

# 任意形状の天然ゴム支承および高減衰積層ゴム支承 の回転限界性能を表す設計式の構築

Design formulas for rotational deformation of natural and high damping rubber bearings

柚木和徳\*, 吉田純司\*\*, 杉山俊幸\*\*\*

Kazunori YUNOKI, Junji YOSHIDA, Toshiyuki SUGIYAMA

\*山梨大学 大学院 医学工学総合教育部 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)

\*\* 博(工), 山梨大学准教授 医学工学総合研究部 (同上)

\*\*\* 工博 山梨大学教授 医学工学総合研究部 (同上)

This paper presents design formulas for rotational deformation of several natural and high dumping rubber bearings based on finite element analyses. At first, critical rotational angles on a natural rubber bearing in arbitrary rectangular shapes are computed by Finite Element Analyses and, design formula of the bearing is constructed by updating the formula in the previous research<sup>5)</sup>. Then, material properties of the other three types of natural and high damping rubber materials are identified on the basis of several material tests and, the critical angles of the bearings with those materials are computed through simulations. From the results of the simulations, the design formulas on those bearings are developed. Finally, the critical angles in oblique angle direction are computed for a natural rubber bearing and, its design formula is updated by including the effect of the oblique angle direction.

*Key Words: laminated rubber bearings, rotational deformation,  
finite element method, design formulas*

キーワード：積層ゴム支承，回転変形，有限要素法，設計式，

## 1. はじめに

積層ゴム支承は鉛直荷重を支持するとともに，構造物を長周期化することで地震による慣性力を低減する役割を目的としている．また，構造物の変位応答を低減する目的で天然ゴム支承とダンパーとを併用する構造に加え，支承自身が減衰性能を有する高減衰積層ゴム支承や鉛プラグ入り積層ゴム支承などの免震構造が広く利用されている<sup>1),2),3)</sup>．

これらの支承には常時において，交通荷重による桁の振動，温度変化による桁の膨張および収縮，死荷重による桁のたわみなどにより回転変形が生じる．しかし，回転変形に付随して生じる局所的な引張り変形については実験での再現が困難なことから限界値が明らかにならない．そのことから，現状の設計方法では，安全性を

考慮し，回転による局所的な引張り変形を許容していない<sup>4)</sup>．そこで文献5)では，せん断弾性係数 $1.2[\text{N}/\text{mm}^2]$ (以下：G12)の天然ゴムのみを対象に，正方形，辺の比が3:2の長方形および円形の断面を有する積層ゴム支承の回転限界性能を3次元有限要素モデルにより把握し，それを近似する設計式の構築を行った．しかし，積層ゴムの性質は，用いられるゴムの種類や硬度により異なるため，1種類の天然ゴムのみでは，実務において十分とは言えない．また，支承を設置する位置は橋脚上部であることからスペースが制約されるため，支承の断面積を大きく取ることを目的として断面形状が様々な辺の比を有する長方形となる場合が数多く存在する<sup>6),7),8)</sup>．さらに曲線橋<sup>9)</sup>や斜橋<sup>10)</sup>などでは橋脚と桁との相対位置により，支承の回転方向が橋軸方向に対して傾いている場合があり，桁がたわむと支承に斜め方向の回転が生じる．

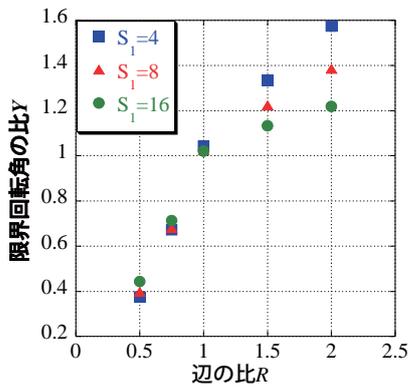


図-1 二次形状係数  $S_2 = 4$ , 面圧  $P = 0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma = 0$  での各一次形状係数  $S_1$  における, 辺の比  $R$  と限界回転角度の比  $Y$  の関係

上記のことから, 本研究では, 文献 5) の研究成果を発展させ, 任意形状の長方形断面を有する複数タイプの積層ゴム支承を対象に, 回転限界性能を 3 次元有限要素モデルにより把握し, それを近似する設計式の構築を目的とする。

具体的には, まず, 文献 5) で決定した G12 の正方形断面を有する天然ゴム支承の設計式を, 任意の矩形断面に対応する設計式に拡張する。次に, せん断弾性係数 0.8 [N/mm<sup>2</sup>] (以下: G8) の天然ゴム支承および G8, G12 の高減衰積層ゴム支承を対象として, 文献 5) と同様の手法により回転限界性能の把握する。さらに各積層ゴムについて, 任意の矩形断面および円形断面を有する積層ゴム支承の回転限界性能を近似する設計式を構築する。最後に, G12 の天然ゴム支承を例として取り上げ, 支承の回転方向が回転限界性能に与える影響を定量的に検討し, それを設計式に導入する。

## 2. 任意の矩形断面に対応する設計式の構築

本章では, 文献 5) で提案した G12 の正方形断面を有する天然ゴム支承の回転限界を近似する設計式を拡張し, 任意の矩形断面に対応可能な設計式を提案する。まず, 複数の矩形断面を設定し, 支承の回転限界性能を 3 次元 FEM 解析<sup>11)</sup>により把握する。次に, 得られた解析結果を基に, 任意の矩形断面を有する積層ゴム支承の回転限界性能を表す設計式の構築を行う。

