

第 11 章 板 要 素

11.1 概 説

本章では，鋼構造部材の構成要素である板および補剛板について，境界条件および荷重条件の解析上の取り扱いとモデル化，板の座屈挙動を概説する．さらに，種々の境界条件下での板要素の終局強度推定式を紹介する．なお，ここでは板要素のみを対象とし，全体座屈との連成効果については触れない．

鋼構造物は，一般に，板単独で構造物を形成するような場合はまれで，板を用いて棒部材や柱，桁などの部材を構成し，さらにそれらが組み合わせられて橋脚や橋梁などの一つの構造物が成り立っているのが普通である．したがって，構造物の終局強度（耐荷力）は，部材を構成する板要素の強度，部材の強度，そして構造物全体の強度に依存することになる．高次不静定構造物などでは，板要素や部材が部分的に崩壊しても構造物全体が崩壊してしまうとは必ずしもいえないものの，構造物に要求される性能を低下させる要因となる．また，鋼製箱形単柱橋脚のような場合には，板パネルの座屈に起因する崩壊（局部座屈崩壊）と柱としての座屈（全体座屈崩壊）のどちらか，あるいは両者が相互に関連した崩壊（連成座屈崩壊）によって橋脚の耐荷力が決まる．

11.2 構造部材における板要素

図 11.2.1 に示す，箱形断面柱を例として板要素について説明する．柱は，フランジとウェブおよびダイアフラムの板要素から成り立っており，たとえば図 a) のウェブの斜線部分は，その周辺でフランジとダイアフラムによって面外方向の変位（たわみ）が拘束されており，周辺が支持された補剛板とみなすことができる（図

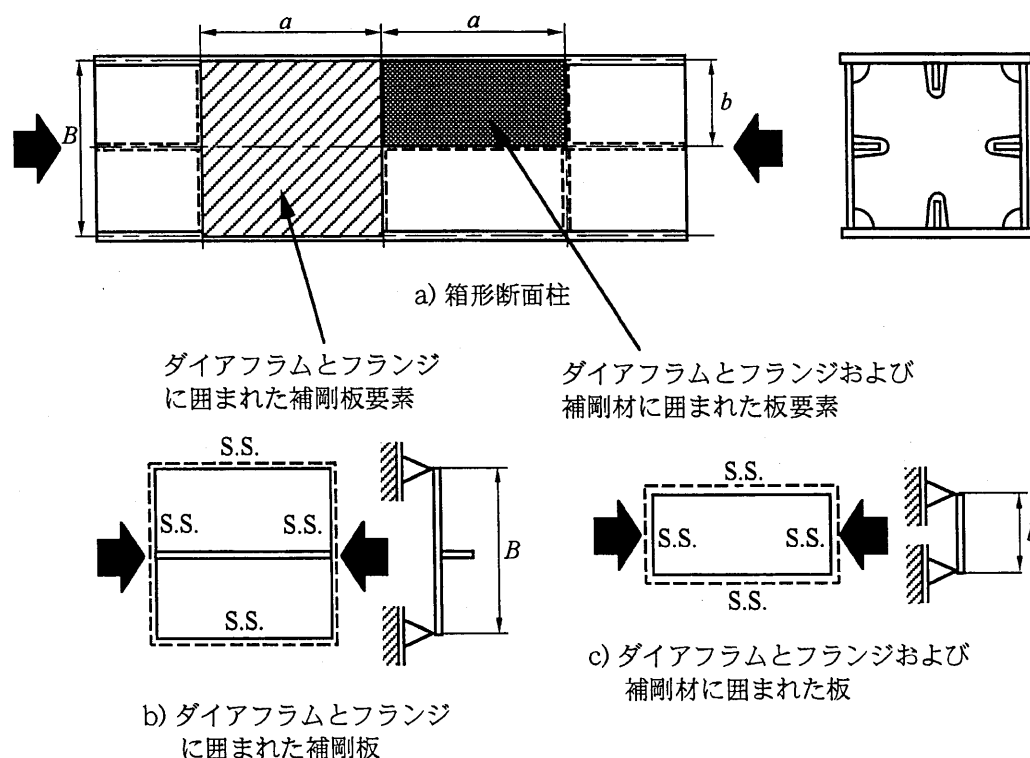


図 11.2.1 箱型断面柱と板要素

11.2.1b)). また、図 a) の薄墨部分はフランジとダイアフラムそして縦補剛材の位置でたわみが拘束されており、周辺が支持された板とみなすことも可能である (図 11.2.1c). フランジやダイアフラムの曲げ剛性がウェブの曲げ剛性に比べて大きい場合は、ウェブの周辺はたわみのみならず回転角も拘束され、固定支持に近い挙動となる。逆に、フランジやダイアフラムの曲げ剛性が小さい場合には、それらはウェブの回転変位に対して十分に抵抗できないので、ウェブの周辺は単純支持に近くなる。実際の構造物では、フランジやダイアフラムあるいは補剛材の曲げ剛性とウェブの曲げ剛性の比によって回転拘束の度合いが異なるので、固定支持と単純支持の中間的な回転拘束状態になる。しかし、従来、安全側を与えるという意味から単純支持を仮定することが多い。曲げを受ける H 形断面はりでは、圧縮フランジは、図 11.2.2b) に示すように、垂直補剛材とウェブで支持された 3 辺単純支持 1 辺自由の板と考えることができ、また、ウェブは、図 11.2.2c) に示すように、面内の曲げを受ける矩形板としてモデル化できる。

図 11.2.3 に示すようなコンクリートが充填された合成柱の圧縮鋼板や図 11.2.4 に示すアーチ橋補剛桁の圧縮フランジなどの圧縮鋼板では、コンクリート側への鋼板の座屈たわみが拘束されるので、その座屈波形は周辺固定支持された圧縮板と考えることができる。また、プレートガーダーの圧縮フランジがコンクリート床版により拘束されると、図 11.2.5 に示すように、その座屈波形もコンクリート側に生じなくなるので、3 辺固定 1 辺自由の圧縮板と考えることができる。

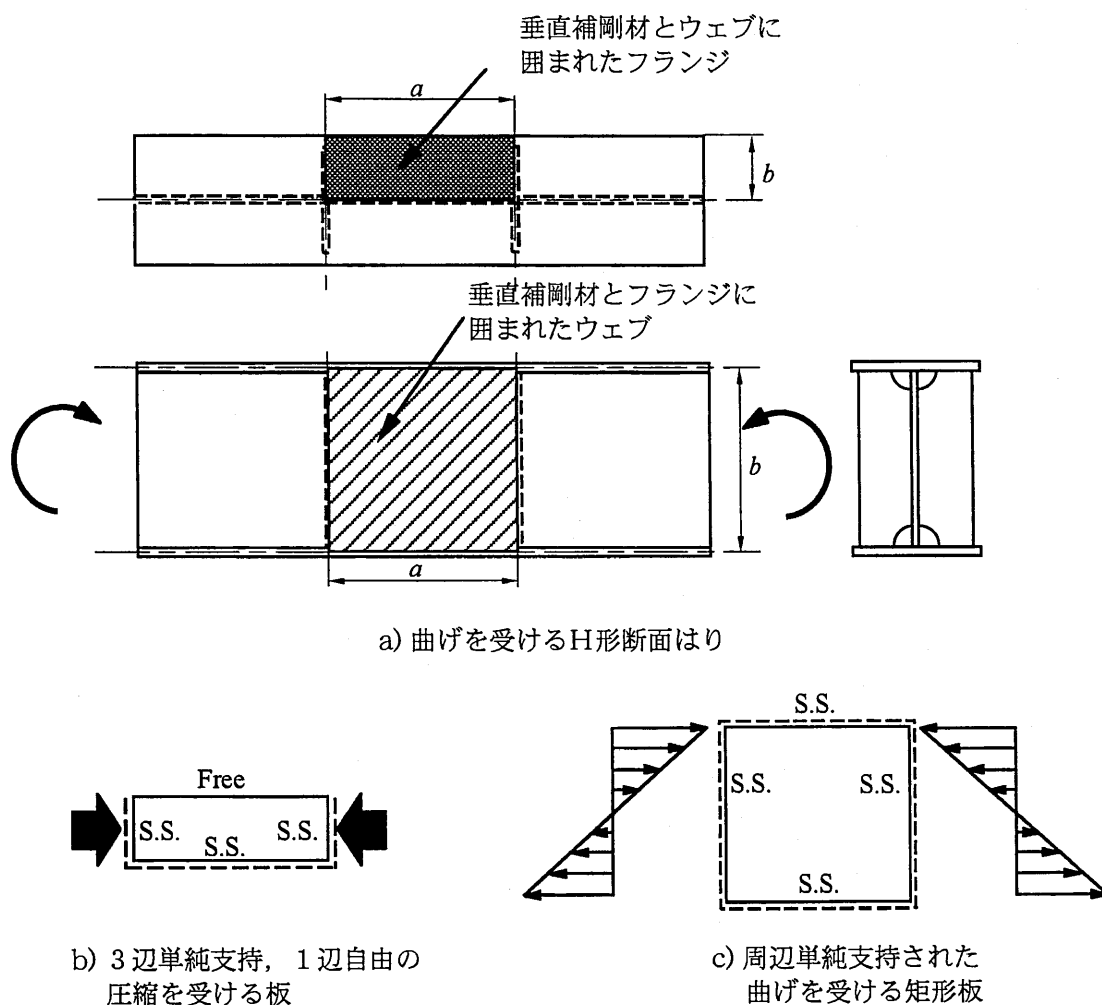


図 11.2.2 曲げを受ける H 形断面はりと板要素

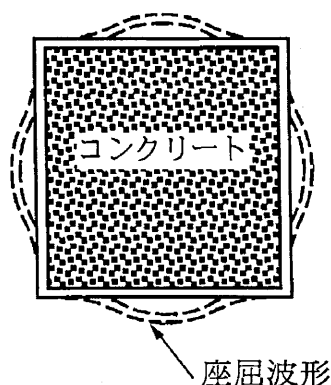


図 11.2.3 合成柱[中井ら, 1985a]

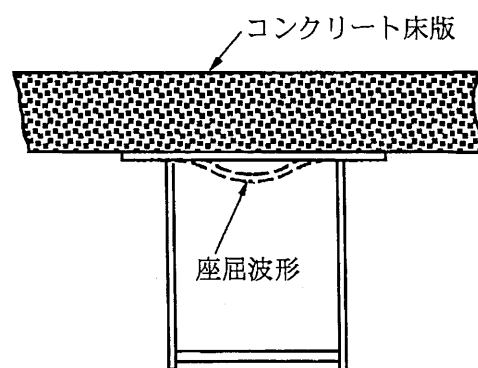


図 11.2.4 アーチ橋補剛桁[中井ら, 1985a]

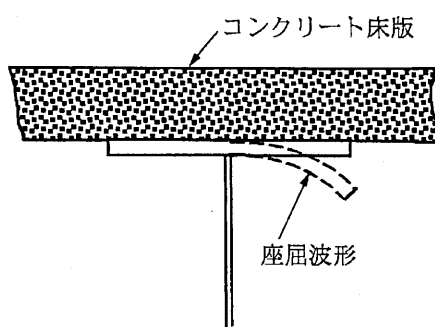


図 11.2.5 コンクリートで拘束された自由突出フランジ

上記のように、鋼構造物を構成する板あるいは補剛板は、幅 b (補剛板の場合は幅 B)、長さ a の板あるいは補剛板にモデル化される。一般には、板幅 b は、図 11.2.1, 11.2.2 に示すように、支持している板の中心間隔を採るが、道路橋示方書 [2002] では、図 11.2.6 のように定められている。

ところで、昨今では材料学的非線形および幾何学的非線形を考慮した有限要素解析が比較的安定かつ容易に行えるようになっている。しかし、たとえば図 11.2.7 に示すように、面内方向の変位を拘束しない場合には図の縦方向の変位が現れるが、面内方向変位を拘束すると幾何学的非線形性にとまって膜引張応力が発生し、変位拘束しない場合よりも耐荷力は大くなる [小松ら, 1978; 吉田ら, 1979]。このように、正確な耐荷力を得るためには、解析における境界条件を、板のたわみのみならず面内方向変位の拘束条件についても実構造物にできるだけ近い状態に設定する必要がある。

