

3. 修復限界状態設計計算例（かっぱ橋を例として）

3.1 群集荷重の分布

「木橋技術の手引き2005」^{3.1.1)}では、群集荷重における公表されたデータが見あたらなかったため、確定値として取り扱った。しかし、かっぱ橋における信頼性指標 β を算出するためには、群集荷重の分布を仮定する必要がある。ここでは、群集荷重の年最大値分布をグンベル分布と仮定する。また、公称値である 3.5kN/m^2 を年最大値分布における99.9%値、平均値 μ は 1.5kN/m^2 とする。 1.5kN/m^2 と言うのは、年数回（あるいは十数回）あるかと考えられる小学生の遠足での並んだ歩行を想定し、小学6年生の体重の平均値が約 40kg なので、 1m^2 当たり2人と考え、かなり多めにまるめた値である。グンベル分布は次式のように表わすことができるので、パラメータである α および u を求めなければならない。

$$F(x) = \exp[-\exp[-\alpha(x-u)]] \quad (3.1.1)$$

パラメータと平均値 $\mu=1.5$ の関係は次式で表わされる。

$$\mu \approx u + \frac{0.5772}{\alpha} = 1.5 \quad (3.1.2)$$

また、公称値を99.9%値としたので、次式が成り立つ。

$$0.999 = \exp[-\exp[-\alpha(3.5-u)]] \quad (3.1.3)$$

(3.1.2)および(3.1.3)式から、パラメータ α および u は次のように算出される。

$$\alpha = 3.165, \quad u = 1.318$$

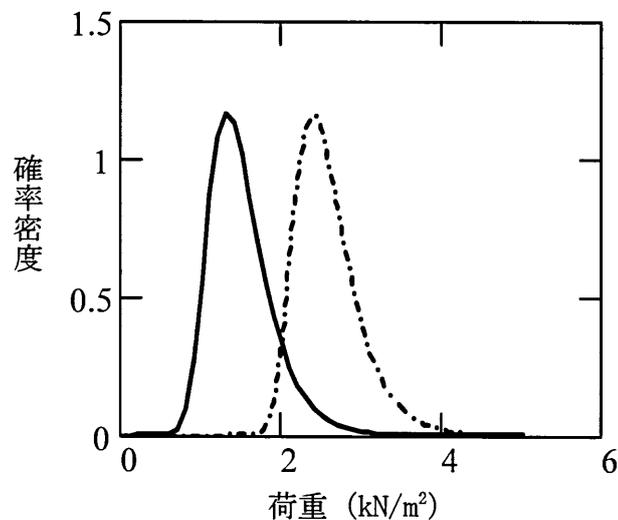


図-3.1.1 群集荷重における年最大値および30年最大値分布の確率密度関数

(注) 実線：年最大値分布、一点鎖線：30年最大値分布

設計供用年数をT年とした場合、(3.1.1)式よりT年における最大値分布は次式で表わすことができる。

$$F_T(x) = [F(x)]^T = [\exp[-\exp[-\alpha(x-u)]]]^T \quad (3.1.4)$$

年最大値分布およびT=30とした場合における確率密度関数は図-3.1.1のように表わされる。以下、かっぱ橋の設計時における供用年数が分らないが、ここでは30年として取り扱う。

3.2 設計時点における信頼性指標βの算定

載荷破壊実験(付録参照)では、一次破壊として下弦材が引張破壊した。これを終局限界状態とした信頼性指標βの算定を行なう。

荷重の組合せは、死荷重(D) + 群集荷重(SW)である。死荷重(木材+鋼材等)の分布は、「木橋技術の手引き2005」で示されているように、平均値=8kN/m³(有効幅員は2.3mなので、設計には8×2.3=18.4kN/m²を用いる)、変動係数0.1の正規分布とした。耐力(R)の分布を同手引きで示されているように2Pワイブル分布とするが、公称値は“複雑”なのでここで少し詳しく説明する。当時の許容応力度設計法では、許容応力度は長期、短期の2種類だけであり、長期における荷重継続時間の影響係数k_{DOL}は1/2としていた。設計に用いられた引張に対する長期許容応力度の値は10.5N/mm²である。この値は、静的加力試験における最大荷重から算出される強度(いわゆる材料強度)に比例限となる2/3を乗じた比例限度強度分布の信頼度75%における5%値にk_{DOL}を乗じたものである。限界状態設計における終局限界状態は破壊であるから、材料強度そのものの信頼度75%における5%値を公称値としなければならない。したがって、材料強度を逆算すると、次式のように算定される。