### 2.1 解析モデルと解析方法

支承の水平断面の形状は, 橋軸方向を  $a$ , 橋軸直角方向を  $b$  としたとき, 辺の比  $R = b/a$  が 0.5, 0.75, 1, 1.5, 2.0 となるように設定した。なお, 各辺の寸法は短辺を 1000 [mm] とした。各断面形状に対して, 一次形状係数  $S_1$  を 4~16 の範囲で 7 種類, 二次形状係数  $S_2$  を 4~28 の範囲で 6 種類程度設定した。解析条件としては, 面圧  $P$  を 0, 4, 8, 12 [N/mm<sup>2</sup>] およびせん断変形の割合  $\gamma$  を 0, 0.3, 0.7 の中から組み合わせて設定した。解析方法は, まず,

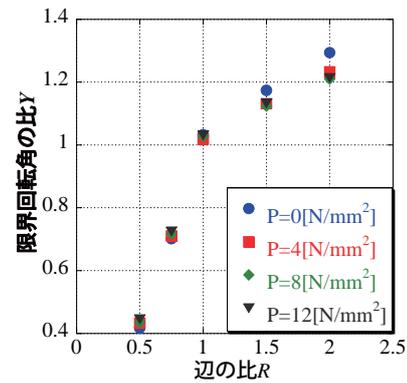


図-2 一次形状係数  $S_1 = 16$ , 二次形状係数  $S_2 = 4$ , せん断変形の割合  $\gamma = 0$  での各面圧  $P$  における, 辺の比  $R$  と限界回転角度の比  $Y$  の関係

支承上面を固定し, 下面から設定した面圧相当の荷重を付与する。その後, 支承中心から  $b$  軸に向かう方向にせん断変形および回転変形を付与し, 限界回転角を算出する。ここで限界回転角はゴム内部の静水圧の最小値が弾性限界である  $-6$  [N/mm<sup>2</sup>] に達したときの角度<sup>5)</sup>である。なお, その他の解析方法や条件は文献 5) に準拠している。

### 2.2 解析結果と考察

図-1に一次形状係数  $S_1$  が 4, 8, 16 における二次形状係数  $S_2 = 4$ , 面圧  $P = 0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma = 0$  での辺の比  $R$  と限界回転角度の比  $Y$  との関係を示す。ここで限界回転角度の比  $Y$  とは, 解析より得られた限界回転角  $\tilde{\theta}$  [度] と正方形支承 ( $R = 1$ ) の限界回転角  $\theta$  [度] との比で  $Y = \tilde{\theta}/\theta$  である。ただし,  $\theta$  は既存の正方形支承の設計式<sup>5)</sup>により  $\tilde{\theta}$  と同じ一次形状係数  $S_1$ , 二次形状係数  $S_2$ , 面圧  $P$ , せん断変形の割合  $\gamma$  を用いて算出している。図-1より全体的な傾向として辺の比  $R$  が増加すると, 限界回転角の比  $Y$  も増加している。また, 限界回転角の比  $Y$  は直線的に増加し,  $R = 1$  を境にその傾きが変化している。辺の比  $R$  が一定の場合は, 一次形状係数  $S_1$  に依存して限界回転角度の比  $Y$  が変化している。具体的には,  $R \leq 1$  では一次形状係数  $S_1$  が増加すると限界回転角度の比  $Y$  が若干増加し,  $R \geq 1$  では一次形状係数  $S_1$  が増加すると限界回転角度の比  $Y$  が減少している。一次形状係数  $S_1 = 4$  を基準とするとこの変化は最大で 25% 程度生じた。

図-2に面圧  $P$  が 0, 4, 8, 12 [N/mm<sup>2</sup>] における一次形状係数  $S_1 = 16$ , 二次形状係数  $S_2 = 4$ , せん断変形の割合  $\gamma = 0$  での辺の比  $R$  と限界回転角度の比  $Y$  との関係を示す。この図は, 図-1の一次形状係数  $S_1 = 16$  のグラフが面圧  $P$  [N/mm<sup>2</sup>] に依存して変化する様子を示している。 $R \leq 1$  では面圧  $P$  の増加により限界回転角の比  $Y$  が増加し,  $R \geq 1$  では面圧  $P$  の増加により限界回転角の比  $Y$  は減少している。面圧  $P = 0$  [N/mm<sup>2</sup>] を基準とすると最大で 9% 程度の変化が生じた。

なお, 紙面の関係上省略するが, 限界回転角の比  $Y$  は, 二次形状係数  $S_2$  およびせん断変形の割合  $\gamma$  にも依存して変化するが, 最大でも 5% 程度と比較的小さかった。

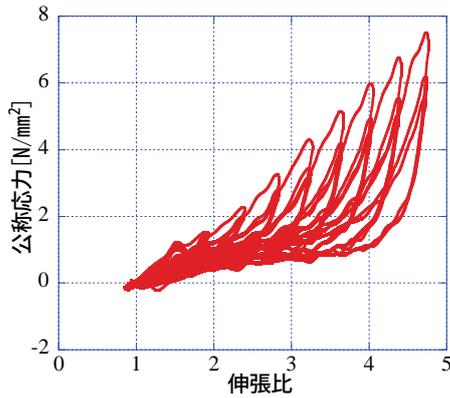


図-3 G8天然ゴムの単軸引張り試験結果

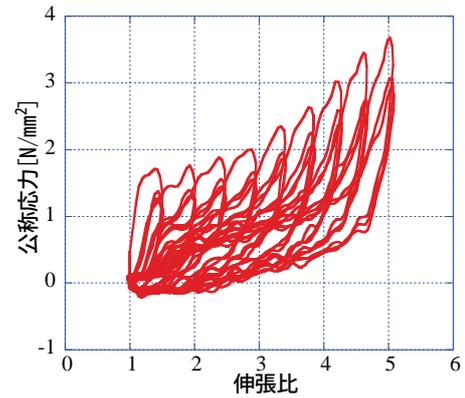


図-4 G8の高減衰ゴムの単軸引張り試験結果

表-1 未知係数の同定結果

$a_0$	1.771	$d_0$	0.5726
$a_1$	3.273	$d_1$	-0.0213
$a_2$	138.9	$d_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	$-3.40 \times 10^{-3}$
$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	5.194	$e_0$	1.388
$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-707.2	$e_1$	-0.0160
$c$	0.1302	$e_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	$-2.50 \times 10^{-3}$