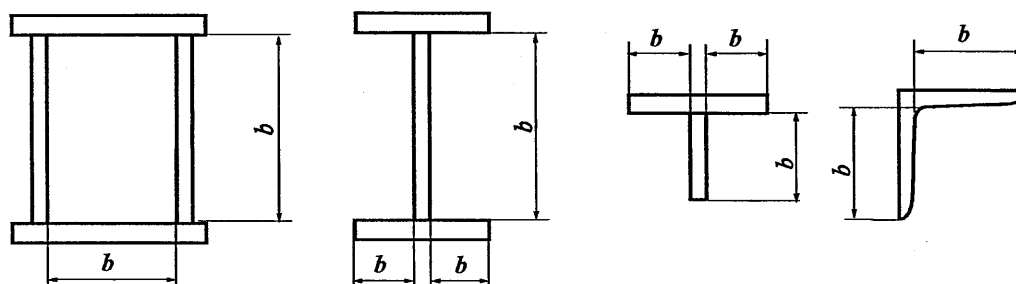


図 11.2.6 道路橋示方書 [2002] における板要素の支持間隔および自由突出幅

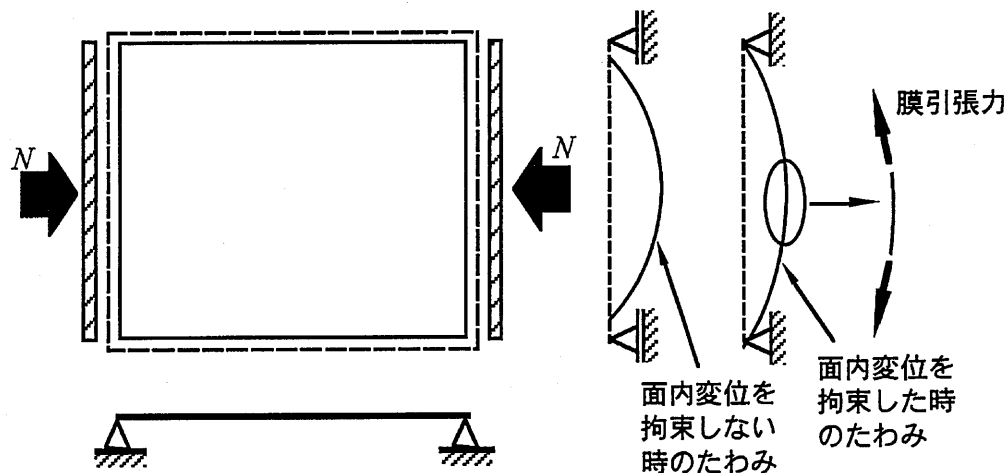


図 11.2.7 面内変位に関する境界条件

11.3 板の座屈挙動

11.3.1 圧縮を受ける無補剛板

(1) 座屈挙動

一般に、板はその周辺あるいは一部の辺でたわみ（面外方向の変位）が拘束されている。いま、図 11.3.1 に示すように、板の周辺が単純支持され、板面内方向の変位は拘束されていない矩形板（幅 b 、長さ a 、厚さ t ）に一樣圧縮変位 u が漸増的に与えられると、板に初期たわみが無ければ、ある荷重 N まではたわみを発生することなく等分布圧縮応力 $\sigma_c (= N/bt)$ が発生し、ある荷重 N_{cr} （座屈応力 $\sigma_{cr} = N_{cr}/bt$ ）に達すると板は座屈し、たわみ始める。座屈応力 σ_{cr} は次式で与えられる [たとえば、Timoshenko, 1961]。

$$\sigma_{cr} = k\sigma_e \quad (11.3.1)$$

ここに、 k は座屈係数と呼ばれ、板の縦横比（アスペクト比） $\alpha (= a/b)$ の関数である。また、 σ_e は、

$$\sigma_e = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (11.3.2)$$

である。

板の周辺のとわみが強固に支持され、板が座屈後も弾性を保つならば、図 11.3.2 の曲線 ① のように、荷重は σ_{cr} を越えてさらに上昇する。座屈後は側辺部に応力が集中し、図 11.3.1b) による応力分布となる。座屈後も耐力が上昇する現象を後座屈挙動といい、最終的には板の側辺部が降伏することによって最高荷重 N_{max} に達し、平均応力 $\bar{\sigma} (= N/bt)$ は極限值 σ_u となる（図 11.3.2 曲線 ②）。板に初期たわみ w_0 があると、その挙動は図 11.3.2 の曲線 ③ あるいは ④ のようになり、終局応力 σ_u は初期たわみのない場合よりも低下する。初期たわみが小さい場合には、曲線 ③ のように座屈応力 σ_{cr} 付近でたわみが急増する現象が現れるが、初期たわみが大きくなるとたわみの急増現象は明確には現れなくなる（曲線 ④）。

一般に、構造物はいくつかの板要素を溶接して組み立てられるが、この場合には溶接過程で残留応力が発生する。溶接による残留応力がある場合、圧縮力が作用すると、圧縮残留応力が存在する領域では早期に塑性化して剛性低下が起こるために、弾塑性域で座屈が発生する。引張残留応力がある領域では弾性域のままであるが、座屈応力 σ_{cr} よりも小さい応力でたわみ始め、残留応力のない場合よりも小さい荷重で最高荷重に達する。

なお、板厚が極めて薄いとき（幅厚比が大きい場合）には、溶接によって発生する残留応力によって、圧縮力が作用しなくても板の座屈が発生する場合がある。

(2) 座屈後の軟化挙動

図 11.3.2 に示す圧縮板の平均応力-たわみ曲線のうち材料降伏を考慮した ② ~ ④ では座屈により極限值 σ_u に到達後、荷重が減少するいわゆる軟化挙動を示す。この軟化挙動は、耐震設計などで圧縮板の変形能やエネルギー吸収能を規定する上で重要である。ここでは、軟化挙動に大きく影響する座屈モードの局所化現象について説明する [後藤ら 1995, 1996; Goto et al 1995]。

初期不整がない完全系の圧縮板の場合、図 11.3.3 の曲線 ② のように第1分岐により座屈が発生した後、降伏によって極限值 σ_u に到達するが、アスペクト比が $\alpha = a/b \geq \sqrt{2}$ のときには座屈たわみは形状の等しい2以上の周期的半波から成り立っている。この場合、極限值 σ_u から軸方向一様圧縮変位 u をさらに増加させると、図 11.3.3 に応力-軸方向変位関係を示すように、軟化領域で複数の半波形のうち一つに変形が集中する座屈モードの局所化現象が生じ、荷重が急激に低下する。局所化現象は、周期的半波の座屈たわみ形状が保持できなくなることにより生じる第2分岐点での塑性分岐挙動 (4.3.3 参照) に起因するものである。図 11.3.3 に

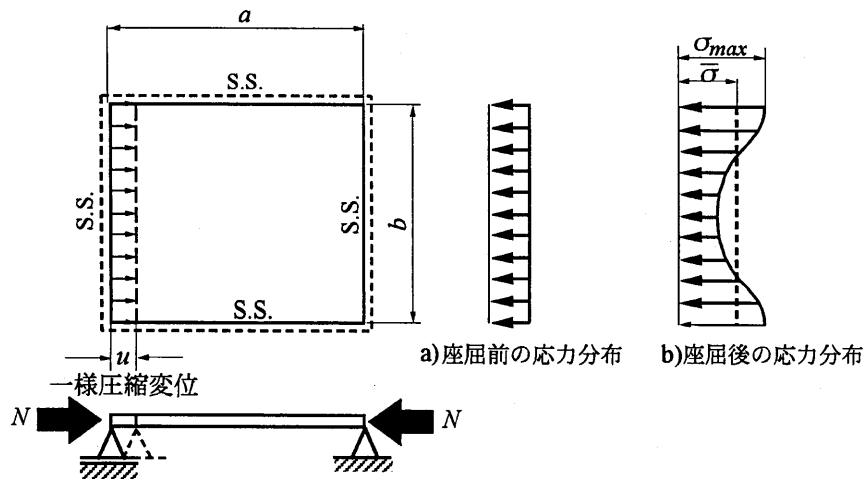


図 11.3.1 圧縮を受ける周辺単純支持版 (b/t が大きい場合)

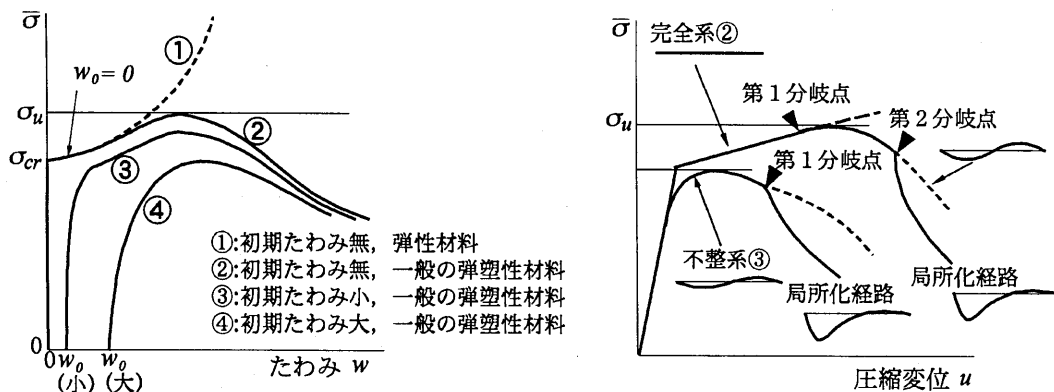


図 11.3.2 圧縮板の挙動

図 11.3.3 完全系と周期的な初期たわみを持つ不整系の応力-軸方向変位

($\sqrt{2} \leq \alpha \leq \sqrt{6}$ のときの例) [後藤ら, 1996]

示す ③ のように、周期的な初期たわみのある構造においても極限值 σ_u 到達時の座屈モードが 2 以上の周期的半波から成り立っている場合には、塑性分岐挙動により座屈モードの局所化現象が生じる可能性がある。この場合、初期不整のため極限值 σ_u への到達過程で分岐挙動は生じないので、座屈モードの局所化現象は第 1 分岐で発生する。座屈モードの局所化現象は、極限值 σ_u に到達後生じるので圧縮板の耐力を低下させることはないが、変形能やエネルギー吸収能を著しく低下させる可能性がある。座屈モードの局所化現象は板のみならず補剛板にも生じるため、一般の薄肉構造においては注意する必要がある。なお、繰り返し荷重を受ける場合には、座屈モードの局所化による変形能やエネルギー吸収能の低下はより顕著である。通常の構造では、荷重条件が対称でなく初期不整もあることから、分岐挙動によらず局所化挙動が生じる場合が多い。したがって、幾何学的非線形性を正確に考慮したシェル要素による複合非線形解析を用いて軟化領域の挙動を変位制御や弧長制御で追跡すれば、座屈モードの局所化現象を評価することが可能である。

11.3.2 圧縮を受ける補剛板

(1) 座屈挙動

図 11.3.4 に示すように、等間隔に配置された縦補剛材を有する周辺単純支持補剛板が、一様圧縮変位を受ける場合について述べる。

はじめに、補剛材の剛度が非常に大きい場合について述べる。この場合、補剛材間の板パネル（サブパネル）の挙動は前節の無補剛圧縮板の挙動に類似してくる。板パネルの幅 b と板厚 t の比、すなわち幅厚比 b/t が大きければ、まず板パネルが局部座屈した後座屈領域に入り、その応力分布は図 11.3.4(b) のような形となる。図 11.3.5 に示すように、板パネルの応力度を σ 、その最大応力度を $\sigma_{\max}$ とし、次式を満足する有効幅 b_e を定義する。

$$b_e = \frac{\int_0^b \sigma dx}{\sigma_{\max}} \quad (11.3.3)$$

有効幅 b_e は、応力レベルが低い時には、補剛材間隔 b にほぼ等しいが、板パネルが局部座屈した後、徐々に減少し始める。したがって補剛板の終局強度は、図 11.3.6 に示すように、板パネルの有効幅部分と補剛材からなる柱（有効補剛材という）の終局強度にほぼ等しくなる。とくに、補剛材本数が多く補剛板の縦横比 $\alpha_t = a/B$ (a : 横補剛材間隔, B : 補剛板の全幅) が小さくなるほど、補剛板側辺の支持条件の終局強度に及ぼす影響は

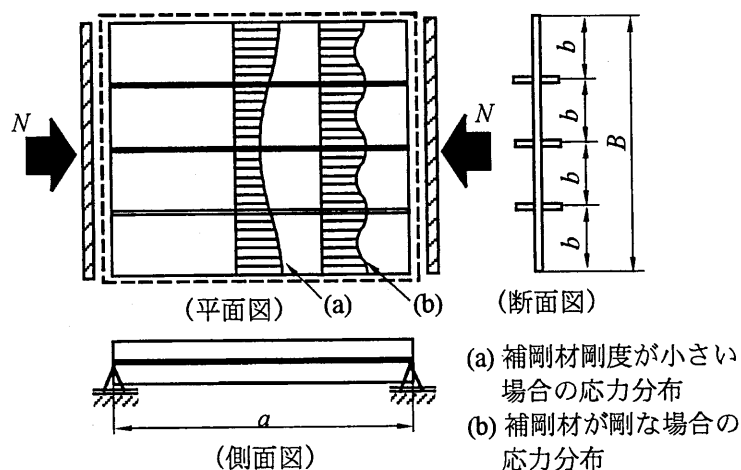


図 11.3.4 圧縮を受ける補剛板

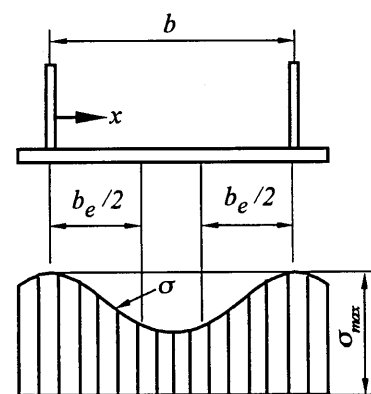


図 11.3.5 補剛板サブパネルの有効幅

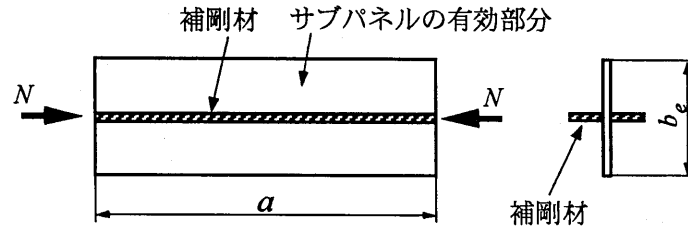


図 11.3.6 有効補剛材

小さくなり，有効補剛材を用いる方法（柱モデルアプローチ）は精度のよい終局強度の推定値を与える。

次に，補剛材剛度が非常に小さい場合について述べる．この場合は，補剛板全体が一枚の板（厳密には直交異方性板）として挙動するため，その特性は前節の圧縮を受ける無補剛板のそれに類似してくる．直交異方性板理論にしたがうと，補剛板の弾性座屈応力度 σ_{cr} は次式で与えられる [三上ら, 1980; Giencke, 1964].

$$\begin{aligned}\sigma_{cr} &= \frac{D\pi^2}{B^2 t_{eq}} \left\{ \left(\alpha_t + \frac{1}{\alpha_t} \right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha_t} \right)^2 n\gamma \right\} & (\alpha_t \leq \alpha_{t0}) \\ &= \frac{2D\pi^2}{B^2 t_{eq}} (1 + \sqrt{1 + n\gamma}) & (\alpha_t \geq \alpha_{t0})\end{aligned}\quad (11.3.4)$$

ここに， D は板の曲げ剛度， n はサブパネルの数 ($n = n_l + 1$, n_l : 補剛材本数)， t_{eq} は直交異方性板としての換算板厚， α_{t0} は軸方向座屈半波数が 1 の場合に座屈応力が最小となる縦横比（図 11.3.7 参照）， γ は補剛材の曲げ剛度と板パネルの曲げ剛度との比で補剛材剛比と呼ばれる．以上の記号は，それぞれ次のように与えられる．

