部分を $Z_n(z)$ とすると、境界条件 (6) および (7) を満足する固有関数は次のようになる。

$$Z_n(z) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2k_0^2}{h(k_0^2 - \nu^2) + \nu}} \frac{\cosh k_0(h+z)}{\cosh k_0 h} & (n=0) \\ \sqrt{\frac{2k_n^2}{h(k_n^2 + \nu^2) - \nu}} \frac{\cos k_n(h+z)}{\cos k_n h} & (n=1, 2, \dots) \end{cases} \dots\dots (8)$$

式中の k_0 および k_n は、それぞれ波数および固有値で、波数は $k_0 \tanh k_0 h = \nu$ の実正根、固有値 k_n は、 $k_n \tan k_n h = -\nu$ ($k_1 < k_2 < \dots$) の実正根。

式 (8) は正規直交関数系であるから固有関数展開理論でよく知られているように次の関係が得られる。

$$\delta(z-\zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z)Z_n(\zeta) \dots\dots (9)$$

したがって、グリーン関数 $G(x, z; \xi, \zeta)$ を次のように置くことができる。

$$G(x, z; \xi, \zeta) = \sum_{n=0}^{\infty} g_x^{(n)}(x; \xi) Z_n(z) Z_n(\zeta) \dots\dots (10)$$

これより、 $n=0, 1, 2, \dots$ に対して $g_x^{(n)}(x; \xi)$ が満足すべき関係式が次式のように得られる。

$$d^2 g_x^{(n)}/dx^2 + \{(\omega/c)^2 \pm k_n^2\} g_x^{(n)} = -\delta(x-\xi) \dots\dots (11)$$

ここで、復号は $n=0$ のとき正、 $n=1, 2, \dots$ のとき負をとるものとする (以下同様)。

$\lambda_n^2 \equiv (\omega/c)^2 \pm k_n^2$ と置き、 s を λ_n^2 の右辺が正であるような n の最大値とすると、 $n \leq s$ に対して、式 (11) は次のように書くことができる。

$$d^2 g_x^{(n)}/dx^2 + \lambda_n^2 g_x^{(n)} = -\delta(x-\xi) \quad (n \leq s) \dots\dots (12)$$

これを満足する解を求めることは、1次元 Helmholtz 方程式の主要解を求めることに他ならない。この解は式 (13) に示される Sommerfeld の放射条件を満足する必要がある。

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} (\partial g_x^{(n)}/\partial |x| - i\lambda_n g_x^{(n)}) = 0 \dots\dots (13)$$

放射条件は速度ポテンシャル ϕ についても、式 (13) と同じ表現となり、式中の $g_x^{(n)}$ を ϕ に置き換えればよ

い。放射条件を満足する式 (12) の主要解は、よく知られているように次式で表される。

$$g_x^{(n)}(x; \xi) = (i/2\lambda_n) \exp\{i\lambda_n|x-\xi|\} \dots\dots (14)$$

次に、 n が s よりも大きい場合には $\lambda_n = i\lambda_n' / (\lambda_n'^2 = k_n^2 - (\omega/c)^2)$ と置くと、式 (11) は次のようになる。

$$d^2 g_x^{(n)}/dx^2 - \lambda_n'^2 g_x^{(n)} = -\delta(x-\xi) \quad (n \geq s+1) \dots\dots (15)$$

この解は次式で表される。

$$g_x^{(n)}(x; \xi) = (1/2\lambda_n') \exp\{-\lambda_n'|x-\xi|\} \dots\dots (16)$$

以上、求められた式 (8), (14), (16) を式 (10) に代入すると、次のようにグリーン関数が求められる。

$$G(x, z; \xi, \zeta) = \sum_{n=0}^s (i/2\lambda_n) Z_n(z) Z_n(\zeta) \exp(i\lambda_n|x-\xi|) + \sum_{n=s+1}^{\infty} (1/2\lambda_n') Z_n(z) Z_n(\zeta) \exp(-\lambda_n'|x-\xi|) \dots\dots (17)$$

(3) 海震の速度ポテンシャル

拡張されたグリーンの定理を速度ポテンシャル ϕ およびグリーン関数 G に適用すると、

$$\oint_{\Omega} (\phi L[G] - GL[\phi]) d\sigma = \int_S \left(\phi \frac{\partial G}{\partial n} - G \frac{\partial \phi}{\partial n} \right) ds \dots\dots (18)$$