### 2.3 任意の矩形断面に対応する積層ゴム支承の設計式

上述した限界回転角の比 $Y$ は、正方形断面を有する支承の限界回転角 $\theta$ を基準とした場合に、任意の矩形断面を有する支承の限界回転角 $\tilde{\theta}$ の変化の割合を表している。文献5)に従うと、正方形断面を有する支承の限界回転角 $\theta$ は、以下のように表される。

$$\theta(S_1, S_2, P, \gamma) = H(S_1, S_2) \cdot F(P) \cdot Z(\gamma) \quad (1)$$

$$H(S_1, S_2) = \left( a_0 + \frac{a_1}{S_1} + \frac{a_2}{S_1^2} \right) \frac{1}{S_2} \quad (2)$$

$$F(P) = 1 + \frac{P}{b_1} + \frac{P^2}{b_2} \quad (3)$$

$$Z(\gamma) = 1 - c\gamma^2 \quad (4)$$

ここで、 $a_i$  ( $i=0,1,2$ )、 $b_1$  [N/mm<sup>2</sup>]、 $b_2$  [N<sup>2</sup>/mm<sup>4</sup>]、 $c$ の計6個がパラメータである。

2.2で述べたように、限界回転角の比 $Y$ の変化は辺の比 $R=1$ を境に異なる傾向を示していることから、式を $R \geq 1$ と $R \leq 1$ の2つに分けて表す。また、限界回転角度の比 $Y$ は一次形状係数 $S_1$ および面圧 $P$ に大きく依存することから、辺の比 $R$ 、一次形状係数 $S_1$ および面圧 $P$ の関数であると考え、具体的には以下に示すように矩形支承の回転限界性能を予測する設計式を設定した。

$$\tilde{\theta}(S_1, S_2, P, \gamma, R) = \theta(S_1, S_2, P, \gamma) \cdot Y(R, S_1, P) \quad (5)$$

$$Y(R, S_1, P) = \begin{cases} 1 + (d_0 + d_1 S_1 + d_2 P)(R-1) & R \geq 1 \\ 1 + (e_0 + e_1 S_1 + e_2 P)(R-1) & R \leq 1 \end{cases} \quad (6)$$

ここで、 $d_0$ 、 $d_1$ 、 $d_2$  [mm<sup>2</sup>/N]、 $e_0$ 、 $e_1$ 、 $e_2$  [mm<sup>2</sup>/N]の計6個がパラメータである。本設計式では、式(1)~(6)に含まれる全パラメータ12個を未知係数として、FEM解

析による限界回転角と設計式による限界回転角の差の二乗の和が最小となるよう同定した。

表-1に未知係数の同定結果を示す。構築した設計式と限界回転角の解析結果とを比較すると最大誤差は8.85%、平均誤差が2.75%となった。

### 3. G8の天然ゴム支承とG8・G12の高減衰ゴム支承の設計式

本章では、G8の天然ゴム支承およびG8、G12の高減衰積層ゴム支承を対象に、ゴム材料の材料試験を実施してゴムの材料定数と支承の引張り限界を示す力学特性を同定する。次いで、各材料を用いた任意の矩形断面および円形断面の支承について、FEM解析により回転限界性能を把握し、それを近似する設計式を構築する。

#### 3.1 ゴムの多軸引張り試験

3種類のゴム材料に対し、単軸引張り試験、一軸固定二軸引張り試験および均等二軸引張り試験を行なった。各試験方法は文献5)と同様である。

結果の一例として、G8の天然ゴムの単軸引張り試験の結果を図-3に、G8の高減衰ゴムの単軸引張り試験の結果を図-4に示す。ただし、横軸は伸張比、縦軸は公称応力[N/mm<sup>2</sup>]である。G8の天然ゴムと高減衰ゴムを比較すると、天然ゴムの方が公称応力の値が大きい。また、天然ゴムは伸張比が増加するにつれ公称応力も大幅に増加するが、高減衰ゴムでは伸張比が増加すると公称応力が増加するものの、天然ゴムと比較するとその増加率は小さい。

#### 3.2 ゴム層の圧縮引張り载荷試験

##### a) 供試体形状

G12の天然ゴムは、上下が拘束された円形のゴム層を用いる。支承の直径は230[mm]、一次形状係数 $S_1$ は4.1、5.8、9.6の3種類とし、各2個の供試体を用意した。