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (11.3.5)$$

$$t_{eq} = t + \frac{A}{b} \quad (11.3.6)$$

$$\alpha_{t0} = \sqrt[4]{1 + n\gamma} \quad (11.3.7)$$

$$\gamma = \frac{EI}{BD} \quad (11.3.8)$$

ここに， A , I はそれぞれ補剛材 1 本の断面積，断面 2 次モーメントである．補剛材剛比 γ の増加につれて（ $\gamma = 0$ のとき無補剛板の座屈応力度となる）座屈応力度は増加するが，補剛材剛比 γ がある大きさ γ^* になると補剛材位置で節となる座屈波形となり補剛材で挟まれたサブパネルの座屈応力度に一致する．この補剛材剛比 γ^* は最適剛比と呼ばれ，補剛材設計の基準となる重要なパラメータである．補剛材剛比 γ が最適剛比 γ^* よりも大きくなっても理論的には座屈応力度は上昇しなくなり， γ^* 以上の補剛材を配置してもその効果はなくなる（図 11.3.8 参照）．しかしながら，たとえば図 11.3.9 に示すように，座屈強度よりも終局強度が大きい場合（補剛板の板厚が薄く，後座屈強度がある場合）には，座屈強度 A を基準として求めた γ^* では終局強度 A' に対しては不十分で，終局強度を保証するためには A' に対応する補剛材剛比が必要である．また，鋼製箱形断面橋脚の耐震設計などのように，変形能が要求されるような場合には， γ^* 以上の補剛材の効果が確認されており，宇佐美ら (1991) は， γ^* の 3 倍以上の補剛材剛比が望ましいとしている．ただし，この場合，あまりに補剛材間隔が狭くなると補剛材寸法が大きくなり，製作できなくなるという問題が生じる．

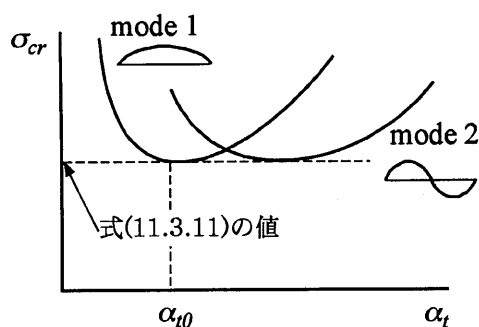
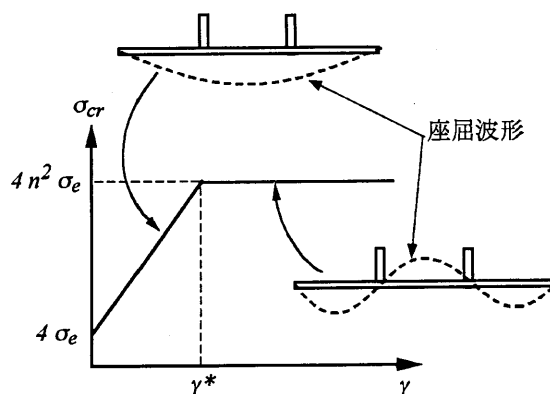
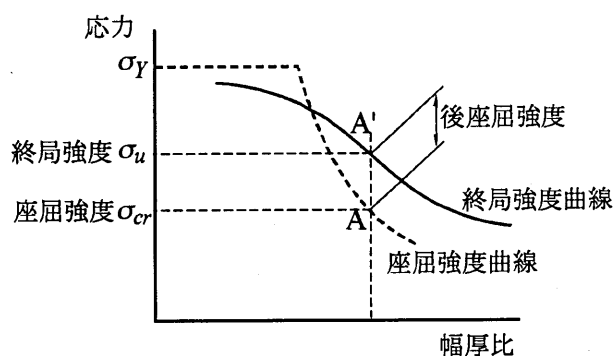
図 11.3.7 補剛板の座屈曲線と α_{t0} 図 11.3.8 最適剛比 γ^* 

図 11.3.9 座屈強度曲線と終局強度曲線

(2) 補剛材の最適剛比 γ^* と必要最小剛比 γ_{req}

ここでは、弾性座屈理論の立場から、補剛材の最適剛比を示し、一つの目安としての補剛材の補剛材剛度の設計法について示す。

いま、図 11.3.10 に示すような縦横に補剛された補剛板を考え、周辺 $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{da}$ は単純支持されていると仮定する。直交異方性板理論を用いると、補剛板パネル $abcd$ の弾性座屈応力度 σ_{crg} は次式で与えられる。

$$\sigma_{crg} = \frac{D\pi^2}{B^2 t_{eq}} \left\{ \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{m}{\alpha} \right)^2 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 n\gamma + \left(\frac{\alpha}{m} \right)^2 n_t \gamma_t \right\} \quad (11.3.9)$$

ここに、 m は圧縮軸方向の座屈半波数、 α は全パネルの縦横比 $\alpha = L/B$ 、 n_t は $\overline{bc}$ 間に配置された横補剛材によって区切られたサブパネルの数（図 11.3.10 では、 $n_t = 3$ ）である。弾性座屈応力度 σ_{crg} は、 m を $m < n_t$ の範囲で変化させた場合の最小値にとるものとする。さらに、 γ_t は横補剛材の剛比で、横補剛材の断面 2 次モーメントを I_t とすると、

$$\gamma_t = \frac{EI_t}{LD} \quad (11.3.10)$$

である。補剛材の断面 2 次モーメントの評価法には 2 種類がある。1 つは、道路橋示方書に定められているように補剛材の取り付け位置まわりの断面 2 次モーメントを用いる方法であり、他は、DAS_t Ri012(1978) で採用されているように、板パネルの有効幅部分と補剛材からなる断面の図心軸まわりの断面 2 次モーメントを用いる方法である。ここでは、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] で採用されている前者の方法で補剛材の断面 2 次モーメントを評価する。

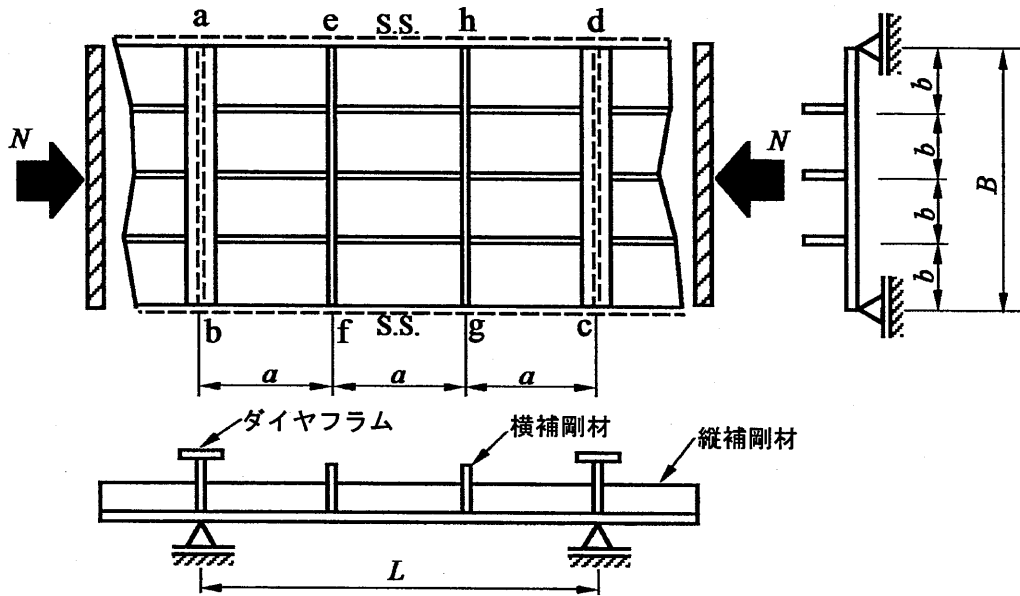


図 11.3.10 縦と横に補剛された圧縮版

実用上は図 11.3.7 に示すように、近似的に以下の σ_{crg} を用いることもできる。

① $\alpha \leq \alpha_0$ の時

式 (11.3.9) において $m = 1$ とした場合の σ_{crg} を用いる。

② $\alpha \geq \alpha_0$ の時

$$\sigma_{crg} = \frac{2D\pi^2}{B^2 t_{eq}} \left\{ 1 + \sqrt{(1+n\gamma)(1+n_t\gamma_t)} \right\} \quad (11.3.11)$$

ここに、

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{(1+n\gamma)(1+n_t\gamma_t)} \quad (11.3.12)$$

図 11.3.10 で、中間の横補剛材 ef, hg が無い場合には、縦補剛材のみで補剛された基準長さ a の補剛板となり、この場合には、上の式に $L = a$ および $\gamma_t = 0$ を代入して、縦補剛材のみを有する補剛板の座屈応力式 (11.3.4) が得られる。縦補剛材のみを有する補剛板のサブパネル（縦補剛材間の板パネル）の幅厚比パラメータ R_p は次のように与えられる。

$$R_p = \frac{1}{\pi} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (11.3.13)$$

一方、補剛板全パネルの幅厚比パラメータ R_l は、式 (11.3.4) の σ_{cr} を用いて、

$$R_l = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} \quad (11.3.14)$$

と与えられる。サブパネルの幅厚比パラメータ R_p と補剛板全パネルのそれ R_l が等しいとおくと、補剛板パネルを設計する上で一つの基準となる。

$$R_p = R_l \quad (11.3.15)$$

上式を満たす補剛材剛比を最適剛比 γ^* と呼び、式 (11.3.13) の座屈係数 $k = 4$ において、式 (11.3.15) から最適剛比 γ^* は次式のように導出される。

$$\begin{aligned}\gamma^* &= 4\alpha_t^2 n(1+n\delta) - \frac{(\alpha_t^2 + 1)^2}{n} & (\alpha_t \leq \alpha_{t0}) \\ &= \frac{1}{n} \left[\{2n^2(1+n\delta) - 1\}^2 - 1 \right] & (\alpha_t \geq \alpha_{t0})\end{aligned}\quad (11.3.16)$$

ここに、

$$\delta = \frac{A}{Bt} \quad (11.3.17)$$

である。

ただし、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] では、以下の条件から必要最小剛比 γ_{req} を定めている。

$$R_l = \max(0.5; R_p) \quad (11.3.18)$$

この式は、サブパネルの幅厚比パラメータ R_p が 0.5 より小さい場合には、サブパネルの耐荷力がすべて σ_Y であると仮定し、補剛板全パネルの R_l は、耐荷力が σ_Y であるサブパネルの $R_p (=0.5)$ に等しくなるように補剛材の剛度を低減してよいことを意味する。

縦と横に補剛された補剛板パネルについては、次式の幅厚比パラメータ R_{tl} を定義する。

$$R_{tl} = \max(R_l; R_t) \quad (11.3.19)$$

ここに、

$$R_t = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} \quad (11.3.20)$$

次式を満足する補剛材が、縦横に補剛された補剛板パネルの補剛材を設計する上での 1 つの基準となる。

$$R_{tl} = R_p \quad (11.3.21)$$

ただし、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] の考え方を準用すると、

$$R_{tl} = \max(0.5; R_p) \quad (11.3.22)$$

道路橋示方書では、縦横に補剛された補剛板パネルと縦方向のみ補剛された補剛板パネルの弾性座屈応力度が等しくなるように横補剛材が定められているので、横補剛材間隔が非常に狭くなると横補剛材寸法が大きくなりすぎることがあるが、式 (11.3.21) あるいは式 (11.3.22) を満足するように補剛材を設計すると、そのような不合理は起こらなくなる。

11.4 無補剛板の耐荷力

圧縮を受ける板の終局強度は、幅厚比パラメータ R の関数として与えられる。ここに、

$$R = \sqrt{\sigma_Y / \sigma_{cr}} \quad (11.4.1)$$

であり、 σ_Y は降伏応力、 σ_{cr} は弾性座屈応力で式 (11.3.1) で与えられる。幅厚比パラメータ R は、これらの式から、

$$R = \frac{1}{\pi} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (11.4.2)$$

と書くこともできる。ここに、 b は無補剛板の基準板幅で 11.2 に示す。

11.4.1 周辺単純支持板の終局強度

現在、国内外には膨大な数の圧縮板の強度に関するデータがあり、また、解析結果あるいは実験結果に基づいた多くの終局強度評価式が示されている。表 11.4.1 に評価式をまとめて示す。また、図 11.4.1 には表 11.4.1 の残留応力がある場合の周辺単純支持板の耐荷力曲線を比較して示す。図中、各曲線の説明における数字は表 11.4.1 に示す強度評価式番号と対応しており、各国の基準曲線もあわせて示している。

表 11.4.1 周辺単純支持板の終局強度評価式

No.	文献	強度評価式	備考
1	Fukumoto et.al.[1984]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= 0.968/R - 0.286/R^2 + 0.0338/R^3$ ($R \leq 0.571$) ($R \geq 0.571$)	残留応力有 平均値曲線 (M 曲線)
2		$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= -0.174 + 0.968/R - 0.286/R^2 + 0.0338/R^3$ ($R \leq 0.389$) ($R \geq 0.389$)	残留応力有 (M-2S 曲線)
3		$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= 1.133/R - 0.384/R^2 + 0.0468/R^3$ ($R \leq 0.658$) ($R \geq 0.658$)	残留応力無 平均値曲線 (M 曲線)
4		$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= -0.208 + 1.133/R - 0.384/R^2 + 0.0468/R^3$ ($R \leq 0.337$) ($R \geq 0.337$)	残留応力無 (M-2S 曲線)
5	三上 [1980]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= (0.526/R)^{0.7}$ ($R \leq 0.526$) ($R \geq 0.526$)	
6	Kármán [1932]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= 1/R$ ($R \leq 1$) ($R \geq 1$)	
7	宇佐美ら [1981][1982]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= C/R$ ($R \leq C$) ($R \geq C$)	C=0.737:HT60 材 C=0.75:HT80 材
8	奈良ら [1988]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= (0.453/R)^{0.495}$ ($R \leq 0.453$) ($R \geq 0.453$)	残留応力有 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = -0.4$
9		$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= (0.451/R)^{0.511}$ ($R \leq 0.451$) ($R \geq 0.451$)	残留応力有 平均値曲線 (M 曲線)
10	土屋ら [1988]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= (0.7/R)^{0.86}$ ($R \leq 0.7$) ($R \geq 0.7$)	
11	宇佐美ら [1992][1996]	$\sigma_u/\sigma_Y = 1$ $= 1/2R \cdot (\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R})$ ($R \leq R_0$) ($R \geq R_0$)	