ただし、 n による微分は境界線 S における外向き法線方向微分を表す。また、 S 上での線積分は反時計回りを正とする。

この拡張されたグリーンの定理で、閉領域 Ω を図-1 の自由表面 S_F 、海底面 S_B 、波源表面 S_W 、および $x = \pm\infty$ における仮想的な境界 $S_{\pm\infty}$ で囲まれる領域と考え、各境界上でそれぞれの境界条件を適用すると、領域内の任意の点 P における速度ポテンシャル ϕ は次式で表されることがわかる。

$$\phi(P) = \int_{S_W} G(P, Q) \nu_n(Q) ds \dots\dots (19)$$

ここに、点 Q は、波源上の点を表す。

波源 S_W は $z = -h$ 、 $|x| \leq a$ によって表されるから、振動速度振幅 ν_n を一定とし、観測点が十分遠方にある ($\xi \gg x$) と仮定すると式 (17) および式 (19) より、次式を得る。

$$\phi(\xi, \zeta) = \nu_n \sum_{n=0}^s \frac{i}{2\lambda_n} Z_n(-h) Z_n(\zeta) \int_{-a}^{+a} \exp(i\lambda_n(\xi-x)) dx \dots\dots (20)$$

右辺の積分を実行して次式を得る。

$$\phi(\xi, \zeta) = \nu_n \sum_{n=0}^s \frac{i}{\lambda_n^2} Z_n(-h) Z_n(\zeta) \sin \lambda_n a e^{i\lambda_n \xi} \dots\dots (21)$$

式 (21) は、海震が進行波として伝播することを表しており、 $n=0$ が表面波、 $n=1, 2, \dots, s$ が圧縮波の成分を表している。

(4) 海震により浮体が受ける動水圧

浮体に作用する圧力 p は、線形化したベルヌーイの式から、 $p=i\rho\omega\phi$ によって求められる (ρ : 流体密度). 浮体が受ける動水圧(力)は、作用する力の各方向成分を浮体の没水面で積分することによって得られる. 幅 B , 喫水 d の箱型浮体が、波源の中心から水平距離 L だけ離れた位置にある場合を考えると、浮体に作用する heaving の動水圧 F は、次式によって求められる.

$$F = \rho\omega v_n \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n^3} Z_n(-h) Z_n(-d) \sin \lambda_n a \sin \frac{\lambda_n B}{2} e^{i\lambda_n L} \dots (22)$$

これより、浮体の位置により、 $e^{i\lambda_n L}$ に従って動水圧の大きさと位相が変動することがわかる. 設計の観点からは、最大値によって検討すべきであり、 L を変化させて最大となるところを設計値として用いればよい.

(5) 海震による浮体の動揺

浮体の動揺変位は微小であると仮定し、線形理論による解析を行うことにし、運動の各モードの変位を $\{D\}e^{-i\omega t}$ とおく. ここに、 $\{D\} = {}^T(D_1, D_2, D_3)$ は複素変位振幅ベクトルで、それぞれ x 軸および z 軸に平行なモードと重心まわりの回転モードを表す. $\{D\}e^{-i\omega t}$ を船体の運動方程式に代入すると、次の複素変位振幅ベクトル $\{D\}$ に関する3元の複素係数連立1次方程式が得られる.

$$\{[c]-i\omega[N]-\omega^2([m]+[M])\}\{D\} = \{F\} \dots (23)$$

ここに、 $[m]$: 質量マトリクス, $[M]$: 付加質量マトリクス, $[N]$: 造波減衰係数マトリクス, $[c]$: 静水圧による復元力マトリクス, $\{F\}$: 海震による動水圧ベクトルである. ただし、簡単のために自由浮体とし、粘性減衰力も無視している. $\{F\}$ の第二成分は式 (22) で表され、その他の成分も同様に簡単に求められる. 付加質量および造波減衰係数マトリクス $[M]$, $[N]$ は、次式によって求められる.