高減衰ゴム2種類については、1辺が416[mm]の正方形積層ゴム支承を用いる。ここで積層ゴム支承を用いたのは、高減衰ゴムは一層で試験を行なうと変位が小さく、

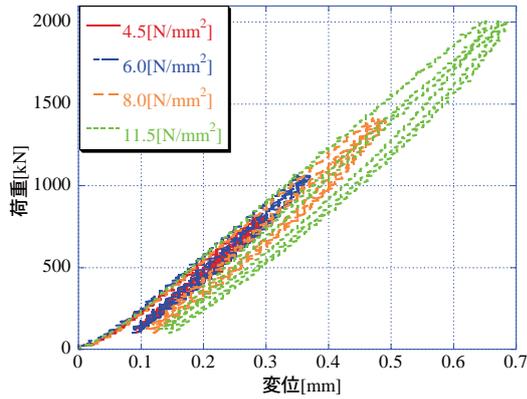


図-5 G12 高減衰ゴムの一次形状係数  $S_1=14.9$  の圧縮荷重試験の結果

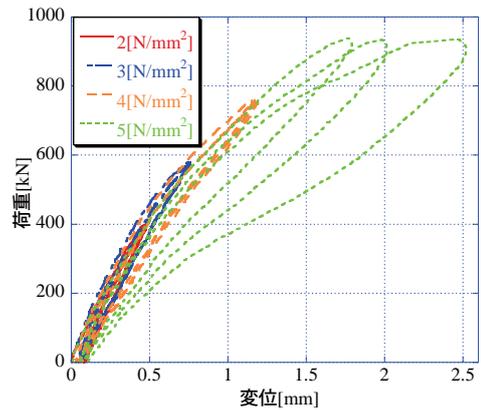


図-6 G12 高減衰ゴムの一次形状係数  $S_1=14.9$  の引張り荷重試験の結果

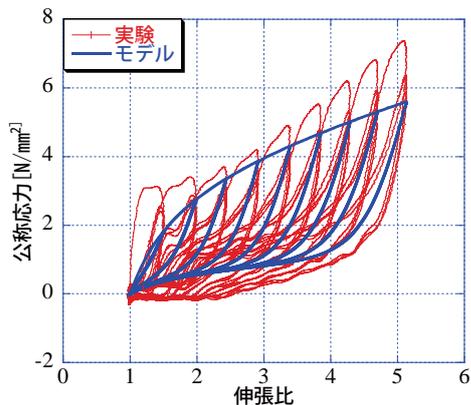


図-7 G12 高減衰ゴムの単軸引張り試験の試験結果とモデルによる計算結果との比較

試験機の性能上、精度良く計測することができないためである。支承の一次形状係数  $S_1$  は 6.1, 9.5, 14.9 で、それぞれの二次形状係数  $S_2$  は 6.1, 6.3, 5.9 であり、各 2 個の供試体を用意した。

#### b) 試験方法

荷重試験は各供試体で始めに圧縮荷重試験を行い、その後同じ供試体を用いて引張り荷重試験を行う。ただし、高減衰積層ゴム支承については、性能を安定させるために、予め面圧  $6\text{[N/mm}^2\text{]}$  で 175% のせん断変形を与えてある。圧縮荷重試験は、面圧  $4.5, 6, 8, 11.5\text{[N/mm}^2\text{]}$  の 4 パターンで小さい方から順に 3 サイクルずつの荷重を実施する。その後同様にして、面圧  $2, 3, 4, 5, 6\text{[N/mm}^2\text{]}$  の 5 パターンで、供試体が耐荷性能を失う(剛性が負になる)まで引張り荷重試験を行う。ただし、試験機の性能上、正確に目標の面圧を付与することができないため、目標の面圧を超える面圧を付与している。

#### c) 試験結果

試験結果の一例として、G12 の高減衰ゴムの一次形状係数  $S_1$  が 14.9 の圧縮荷重試験の結果を図-5 に、引張り荷重試験の結果を図-6 に示す。図-5 より圧縮時の変位-荷重関係は直線に近く、弾性的である。ただし、多少の残留変位が見られる。図-6 より引張り荷重試験では、面圧が  $4\text{[N/mm}^2\text{]}$  以下では多少の残留変位があるものの、ほぼ 3

サイクルとも同様の弾性的挙動を示している。しかし面圧  $5\text{[N/mm}^2\text{]}$  では、2 および 3 サイクル目でひずみが増大し、剛性が低下している。高減衰ゴムでは、天然ゴムに見られたような明確な弾性限界を示していない。

### 3.3 ゴムの材料定数

本研究では文献5)と同様に、ゴム材料に超弾性ダメージモデルを適用し、その材料定数は実数値  $GA^{12}$  を用いて、材料試験での応力とモデルによる応力との差の2乗和が最小となるよう決定した。例として、G12 の高減衰ゴムについて、単軸引張り試験におけるモデルと実験結果との比較を図-7 に示す。図-7 より本研究で採用した超弾性ダメージモデルは、試験結果に見られる最大経年ひずみ依存性を平均的にではあるが表せていることが分かる。本モデルは他の二軸引張試験結果および他のゴム材料の場合においても同程度の一致を示している。

### 3.4 支承の引張り限界を表すゴムの力学特性の特定

3.2 で示したゴム層の引張り荷重試験の弾性限界状態を有限要素モデルで再現し、支承の弾性限界を表す静水圧  $p^{5,13}$  の値を特定する。

解析の結果、G8 の天然ゴムでは、どのゴム層においても弾性限界時に静水圧  $p$  の最小値が概ね  $4.2\text{[N/mm}^2\text{]}$  を示しており、誤差は最大でも 3.8% 程度であった。