$$10.5 \div 2/3 \times 2 = 31.5 \text{ N/mm}^2$$

つまり、限界状態設計における耐力の公称値は31.5N/mm²となる。一方、許容応力度設計における公称値は上述した10.5 N/mm²とする。また、Rの変動係数は0.15である。Rは先述したように2Pワイブル分布としているので、確率分布関数は次式で表わされる。

$$F_R(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m\right]$$

したがって、パラメータである、m および η を求めなければならない。これは次のようにして求めることができる。Rの変動係数0.15とmとの関係は次式で表わされる。Γはガンマ関数である。

$$0.15^2 = \frac{\Gamma\left(\frac{m+2}{m}\right) - \left[\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)\right]^2}{\Gamma\left(\frac{m+1}{m}\right)}$$

これより、 $m = 7.907$ と算出される。また、公称値 31.5N/mm^2 は5%値であるから、次式が成り立つ。

$$0.05 = 1 - \exp\left[-\left(\frac{31.5}{\eta}\right)^{7.907}\right]$$

これより、 $\eta = 45.86$ と算出される。したがって、死荷重および耐力の分布関数はそれぞれ次式で表わされる。

$$F_D(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot 1.84} \exp\left[-\frac{(x-18.4)^2}{2 \cdot 1.84^2}\right] dx \quad (3.2.1)$$

$$F_R(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{45.86}\right)^{7.907}\right] \quad (3.2.2)$$

これより、許容応力度設計における β の値は、次のようにして

- 1) 図-3.2.1のように、それぞれの公称値 Y_i における累積確率が等しいとする標準正規変数に変換した値 u_i を求める。
- 2) u_i を二乗した和の平方根を算出すれば、その値が β となる。

$$\sqrt{\sum u_i^2} = \beta$$

T=30では、耐力、死荷重および群集荷重、それぞれの分布に対する u_i の値は、 -4.297 、 0 、 1.887 と算定される。したがって、 β は 4.693 となる。

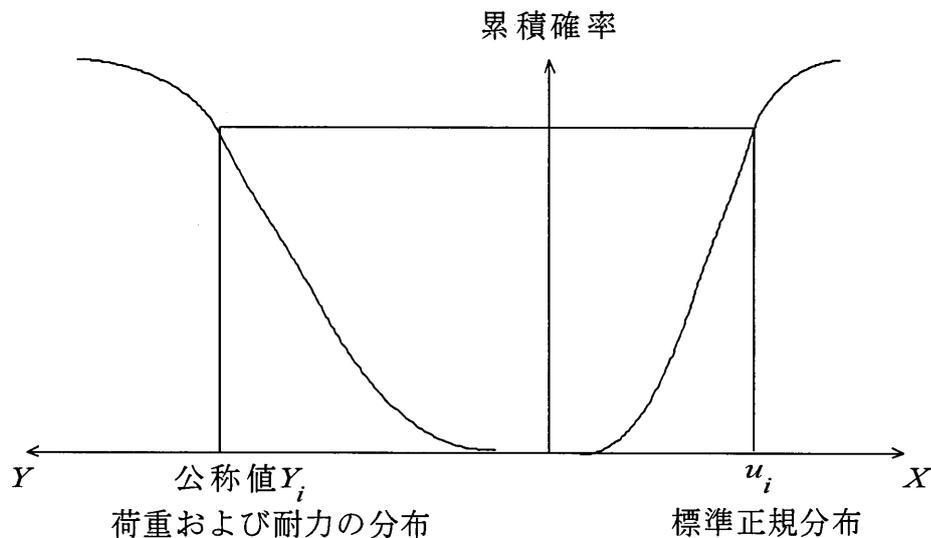


図-3.2.1 荷重および耐力分布から標準正規変数への変換

ここで次のことを断っておかなければならない。設計点は限界状態関数 $G = 0$ を満足する値である。しかし、許容応力度設計では、(1.2.1)式における耐力係数や荷重係数の値を通常 1.0

