

3次元任意形状海洋構造物の地震応答解析

中村孝明*・田中良弘**・元良勇太郎***

1. はじめに

近年、ベトナム沖やサハラ沖等の海域での海底石油・天然ガス開発プロジェクトが進められようとしている。これら生産プラットフォームを着底式として計画する場合、地震時での安全性の検討が必要となる。この種の海洋構造物は、ノルウェー沖を中心とする北海油田に多く見られ、構造は海底部に貯油施設のあるコンクリート式多柱構造が大半を占める。そして、これらの構造物は任意形状であり、また柱の配置などから非対称構造が多い。このため、ねじりが発生し易い。

海洋構造物の地震時動水圧問題では、剛体構造物を対象とした喜岡(1981)、清川(1984, 1990)らの方法がある。また、構造物の弾性変形を考慮した、流体との動的相互作用問題では、軸対称塔状構造物を対象として Liaw & Chopra (1974)、Williams (1986)、沖見・松本(1986)、Tanaka & Hudspeth (1988)らにより、応答計算手法が提案されている。しかし、任意形状の構造物に対する、流体との動的相互作用問題として扱った例はない。従って、これまでの計算手法では、ねじりを含めた3次元変形問題への拡張はできない。

本研究の目的は、3次元に任意形状でかつ、流体との動的相互作用まで扱える、汎用的な計算手法の開発にある。本論文では、解析理論の定式化を主とし、厳密解との比較・検証、更に、貯油施設のあるコンクリート製プラットフォームの水中の応答を明らかにしている。

2. 解析理論

2.1 支配方程式と境界条件

図-1に示す様に、一定水深 h の海域にある、任意形状の構造物に対して、 x 軸から α なる角度をもって、角振動数 ω の調和振動の水平地震動が作用した場合を考える。流体は、非粘性、非回転で圧縮性を考慮する。この場合、速度ポテンシャル $\Phi(x, y, z, t)$ が存在する。水平振動によるすべての応答は、線形で調和振動すると

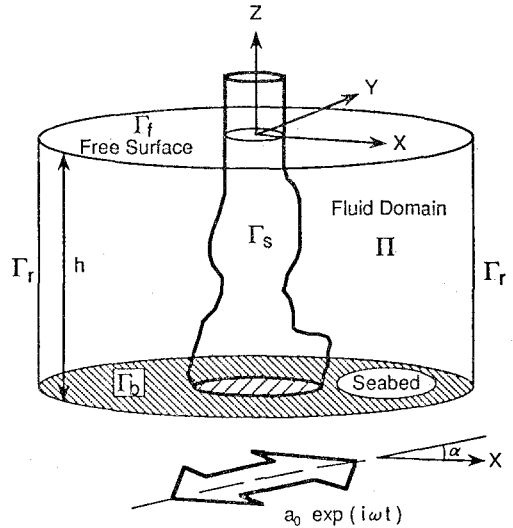


図-1 流体領域の定義

仮定すると、 $\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y, z)e^{i\omega t}$ と表わすことができる。従って、水の圧縮性を考慮した波動場の支配方程式は Helmholtz 方程式となる。

$$\nabla^2 \phi + \frac{\omega^2}{c^2} \phi = 0 \quad \text{in } \Pi \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 c は水中での音速 (1430 m/s, 15°C)、 ∇^2 は3次元ラプラシアンを表わす。また、境界条件は、

$$\phi = 0 \quad \text{on } \Gamma_f \quad \dots\dots\dots (2a)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0 \quad \text{on } \Gamma_b \quad \dots\dots\dots (2b)$$

$$\partial \phi / \partial n = V_n \quad \text{on } \Gamma_s \quad \dots\dots\dots (2c)$$

ここに、 V_n は、構造物回りの法線速度成分、 n は、構造物に向かって内向法線方向を表わす。地震動のような高振動では、重力波の発生を無視できるため、自由表面の境界条件は式(2a)で表わされる。求めるべき速度ポテンシャルは、上記境界条件に無限遠方で Sommerfeld の放射条件を加えた境界値問題の解となる。