高減衰ゴムは 3.2 で示したように、引張り試験から明確な弾性限界を特定することはできなかった。そこで、弾性限界を超える前の面圧での静水圧を解析により求めることにした。例えば、図-6 に示した試験結果では、面圧  $5\text{[N/mm}^2\text{]}$  で変位が増大し、弾性限界を超えていることから、面圧  $4\text{[N/mm}^2\text{]}$  に達した時の静水圧を解析により求めている。ただし、3.2.b) で述べたように試験では目標面圧を若干超える面圧を付与しており、各支承毎に同じ目標面圧でも若干のばらつきが生じている。本解析では、試験で荷重した面圧の最大値を使用して静水圧を求めている。さらに、文献5)より静水圧は弾性限界時に一定の値を示すと考えられるが、各支承は弾性限界を迎えていないことから、静水圧の値にはばらつきが生じること

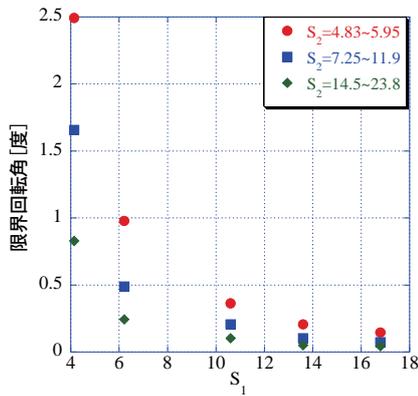


図-8 辺の比  $R=0.75$ , 面圧  $P=0$ , せん断変形の割合  $\gamma=0$  での G8 高減衰ゴムの限界回転角の解析結果

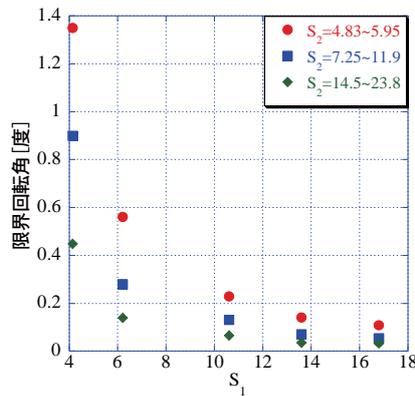


図-9 辺の比  $R=0.75$ , 面圧  $P=0$ , せん断変形の割合  $\gamma=0$  での G12 高減衰ゴムの限界回転角の解析結果

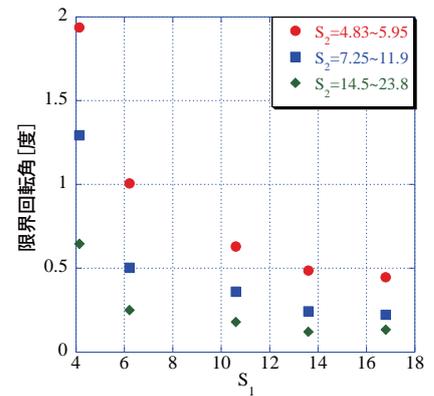


図-10 辺の比  $R=0.75$ , 面圧  $P=0$ , せん断変形の割合  $\gamma=0$  での G8 天然ゴムの限界回転角の解析結果

表-2 G8 天然ゴムの矩形ゴム支承の設計式の係数

$a_0$	2.779	$d_0$	0.5728
$a_1$	3.304	$d_1$	-0.02394
$a_2$	183.5	$d_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	-0.01685
$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	3.516	$e_0$	1.306
$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-227.7	$e_1$	-0.01106
$c$	0.1523	$e_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	$-5.208 \times 10^{-3}$

表-3 G8 高減衰ゴムの矩形ゴム支承の設計式の係数

$a_0$	0.120	$d_0$	0.800
$a_1$	2.095	$d_1$	-0.011
$a_2$	304.0	$d_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	-0.015
$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	5.686	$e_0$	1.372
$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-618.5	$e_1$	$-5.18 \times 10^{-3}$
$c$	0.030	$e_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	$-1.64 \times 10^{-3}$

表-4 G12 高減衰ゴムの矩形ゴム支承の設計式の係数

$a_0$	0.35084	$d_0$	0.77299
$a_1$	-0.46432	$d_1$	-0.016877
$a_2$	170.19	$d_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	-0.011790
$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	6.0480	$e_0$	1.3411
$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-1287.3	$e_1$	$-7.1340 \times 10^{-3}$
$c$	0.15012	$e_2$ [mm <sup>2</sup> /N]	$-1.0314 \times 10^{-3}$

表-5 G8 天然ゴムの円形ゴム支承の設計式の係数

$a_0$	2.843	$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	3.653
$a_1$	2.061	$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-249.4
$a_2$	244.8	$c$	0.1518

表-6 G8 高減衰ゴムの円形ゴム支承の設計式の係数

$a_0$	0.490	$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	6.362
$a_1$	-7.013	$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-1247.4
$a_2$	463.1	$c$	0.0628

表-8 各設計式の最大誤差および平均誤差

ゴムの種類	G8 天然		G8 高減衰		G12 高減衰	
	矩形	円形	矩形	円形	矩形	円形
平均誤差 [%]	2.3	1.7	2.2	0.72	2.3	1.8
最大誤差 [%]	8.8	7.3	9.8	3.0	8.5	8.5

表-7 G12 高減衰ゴムの円形ゴム支承の設計式の係数

$a_0$	0.3708	$b_1$ [N/mm <sup>2</sup> ]	6.5062
$a_1$	-1.0419	$b_2$ [N <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]	-1626.8
$a_2$	220.96	$c$	0.12363

が予想される。よって、安全側を想定し、各支承の解析結果より特定される静水圧の最大値（値はマイナス）を本研究での弾性限界と定める。

以上の操作より、G8、G12の高減衰積層ゴム支承の弾性限界を示す静水圧は、それぞれ  $p = -8.0$  [N/mm<sup>2</sup>]、 $p = -8.15$  [N/mm<sup>2</sup>] となった。

