

大型海洋構造物に作用する地震時付加質量

喜 岡 渉*

1. はじめに

近年、海洋構造物の大型化に伴い、構造物の地震応答によって生ずる流体力を十分な精度で推定することが不可欠になってきた。水中に立てられた円柱に作用する動水圧については、主として水中橋脚との関連から理論的、実験的研究が数多く行なわれている¹⁾。しかしながら、全没型構造物についての研究は比較的少なく、ポテンシャル理論にもとづく理論解の適用性についても系統的な検討がなされていない。

全没水型の円筒構造物に対して有効な解析方法としては、Black²⁾が提示した Schwinger の変分法による取り扱い、Garrison and Berkite³⁾ によるグリーン関数法の二つの方法が考えられる。ここでは、任意形状の三次元的構造物にも適用が可能な後者の方法に従い定式化を行ない、その数値解法を検討するとともに、実験結果と比較することにより数値解の適用性を調べる。

2. グリーン関数法

図-1 のように XOZ は静止水面に一致させ、水深を

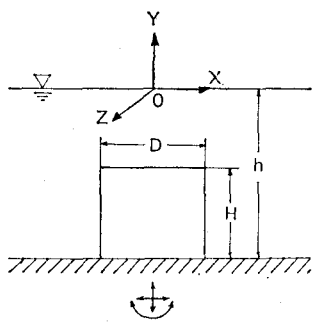


図-1 座標系

h とする。地震により剛体の構造物が6自由度の周期運動を行ない、それによる水粒子の運動は小さいと仮定すれば、流体力は船体動揺問題と同様に radiation ポテンシャルに関する境界値問題を解くことにより求めることができる。すなわち、 x, y, z 方向の単位振幅強制振動による速度ポテンシャルをそれぞれ ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 とし、 x

軸、 y 軸、 z 軸まわりのそれを ϕ_4, ϕ_5, ϕ_6 とすれば ϕ_m は以下の式を満足しなければならない。

$$\nabla^2 \phi_m = 0 \quad (-h \leq y \leq 0) \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi_m = 0 \quad (y = 0) \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial \phi_m / \partial y = 0 \quad (y = -h) \dots\dots\dots (3)$$

$$\partial \phi_m / \partial n = n_m \quad (\text{on } S) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、構造物の没水表面 S での外向法線ベクトルを \mathbf{n} 、位置ベクトルを \mathbf{r} とすれば式 (4) の n_m は次式で与えられる。

$$(n_1, n_2, n_3) = \mathbf{n}, \quad (n_4, n_5, n_6) = \mathbf{n} \times \mathbf{r} \dots\dots\dots (5)$$

式 (2) の自由表面境界条件は、大型構造物の地震応答における角振動数 ω は一般に大きいことから、 ω を無限大として与えてある。式 (1)~(3) を満足する単位 source による速度ポテンシャルであるグリーン関数 G_∞ は S 境界上の点を $Q=(\xi, \eta, \zeta)$ 、任意点を $P=(x, y, z)$ とし、自由表面と底面境界に関して連続した image source として与えられる⁴⁾。

$$G_\infty(P; Q) = 1/r - 1/r_1 + 1/r_2 - 1/r_3 + \dots\dots\dots (6)$$

ただし、

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}, & r &= \sqrt{R^2 + (y-\eta)^2} \\ r_1 &= \sqrt{R^2 + (y+\eta)^2}, & r_2 &= \sqrt{R^2 + (y+2h+\eta)^2} \\ r_3 &= \sqrt{R^2 + (y-2h-\eta)^2} \end{aligned} \dots\dots\dots (7)$$

求めるべき ϕ_m ($m=1\sim 6$) は S 上に強度 σ の source を分布させることにより

$$\phi_m(P) = \iint_S \sigma(Q) G_\infty(P; Q) ds \dots\dots\dots (8)$$

として表わされ、式 (4) に代入することにより境界値問題は次の積分方程式に帰着させて解くことができる。

$$-2\pi\sigma(P) + \iint_S \sigma(Q) \frac{\partial G_\infty}{\partial n}(P; Q) ds = n_m, \quad P \text{ on } S \dots\dots\dots (9)$$