2.2 運動方程式

構造物の動的応答を、Lumped mass モデルにより理想化する。その際、各質点の自由度は図-2に示す様に、ねじりを含め3自由度とすると、運動方程式は、次

* 正会員 (株)藤塚研究所 研究員
 ** 正会員 Ph.D. 大成建設(株) 土木設計部 解析技術室 室長
 *** 大成建設(株) 技術開発部 海洋開発室

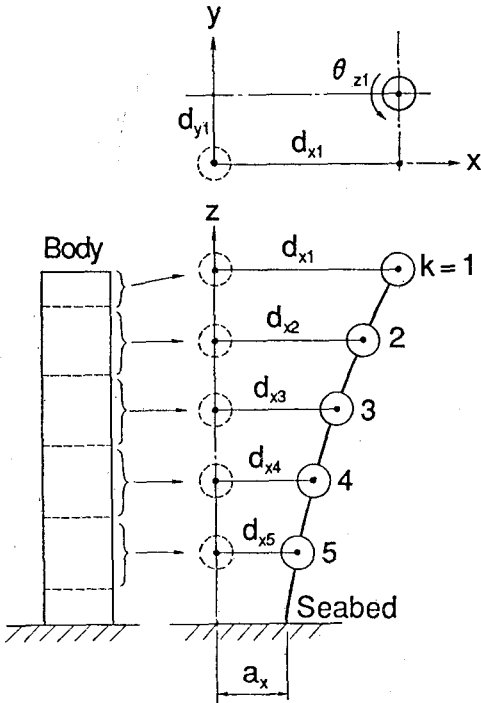


図-2 Lumped-mass モデル

の様に表示される。

$$[M](\ddot{d}) - [C](\dot{d}) + [K](d - a) = -[M]\ddot{a} - f \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、質量、減衰、剛性の各マトリックスを表わす。塔状構造物の様に、曲げ変形が支配的な構造物の場合、剛性マトリックス $[K]$ には、曲げ変形とせん断変形とを加算して求められる等価せん断バネ定数を適用する。 $\{d\}$ は、質点の絶対変位ベクトル、 $\{a\}$ は、地動変位ベクトル、 $\{f\}$ は、質点に加わる流体力ベクトルを表わす。 $\{d\}$ と $\{a\}$ は、次の様に表わされる。

$$\{d\} = \{d_{x1}, d_{y1}, \theta_{z1}, \dots, d_{xm}, d_{ym}, \theta_{zm}\}^T e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\{a\} = \{a_x, a_y, \theta, \dots, a_x, a_y, \theta\}^T e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、

$$a_x = a_0 \cos \alpha; \quad a_y = a_0 \sin \alpha \quad \dots\dots\dots (6)$$

流体力ベクトル $\{f\}$ は、次の様に表わされる。

$$\{f\} = \{f_{x1}, f_{y1}, f_{r1}, \dots, f_{xm}, f_{ym}, f_{rm}\}^T e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (7)$$

(3) 式より絶対変位ベクトルを求めると、

$$\{d\} = [A]^{-1}[B]\{a\} - [A]^{-1}\{f\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

$$[A] = -\omega^2[M] + i\omega[C] + [K] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$[B] = i\omega[C] + [K] \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(8)では、流体力 $\{f\}$ が分かれば、構造物の応答

変位が求められる。

質点 k に加わる流体力の3成分 f_{xk} 、 f_{yk} 、 f_{rk} (図-3参照)は、その質点に加わる圧力の作用面 $\Delta\Gamma_k$ について、圧力積分することで得られる。

$$\{f_{xk}, f_{yk}, f_{rk}\}^T = i\omega\rho \int_{\Delta\Gamma_k} \phi \{n_x, n_y, l_x n_y - l_y n_x\}^T d\Gamma \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 ρ は、流体の密度、 n_x 、 n_y は、法線方向と x 、 y 方向との方向余弦、 l_x 、 l_y は、ねじり回転中心から圧力作用点までの距離を表わす。

次に、構造物表面の運動は、各質点の運動によって決まる。任意の質点 k の変位成分を d_{xk} 、 d_{yk} 、 θ_{zk} とすると、その質点と共に運動する物体表面 $\Delta\Gamma_k$ の法線方向変位 Ψ_k は、次の様に表わされる。

$$\Psi_k = [d_{xk}n_x + d_{yk}n_y + \theta_{zk}(l_x n_y - l_y n_x)] e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (12)$$