としており、設計点から求めているわけではない。したがって、先述した u_i の値は、限界状態関数

$$G = R - (D + SW)$$

の値をゼロとはしない。つまり、ここで求めた値はみかけの β と考えられる。

3.3 劣化度の評価

かっぱ橋では13年経過した時点での調査の結果により、腐朽が激しく撤去された。調査時点での β を算出し、当初設定した β を下回っていれば、修復などの措置をとらなければならないと言うのが修復限界状態設計である。ここでは、「打音+目視併用」による劣化度調査の結果を用いて β を算出することにする。用いたデータは、宮崎県に設置され約10年間使用した木製防護柵におけるデータ^{3.3.1)}である。かっぱ橋に用いられた弦材と断面が異なるが、ここでは計算の仕方を示すということで、このデータを用いることにする。

劣化度と曲げ耐力の関係を図-3.3.1に示す。劣化度は離散型のデータであるが、ここでは連続型のデータと見なし、2次元同時確率密度関数を用いて解析する。劣化度に最もフィットした分布型は対数正規分布、また、曲げ耐力（最大荷重）に最もフィットした分布型は3Pワイブル分布であったが、これまで述べてきたように「木橋技術の手引き2005」では耐力の分布を2Pワイブル分布としているので、ここでもそれに従い2Pワイブル分布とする。この仮定は、以下の解析に対して不都合をもたらすものではない。この時の同時確率密度を図-3.3.2に示した。

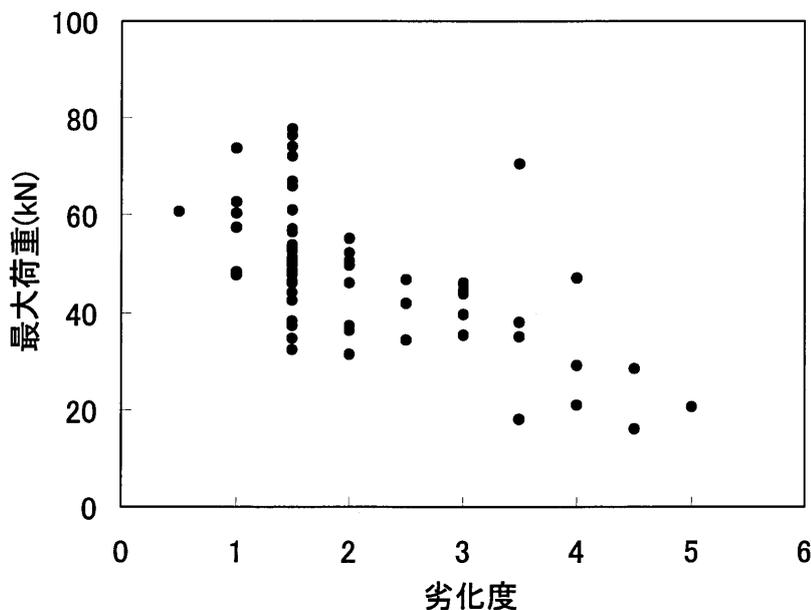


図-3.3.1 防護柵における劣化度と静的曲げ耐力の関係

(1) 荷重継続時間の影響を除いた劣化度の評価

木製防護柵には自重しか加わっていないので、静的曲げ実験で得られたデータは荷重継続時間 (DOL) の影響を含まないと考えられる。一方、かっぱ橋における下弦材はDOLの影響を考慮する必要があるため、次のように考えた。