$$M_{ij} + \frac{i}{\omega} N_{ij} = -\rho \int_{S_V} n_i \phi_j ds \dots (24)$$

ここに、 M_{ij} : j モードの動揺による i モード動揺への付加質量, N_{ij} : j モードの動揺による i モード動揺への造波減衰係数, n_i : i モードの単位速度動揺による浮体表面法線方向速度 ($i=1, 2$) および単位角速度動揺による浮体表面法線方向速度 ($i=3$) である. また、 ϕ_j は単位速度振幅での j モード動揺によって発生する放射波の速度ポテンシャルで、次式で定義される積分方程式を通常行われるように離散化し、数値解析により求められる.

$$\frac{1}{2} \phi_j = - \int_{S_V} \left\{ \phi_j \frac{\partial G^*}{\partial n} - n_j G^* \right\} ds \dots (25)$$

ここに、 G^* は波動のグリーン関数で、次式によって求められる.

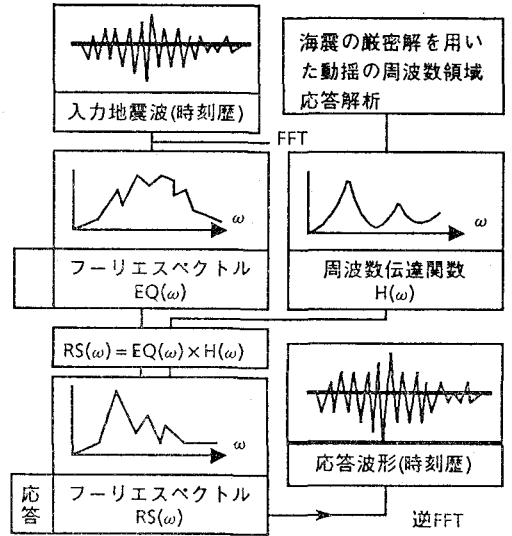


図-2 時系列シミュレーションの方法

$$G^*(x, z; \xi, \zeta) = \frac{i}{2k_0} Z_0(z) Z_0(\zeta) \exp(ik_0|x-\xi|) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2k_n} Z_n(z) Z_n(\zeta) \exp(-k_n|x-\xi|) \dots (26)$$

(6) 時刻歴応答シミュレーション法

本解析では、周波数領域の解析結果を用いて時刻歴応答をシミュレーションしているが、その流れは以下に示すとおりである.

まず、周波数領域の解析を行って得られる動水圧および動揺の応答周波数伝達関数 $H(\omega)$ を求める. 一方、入力地震波のフーリエ変換を行って地震波のフーリエスペクトル $EQ(\omega)$ を求める. そして、両者の積によって応答フーリエスペクトル $RS(\omega)$ を求める. そして最後に、応答フーリエスペクトル $RS(\omega)$ を逆フーリエ変換して動水圧および動揺の時刻歴応答波形を求める. 以上の流れを図に表すと図-2 のようになる.

3. 数値計算による検討とその考察

(1) 計算モデル

前報(清川ら, 1989)で明らかにしたように、海震は、水深が深くかつ高振動数で揺れる場合に発生する. そこで、水深を 1000 m とし、波源の幅を 1000 m と仮定する. そして、波源から十分に(理論上は無限に)離れた

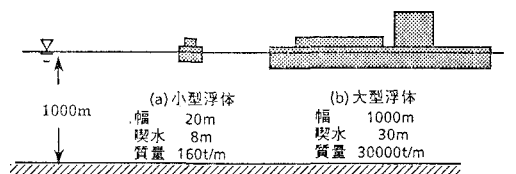


図-3 浮体モデル

位置に、図-3 に示すような二種類の浮体を考える。ここで、(a) は通常の中型船舶程度の大きさの浮体、(b) は大規模な浮遊式海上都市を想定したもので、それぞれの諸元は図中に示したとおりである。そして、波源の鉛直振動によって発生する海震によるこれらの応答を調べることで、浮体の海震に対する耐震特性を把握する。