Ψ_k を時間で微分することで、法線速度 V_n となり、(2c)式で与えられる物体表面の境界条件が次の様になる。

$$\{\partial\phi/\partial n\} = i\omega[N]([A]^{-1}[B]\{a\} - [A]^{-1}\{f\}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\{\partial\phi/\partial n\}$ は、構造物表面の法線速度ベクトル、 $[N]$ は、 $n_x, n_y, l_x n_y - l_y n_x$ から成る方向余弦マトリックスである。

2.3 境界積分方程式

流体領域では、境界要素法を適用する。その際、自由表面、海底面、無限遠方の各境界条件を満足するGreen関数を誘導し、積分を構造物表面だけにする。Green関数が満足すべき条件は、

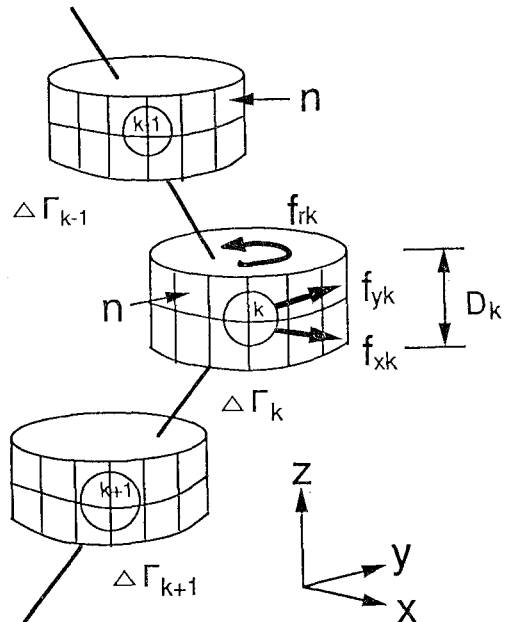


図-3 質点に加わる流体力と運動

$$\nabla^2 G + \frac{\omega^2}{c^2} G = -\delta(x-\xi)(y-\eta)(z-\zeta) \quad \text{in } \Pi \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$G=0 \quad \text{on } \Gamma_f \quad \dots\dots\dots(15a)$$

$$\partial G/\partial z=0 \quad \text{on } \Gamma_b \quad \dots\dots\dots(15b)$$

ここに、 δ は、Dirac のデルタ関数である。更に、無限遠方での Sommerfeld の放射条件を満足する。Green 関数は、固有関数展開法により誘導される。最終的に Green 関数は、次の様になる。

$$G(x, y, z; \xi, \eta, \zeta) = -\sum_{n=1}^s \frac{i}{2h} \sin k_n z \cdot \sin k_n \zeta \cdot H_0^{(2)}(\lambda_n R) + \sum_{n=s+1}^{\infty} \frac{1}{\pi h} \sin k_n z \cdot \sin k_n \zeta \cdot K_0(\lambda'_n R) \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 $H_0^{(2)}$ は、0次の第2種ハンケル関数、 K_0 は、0次の第2種変形ベッセル関数である。

$$k_n = (2n-1)\pi/2h; \quad n=1, 2, 3, \dots \quad \dots\dots\dots(17a)$$

$$\lambda = \omega/c \quad \dots\dots\dots(17b)$$

$$\lambda_n^2 = \lambda^2 - k_n^2; \quad n \leq s \quad \dots\dots\dots(17c)$$

$$\lambda'_n = k_n^2 - \lambda^2; \quad n > s \quad \dots\dots\dots(17d)$$

$$R^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 \quad \dots\dots\dots(17e)$$

ここに、 s は、 $\{\lambda^2 - k_n^2\}$ が正であるための最大値である。又、(16) 式は、次式で与えられる放射条件を満足する。

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \sqrt{R} \left(\frac{\partial G}{\partial R} + i\lambda_n G \right) = 0 \quad \text{on } \Gamma_r \quad \dots\dots\dots(18)$$