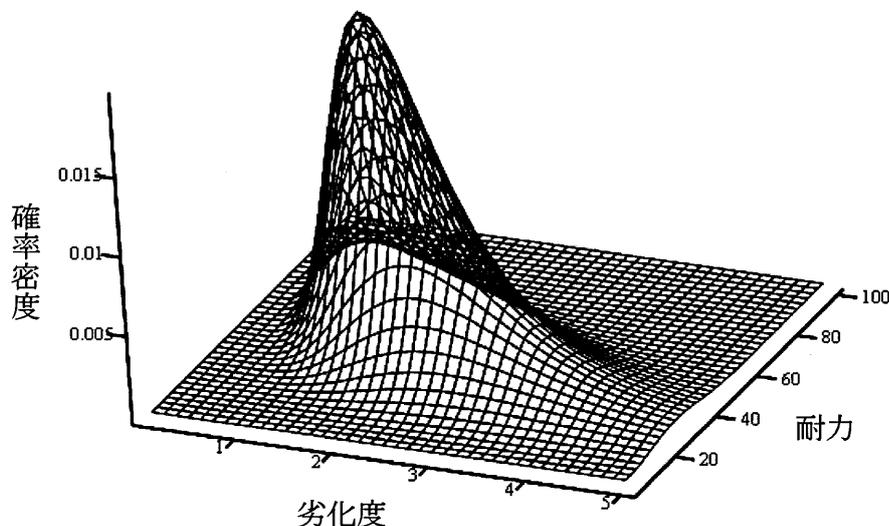


図-3.3.2 劣化度と耐力の同時確率密度関数

かっぱ橋の載荷実験における載荷重量に死荷重を加えた重量を用いて、トラス主構の片側におけるトラスの線形解析を行なうと、引張破壊した下弦材の断面力=破壊耐力は292.5kNと算定される。下弦材の断面は220mm×262mmなので、引張に関する材料強度31.5N/mm²から算出される耐力は、 $31.5 \times 220 \times 262 = 1,816\text{kN}$ である。したがって、初期耐力の公称値に対する破壊時の耐力の比は $292.5/1,816 = 0.161$ であり、これを耐力の低減係数とする。一方、13年経過時における k_{DOL} は0.59であり、これよりDOLの影響を除いた耐力の低減係数は $0.161/0.59 = 0.27$ と算定される。ここでは、まるめた値0.30をDOLの影響を除いた耐力の低減係数とする。

(2) 13年後の劣化度の算定

用いた木製防護柵のデータは初期耐力の分布が分らない。そこで、図-3.3.1におけるデータを回帰分析し、劣化度0における値を外挿した。その結果、劣化度0における5%値は48.3kNと算定された。そこで、初期耐力の公称値に当たる48.3kNに前述した劣化度0.30を乗じた値14.5kNとなる図-3.3.2における劣化度を求める。ここでは次のようにして行なった。

劣化度の評価は0.5刻みで行なわれているので、図-3.3.2において、劣化度の幅を0.5で切りとった部分の確率の5%値に相当する値が14.5kNとなるような劣化度の平均値を求めることにした。例えば、劣化度の平均値を1.0とし、その前後0.25に入る部分を図-3.3.3に示した。これを耐力の分布として描くと図-3.3.4のように表せる。このとき、ある耐力の値より小さな値が全面積に占める割合が5%となるような耐力をこの部分の5%値と考えるのである。

このような方法により、幅0.5の劣化度の平均値に対し、5%値が14.5kNとなる劣化度の平均値を求めると4.94となる。ここではまるめて5.0とする。つまり、木製防護柵のデータを基にすれば、載荷実験で引張破壊した下弦材の「打音+目視併用」による劣化度は5.0と評価される。ちなみに、DOLの影響を考慮しない場合、劣化度は7.68と評価されるが、劣化度は5が最大であり、耐力は0と考えてよいであろう。