以上の境界値問題では速度ポテンシャルは振動周期項を含まず、構造物の振動による造波効果は無視している。 ω が有限値をとる場合、グリーン関数は式 (1), (3), (10) および Sommerfeld の radiation condition を満たすものでなければならない。

$$\partial \phi_m / \partial y - \omega^2 \phi_m / g = 0 \quad (y = 0) \dots\dots\dots (10)$$

問題のグリーン関数 G は Wehausen and Laitone⁵⁾ に

* 正会員 Ph. D. 名古屋工業大学助手 工学部土木工学科

より次式で与えられている。

$$G(P; Q) = 1/r + 1/r_2 + G^*(P; Q) \dots\dots\dots(11)$$

ただし、

$$G^*(P; Q) = 2P.V. \int_0^\infty \frac{(\mu + \nu) \cosh \mu(\eta + h) \cosh \mu(y + h)}{\mu \sinh \mu h - \nu \cosh \mu h} \times J_0(\mu R) d\mu + i \frac{2\pi(k^2 - \nu^2) \cosh k(\eta + h) \cosh k(y + h)}{k^2 h - \nu^2 h + \nu} \times J_0(kR) \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 k は波数で式(13)から与えられ、 $1/r, 1/r_2, R$ は式(7)に示してある。

$$k \tanh kh = \omega^2/g \dots\dots\dots(13)$$

式(12)の虚数項によりこのグリーン関数は radiation condition を満たし、無限積分項とともに式(10)の自由表面条件を満足している。

3. 数値解析

(1) 振動数が無限大の場合

構造物の没水表面 S を 図-2 に示すような三角形要素

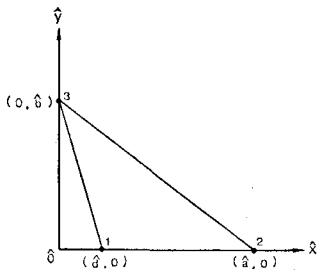


図-2 要素座標系

素 ΔS に分割し、要素内での source 強度 σ を一次関数とする。

$$\sigma(\hat{x}, \hat{y}) = \alpha + \beta \hat{x} + \gamma \hat{y} \dots\dots\dots(14)$$

式(8)により一つの三角形要素により生じる速度ポテンシャルは基本 source ポテンシャル $1/r$ について次式のように表わすことができる。

$$\phi(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) = \sigma(\hat{a}, 0)\phi_a + \sigma(0, \hat{b})\phi_b + \sigma(\hat{d}, 0)\phi_d \dots\dots\dots(15)$$

ここで、

$$\phi_a = \iint_{\Delta S} d\hat{\xi} d\hat{\eta} (-\hat{b}\hat{d} + \hat{b}\hat{\xi} + \hat{d}\hat{\eta}) / \hat{b}r(\hat{a} - \hat{d}),$$

$$\phi_b = \iint_{\Delta S} d\hat{\xi} d\hat{\eta} (\hat{\eta} / \hat{b}r),$$

$$\phi_d = \iint_{\Delta S} d\hat{\xi} d\hat{\eta} (\hat{a}\hat{b} - \hat{b}\hat{\xi} - \hat{a}\hat{\eta}) / \hat{b}r(\hat{a} - \hat{d}) \dots\dots\dots(16)$$

$1/r$ は特異点において発散するが、式(16)の積分は σ が一次関数として与えられているため特異性をもたない連続関数としてそのまま積分することができる⁶⁾。これにより、要素内での σ を一定とする方法と比べて高次