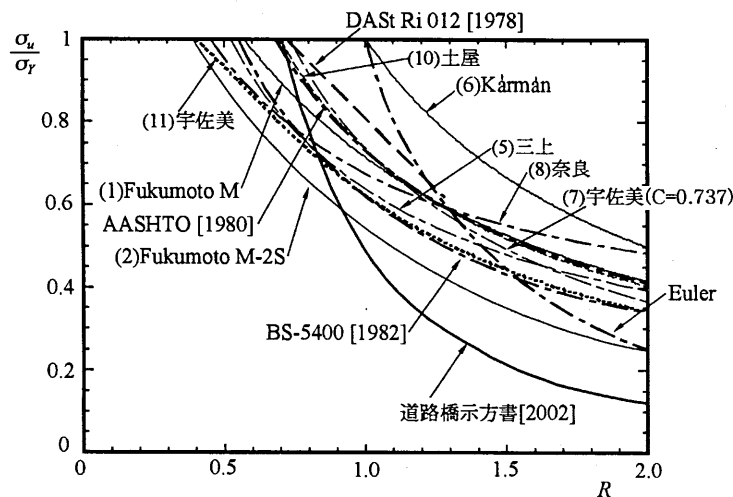


図 11.4.1 周辺単純支持板の耐荷力曲線

表 11.4.2 無補剛板の耐力実験データ数[Fukumoto et al.,1984]

供試体形状	ヨーロッパ	北アメリカ	日 本	総 計
単一板	362		55	417
溶接正方形箱形	74	8	93	175
正方形形鋼管			49	49
溶接長方形箱形	20		6	26
長方形形鋼管			22	22
十字断面	20	12	72	104
合計	476	20	297	793

Fukumoto et al.(1984) は、表 11.4.2 に示す総計 793 件の無補剛圧縮板の強度実験データを集めた数値データバンクを基に、残留応力を含む板（溶接したままの板要素および箱形短柱）と残留応力を除去した板の終局耐力 σ_u/σ_Y について、それぞれの耐力の平均値を表す曲線（M 曲線）および平均値から標準偏差の 2 倍を差し引いた値を示す曲線（M-2S 曲線）を提案した（表 11.4.1 参照）。ただし、これらの曲線は縦横比が 1.0 以上の板のみを考えている。図 11.4.2 および図 11.4.3 に、実験結果を示す。これらの図中の w は、変動係数（標準偏差/平均値）を表す。これらの図から、M-2S 曲線は、実験値のほぼ下界曲線となっていることがわかる。Fukumoto et al.(1984) は、箱形短柱と単一板の実験結果から得られた強度の差は統計的に見てほとんど差がないとしている。

三上(1980), Kármán(1932), 宇佐美ら(1981,1982), 奈良ら(1988), 土屋ら(1988)の曲線（表 11.4.1 で No.5～No.10）は、

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \left(\frac{C}{R}\right)^n \quad (11.4.3)$$

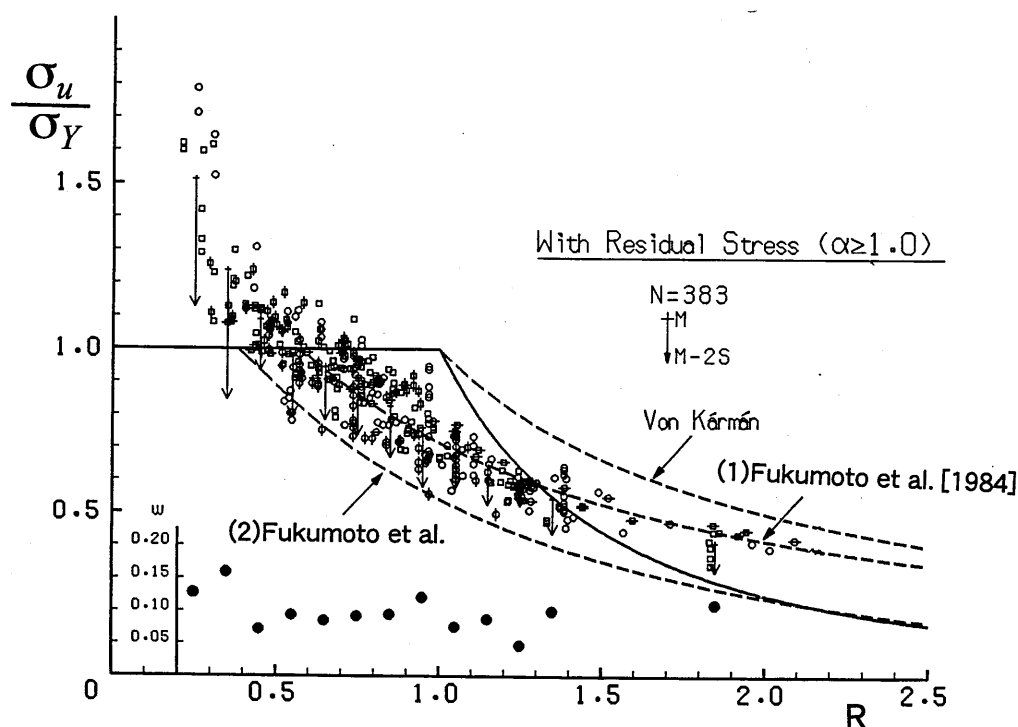


図 11.4.2 周辺単純支持板の耐力曲線（残留応力有）[Fukumoto et al.,1984]

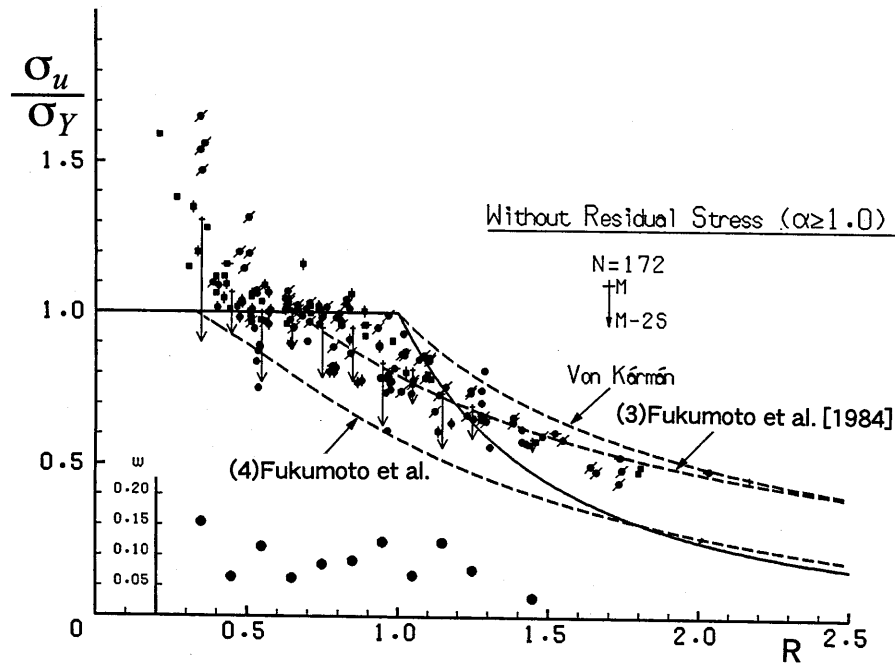


図 11.4.3 周辺単純支持板の耐荷力曲線 (残留応力無)[Fukumoto et al.,1984]

の形で与えられており，BS5400(1982)に採用されている形と同様である．初期不整を考慮した弾塑性有限変位解析結果では，幅厚比パラメータ R が 0.5～1.0 付近の耐荷力がほぼ降伏応力に近いところ ($\sigma_u/\sigma_Y = 1$ 付近) で耐荷力曲線は上に凸となるが，式 (11.4.3) の形の曲線は上に凸の部分を表すことができず，常に下に凸となる．しかし式の形は非常に簡単である．

なお，Kármán(1932)の曲線は初期不整のない圧縮板に有効幅の概念を導入して誘導されたものであり，これに初期不整の影響を考慮したものが No.7 の宇佐美ら (1981,1982) の評価式である．宇佐美らは， C の値として，HT80 材では 0.75，HT60 材では 0.737 を提案している．図 11.4.1 に示す曲線は，HT60 材 ($C=0.737$) である．

土屋ら (1988) の評価式は，弾塑性有限変位解析結果および座屈実験データベース [Fukumoto,1984] に基づいて提案された．ただし，座屈実験データベースの利用に際して，ばらつきおよび周辺の境界条件を考慮して適当なものを抽出している [福本, 1990]．

宇佐美ら (1992,1996) は初期不整を考慮した評価式を提案した (表 11.4.1 の No.11)．式中， β は次式で与えられる．

$$\beta = 1 + \bar{C}(R - R_0) + R \quad (11.4.4)$$

ここに，

$$\bar{C} = -157 \left(\frac{\Delta}{b} \right) \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \right) + 43 \left(\frac{\Delta}{b} \right) + 1.2 \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \right) + 0.03 \quad (11.4.5)$$

$$R_0 = \bar{A} - \bar{B} \ln \left(\frac{\Delta}{b} \right) \leq 1.0 \quad (11.4.6)$$

$$\bar{A} = -0.05 - 0.542 \exp \left(-11.9 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \right) \quad (11.4.7)$$

$$\bar{B} = 0.09 + 0.107 \exp \left(-12.4 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \right) \quad (11.4.8)$$

また、適用範囲は、

$$0 \leq \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \leq 0.5, \quad \frac{1}{3233} \leq \frac{\Delta}{b} \leq \frac{1}{150} \quad (11.4.9)$$

としている。

上式で、 σ_{rc} は圧縮残留応力、 Δ は最大初期たわみ（たわみ形状は正弦半波）である。残留応力のない場合とある場合について奈良ら (1987, 1988)、福本らの平均値曲線 [Fukumoto et al., 1984] と比較し、残留応力のない場合にはこの提案式は十分満足できることを示している。残留応力がある場合には、幅厚比パラメータが小さいときにはほぼ一致した値となるが、幅厚比が大きくなると差が大きくなる。なお、図 11.4.1 に示す曲線は、 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.4$ 、 $\Delta/b = 1/150$ の場合である。

図 11.4.1～11.4.3 から、種々の強度評価式はかなりばらついていることがわかる。これは初期たわみや残留応力あるいは降伏応力の違いなどに起因する。図 11.4.1 に示すように、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] は、幅厚比の大きい範囲で、諸外国に比してかなり小さく、また、実験データの下限值を与える M-2S 曲線よりも控えめな値であることがわかる。

11.4.2 3 辺周辺単純支持 1 辺自由の板の終局強度

11.2 で述べたように、架設時の単純プレートガーダーの圧縮フランジ、あるいは連続プレートガーダーの中間支点付近の下圧縮フランジなどは 3 辺単純支持 1 辺自由の矩形板とみなすことができる。これらのフランジは、ねじりにともなうそり応力がない場合には、曲げモーメントによる圧縮応力が作用する。この終局強度に関する研究は少なく、フランジねじれ座屈を対象とした Basler et al.(1961) の式、Komatsu et al.(1983) の弾塑性有限変位解析、初期不整を考慮した宇佐美 (1996) の式がある。また、福本ら (1990) は、終局強度の統一評価の試みの中で、この境界条件における板の終局強度評価式を示している。これらの評価式はそれぞれ以下のようなものである。なお、幅厚比パラメータ R の座屈係数 k は、その最小値すなわち縦横比 $\alpha (= a/b) = \infty$ のときの座屈係数 $k = 0.425$ を採る。

Basler et al.(1961) の式は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_u/\sigma_Y &= 1 & (R \leq 0.45) \\ &= 1 - 0.53(R - 0.45)^{1.36} & (0.45 < R < \sqrt{2}) \\ &= (1/R)^2 & (\sqrt{2} \leq R) \end{aligned} \quad (11.4.10)$$

福本ら (1990) の式は、

$$\begin{aligned} \sigma_u/\sigma_Y &= 1 & (R \leq 0.7) \\ &= (0.7/R)^{0.64} & (R > 0.7) \end{aligned} \quad (11.4.11)$$

である。

また、宇佐美ら (1996) は、幅厚比パラメータ R のほかに、残留応力と初期たわみの大きさも含めて強度式を次式のように与えている。

$$\begin{aligned} \sigma_u/\sigma_Y &= 1 & (R \leq R_0) \\ &= \frac{1}{2R} \left(\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R} \right) + 2.5R(\beta - R - 1)^2 & (R \geq R_0) \end{aligned} \quad (11.4.12)$$

ここに,

$$\beta = 1 + \bar{C}(R - R_0) + R \quad (11.4.13)$$

$$\bar{C} = C_1 - C_2 \exp\left(-C_3 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y}\right) \quad (11.4.14)$$

$$C_1 = 0.276 - 4.71 \frac{\Delta}{b} \quad (11.4.15)$$

$$C_2 = 0.278 - 9.18 \frac{\Delta}{b} \quad (11.4.16)$$

$$C_3 = 3.55 - 211 \frac{\Delta}{b} \quad (11.4.17)$$

$$R_0 = \bar{A} - \bar{B} \ln\left(\frac{\Delta}{b}\right) \leq 1.0 \quad (11.4.18)$$

$$\bar{A} = -0.603 - 0.071 \exp\left(-13.6 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y}\right) \quad (11.4.19)$$

$$\bar{B} = 0.219 + 0.031 \exp\left(-13.2 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y}\right) \quad (11.4.20)$$

ただし, 適用範囲は,

$$0 \leq \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \leq 0.5, \quad \frac{1}{809} \leq \frac{\Delta}{b} \leq \frac{1}{50} \quad (11.4.21)$$

である.