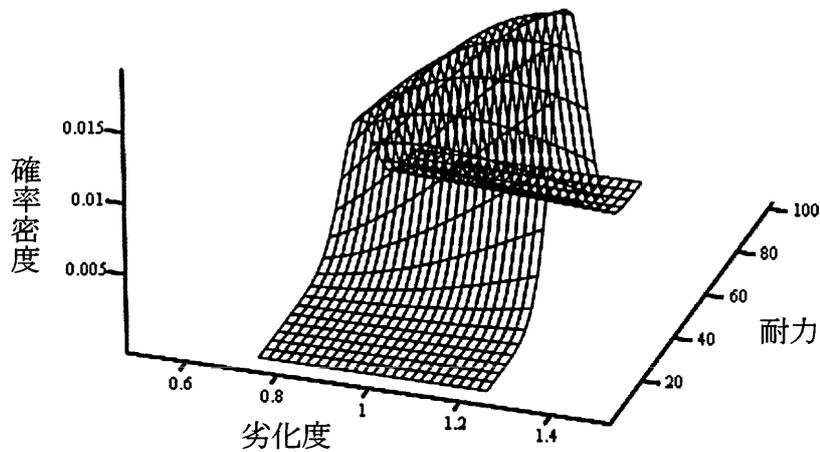


図-3.3.3 劣化度の平均値1幅0.5で切り取った領域

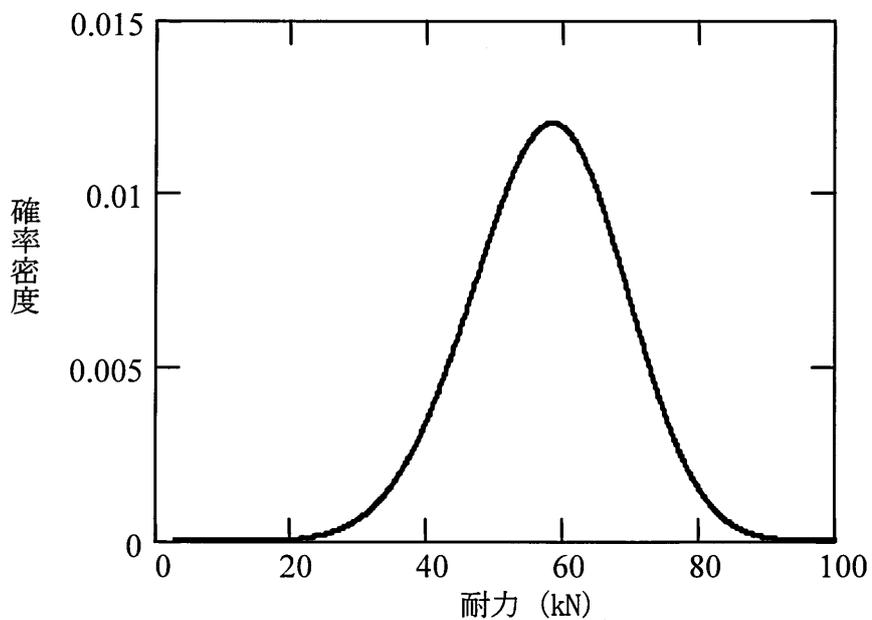


図-3.3.4 劣化度の幅を決めたときの耐力分布

3.4 13年経過後の信頼性指標 β

(1) 13年経過後の耐力の分布

3.3における劣化度のデータより、13年経過後の β を求めてみよう。必要なのは、13年経過後の耐力の分布である。ここでは次のように考える。

上述したように、DOLの影響を除いた耐力の低減係数は0.3であるから、ここでは13年経過後の耐力の分布における平均値は、初期耐力の平均値に0.3を乗じたものとする。また、このとき劣化度3.5における劣化度の幅0.5の領域における耐力の変動係数を求めると0.33と算出されるので、これをまるめて0.30とする。つまり、13年経過後における耐力の分布の平均値を初期強度に0.3を乗じた変動係数0.3の2Pワイブル分布とする。図-3.4.1に、初期強度の分布と13年経過後の強度分布と示した。