以上より、3種類のゴム層の膨張限界を示す静水圧の値が特定できた。以後、積層ゴム支承の引張り弾性限界を表すゴムの力学特性についても、この基準を用いる。

### 3.5 積層ゴム支承の回転限界性能の把握

3.4で決定した判定基準を用いて、3種類のゴム材料を用いた矩形および円形積層ゴム支承の回転限界性能の把握を行う。円形積層ゴム支承の解析モデルは文献5)と同様とし、矩形積層ゴム支承の解析モデルおよび解析方法は2.1で述べた解析モデルおよび解析方法と同様として、合計約3000ケースの解析を行った。

解析結果の一例として、辺の比  $R=0.75$ 、面圧  $P=0$ 、せん断変形の割合  $\gamma=0$  での、G8の高減衰ゴムの解析結果を図-8に、G12の高減衰ゴムの解析結果を図-9に、G8

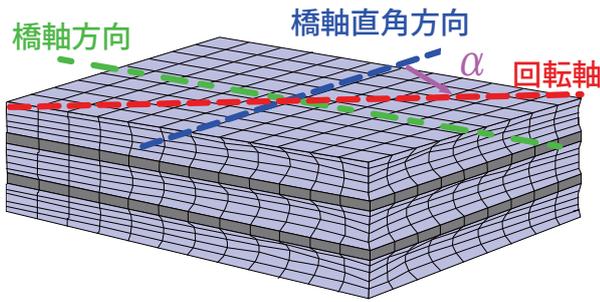


図-11 橋軸方向と斜角との関係

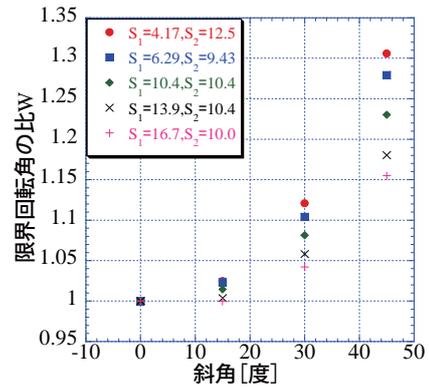


図-12 辺の比  $R=0.5$ , 面圧  $P=0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma=0$  での斜角と限界回転角の比  $W$  の関係

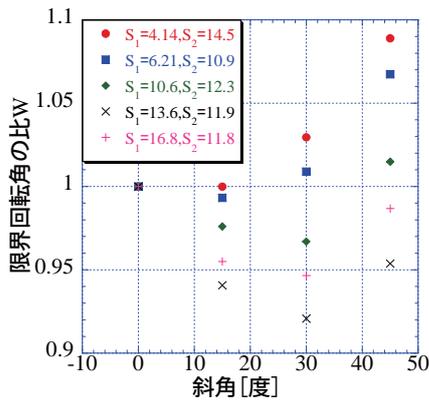


図-13 辺の比  $R=0.75$ , 面圧  $P=0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma=0$  での斜角と限界回転角の比  $W$  の関係

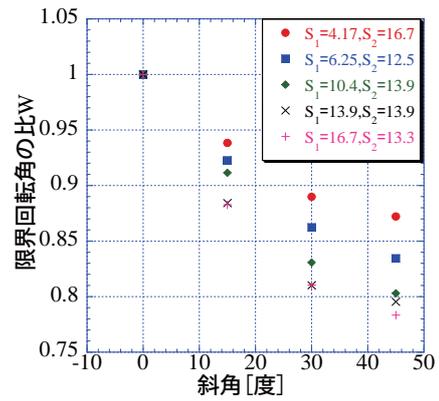


図-14 辺の比  $R=1$ , 面圧  $P=0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma=0$  での斜角と限界回転角の比  $W$  の関係

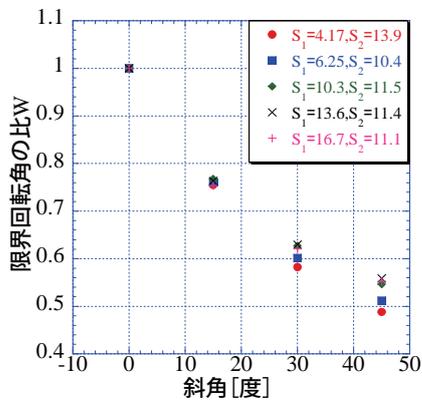


図-15 辺の比  $R=1.5$ , 面圧  $P=0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma=0$  での斜角と限界回転角の比  $W$  の関係

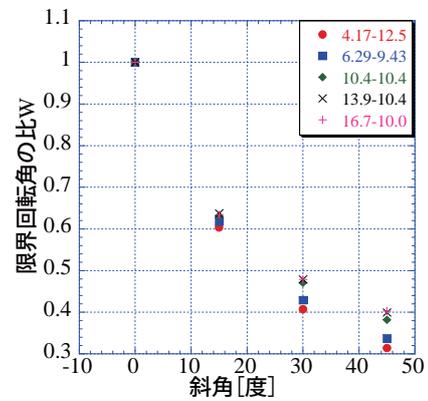


図-16 辺の比  $R=2$ , 面圧  $P=0$  [N/mm<sup>2</sup>], せん断変形の割合  $\gamma=0$  での斜角と限界回転角の比  $W$  の関係