近似であるだけでなく、グリーン関数の特異性の処理に伴う数値解析上の精度の低下を回避することができる。結果式は簡単に示すことができないため、ここでは省略する。計算点 P と要素座標の原点 O の距離が三角形要素の一辺の長さの5倍程度離れている場合には、式(16)は discrete source として次式に置き換えることができる。

$$\phi_a \approx \Delta S/3 \sqrt{(\hat{x} - \hat{a}/2 - \hat{d}/4)^2 + (\hat{y} - \hat{b}/4)^2 + \hat{z}^2}$$

$$\phi_b \approx \Delta S/3 \sqrt{(\hat{x} - \hat{a}/4 - \hat{d}/2)^2 + (\hat{y} - \hat{b}/4)^2 + \hat{z}^2}$$

$$\phi_d \approx \Delta S/3 \sqrt{(\hat{x} - \hat{a}/4 - \hat{d}/4)^2 + (\hat{y} - \hat{b}/2)^2 + \hat{z}^2} \dots\dots\dots(17)$$

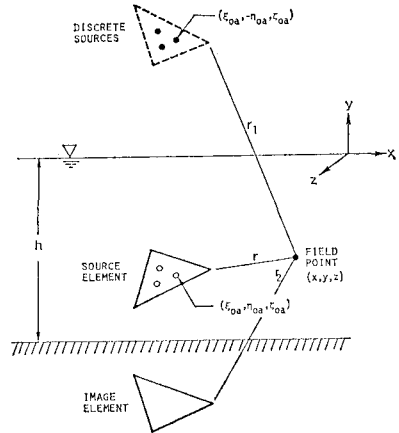


図-3 source 面と source 点

以上の関係式と式(6)のグリーン関数から 図-3 に示すように M 個の source 面 (N 個の節点)と連続的に鏡像配置した source 面 (または discrete source) を取ることににより、式(9)は $\sigma_i (i=1 \sim N)$ に関する連立方程式(18)に離散化して解くことができる。

$$\sum_{i=1}^N \sigma_i \text{grad } \phi_i \cdot n_j = n_{mj}, \quad j=1 \sim N \dots\dots\dots(18)$$

ただし、上式には各要素間で式(9)の $2\pi\sigma$ に起因する source ポテンシャルの不連続項が含まれている。この不連続性の処理は困難であるが、図-4のように構造物表面の内側に潜めた仮想境界面上に source 面を取ること

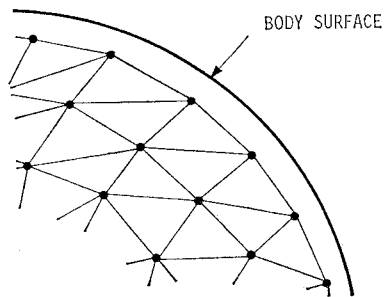


図-4 仮想境界面

により式 (18) から不連続項を取り除くことができる。
 いったん σ_i が求まれば、式 (8) により任意点での速度ポテンシャルを計算することができる。

(2) 振動数が有限値の場合

積分方程式逐次近似法により、(1) の方法で計算した ϕ_m を用いて ω が有限値をとるときの速度ポテンシャル $\tilde{\phi}_m$ を求める。

式 (12) で与えられた G^* はラプラス方程式 (1) を満たし、かつ特異性をもたないことからグリーン公式により次の逐次近似式を導くことができる。

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}_m(P) = & F_m(P) + \frac{1}{2\pi} \iint_S K(P; Q_0) F_m(Q_0) ds \\ & + \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \iint_S K^{(2)} F_m ds \\ & + \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 \iint_S K^{(3)} F_m ds + \dots \dots \dots (19) \end{aligned}$$

ここで、 Q_0 は discrete source 点を示し、

$$F_m(P) = \phi_m(P) + \frac{1}{2\pi} \iint_S G^*(P; Q_0) n_m ds \dots (20)$$

$$K(P; Q_0) = -\frac{\partial}{\partial n} G^*(P; Q_0) \dots \dots \dots (21)$$

である。式 (19) の第 2 項以降は表面波の影響を表わしている。以上の式から i 節点での第 n 近似 $\tilde{\phi}_{mi}(n)$ は核関数

$$K_{ij} = -\frac{\Delta S}{6\pi} [\nabla G(P_i, Q_{0j}) \cdot n_j] \dots \dots \dots (22)$$