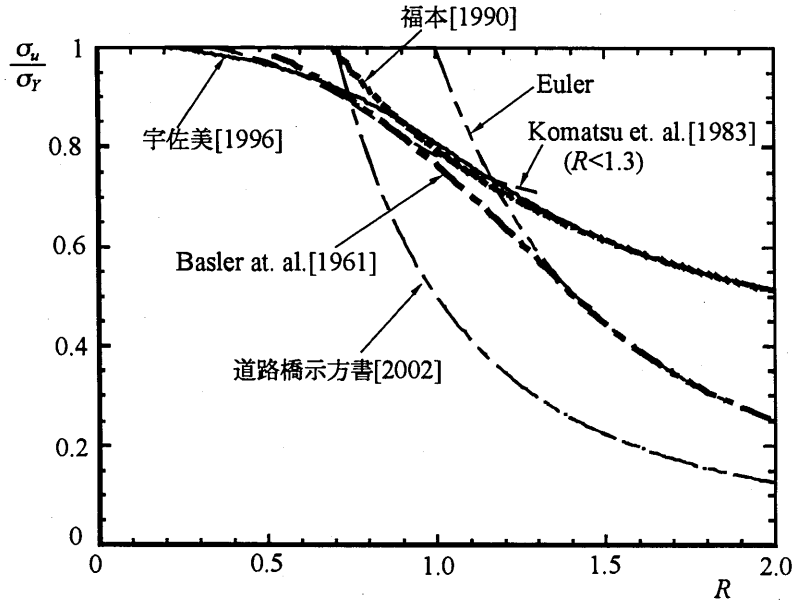


図 11.4.4 3 辺単純支持 1 辺自由の板の耐荷力曲線

図 11.4.4 には, 圧縮残留応力 σ_{rc} が $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.4$, 最大初期たわみ Δ が $\Delta/b = 1/150$ のときのそれぞれの耐荷力曲線を示したものである. 図には, 道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] および Euler 曲線もあわせて示すが, 図からわかるように, 道路橋示方書は, 幅厚比の大きい範囲で, 他の曲線に比べてかなり低い強度を与えていることがわかる. これは弾性座屈荷重を基本に定めたもので後座屈耐力を考慮していないためと考えられる. 幅厚比パラメータ $R < 1$ の範囲では, Komatsu et al.(1983), Basler et al.(1961), 宇佐美ら (1996) はほとんど一致している. ただし, Komatsu et al. の適用範囲は $R < 1.3$ としている. また, Basler et al. は, $R > 1$ では他の曲線よりも低めに評価する. 福本ら (1990) の曲線は, $R < 1$ の範囲では宇佐美らのそれ

と差が大きいものの、 $R > 1$ では宇佐美らの曲線とほとんど一致している。

11.4.3 面内の曲げと圧縮を受ける周辺単純支持板の終局強度

板面内の曲げと圧縮を同時に受ける板の座屈耐荷力を求めるには、(1) 有効幅を用いる方法と、圧縮および曲げのそれぞれの耐荷力を求め、(2) 強度相関曲線から求める方法、がある。ここでは宇佐美らの有効幅公式 [宇佐美ら, 1982, 1992] と、奈良ら (1987, 1988) の強度相関曲線を紹介する。

(1) 有効幅公式

圧縮と曲げを受けて板が座屈した後、図 11.4.5 に示す斜線部分が有効に働くと考え、宇佐美ら (1982) は有効幅 b_e , b_{e1} , b_{e2} を提案した。さらに、初期不整の影響を考慮した有効幅を与えている [宇佐美ら, 1992]。

終局状態 (図 11.4.5 の最大圧縮応力 σ_1 が降伏応力 σ_Y に達する状態) での有効幅公式は次式で表される。

$$b_{e1} = \frac{\bar{A}}{4R} \left(\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R} \right) \quad (11.4.22)$$

ここに、

$$\beta = 1 + \bar{C}(R - R_0) + R \quad (11.4.23)$$

$$\bar{A} = \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_Y} \left(1 + 45 \frac{\Delta}{b} \phi \right) + \left(1 - \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_Y} \right) \left(1 - \frac{\phi^2}{16} \right) \quad (11.4.24)$$

であり、 $\bar{C}$, R_0 は、それぞれ式 (11.4.5), (11.4.6) で表される。

$\sigma_1 \leq 0$, $\sigma_2 \leq 0$ のとき

$$\frac{b_{e2}}{b} = (1 + \xi \phi) \frac{b_{e1}}{b} \quad (11.4.25)$$

ここで、

$$\xi = \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_Y} \left(0.59 - 86 \frac{\Delta}{b} \right) + \left(1 - \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_Y} \right) \left(0.44 + 29 \frac{\Delta}{b} \right) \quad (11.4.26)$$

ただし、 $b_{e1} + b_{e2} \leq b$ である。

$\sigma_1 \leq 0$, $\sigma_2 \geq 0$ のとき

$$\frac{b_{e2}}{b} = (1 + \xi) \frac{b_{e1}}{b} \quad (11.4.27)$$

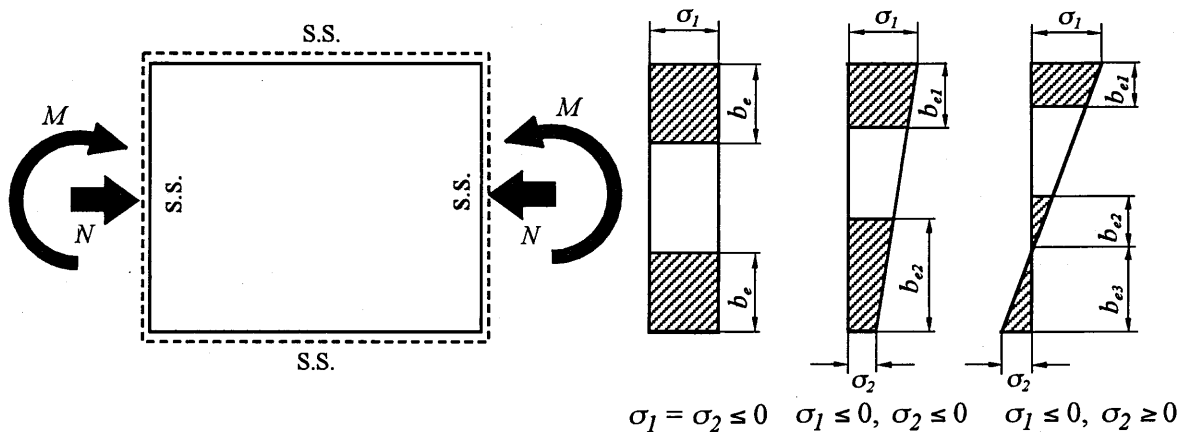


図 11.4.5 曲げと圧縮を受ける板の有効幅

ここに,

$$\xi = \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_Y} \left(-0.68 - 86\frac{\Delta}{b} + \frac{1.27}{\phi^2} \right) + \left(1 - \frac{\sigma_{rc}}{0.3\sigma_Y} \right) \left(-0.53 + 29\frac{\Delta}{b} + \frac{0.97}{\phi^2} \right) \quad (11.4.28)$$

ただし, $b_{e1} + b_{e2} \leq b/\phi$ である. これらの式中, ϕ は終局状態での断面欠損を考慮した応力勾配係数で,

$$\phi = (\sigma_Y - \sigma_2)/\sigma_Y \quad (11.4.29)$$

で与えられる. また, 幅厚比パラメータ R については, 次式の座屈係数 k を用いて計算するものとする.

$$\begin{aligned} k &= \frac{8.4}{2.1 - \psi} & (0 \leq \psi \leq 1) \\ &= 10\psi^2 - 13.73\psi + 11.36 & (1 \leq \psi \leq 2) \end{aligned} \quad (11.4.30)$$

ここに, ψ は, 断面欠損を考慮しない応力勾配係数で,

$$\psi = (\sigma_1 - \sigma_2)/\sigma_1 \quad (11.4.31)$$

である.

式 (11.4.22)~(11.4.28) の適用範囲は,

$$0 \leq \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_Y} \leq 0.3, \quad \frac{1}{500} \leq \frac{\Delta}{b} \leq \frac{1}{150} \quad (11.4.32)$$

としている.

式 (11.4.22)~(11.4.28) は, 終局状態 ($\sigma_1 = \sigma_Y$) での有効幅公式であるが, 任意状態での有効幅公式は, 式 (11.4.22) の幅厚比パラメータ R を $R = \sqrt{\sigma_1/\sigma_{cr}}$ に, 式 (11.4.29) の σ_Y を σ_1 にそれぞれ書き換えることによって求められる. ここで, σ_{cr} は圧縮と曲げを受ける板の弾性座屈応力 (ただし, 応力勾配係数は ϕ を用いる) である.

図 11.4.6 は, 有効幅公式による耐荷力と有限要素法解析結果を比較したものである. 応力勾配係数 ϕ が大きいときは有限要素法による解と有効幅公式によるそれとは多少の差異があるが, 全般的にみて精度は十分と思われる. なお, 図の縦軸 $\frac{\sigma_{lm}}{\sigma_Y}$ は,

$$\frac{\sigma_{lm}}{\sigma_Y} = \frac{N_u}{N_Y} + \frac{M_u}{M_Y} \quad (11.4.33)$$

で, N_u, M_u は, それぞれ圧縮耐荷力および耐荷曲げモーメント, N_Y, M_Y は, それぞれ全断面降伏軸力および降伏曲げモーメントである.

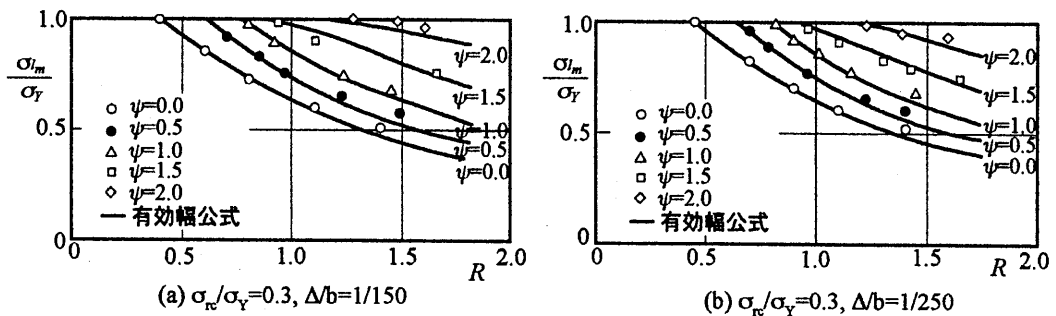


図 11.4.6 有効幅公式による耐荷力と有限要素法結果との比較

(2) 強度相関曲線

奈良ら (1987, 1988) は、軸圧縮のみが作用する強度と面内曲げのみが作用する強度を別々に求め、強度相関曲線から耐力を求めている。

まず、軸力のみが作用する ($\phi = 0$) 場合の圧縮耐力 N_{u0} は、表 11.4.1 に示す奈良らの強度評価式から求まる。すなわち

$$\frac{N_{u0}}{N_Y} = \frac{\sigma_u}{\sigma_Y} \quad (11.4.34)$$

一方、面内の曲げのみが作用する場合 ($\phi = 2$) の耐力曲げモーメントは、次式で与えている。

a) 残留応力のある場合 ($\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.4$)

$$\begin{aligned} M_{u0}/M_Y &= 1.5 & (R \leq 1.21) \\ &= (1.21/R)^{0.420} & (R > 1.21) \end{aligned} \quad (11.4.35)$$

b) 残留応力がない場合 ($\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0$)

$$\begin{aligned} M_{u0}/M_Y &= 1.5 & (R \leq 0.79) \\ &= (0.79/R)^{0.594} & (R > 0.79) \end{aligned} \quad (11.4.36)$$

強度相関曲線は次式で与える。

$$\left(\frac{N_u}{N_{u0}} \right)^p + \left(\frac{M_u}{M_{u0}} \right)^q = 1 \quad (11.4.37)$$

ここに、

a) 残留応力のある場合 ($\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.4$)

$$p = 0.468R^2 - 1.63R + 2.0, \quad q = 0.041R^2 + 0.34R + 0.974 \quad (11.4.38)$$

b) 残留応力がない場合 ($\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0$)

$$p = 0.782R^2 - 1.77R + 1.88, \quad q = -0.25R^2 + 0.523R + 0.968 \quad (11.4.39)$$

図 11.4.7 に、式 (11.4.36) で表される強度相関曲線と有限要素法による弾塑性有限変位解析結果を比較して示す。図中のプロットした記号は解析結果を示し、実線が強度相関曲線である。図からわかるように、概ね図中の破線で示した直線 $\frac{N_u}{N_{u0}} + \frac{M_u}{M_{u0}} = 1$ の外側にあることがわかる。

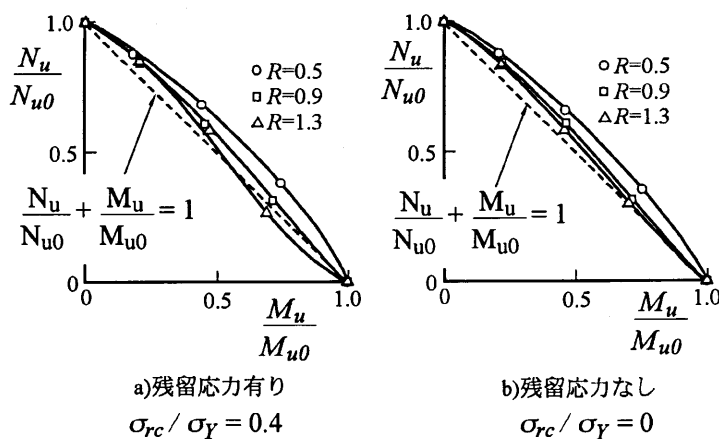


図 11.4.7 強度相関曲線

11.4.4 その他の境界条件を持つ圧縮板の終局強度

旧版の座屈設計ガイドライン [土木学会, 1987] では, 上述以外の境界条件に対する矩形板の終局強度式が与えられている. 現在では, 板の耐荷力は, 有限要素法により弾塑性有限変位解析を行って, 比較的容易に得られるようになっているが, 以下に周辺固定支持板と3辺固定支持1辺自由の板の耐荷力曲線を示しておく.

(1) 周辺固定支持された圧縮板

図 11.2.3 に示すコンクリート充てん方式の合成柱の圧縮鋼板や図 11.2.4 に示すようなアーチ橋補剛桁の圧縮フランジなどでは, コンクリート側への鋼板の座屈が拘束され, その圧縮耐荷力は周辺固定支持された圧縮板モデルに近くなる. 周辺が固定支持された矩形板の耐荷力は次式で与えられる [座屈設計ガイドライン, 1987].

$$\begin{aligned}\sigma_u/\sigma_Y &= 1 & (R \leq 0.5) \\ &= 0.433(R - 0.5)^2 - 0.831(R - 0.5) + 1.0 & (R > 0.5)\end{aligned}\quad (11.4.40)$$

ここに, 幅厚比パラメータ R における座屈係数は, $k = 10.67$ である. 上式は, 初期たわみ $\Delta/b = 1/150$, 残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.4$ を与えて, 弾塑性有限変位解析結果を基に求めたものである.