(16) 式の第1項は、水の圧縮性により生ずる。Propagating Modes を表わし、構造物に対し、逸散減衰として作用する。第2項は、Evanescent Modes を表わし、構造物に対し、付加質量として作用する。 λ_n^2 の正負により、逸散減衰の有無が決まる。 λ_n^2 は、水中での音速、振動数、水深にそれぞれ依存する。従って、次の様な無次元振動数を設定できる。

$$\Omega = 2\omega h/\pi c \quad \dots\dots\dots(19)$$

$\Omega < 1$ の場合、逸散減衰の影響が少なく、 $\Omega \geq 1$ でその影響が顕著になる。

次に、 $R=0$ の時 (16) 式は特異性を持ち、計算が困難となる。そこで、鏡像による方法を用いた Green 関数を別途誘導する。

$$G = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{e^{-i\lambda r}}{r} - \frac{e^{-i\lambda r_0}}{r_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ (-1)^n \left(\frac{e^{-i\lambda r_1}}{r_1} + \frac{e^{-i\lambda r_2}}{r_2} \right) + (-1)^{n+1} \left(\frac{e^{-i\lambda r_3}}{r_3} + \frac{e^{-i\lambda r_4}}{r_4} \right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$r = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21a)$$

$$r_0 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21b)$$

$$r_1 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta-2nh)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21c)$$

$$r_2 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta+2nh)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21d)$$

$$r_3 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta+2nh)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21e)$$

$$r_4 = \{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta-2nh)^2\}^{1/2} \quad \dots\dots\dots(21f)$$

誘導された (16) と (20) 式の Green 関数は、それぞれ次のような特徴を持つ。

(16) 式は収束は速いが、特異点処理が難しい。逆に、(20) 式は特異点処理は容易であるが、収束が遅い。本計算では、 $\lambda_n R > 0.1 \sim 0.3$ の場合 (16) 式を用い、 $\lambda_n R < 0.1 \sim 0.3$ の場合 (20) 式を用い、それぞれ使い分けを行なった。

誘導された Green 関数、及び (2a)~(2c) 式の境界条件を Green の第2公式に適用することで、構造物回りの速度ポテンシャルが求められる。

構造物に加わる x 方向の全流体力 F_{hx} は、次式で得られる。

$$F_{hx} = -i\omega\rho \int_{\Gamma_s} \phi n_x d\Gamma \quad \dots\dots\dots(22)$$

又、基部での x 方向剪断力 F_{sx} は、質点の質量を M_k とすれば、次式で得られる。

$$F_{sx} = F_{hx} - \omega^2 \sum_{k=1}^m M_k (d_{xk} - a_x) \quad \dots\dots\dots(23)$$

3. 理論の検証

剛体及び、弾性円柱の動水圧問題については、固有関数展開法により、厳密解が Tanaka & Hudspeth (1988) らにより求められている。これらとの比較により、理論の検証を行なう。

3.1 剛体円柱

半径、水深比 r_0/h を変え、全流体力を比較したものを図-4に示す。横軸は無次元振動数、縦軸は排除した流体質量と入力加速度振幅で無次元化している。円周方向の離散化は内接多角形とし、 r_0/h に依存し、12~18とした。一致は良好であり、提案した Green 関数の妥当性が確認できた。

3.2 弾性円柱

$r_0/h=0.25$ の弾性円柱について、流体力と基部剪断力を比較したものを図-5に示す。図中横軸上の○は気中での固有振動数を表わす。円柱は、10質点の Lumped