を計算することにより次のように得られる。

$$\tilde{\phi}_{mi}(1) = \sum_{j=1}^{3M} K_{ij} F(Q_{0j}) + F(P_i) \dots \dots \dots (23)$$

$$\tilde{\phi}_{mi}(n) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^{3M} K_{ij} \tilde{\phi}_{jm}(n-1) + F(P_i) \dots \dots (24)$$

いったん、速度ポテンシャルが求まれば、 n モードの振動による m 方向の付加質量係数 M_{mn} および造波減衰係数 N_{mn} は流体密度を ρ として

$$M_{mn} + iN_{mn} / \omega = \rho \iint_S \tilde{\phi}_n n_m ds, \quad n, m = 1 \sim 6 \dots \dots \dots (25)$$

または

$$M_{mn} = \rho \iint_S \phi_n n_m ds, \quad n, m = 1 \sim 6 \dots \dots (26)$$

から算定される。

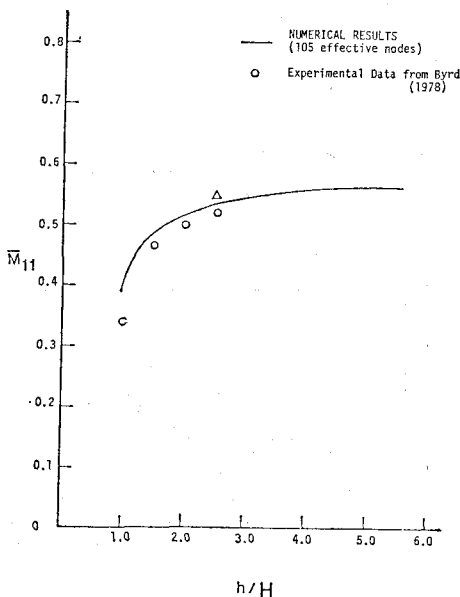
4. 計算結果と考察

(1) 付加質量係数

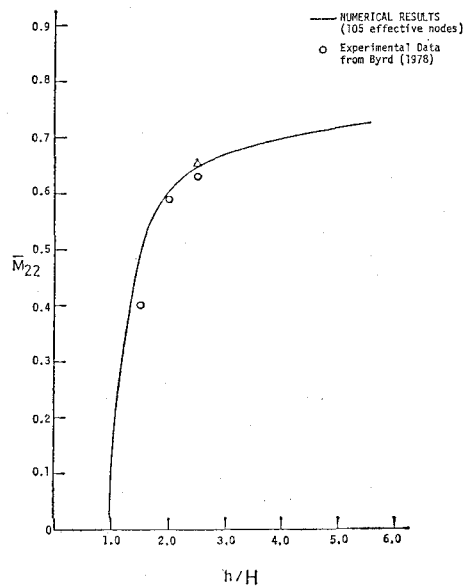
図-1 に示すように、水深 h の水底に置かれた直径 D 、高さ H で $D/H=2.34$ であるような円柱について 3. (1) で述べた解析法により付加質量係数を求めた。計算には物体の軸対称により 56 要素面 (物体表面全体で 244 要素面) を使い、要素面を D の 3% の割合で物体表面の内側に潜めた。なお、式 (6) の image source は第 21 項まで取った。物体の没水度は $h/H=1.0 \sim 5.5$ にわたって 0.25 間隔で変化させ、計算結果を滑らかな曲線で結んで 図-5 に示してある。図で付加質量係数は次のように無次元化してある。

$$\begin{aligned} \bar{M}_{11} = & M_{11} / \rho V, \quad \bar{M}_{22} = M_{22} / \rho V \\ \bar{M}_{66} = & M_{66} / \rho V R_g^2, \quad \bar{M}_{61} = M_{61} / \rho V R_g \dots \dots (27) \end{aligned}$$