の天然ゴムの解析結果を図-10 に示す。横軸は一次形状係数  $S_1$ , 縦軸は限界回転角[度]である。ただし、凡例は二次形状係数  $S_2$  の最小値と最大値を表しており、値の近いものを同じ記号でプロットしている。各図より、どのゴム材料においても、一次形状係数  $S_1$  の増加および二次形状係数  $S_2$  の増加に伴い、一定の傾向で限界回転角[度]が減少している。高減衰ゴムではせん断弾性係数が小さい方が限界回転角が大きく、同じせん断弾性係数では天然ゴムより高減衰ゴムの方が限界回転角は大きい。

### 3.6 設計式の構築

解析結果を基に、3種類のゴム材料を用いた矩形および円形断面を有する積層ゴム支承の回転限界性能を表す設計式を構築する。矩形断面の積層ゴム支承は式(5)、円形断面の積層ゴム支承は式(1)を用いて未知係数の同定を行った。矩形積層ゴム支承の未知係数の同定結果を表-2~4に、円形積層ゴム支承の未知係数の同定結果を表-5~7に示す。

限界回転角の解析結果と近似式による計算結果の誤差は表-8のようになった。各設計式は2.3で構築したG12の天然ゴム支承の回転限界性能を予測する設計式と同程度の精度で構築できたといえる。

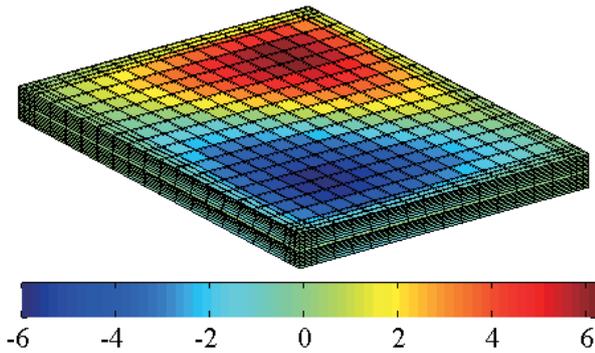


図-17 一次形状係数  $S_1=6.21$ ，二次形状係数  $S_2=10.9$ ，辺の比  $R=0.75$ ，面圧  $P=0[\text{N}/\text{mm}^2]$ ，せん断変形の割合  $\gamma=0$ ， $\alpha=45[\text{度}]$ での静水圧分布

#### 4. 支承が斜め方向に回転する場合の回転限界性能の把握と設計式の構築

2章および3章では支承の回転方向は橋軸方向に限定して、回転限界性能の把握と設計式の構築を行った。しかし、実際には橋軸方向と支承の回転方向が一致しない橋梁も多数存在する<sup>9),10)</sup>。そこでG12の天然ゴム支承を例として取り上げ、矩形断面の支承が斜め方向へ回転した際の回転限界性能を把握し、その影響を定量的に把握する。また、この結果を基に式(5)の設計式を拡張し、回転方向の効果について定式化を試みる。

##### 4.1 解析モデルと解析方法

解析モデルおよび解析方法は、2.1と同様である。ただし、支承の回転軸の角度 $\alpha$ （以下：斜角）については、図-11に示すように、橋軸直角方向（斜角が無い場合の回転軸）から15, 30, 45[度]の3方向を設定した。

##### 4.2 解析結果

図-12~16に、面圧  $P=0[\text{N}/\text{mm}^2]$ ，せん断変形の割合  $\gamma=0$ での、 $R=0.5, 0.75, 1, 1.5, 2$ の解析結果を示す。凡例は一次形状係数  $S_1$ ，二次形状係数  $S_2$ の順に示しており、横軸は斜角 $\alpha$ ，縦軸は斜角 $\alpha=0[\text{度}]$ の限界回転角を1としたときの限界回転角の比  $W$ を表している。

図-12より  $R=0.5$ では斜角 $\alpha$ [度]が増加すると限界回転角の比  $W$ は単調増加している。図-13より、 $R=0.75$ では斜角 $\alpha$ [度]が増加すると限界回転角の比  $W$ は1度減少し、その後増加している。また、限界回転角の比  $W$ が最小値をとる斜角 $\alpha$ [度]は一定ではない。図-14~16より、 $R \geq 1$ では斜角 $\alpha$ が増加すると限界回転角の比  $W$ は単調減少しており、 $R$ が大きいほど限界回転角の比は大きく減少している。また、 $R=1$ では、一次形状係数  $S_1$ が大きいほど、限界回転角の比  $W$ は大きい、 $R=1.5, 2$ では、その傾向が逆転している。

解析結果の静水圧分布の一例として、一次形状係数  $S_1=6.21$ ，二次形状係数  $S_2=10.9$ ，辺の比  $R=0.75$ ，面圧  $P=0[\text{N}/\text{mm}^2]$ ，せん断変形の割合  $\gamma=0$ ， $\alpha=45[\text{度}]$ での結果を図-17に示す。図の下のカラーバーは静水圧と色の対応を示している。回転軸が45度方向に移動したこと

表-9 支承が斜め方向に回転する場合の矩形積層ゴム支承の設計式の係数

$f_0$	$-7.3855 \times 10^{-3}$	$f_4$	$-5.1131 \times 10^{-3}$
$f_1$	$-1.3964 \times 10^{-4}$	$f_5$	$3.2733 \times 10^{-4}$
$f_2 [\text{mm}^2/\text{N}]$	$1.0694 \times 10^{-4}$	$g_0$	$1.0795 \times 10^{-4}$
$f_3$	$-0.018907$	$g_1$	$2.4191 \times 10^{-4}$