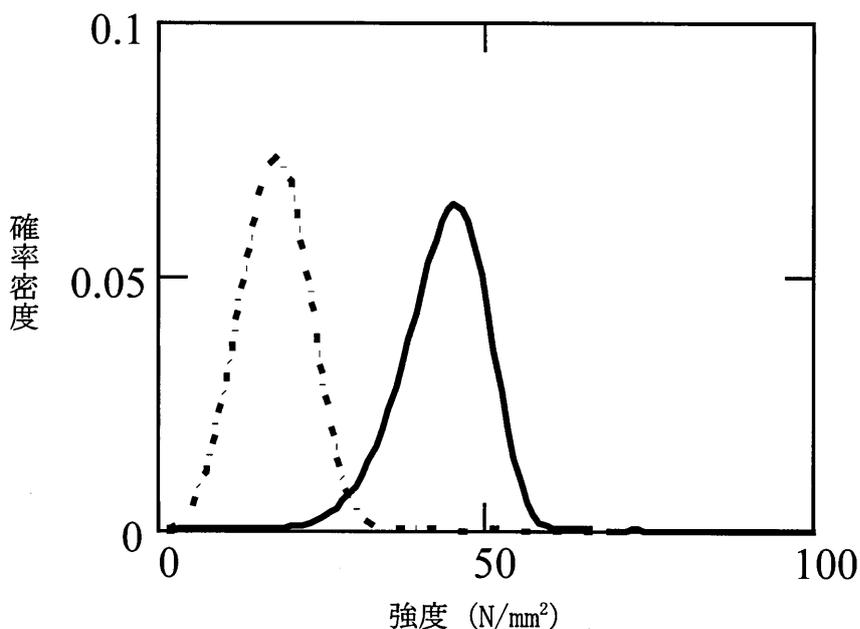


図-3.4.1 強度の低減

(注) 実線：初期強度の分布、点線：13年経過後の強度分布

(2) 13年経過後の信頼性指標 β

3.2で説明したような手法で、みかけの β を算出する。このとき、強度の公称値は3.2で用いたものと同じである。つまり、強度の分布が低減しても、公称値は変わらないと考えるのである。また、死荷重および群集荷重の分布および公称値も変わらない。したがって、それぞれの分布に対する u_i の値は、 -0.476 、 0 、 1.887 であり、 β は 1.946 となる。やはり、上述したように、この値は限界状態関数

$$G = R - (D + SW)$$

の値をゼロとはしない。

3.5 ピロディンのデータを用いた場合

これまでは、「打音+目視併用」という最も簡便だと思われる劣化度を用いて、修復限界状態設計における β の計算例を示した。今度は、ピロディンの打ち込みデータを用いた例を示そう。ピロディンによる打ち込み深さ測定は比較的簡便であり、データも多く、「打音+目視併用」の次に用いられ易いと考えられる。

まず、ピロディンの打ち込み深さと耐力の関係を図-3.5.1に表わした。次に、打ち込み深さの対数と最大荷重の関係を表わすと、図-3.5.2のようになり、これを「打音+目視併用」による劣化度判定と同様に同時確率密度関数で表わしたのが、図-3.5.3である。ただし、打ち込み深さの対数が最もフィットした分布は対数正規分布である。

打ち込み深さと最大荷重の関係を表わした図-3.5.1を見ると、打ち込み深さ10mmで頭打ちになっているように見える。そこで、打ち込み深さの対数と最大荷重の関係に対して回帰分析を行い、打ち込み深さ10mmにおける5%値を求めると49.5kNと算定される。

そこで、「打音+目視併用」による劣化度判定と同様に、ある最大荷重 P における同時密度関数の5%下限値が $49.5 \times 0.30 = 14.86\text{kN}$ となるような打ち込み深さを求めると、25.0mmと算出することができる。また、DOLを無視すると、36.5mmと算出される。