ただし、

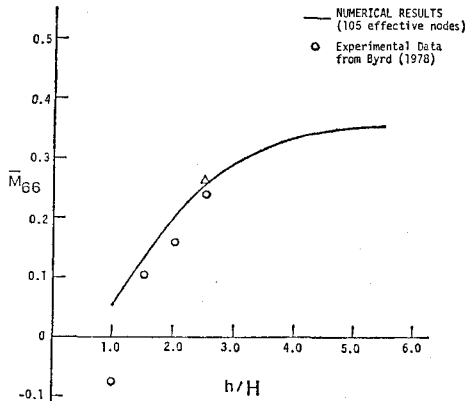


(a) 水平振動の付加質量係数

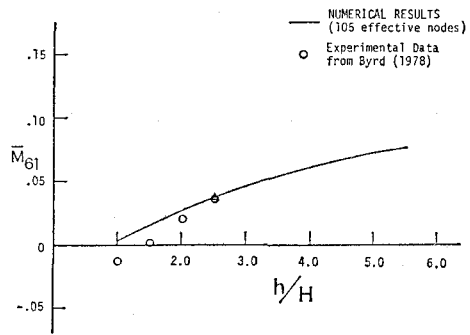


(b) 上下振動の付加質量係数

図-5.1 振動モード別付加質量係数



(c) 付加慣性モーメント係数



(d) 連成付加慣性モーメント係数

図-5.2

$$V = \pi D^2 H / 4, \quad R_g = \sqrt{D^2 / 16 + H^2 / 12}$$

連成力には対称関係 $\bar{M}_{61} = \bar{M}_{16}$ が成り立つが、数値解をこの関係式について求めてみることににより計算結果の有効性を検討することができる。図中○印は Byrd⁷⁾ による $h/H=1.0, 1.5$ および 2.5 での実験結果を示している。実験値は $\lambda = \omega^2 \sqrt{DH} / g$ として $\lambda = 20 \sim 1000$ にわたっての測定結果の平均値である。

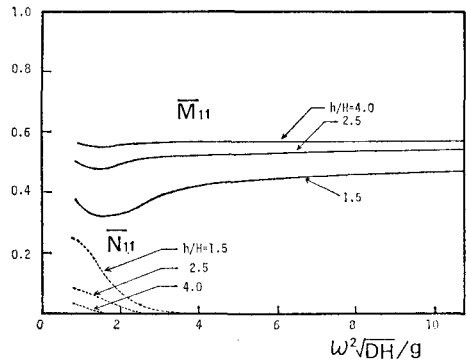
図に示すように、各振動モードによる付加質量係数の理論値は $h/H=1.0$ 付近を除いて実験値と良く一致している。両者の差異は $h/H=2.0, 2.5$ で5%以内、 $h/H=1.5$ で10%程度であり、すべてのケースで理論値の方が大きい。水平、鉛直振動による係数値はともに $h/H=1.0 \sim 2.5$ で急増するが、 2.5 以上では一定値に近づいている。また、連成付加慣性モーメントは他の係数値と比べて非常に小さく、実用上連成効果は無視できることがわかる。円柱上面が水面に近づく浅水域 ($h/H \leq 1.5$) で理論値のずれが広がるのは、表面波のために逸散する損失エネルギーが無視できなくなるためと考えられる。このことは、 $h/H=1.5$ で鉛直振動による \bar{M}_{22} の理論値と実験値の差異が最も大きいことからわかる。

さらに、 $D/H=2.34$ の円柱を2個 $h/H=2.5$ 、間隔 l ($l/H=2.0$) で x 軸に平行に配置した場合について同様な数値計算を行なった。図-5に△印でその結果を示してあるが、単一体の場合と比較して理論値に大きな差異は見られない。