により、静水圧が最大値と最小値を示す位置も斜角に応じて斜め方向へ移動していることが分かる。

##### 4.3 設計式の構築

上述した限界回転角の比  $W$ は、支承が橋軸方向に回転した際の限界回転角を基準としたときの、支承が $\alpha$ [度]斜め方向に回転した際の限界回転角の割合を示している。よって、矩形支承の設計式(5)に限界回転角度の比  $W$ を掛け算することで、支承が斜め方向に回転する際の限界回転角 $\hat{\theta}$ を表すことにした。具体的には、支承の回転方向 $\alpha$ が変化した際の限界回転角 $\hat{\theta}$ は、一次形状係数  $S_1$ ，面圧  $P$  および辺の比  $R$ に大きく依存することから、以下のように設定する。

$$\hat{\theta}(S_1, S_2, P, \gamma, R) = \tilde{\theta}(S_1, S_2, P, \gamma, R) \cdot W(R, S_1, P, \alpha) \quad (7)$$

$$W(R, S_1, P, \alpha) = 1 + [f_0 + f_1 \cdot S_1 + f_2 \cdot P + f_3 \cdot (R-1) + f_4 \cdot (R-1)^2 + f_5 \cdot S_1 \cdot (R-1)] \cdot \alpha + [g_0 + g_1 \cdot (R-1)^2] \cdot \alpha^2 \quad (8)$$

ここで、 $\hat{\theta}$ は斜角の影響を含む限界回転角[度]、 $\alpha$ は斜角[度]、 $f_0, f_1, f_2 [\text{mm}^2/\text{N}]$ 、 $f_j (j=3 \sim 5)$ 、 $g_0, g_1$ の計8個は未知係数であり、FEM解析による限界回転角と設計式による限界回転角の差の二乗の和が最小となるよう同定した。ただし、 $\tilde{\theta}$ に含まれる定数は表-1のものを用いている。

表-9に未知係数の同定結果を示す。構築した設計式と限界回転角の解析結果とを比較すると最大誤差は9.25%、平均誤差が2.25%となり、斜角 $\alpha$ を考慮しない場合とほぼ同程度の精度で設計式の構築が行えた。

#### 5. まとめ

本研究では、文献5)での成果を発展させ、主要な天然ゴム支承および高減衰積層ゴム支承を対象に、任意の長方形断面および円形断面の積層ゴム支承の回転限界性能を把握し、それを近似する設計式の構築を目的とした。得られた主たる知見を以下に示す。

- 1) せん断弾性係数  $1.2[\text{N}/\text{mm}^2]$ の天然ゴム支承を対象に、任意の矩形断面を有する積層ゴム支承の回転限界を

解析により把握し、それを近似する設計式の構築を行った。

- 2) せん断弾性係数  $0.8[\text{N}/\text{mm}^2]$  の天然ゴムおよびせん断弾性係数  $0.8, 1.2[\text{N}/\text{mm}^2]$  の高減衰ゴムを対象に、詳細な材料を行い、各ゴムが弾性限界で示す力学特性の特定を行なった。
- 3) 2)の結果を基に、3種類のゴムの円形および矩形断面を有するの積層ゴム支承の回転限界を解析により把握し、それを近似する設計式を構築した。
- 4) せん断弾性係数  $1.2[\text{N}/\text{mm}^2]$  の天然ゴム支承を対象に、支承が斜め方向に回転する際の回転限界性能の変化を定量的に把握し、その効果を設計式に導入した。

**謝辞：**本研究を遂行するにあたって、(株)高速道路総合技術研究所の塩畑英俊氏、(株)BBMの今井隆氏、オイレス工業(株)の田中弘紀氏、(株)ブリヂストンの加藤亨二氏、東京ファブリック工業(株)の原暢彦氏に多大なご協力を賜りました。ここに記して謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 日本ゴム協会：免震用積層ゴムハンドブック，理工図書，2000.
- 2) R.I.スキナー，W.H.ロビンソン，G.H.マックベリー著，(川島一彦，北川良和監訳)：免震設計入門，鹿島出版会，1996.
- 3) (財)土木研究センター：橋の動的耐震設計法マニュアル，動的解析および耐震設計の基礎と応用，2006.
- 4) 日本道路協会：道路橋支承便覧，丸善，2004.
- 5) 柚木和徳，吉田純司，塩畑英俊，今井隆，杉山俊幸：有限要素モデルを用いた積層ゴム支承の回転限界の把握と設計式の構築，土木学会論文集 A，Vol.65, No3, pp.574-588, 2009.
- 6) (財)土木研究センター：道路橋の免震構造研究委員会，平成17・18年度報告書，2007.
- 7) 日本道路協会：道路橋支承標準設計，ゴム支承・ころがり支承編，1993.
- 8) 松尾芳郎，大石昭雄，原広司，山下幹夫：宮川橋の設計と施工，我が国初の免震橋梁，橋梁と基礎，1991.
- 9) 伊奈義直，中谷泰子，長嶋文雄：免震道路橋の同時多点観測と簡易モデルを用いた構造同定解析，土木学会論文集 A1，Vol.65, No1, pp.478-487, 2009.
- 10) プレストレスト・コンクリート建設業協会：新道路橋実績調査2006-2009年度，2010.
- 11) 吉田純司，阿部雅人，藤野陽三：高減衰積層ゴム支承の3次元有限要素解析法，土木学会論文集，No.717/I-61, pp.37-52, 2002.
- 12) 樋口隆英，筒井茂義，山村雅幸：実数値 GA におけるシンプレクス交叉の提案，人工知能学会論文誌，16巻1号 Q，pp.147-155，2001.
- 13) 久田俊明：非線形有限要素法のためのテンソル解析の基礎，丸善，1992.