(2) 3辺固定支持1辺自由の圧縮板

図 11.2.5 のプレートガーダーの圧縮フランジがコンクリート床版により拘束されるような場合, フランジの終局強度は3辺固定1辺自由の圧縮板のそれを用いて近似できる.

$$\begin{aligned}\sigma_u/\sigma_Y &= 1 & (R \leq 0.5) \\ &= 0.571(R - 0.5)^2 - 1.010(R - 0.5) + 1.0 & (R > 0.5)\end{aligned}\quad (11.4.41)$$

上式は, 初期たわみ $\Delta/b = 1/100$, 残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.3$ を与えて, 弾塑性有限変位解析を基に求めたものである. ただし, 座屈係数は,

$$k = \frac{4}{\alpha^2} + \frac{40}{3\pi^2} + \frac{15\alpha^2}{\pi^4} - \frac{20\nu}{\pi^2} \quad (11.4.42)$$

となり, $\alpha = 2.26$ のとき最小値 $k = 2.31$ となる.

11.5 補剛板の耐荷力

11.5.1 圧縮を受ける周辺単純支持補剛板の終局強度

補剛板の基本強度を評価する場合, 無補剛板要素の基本強度のように幅厚比パラメータだけで整理することは不可能である. 一方, 実務面からみれば, 補剛板の強度評価法はできるだけ簡単なものが望ましい. 先に述べたように, 多くの縦補剛材を有する補剛板は, 補剛材と板の有効幅部分 (図 11.3.5) からなる T 形柱を基本とする柱モデルアプローチ [小松ら, 1980] が可能となる. 柱モデルアプローチは, 図 11.5.1 に示すように, 補剛板を板パネルの有効部分 (有効幅 b_e) と縦補剛材の有効部分からなる T 形柱の集合とみなして, 耐荷力を求める方法である.

柱モデルアプローチによれば, 図 11.5.1 のように同じ縦補剛材が等間隔に配置されている補剛板が一様圧縮を受ける場合の終局強度は次式で与えられる.

$$N_u = \left\{ \frac{\sigma_u}{\sigma_Y} n A_T + \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} \right)_{\text{plate}} b_e t \right\} \sigma_Y \quad (11.5.1)$$

ここに, A_T は T 形柱モデルの断面積, n は T 形柱モデルの本数 (図 11.5.1 では $n = 3$), t は板パネルの板厚である. 式中, $(\sigma_u/\sigma_Y)_{\text{plate}}$ は, 図 11.5.1 に示す補剛板断面の両端 (支持縁) 部にある板の有効部分が

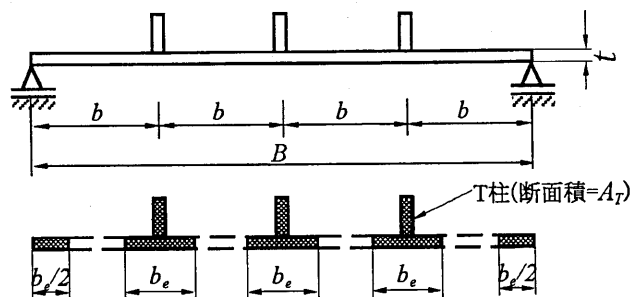


図 11.5.1 柱モデルアプローチ

受け持つ圧縮強度であり、左右両方をあわせて周辺単純支持板の強度評価式（表 11.4.1 に示す）から得られる。また、 σ_u/σ_Y は、T 形柱 1 本の軸圧縮耐荷力で柱の終局強度曲線を用いて評価できる。

小松ら (1980) は、鋼種（降伏応力の違い）に対応して、それぞれの鋼種での T 形柱の終局強度 σ_u/σ_Y を、T 形柱の細長比パラメータ

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_Y a}{E} \frac{a}{r}} \quad (11.5.2)$$

の関数として与えている。ここに、 r は T 型柱の断面 2 次半径 ($r = \sqrt{I_T/A_T}$, I_T : T 型柱の断面 2 次モーメント) で、有効幅 b_e は、次式で与えている。

$$\frac{b_e}{b} = 0.702R_e^3 - 1.640R_e^2 + 0.654R_e + 0.926 \quad (11.5.3)$$

ここに、

$$R_e = 0.562 \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_u}{E}} \quad (11.5.4)$$

上式では、 R_e の計算に σ_u が必要であり、 σ_u を求めるためには反復計算となる。ただし、この反復は 2, 3 回で収束する。

図 11.5.2 に示すような連続補剛板について、上述の柱モデルアプローチ、FHWA の鋼箱桁橋設計示方書案 (1980), BS5400Part3(1982), DAST Ri012(1978), 道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] にしたがって終局強

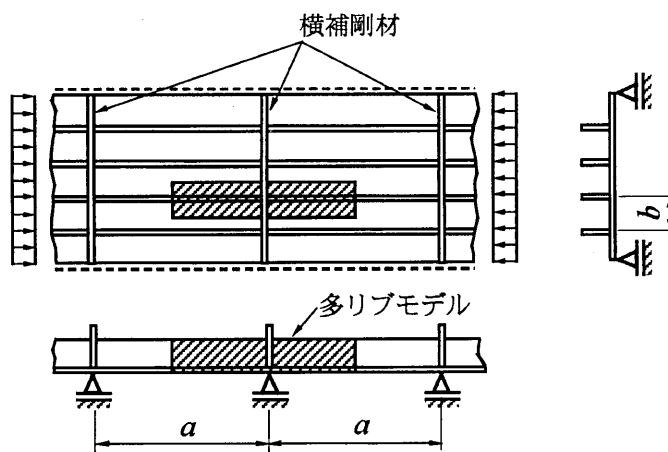


図 11.5.2 連続補剛板

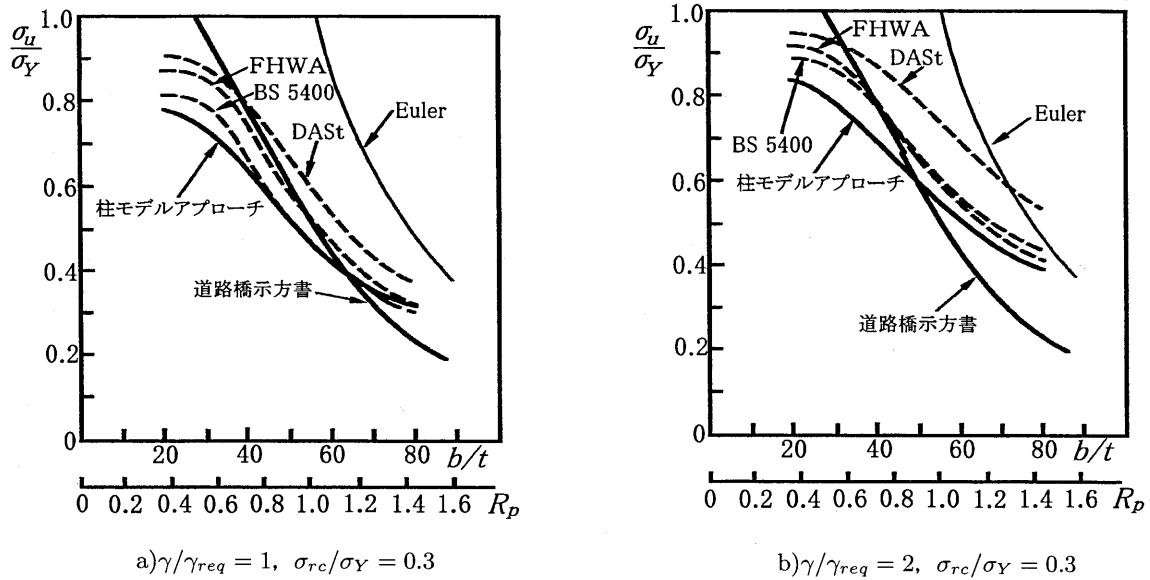


図 11.5.3 各種設計法による耐力曲線 (Nakai et, al,[1986])

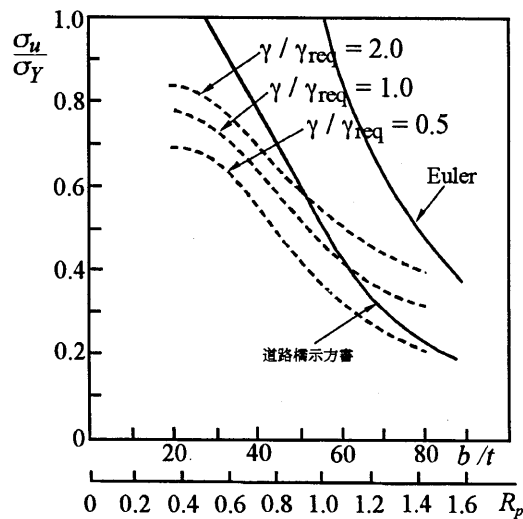


図 11.5.4 補剛材強度の耐力力への影響 (Nakai et, al,[1986])

度を求めると、図 11.5.3 のようになる。また、図 11.5.4 には、補剛材の剛度を変化させて柱モデルアプローチにより求めた耐力曲線を示す [小松ら, 1980]。これらの図の鋼種は SS400 である。

図 11.5.3, 図 11.5.4 から、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] の耐力曲線の傾向は弾塑性有限変位解析の結果とかなり異なっていることがわかる。道路橋示方書の耐力曲線は、比較的補剛材本数の少ない補剛板を用いた実験的研究に基づいて定められたものであり、補剛材本数が多くなる ($n \geq 4$) とかならずしも合理的であるとはいえなくなる。

また、図 11.5.4 から、補剛材剛比 γ を道路橋示方書の必要剛比 γ_{req} より大きくすることによって、圧縮強度がかなり上昇することがわかる。道路橋示方書では、補剛材の剛度に関係なく一定の耐力曲線を用いているので、補剛材の剛度を大きくすることによる利点が活かされていない。

奈良ら (1988b) は、補剛材本数が 4 本以上であれば、圧縮補剛板の終局強度は、 $b_e/b = 1$ として、多リブモデルを用いて評価できるとし、このモデルを用いて、実橋の初期たわみデータと残留応力を考慮した強度曲線を統計学的手法に基づいて求めている。さらに、基本強度曲線を、近似式として幅厚比パラメータ R の 3 次多項式で与えた。実験結果と本近似式から、圧縮補剛板の耐荷力評価式を式 (11.5.1) のようにおき、T 形柱の強度 σ_u/σ_Y を次のように与えている [福本ら, 1990]。

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} &= 1 & (\bar{\lambda}^* \leq 0.2) \\ &= S - \sqrt{S - 4\bar{\lambda}^{*2}} / 2\bar{\lambda}^{*2} & (\bar{\lambda}^* > 0.2)\end{aligned}\quad (11.5.5)$$

ここに、

$$S = 1 + C(\bar{\lambda}^* - 0.2) + \bar{\lambda}^{*2} \quad (11.5.6)$$

で、終局強度曲線の平均値曲線では $C = 0.339$ ，下限値曲線では $C = 0.765$ を採る。平均値曲線は、柱の耐荷力曲線である ECCS-b 曲線，下限値曲線 ECCS-d 曲線にほぼ一致する [ECCS, 1983]。また、 $\bar{\lambda}^*$ は、

$$\bar{\lambda}^* = (235/\sigma_Y)^{1.2} \bar{\lambda} \quad (11.5.7)$$

ただし、 σ_Y の単位は、MPa(N/mm²) である。また、次式で表される細長比パラメータ

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(\frac{\sigma_u}{\sigma_Y})_{\text{plate}}}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \beta \frac{a}{r} \quad (11.5.8)$$

は、鋼種 SS400 に対応しているので、鋼種 (降伏応力) の違いによる影響を考慮するために、式 (11.5.7) のように細長比パラメータを補正している。また、式 (11.5.8) の β は、

$$\begin{aligned}\beta &= 1 & (C > 0.54) \\ &= 1/(1.164C^{0.251}) & (0 \leq C \leq 0.54)\end{aligned}\quad (11.5.9)$$

である。ここに、

$$C = (a/B)^3 (I_t/I_T) \quad (11.5.10)$$

これらの式で、 a : 横補剛材間隔 (図 11.5.2 参照)， r : 多リブモデルにおける T 柱の板パネルに平行な主軸回りの断面 2 次半径， B : 補剛板の全幅， I_t : 横補剛材の板パネルに平行な主軸回りの断面 2 次モーメント， I_T : T 形柱の断面 2 次モーメントである。

11.5.2 圧縮と面内曲げを受ける周辺単純支持補剛板

(1) 弾性座屈応力と補剛材の最適剛比

宇佐美ら (1976) は、等間隔に配置された補剛材を有する補剛板の弾性座屈強度を、直交異方性板理論により求め、弾性座屈係数の近似式を求めて、それを基に補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を与えた。この設計式は、基本的には道路橋示方書の基準と同じ観点に立っており、DIN4114 の剛な補剛材に対する設計概念を参考にして道路橋示方書の一様圧縮を受ける補剛板の規定を拡張したもので、応力勾配のない一様圧縮の場合には道路橋示方書の基準と一致する。なお、文献では、有限帯板法により残留応力を考慮した非弾性座屈解析を実施して、補剛材が不等間隔に配置される場合の最適位置、補剛材必要剛比も提案しているが、ここでは

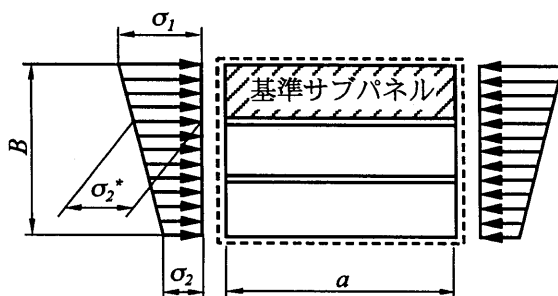


図 11.5.5 面内曲げと圧縮を受ける補剛板

割愛する.