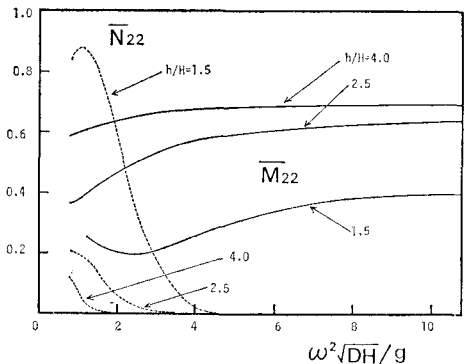
(2) 振動周期の影響

3. (2) の解析方法により付加質量に及ぼす振動数の影響を調べた。図-6はその計算結果を示すもので、実線は付加質量係数を表わし、破線は造波減衰係数を表わしている。ただし、 λ の増加に比例して分割要素面を小さく取らなければならない数値解析上の制限から $\lambda=10.7$ までとした。図中減衰係数は式(27)と同様に、

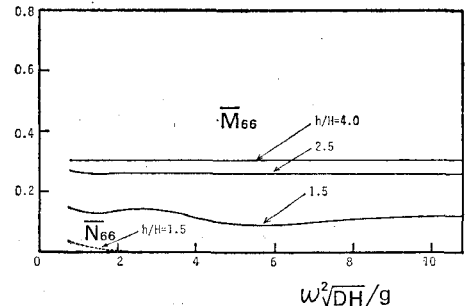
$$\begin{aligned} \bar{N}_{11} &= N_{11} / \rho \omega V, & \bar{N}_{22} &= N_{22} / \rho \omega V, \\ \bar{N}_{66} &= N_{66} / \rho \omega V R_g^2 \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$



(a) 水平振動の付加質量および減衰係数



(b) 上下振動の付加質量および減衰係数



(c) 付加慣性モーメントおよび減衰モーメント係数

図-6 振動数の影響

として無次元表示してある。なお、計算結果は式 (19) の第 5 逐次近似解によっている。

図-5 に示した実験値は $\lambda=20$ 以上の平均値であることから直接比較することはできないが、図-6 から造波減衰の影響がわかる。完没程度 h/H が大きい場合は λ が比較的小さな値で図-5 の値にほぼ一致し、 λ の付加質量への影響は非常に小さい。一方、 $h/H=1.5$ における \bar{M}_{22} は $\lambda=10$ で図-5 の理論値より 18% も程度小さく、計算範囲の λ では造波効果は無視できないことがわかる。

5. 結 語

水中に置かれた円筒構造物に働く地震時付加質量を、グリーン関数法にもとづく解析手法により計算し、実験値と比較することによりその適用性を検討した。その結果、表面波の影響が小さい全没水型の構造物については、理論値と実験値がほぼ一致することから理論解の妥当性が確かめられた。しかしながら、完没程度の小さい構造物については、付加質量は振動数に依存しないとした解析法では過大評価することがわかった。

最後に、図面作成に助力していただいた坂晃吉技官に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 例えば、後藤尚男・土岐憲三：水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究，土木学会論文集，第 100 号，pp. 1~8, 1963.
- 2) Black, J. L., C. C. Mei and M. C. G. Bray: Radiation and scattering of water waves by rigid bodies, *J. Fluid Mech.*, Vol. 46, pp. 151~164, 1971.
- 3) Garrison, C. J. and R. B. Berklite: Impulsive hydrodynamics of submerged rigid bodies, *J. Eng. mech. Div. ASCE*, Vol. 99, pp. 99~100, 1973.
- 4) 前出 3).
- 5) Wehausen, J. V. and E. V. Laitone: Surface waves, *Encyclopedia of Physics*, Vol. 9, Springer-Verlag, pp. 446~778, 1960.
- 6) Kioka, W.: A Green-function method for wave interaction with a submerged body, *Univ. of Calif., Berkeley*, Report No. EERC 80-11, 1980.
- 7) Byrd, R. C.: Laboratory study of the fluid-structure interaction of submerged tanks and caissons in earthquakes, *Univ. of Calif., Berkeley*, Report No. EERC 78-80, 1978.