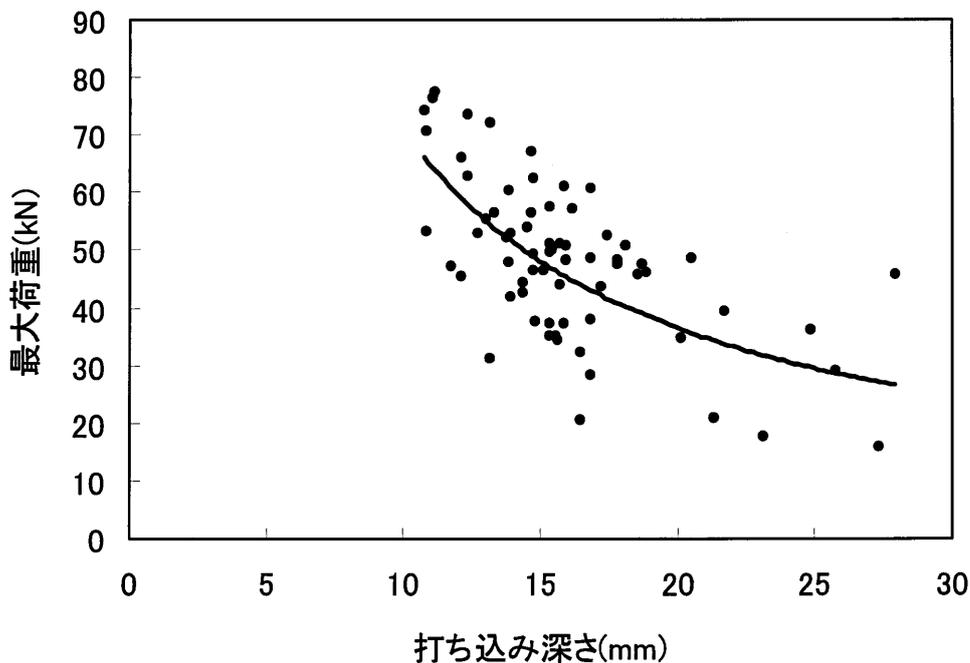


図-3.5.1 ピロディンの打ち込みデータと耐力の関係

3.6 限界状態設計における修復限界状態設計

以上説明してきたことを限界状態設計で行なってみよう。ここでは、ターゲットとする β を3.5とする。

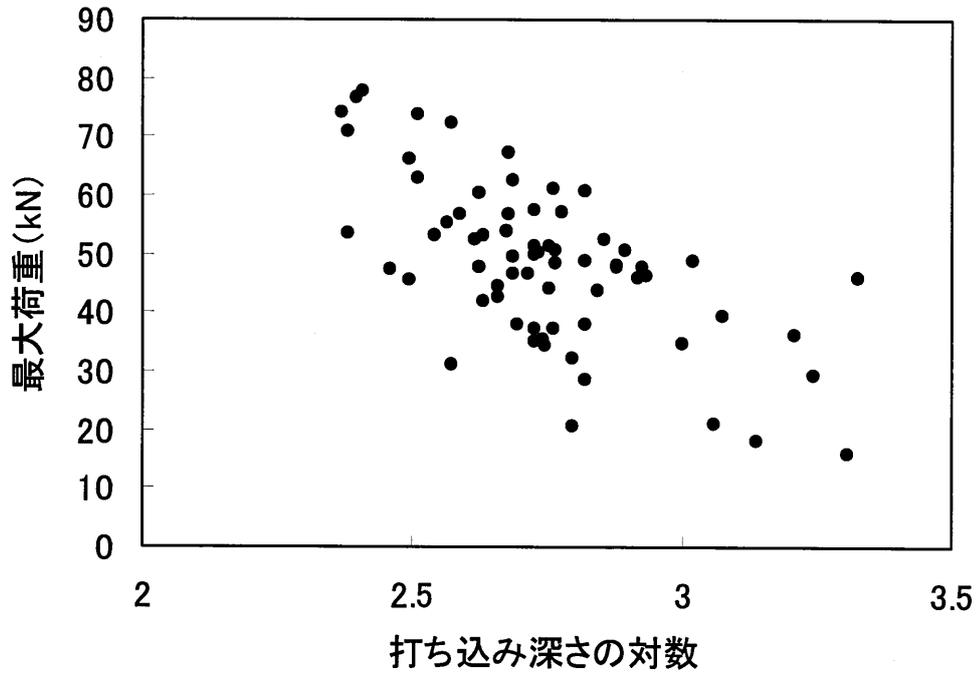


図-3.5.2 ピロディンの打ち込み深さの対数と耐力の関係

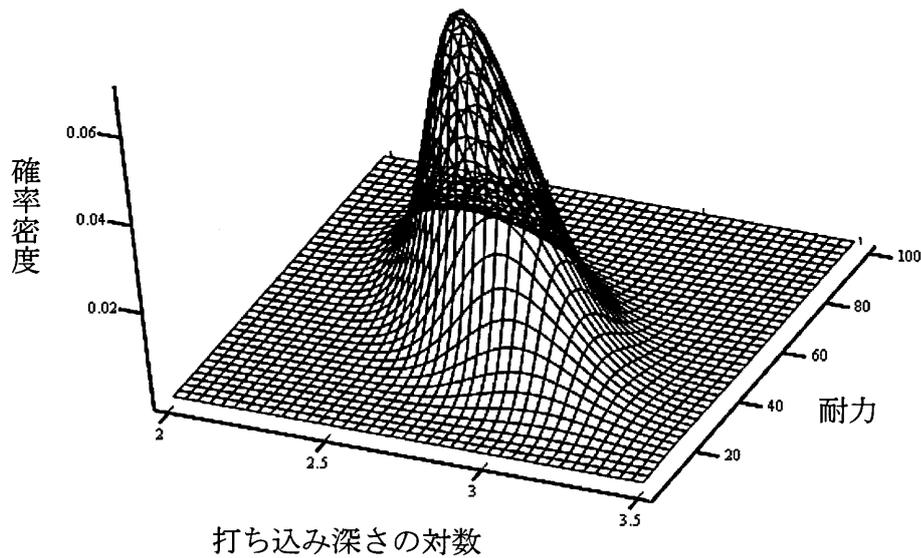


図-3.5.3 ピロディンの打ち込み深さの対数と耐力の確率密度分布

(1) 耐力・荷重係数の算出

ターゲット $\beta_r=3.5$ に対する耐力・荷重係数を求め、設計式で表わすと(3.6.1)式となる。
 詳しくは「木橋技術の手引き2005」を参照されたい。

$$1.064Dn + 0.424Wn \leq 0.669Rn \quad (3.6.1)$$

ここで、 k_{DOL} の取扱いについて説明しよう。例として、分りやすいように2変数 R （耐力）と L （荷重）が正規変数の場合を考える。限界状態関数は $G=R-L$ であり、 R の平均値 ER 、標準偏差 SR 、同様に L の平均値 EL 、標準偏差 SL とすると、 G の平均値は $ER-EL$ 、標準偏差 $\sqrt{SR^2+SL^2}$ となる。ここでは、 R の変動係数は変化せず、また、 L も変わらないと考え、ターゲットとする信頼性指標が β_T となるように、 R の平均値を求めることを考える。したがって、次式を満足する R の平均値を求めればよいことになる。