直交異方性板理論に従うと, 図 11.5.5 に示するような圧縮と面内曲げを受ける補剛板の弾性座屈応力度は次式で与えられる [宇佐美ら, 1976].

$$\sigma_{lcr} = k_{bc}\sigma_e \quad (11.5.11)$$

$$\sigma_e = \frac{D\pi^2}{B^2t} \quad (11.5.12)$$

ここで, k_{bc} は, 図 11.5.5 に示す補剛板の各サブパネルのうち最も危険となるサブパネルの座屈係数 k_{bcl} と補剛板全体の座屈係数 k_{bcg} の小さい方で,

$$k_{bc} = \min(k_{bcl}, k_{bcg}) \quad (11.5.13)$$

である. 式 (11.5.13) の k_{bcl}, k_{bcg} は, それぞれ次のように与えることができる.

$$k_{bcl} = \frac{8.4n^3}{2.1n - \psi} \quad (11.5.14)$$

ただし, 上式の適用範囲は $0 \leq \psi \leq 2$ で, n はサブパネルの数である. 式 (11.5.14) は, 図 11.5.5 に示す基準サブパネルの応力勾配が ψ/n であるから, これを式 (11.4.30) へ代入して得られる. ここで, ψ は応力勾配で式 (11.4.31) で与えられる.

一方, 補剛板全体の座屈係数 k_{bcg} は,

$$k_{bcg} = \frac{1}{\alpha_t^2(1+n\delta)} \frac{S_0(R_1 + R_2) - \sqrt{S_0^2(R_1 - R_2)^2 + 4S_{12}R_1R_2}}{2(S_0^2 - S_{12}^2)} \quad (11.5.15)$$

ただし, 上式の適用範囲は $\alpha_t \leq \alpha_{t0}$ である.

ここに,

$$R_i = (1 + i^2\alpha_t^2)^2 + n\gamma \quad i = 1, 2 \quad (11.5.16)$$

$$S_0 = 1 - \psi/2 \quad (11.5.17)$$

$$S_{12} = \frac{16\psi}{9\pi^2} \quad (11.5.18)$$

であり,

$$\alpha_t = a/B \quad (11.5.19)$$

$$\delta = \frac{A_s}{Bt} \quad (11.5.20)$$

ここで、 A_s は補剛材 1 本の断面積、 t は補剛板の板厚である。

式 (11.5.15) の近似式として、次式を用いることもできる [宇佐美ら, 1976]。

① $0 \leq \psi \leq 1$ のとき

$$\frac{k_{bcg}}{k_c} = \frac{2.1}{2.1 - 0.9\psi} \quad (0 \leq \alpha_t \leq \infty) \quad (11.5.21)$$

② $1 \leq \psi \leq 2$ のとき

$$\begin{aligned} \frac{k_{bcg}}{k_c} &= 1.75 + 2.1(\psi^2 - \psi) \frac{\alpha_t}{\alpha_{t0}} \quad (0 \leq \alpha_t \leq \alpha_{t0}) \\ &= 1.75 + 2.1(\psi^2 - \psi) \quad (\alpha_{t0} \leq \alpha_t) \end{aligned} \quad (11.5.22)$$

ここに k_c は、一様圧縮 ($\psi = 0$) のときの座屈係数で、

$$k_c = \frac{(1 + \alpha_t)^2 + n\gamma}{\alpha_t^2(1 + n\delta)} \quad (11.5.23)$$

である。

次に、補剛材の最適剛比 γ^* は、最も応力レベルの高いサブパネル（補剛材が等間隔に配置される場合には、図 11.5.5 の斜線部の基準サブパネルとなる）の座屈応力と補剛板全体のそれが等しいという条件から求められ、以下ようになる。

① $\alpha_t \leq \alpha_{t0}$ のとき

$$\gamma^* = 4\rho\alpha_t^2 n(1 + n\delta) - \frac{(1 + \alpha_t^2)^2}{n} \leq \frac{1}{n}(\alpha_{t0}^4 - 1) \quad (11.5.24)$$

② $\alpha_t \geq \alpha_{t0}$ のとき

$$\gamma^* = \frac{1}{n}(\alpha_{t0}^4 - 1) \quad (11.5.25)$$

ここに、

$$\alpha_{t0} = \sqrt{2\rho_0 n^2(1 + n\delta) - 1} \quad (11.5.26)$$

$$\rho = \frac{2.1 - 0.9\psi}{2.1 - \psi/n} \quad (0 \leq \psi \leq 1)$$

$$= \frac{2.1}{\left(2.1 - \frac{\psi}{n}\right) \left\{1.75 + 2.1(\psi^2 - \psi) \frac{\alpha_t}{\alpha_{t0}}\right\}} \quad (1 \leq \psi \leq 2) \quad (11.5.27)$$

$$\rho_0 = \rho \quad (0 \leq \psi \leq 1)$$

$$= \frac{2.1}{\left(2.1 - \frac{\psi}{n}\right) \{1.75 + 2.1(\psi^2 - \psi)\}} \quad (-1 \leq \psi \leq 0) \quad (11.5.28)$$

(2) 終局強度相関式

奈良ら (1987b)、福本ら (1990) は、面内曲げモーメントと軸圧縮力の組合せを受ける補剛板の終局強度相関式を次式のように与えている。

$$N_u^{*p} + M_u^{*q} = 1 \quad (11.5.29)$$

ここに、

$$N_u^* = \left(\frac{N}{N_Y}\right) / \left(\frac{N_u}{N_Y}\right)_{\varphi=0} \quad (11.5.30)$$

$$M_u^* = \left(\frac{M}{M_Y}\right) / \left(\frac{M_u}{M_Y}\right)_{\varphi=2} \quad (11.5.31)$$

で, N, M はそれぞれ圧縮耐荷力, 耐荷曲げモーメントを示し, N_u, M_u はそれぞれ軸力のみおよび面内曲げモーメントのみが作用したときの終局耐荷力, N_Y, M_Y は, それぞれ降伏軸力, 降伏曲げモーメントである. 式 (11.5.29) で,

$$p = 3.636R^2 - 6.458R + 3.821 \quad (11.5.32)$$

$$q = -3.392R^2 + 5.571R - 0.961 \quad (11.5.33)$$

また, φ および R はそれぞれ断面力比, 幅厚比パラメータで, 次式で与えられる.

$$\varphi = (2M/M_Y) / \{(N/N_Y) + (M/M_Y)\} \quad (11.5.34)$$

$$R = \frac{1}{\pi} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (11.5.35)$$

ここで, 座屈係数 k は,

$$\begin{aligned} k &= 8.4 / (2.1 - \varphi) & (0 \leq \varphi \leq 1) \\ &= 10(1 - \varphi)^2 - 6.27(1 - \varphi) + 7.63 & (1 < \varphi) \end{aligned} \quad (11.5.36)$$

である.

なお, 面内曲げモーメントのみ作用する補剛板の耐荷曲げモーメント M_u は, 次のようにして求められる. 補剛材が必要剛比を満たす補剛板が曲げを受けると, 終局状態での補剛板の膜応力分布は, 幅厚比パラメータが小さく補剛材本数が少ないほど全塑性状態に近づき, 逆に幅厚比パラメータが大きく補剛材本数が多いほど全塑性状態から遠ざかる傾向にある. また, 圧縮側は座屈するために, 応力分布は圧縮側と引張側で非対称になると考えられるが, 補剛材本数が2以上の場合には圧縮側と引張側で対称な応力分布となることがわかった. これより図 11.5.6 に示すように, 圧縮側と引張側で対称な応力分布を仮定し, 端補剛材位置の補剛材を含む板パネルが終局状態に達したときに補剛板全体が終局状態を迎えると仮定する. すなわち, 補剛板の上下縁応力が降伏応力 σ_Y , 端補剛材位置では多リブモデルにより計算される終局強度の平均圧縮応力度 σ_u とする折れ線の応力分布をを仮定して耐荷曲げモーメントを求める. 奈良らは, 幅厚比パラメータ R が大きい場合は残留応力によって曲げ応力分布はこのような簡単な分布にはならないものの, 簡易計算法としては十分に終局状態の応力分布を反映しているとし, 弾塑性有限変位解析結果と比較して, 補剛材本数 ≤ 4 , 圧縮縁のサブパネルの幅厚比パラメータ R が $0.5 \leq R \leq 1$ の場合には, 本計算法が適用できるとしている [福本ら, 1990].

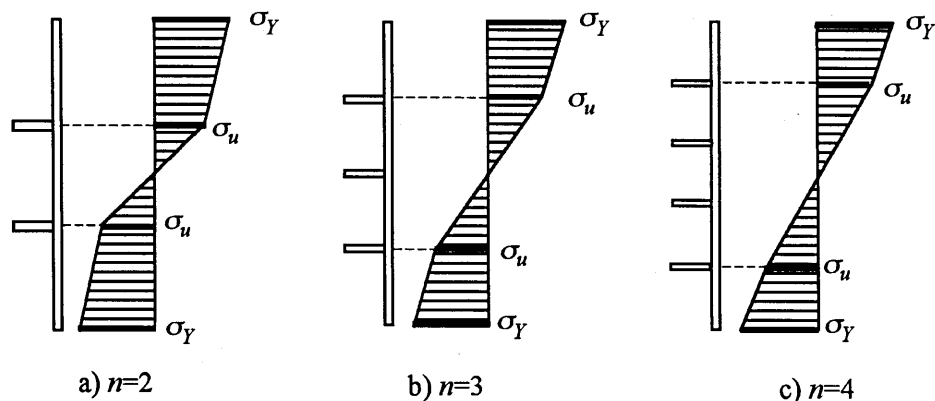


図 11.5.6 面内曲げを受ける補剛板の終局状態における応力分布の仮定

11.5.3 2方向の圧縮力を受ける補剛板の終局強度

(1) 終局強度の相関曲線

北田ら (1988), Kitada et al.(1991) は, 図 11.5.7 に示すような縦方向補剛材が 4 本あるいは 2 本の多リブモデルの弾塑性有限変位解析を行い, 図 11.5.8 に示すような終局強度相関曲線を提案している. この相関曲線は 4 つの区間からなっており, それぞれの区間の曲線は次式で与えられる.

a) 縦方向に引張を受け, 横方向に圧縮の面内力を受ける場合

(i) $|\bar{\sigma}_{xm}/\bar{\sigma}_{ym}| \leq \zeta_A$ の場合:

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xm}}{\sigma_Y}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{ym}}{\sigma_{ymo}}\right)^2 = 1 \quad (11.5.37)$$

ここに,

$$\zeta_A = \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{ymo}}\right)^2 - 1 \quad (11.5.38)$$

これらの式中, $\bar{\sigma}_{xm}$ は 2 方向面内力を受ける場合の縦方向 (x 方向) の終局応力度, $\bar{\sigma}_{ym}$ は 2 方向面内力を受ける場合の横方向 (y 方向) の終局応力度, σ_{ymo} は横方向圧縮力のみを受ける場合の終局強度である. なお, $\bar{\sigma}_{xm}$ および $\bar{\sigma}_{ym}$ は, 引張応力を負, および圧縮応力を正とする.

(ii) $|\bar{\sigma}_{xm}/\bar{\sigma}_{ym}| > \zeta_A$ の場合:

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xm}}{\sigma_Y}\right)^2 - \left(\frac{\bar{\sigma}_{xm} \bar{\sigma}_{ym}}{\sigma_Y \sigma_Y}\right) + \left(\frac{\bar{\sigma}_{ym}}{\sigma_Y}\right)^2 = 1 \quad (11.5.39)$$

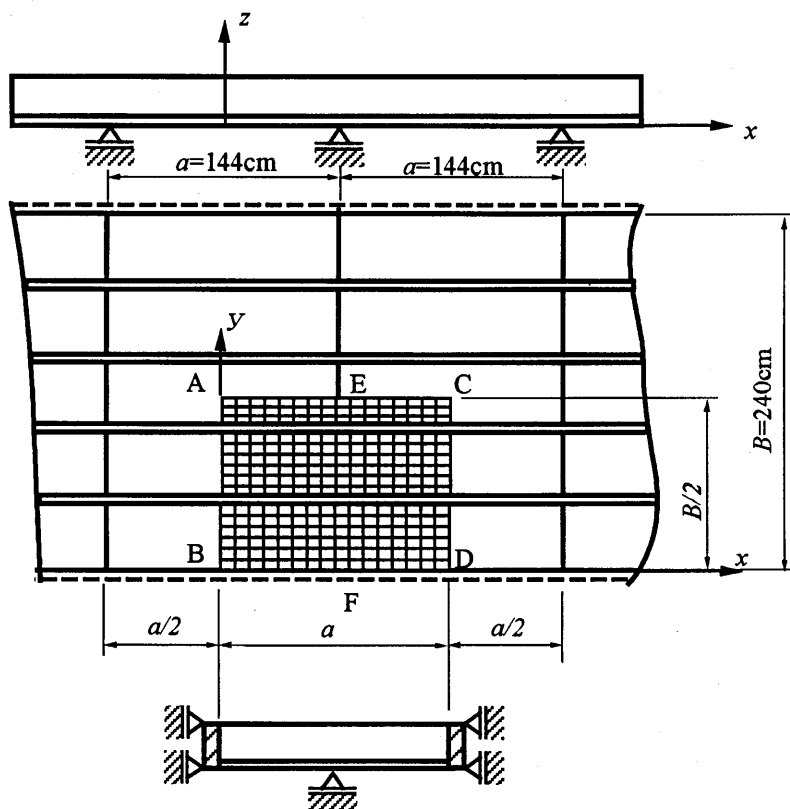


図 11.5.7 連続補剛板の数値解析モデル

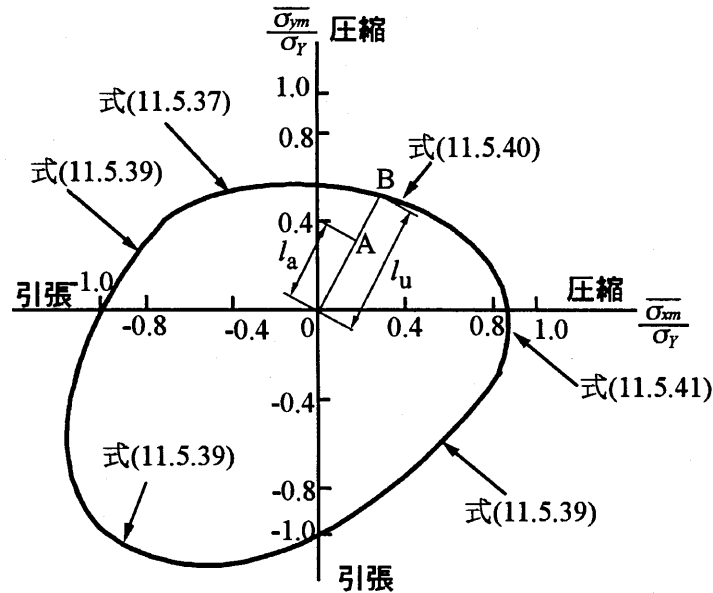


図 11.5.8 2 方向面内力を受ける補剛板の終局強度相関図

b) 2 軸方向に圧縮力を受ける場合

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xm}}{\sigma_{xmo}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{ym}}{\sigma_{ymo}}\right)^2 = 1 \quad (11.5.40)$$