(2) 浮体に作用する動水圧の比較

図-4 は、入力加速度 100 gal に対して得られたそれぞれの浮体に作用する heaving の動水圧の周波数特性を示したものである。動水圧は、浮体底面の単位長さ(3次元では面積)当たり作用する値で示してある。したがって、底面に作用する平均圧力と考えることもできる。図から、周波数伝達関数はするどいピークを持つのがわかる。これは水中音波が海底面と自由表面の間で共振するため、固有値 k_n が水中音波の波数 ($=2\pi/L_s$, L_s : 水中音波の波長) と一致するとき生じる。また、4 Hz 以上で、高振動数になるにつれて大型浮体に作用する動水圧が小さくなっているのがわかる。これは、高振動数になるに従って圧縮性進行波の波長が短くなり、大型浮体の場合、作用圧力に位相差が生じて、互いに打ち消し合う効果があるためである。したがって、大型浮体の場合、高振動数成分は相対的に入力がかットされることになり、入力の面からも高振動数動揺に対して、揺れにくくなっている。なお、計算はすべて水中音速 $c=1500$ m/s として行った。

(3) 浮体の応答特性

図-5 は、式 (23) を解いて得られた複素変位振幅ベクトル $\{D\}$ の heaving に関する応答加速度の周波数伝達関数の絶対値を示している。図からわかるように、大型浮体の場合、高振動数領域における応答値が、小型浮体に比較して著しく低減されている。これは、大型浮体の場合、先に述べたように高振動数成分入力が相対的にカットされることに合わせて、動揺の固有振動数が極めて低振動数側にあるためである。このように、大型浮体

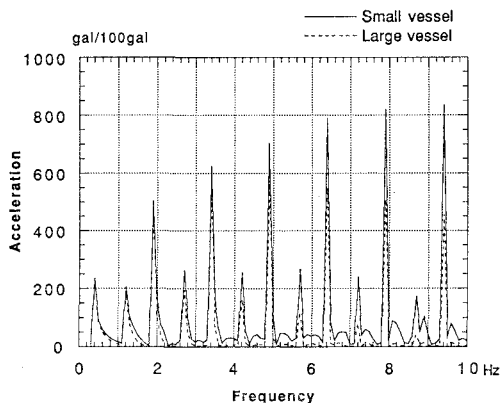


図-5 Heave 応答の周波数特性

は、応答特性の面からも海震に対して有利であることがわかる。

(4) 海震に対する時刻歴応答

次に、海震に対する浮体の時刻歴応答シミュレーションについて述べる。本来、入力地震動は、本解析の原理からして、波源そのものの振動波形としなければならないが、便宜上、ここでは、地上の地震観測で得られた地震波形を入力波とする。図-6 は、関東地震 (1923) のときに観測された加速度波形を示したもので、今回これを入力波とした。図-7 は、図-6 に示した地震波形をフーリエ変換して得られた入力加速度のフーリエ振幅スペクトルを示している。また、図-8, 9 は、それぞれ heaving の動水圧および動揺の応答フーリエスペクトル

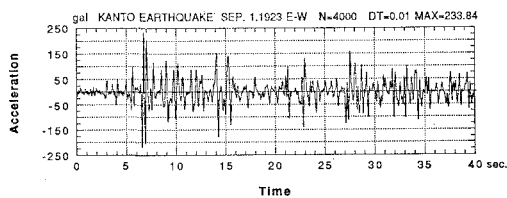


図-6 入力加速度波形 (関東地震 1923)