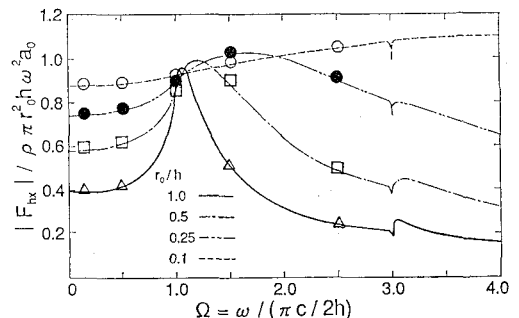


図-4 剛体円柱に加わる全流体力

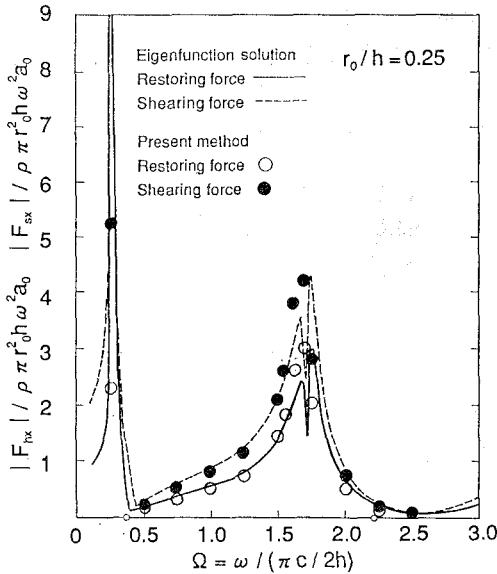


図-5 弾性円柱に加わる全流体力とせん断力

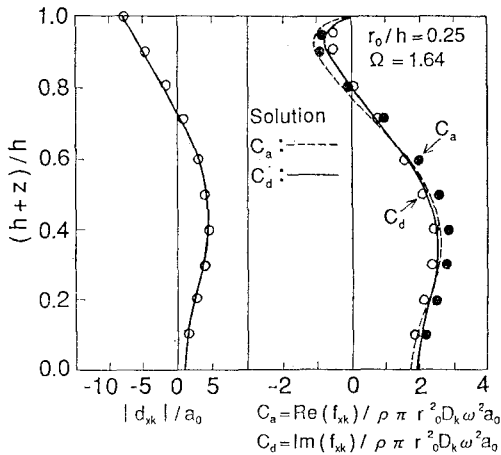


図-6 変位, 付加質量係数, 逸散減衰係数の分布

mass にモデル化した。その際、気中での固有振動数は、曲げ連続体と比較して、誤差は1%程度であった。境界要素モデルの離散化は、水深方向を11、円周方向を16とした。疎密解との一致は極めて良好である。

更に、2次共振点に近い無次元振動数 $\Omega=1.64$ について、円柱軸方向の変位、付加質量係数 C_a 、逸散減衰係数 C_d の分布を比較したものを図-6に示す。それぞれの分布は良く合っている。これにより、質点系モデルでも、適当な離散化により疎密解と遜色なく一致し、また、動的相互作用問題として、境界要素モデルと質点系モデルを組み合わせる本手法の妥当性が検証された。

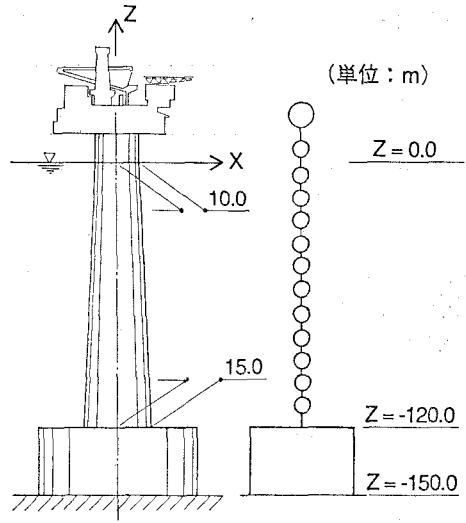


図-7 解析に用いた Proto Type モデル

4. Prototype の動的応答

図-7に示すように、水深150mに設置されたコンクリート製プラットフォームの地震応答を考える。タワー部は気中も含め13質点とし、壁厚は外径に対し20%とする。又、貯油施設は剛体として扱う。コンクリートの単位質量及び、弾性係数は $\rho_c=265.31 \text{ kgf sec}^2/\text{m}^4$ (2600 kg/m^3)、 $E=3.4 \times 10^9 \text{ kgf/m}^2$ ($3.33 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$) とし、構造減衰は働かないものとする。

図-8に頂部の変位応答倍率と位相を示す。図中横軸上の■は、気中での固有振動数を表わしている。水中での付加質量の影響により、応答のピークが気中での共振点に比べ低振動数側へ移動している。又、 $\Omega=1.0$ 以上では、水の圧縮性による粗密進行波の発生により、流体から構造物に逸散減衰が作用する。3次共振点付近での位相曲線の傾斜は、逸散減衰によるものである。

次に、タワー部に加わる全流体力を付加質量成分と逸散減衰成分に分離して示したのが図-9である。図より、逸散減衰の効果が顕著となる3次共振点では、減衰力がピークをとるが、逆に、付加質量は最小となる。これは、共振点での応答の位相の逆転に起因している。

弾性変形し易い海洋構造物の設計では、付加質量より、応答倍率に直接影響する減衰を明確にすることが、重要と考えられる。計算では構造減衰を考慮していないが、実際には構造減衰、逸散減衰、双方の作用により応答倍率が決定する。構造減衰は構造物固有のものであるが、逸散減衰は、水深、流体密度、水温、海底地形等、設置環境に依存する。従って、応答倍率を定量的に評価するには、流場を含めた全体系として扱うことが必要不可欠となる。