$$\frac{ER-EL}{\sqrt{SR^2+SL^2}}=\beta_T$$

このようにして算出した設計点を R および L の公称値で除した値が耐力・荷重係数となる。 k_{DOL} は耐力の調整係数として公称値を低減する値として用いられる。しかし、上述したように、公称値に乗じる調整係数は R の平均値を算出する上で用いられることはない。換言すれば、設計点は R および L の分布に依存しているのであり、公称値に依存してはいない。しかし、現実的には k_{DOL} を公称値に乗じて公称値を低減し、部材で言えば断面が大きくなるのであり、破壊確率も低減されることになる。そこで、みかけの β として、設計点を公称値に k_{DOL} を乗じた値を設計点として算出した値を用いることにしている。ただし、先述したように、 $G=0$ とはなっていないことには注意しなければならない。

(3.6.1)式に戻ると、 k_{DOL} を0.5とした場合、みかけの β は5.52となる。また、3.4で示した手法と同様にして、13年経過後のみかけの β を求めると2.18と算出される。

(2) 修復限界状態設計

以上のように、ある年数が経過後の劣化度が算定できれば、みかけの β が算出できる。このみかけの β が β_T をしまわったとき、修復すればよいことになる。また、修復後の耐力をもとに β を求めることができる。

参考文献

- 3.1.1) (社)土木学会鋼構造委員会木橋技術小委員会：木橋技術の手引き2005、2005.
- 3.3.1) 加藤英雄他：宮崎県に設置された木製防護柵の評価その3約10年間使用したビームの静的曲げ強度、PE008、第56回日本木材学会大会研究発表要旨集、2006.