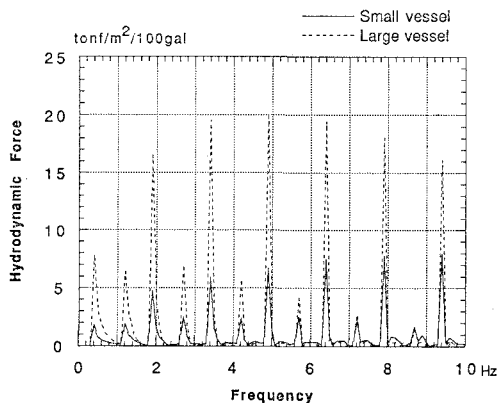


図-4 動水圧の周波数特性

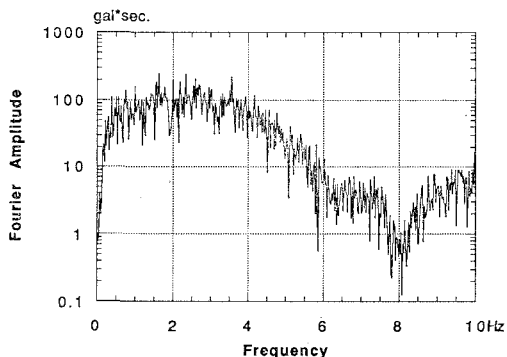
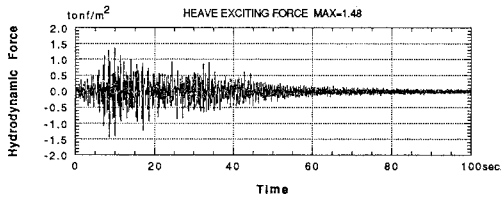
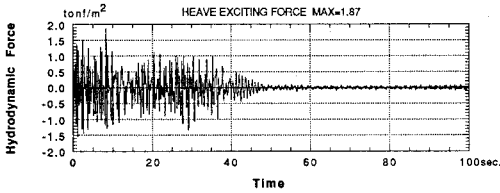


図-7 入力波フーリエ振幅スペクトル (関東地震 1923)

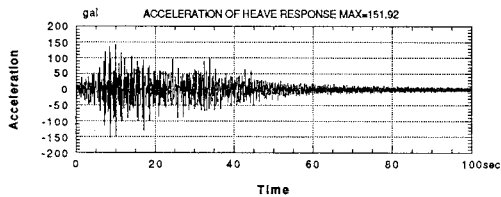


(a) 小型浮体

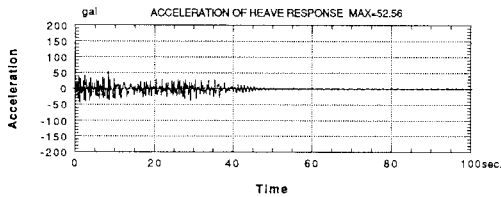


(b) 大型浮体

図-8 動水圧の時刻歴応答波形



(a) 小型浮体



(b) 大型浮体

図-9 heaving の時刻歴応答波形

の逆フーリエ変換によって、それぞれの時刻歴応答を求めた結果を示したものである。

まず、図-8 の平均作用動水圧を比較すると、図-4 に示した周波数伝達関数のピーク値に見られる大きな差はないことがわかる。これは、ピークの幅が狭いためと考えられる。次に図-9 を見ると、中型船舶を想定した

小型浮体の応答加速度は、高振動数成分を多く含む波形となっていることがわかる。この計算結果は、海震が船舶をまるで座礁したときのようにガリガリと激しく振動させる事実と定性的に一致している。一方、大型浮体の応答を見ると、揺れの最大値が約 1/3 に低減されるとともに、高振動成分が少なくなっていることがわかる。したがって、この結果から、海震に対する耐震性は、大型浮体の方が高いといえよう。

4. 結 語

以上、本論文では海震の発生メカニズムに関する仮説、すなわち海震は水深と振動周波数によってその発生が条件付けられ、発生限界を越える圧縮性による進行波が生じ、これによって遠方まで伝播するという仮説に基づき海震を発生させ、海震による浮体動揺のシミュレーションを行った。その結果、従来より海震について報告されているガリガリと座礁したような感じということを再現していると考えられるような高振動数の応答を示すことがわかった。比較できるような定量的な観測結果がないので断定的なことは言えないが、海震に対する応答の予測がある程度行える様になったと考えられる。そして、船舶等に比較して慣性力の大きい海洋都市では、揺れを小さくすることが可能であることがわかった。今回の解析は、2次元理論に基づいて行ったが、実際には、空間的に広がることにより放射減衰を生じるので、波源から十分に遠い位置では、海震による揺れは相当低減されるものと思われる。今後、3次元理論による解析を進めたい。

参 考 文 献

- 清川哲志・稲田 裕 (1989): Seaquakes の発生メカニズムについて, 海岸工学論文集, 第36巻, pp. 734-738.
 浜村健治 (1986): 海上は免震か?—海震の調査—, 船の科学, Vol. 40, pp. 58-61.
 松岡一祥 (1988): 浮遊式構造物の免震性, 日本造船学会誌, No. 706, pp. 12-18.
 Baba, E. (1987): A study on the effect of seaquakes on a floating body, Jour. S.N.A.J., Vol. 162, pp. 90-98.
 Morse, P. M. and H. Feshbach (1953): Method of theoretical physics part 1, McGRAW-HILL, p. 997.