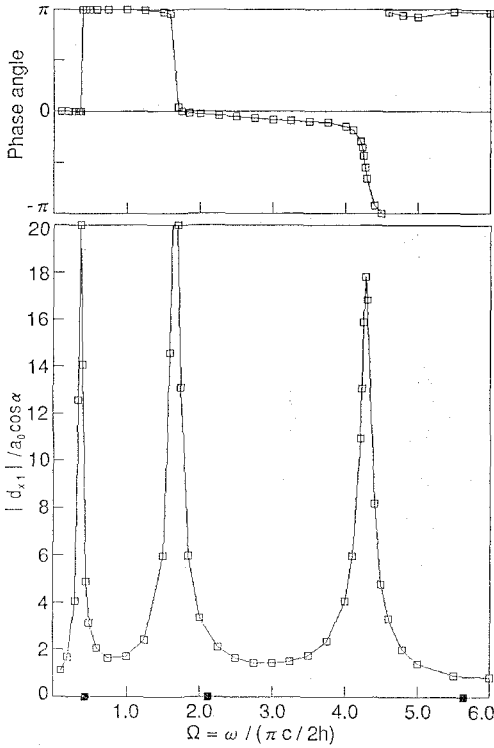


図-8 頂部の変位応答倍率と位相

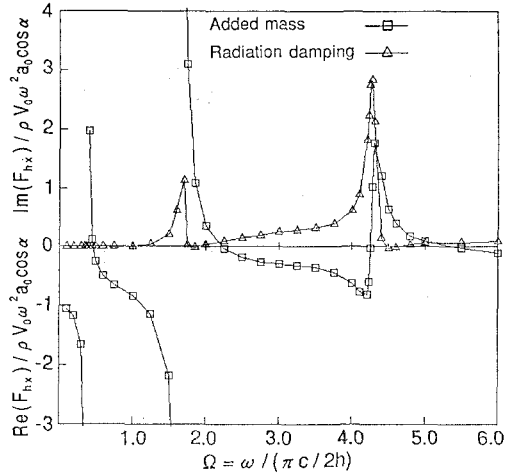


図-9 タワー部に加わる付加質量と逸散減衰

5. 結 論

海洋構造物の地震応答問題において、任意形状で且つ、流体との3次元動的相互作用まで扱える、汎用的な計算手法の提案を行ない、次の結論を得た。

- 1) 任意形状を対象とした動水圧問題に対応できる Green 関数を誘導し、その妥当性が検証された。
- 2) 流体との動的相互作用問題を扱う場合、提案した BEM と質点系モデルを組み合わせた手法は、妥当且つ、汎用的である。
- 3) 水の圧縮性による逸散減衰の効果が顕著となる共振点では、逸散減衰力が最大となり、逆に、付加質量は最小となる。
- 4) 提案した Green 関数及び、計算手法は、応用範

囲が極めて広く、多種の海洋構造物の地震応答問題に対応できる。

今後、ねじりを含めた3次元変形問題を扱った場合の本理論の妥当性の検証や、構造物の非対称性による偏心付加質量の発生と効果、等を課題としたい。

参 考 文 献

神見芳秀・松本 裕 (1989): 水-地盤-円柱の連成振動解析, 第 33 回海岸工学講演会論文集, pp. 516-520.
 喜岡 渉 (1991): 大型海洋構造物に作用する地震時付加質量, 第 28 回海岸工学講演会論文集, pp. 609-613.
 清川哲志 (1984): 流体の圧縮性を考慮した軸対称構造物の付加質量解析, 第 31 回海岸工学講演会論文集, pp. 471-475.
 清川哲志・稲田 裕 (1990): 圧縮性流体中の任意断面没水構造物に作用する地震時動水圧の解析, 海岸工学論文集, 第 37 巻, pp. 639-643.
 Liaw, C. Y. and A. K. Chopra (1974): Dynamics of towers surrounded by water. J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 3 (1), pp. 33-49.
 Tanaka, Y. and R. T. Hudspeth (1988): Restoring forces on vertical circular cylinders forced by earthquakes. J. Earthquake Engng. and Struct. Dyn., 16 (1), pp. 99-119.
 Williams, A. N. (1986): Earthquake response of submerged circular cylinder. J. Ocean Engng., 13 (6), pp. 569-585.