ここに、 σ_{xmo} は縦方向圧縮力のみを受ける場合の終局強度である。

c) 縦方向が圧縮で、横方向が引張の面内力を受ける場合

(i) $|\bar{\sigma}_{xm}/\bar{\sigma}_{ym}| \leq \zeta_B$ の場合：

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_{xm}}{\sigma_{xmo}}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{ym}}{\sigma_Y}\right)^2 = 1 \quad (11.5.41)$$

ここに、

$$\zeta_B = \left(\frac{\sigma_Y}{\sigma_{xmo}}\right)^2 - 1 \quad (11.5.42)$$

(ii) $|\bar{\sigma}_{xm}/\bar{\sigma}_{ym}| > \zeta_B$ の場合：

式 (11.5.39) を用いる。

σ_{xmo} と σ_{ymo} を求め、図 11.5.8 の相関曲線を用いれば、2 方向面内力を受ける補剛板の終局応力 $\bar{\sigma}_{xm}$ と $\bar{\sigma}_{ym}$ が計算できる。次節では、 σ_{xmo} と σ_{ymo} の簡易算定法を述べる。

(2) 補剛板の縦方向終局圧縮強度 σ_{xmo} と横方向終局圧縮強度 σ_{ymo} の簡易計算法

北田らの 2 方向面内力を受ける補剛板の強度評価式に関する一連の研究 [北田ら, 1988, 1991a, 1991b, 1992] では、終局強度相関式のみならず縦方向および横方向終局圧縮強度の簡易計算法が示されている。その中で、この種の問題は、実構造物ではアーチ橋や斜張橋の幅広デッキプレートなどのように幅が広く縦横比が 1 より小さい補剛板パネルが対象となるので、縦横比が 1 より大きい実験結果に基づいて定められている道路橋示方書の補剛板の耐力力曲線は不向きであるとして、小松ら (1980)、中井ら (1985b) の柱モデルに従った縦方向終局圧縮強度の簡易計算法を示している。これは、モデル的には 11.5.1 に示した多リブモデルと同じ考えに基づいたものであるが、柱モデルの強度評価式などの扱いが異なっている。

a) 補剛板の縦方向強度 σ_{xmo} の簡易計算法

縦方向圧縮力を受ける補剛板の終局強度 σ_{xmo} は、式 (11.5.1) に示す終局圧縮強度 N_u を用いて、

$$\sigma_{xmo} = \frac{N_u}{A} \quad (11.5.43)$$

と与えられる。ここに A は補剛板の断面積で、次式で表される。

$$A = nA_s + Bt \quad (11.5.44)$$

b) 横方向強度 σ_{ymo} の簡易計算法

横方向力を受ける補剛板の終局圧縮強度 σ_{ymo} は、次式で与えられる [北田ら, 1992].

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{ymo}}{\sigma_{ymp}} &= 1 & \left(\frac{\gamma}{\gamma^*} > 1 \right) \\ &= (0.830 + 0.122 \frac{\gamma}{\gamma^*}) & \left(\frac{\gamma}{\gamma^*} \leq 1 \right) \end{aligned} \quad (11.5.45)$$

ここに、 γ^* は弾性座屈モードが縦補剛材位置で節となるのに必要な最小剛比、 γ は縦補剛材 1 本の剛比で $\gamma = I_V / (Bt^3/11)$ 、 I_V は縦補剛材の補剛材取り付け面に関する断面 2 次モーメント、 B は補剛板の全幅、である。

なお、式 (11.5.45) の適用範囲は、以下のである。

- ・ 横方向作用応力の分布を示すパラメータ $\kappa (= \sigma_{\max}/\bar{\sigma})$ は、その分布が対称分布の場合 2.0 以下、片勾配分布の場合は 1.5 以下とする。ここで、 $\sigma_{\max}$ は最大応力、 $\bar{\sigma}$ は平均応力である。
- ・ 鋼床版の場合、輪荷重による縦補剛材のたわみは $a/2000$ 以下とする。
- ・ 補剛材剛比 γ/γ^* は、0.3 以上とする。
- ・ 縦横比 α は、1.0 以上、20 以下とする。ただし、 $\alpha \geq 20$ の場合、 $\alpha = \infty$ としてよい。
- ・ 降伏応力 σ_Y は、 $235(\text{MPa}) \leq \sigma_Y \leq 353(\text{MPa})$ とする。
- ・ 幅厚比 b/t は、 $20 \leq b/t \leq 40$ とする。

また、式 (11.5.45) の σ_{ymp} は、境界条件の違いにより、2 ケースに分けて以下のように与える。

(i) 縦方向補剛材が閉断面で、補剛材の内側にある板パネルが横リブ位置で支持されていない場合

図 11.5.9 に示すようなトラフリブの鋼床版のような場合が該当し、この場合の強度 σ_{ymp} は、

$$\sigma_{ymp} = 0.9\sigma_{ymc} \quad (11.5.46)$$

とする。

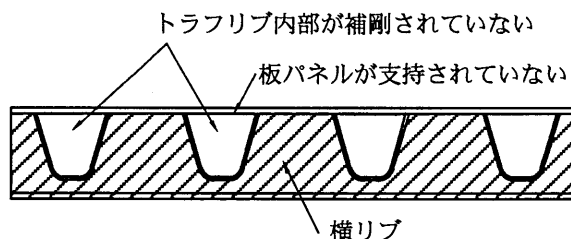


図 11.5.9 縦補剛材が閉断面で補剛材内部の板パネルが横補剛材位置で支持されていない例

σ_{ymc} は、図 11.5.10(c) に示すように、板パネルを1本の柱にモデル化した場合の圧縮強度であり、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] の柱の耐荷力曲線から求まる値で、以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}\frac{\sigma_{ymc}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (\bar{\lambda} \leq 0.2) \\ &= 1.109 - 0.545\bar{\lambda} & (0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 1.0) \\ &= 1.0/(0.773 + \bar{\lambda}^2) & (1.0 \leq \bar{\lambda})\end{aligned}\quad (11.5.47)$$

ここに、 $\bar{\lambda}$ は単位幅の板パネル細長比パラメータで、

$$\bar{\lambda} = \frac{\sqrt{12} b}{\pi t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (11.5.48)$$

また、式 (11.5.46) の乗数 0.9 は、柱と板パネルの許容初期たわみの違いを考慮するためである。式 (11.5.46) が利用できるのは、板パネルの座屈波形が筒状となるためである。

(ii) 板パネルが横補剛材位置で完全に支持されている場合

通常の開断面補剛材を有する板はこのケースに該当し、この場合の強度 σ_{ymp} は次式で与えられる。

$$\sigma_{ymp} = \frac{\sigma_{ym} + 0.9\sigma_{ymc}(\alpha - 1)}{\alpha} \quad (11.5.49)$$

これは、図 11.5.10 に示すように、側辺部の板パネル（縦横比 1 の周辺単純支持板とみなす部分）と中央部の板パネル（無補剛板とみなす部分）の強度を断面積を考慮して平均化したものである。これらの式で、 σ_{ym} は図 11.5.10(a) に示す縦横比が 1 の圧縮を受ける周辺単純支持板の強度で、

$$\frac{\sigma_{ym}}{\sigma_Y} = 0.542R^3 - 1.249R^2 + 0.412R + 0.968 \quad (\text{ただし } 0.3 \leq R \leq 1.3) \quad (11.5.50)$$

で与えられる [小松ら, 1978]。ここに、 R は式 (11.4.2) で与えられ、座屈係数 $k = 4$ とする。

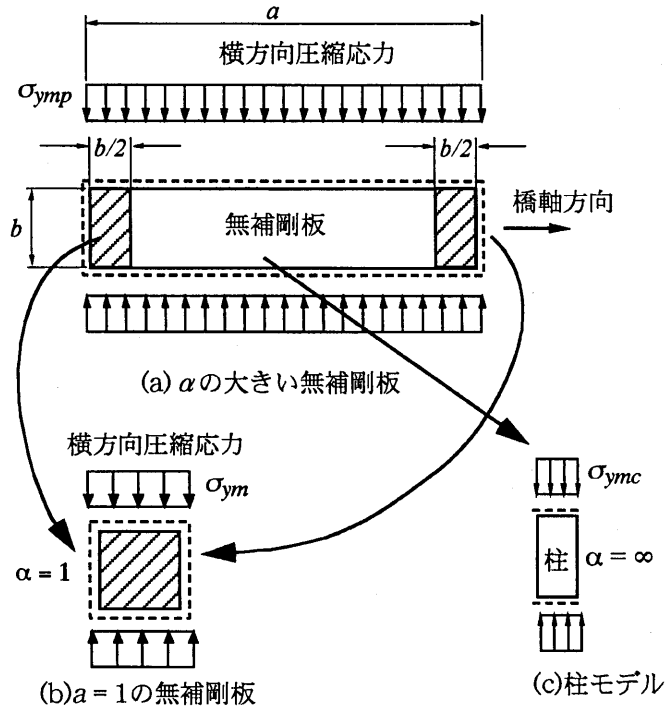


図 11.5.10 無補剛板の横方向強度を算定するための解析モデル

なお、横方向の応力分布が一樣でない場合にも、最大応力が平均応力度の 1.5 倍以下であれば、平均応力が一樣に作用していると仮定してよいとしている [北田ら, 1992].

11.6 組合せ荷重を受ける薄肉箱形断面部材の終局強度相関曲線

中井ら (1998a) は、図 11.6.1 に示すような薄肉箱形断面部材に 2 軸曲げ、圧縮、ねじりの組合せ荷重が作用する場合の終局強度相関曲線を与えている。この相関曲線は、部材が局部座屈をしない場合の全塑性状態を仮定したときに得られる断面力とそれぞれの荷重が単独に作用したときの全塑性断面力の比を用いた相関曲線 (全塑性相関曲線)

$$f\left(\frac{N_u}{N_p}, \frac{M_u}{M_p}\right) = 1 \quad (11.6.1)$$

に基づいて、相似した終局強度相関曲線

$$f\left(\frac{N_u}{N_{u0}}, \frac{M_u}{M_{u0}}\right) = 1 \quad (11.6.2)$$

を与えており、(1) ねじりモーメントによる影響を、低減係数 k_β を用いて降伏点が見かけ上 $k_\beta \sigma_Y$ に低減されたものとみなし、さらに、(2) 曲げが卓越しかつ構成板要素の幅厚比が大きくなるにつれて線形相関式に近づくことを考慮して、相関関数を重み係数 β を用いて補正している。

ここで、式 (11.6.2) を、ねじりモーメントの影響を低減係数 k_β を用いて、次式のように書き直す。

$$f\left(\frac{N_u}{k_\beta N_{u0}}, \frac{M_u}{k_\beta M_{u0}}\right) = 1 \quad (11.6.3)$$

ここに、

$$k_\beta = \sqrt{1 - (T_u/T_p)^2} \quad (11.6.4)$$

これらの式 (11.6.1)~(11.6.4) で、 N_u, T_u, M_u は、組合せ荷重における終局軸力、終局ねじりモーメント、終局曲げモーメントを示し、 N_p, T_p, M_p は、軸力、ねじりモーメント、曲げモーメントが、それぞれ単独に作用した時の全塑性断面力である。 N_{u0}, T_{u0}, M_{u0} は、軸力、ねじりモーメント、曲げモーメントが、それぞれ単独に作用した時の終局強度 (断面力) で、表 11.6.1 で与えられる。

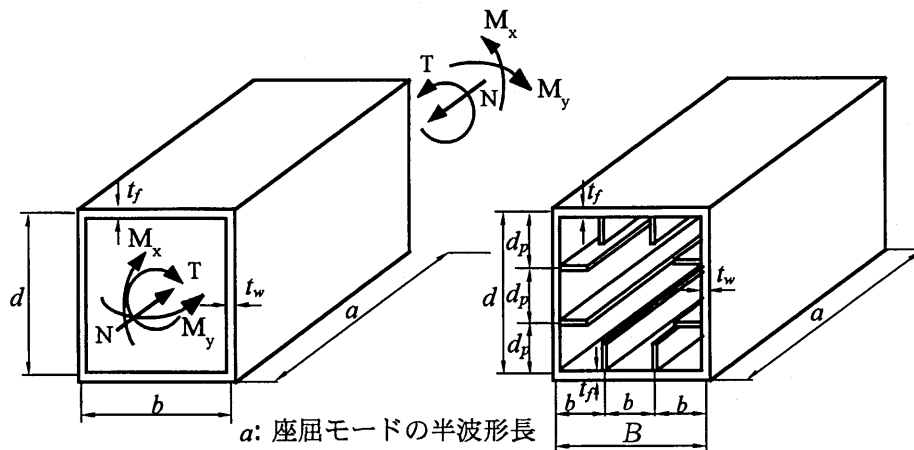


図 11.6.1 組合せ荷重を受ける無補剛板および補剛板

表 11.6.1 各荷重状態の耐力力曲線

無補剛板の耐力力曲線		
荷重	耐力力曲線	幅厚比パラメータ
純 圧 縮	$\frac{N_{u0}}{N_p} = 1$ $(R_c \leq 0.3)$	$R_c = \frac{b}{t_f} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2) \sigma_Y}{\pi^2 k_{fw} E}}$
	$= 0.702R_c^3 - 1.604R_c^2 + 0.654R_c + 0.926$ $(0.3 \leq R_c \leq 1.3)$	ここに, $k_{fw} = \frac{(\alpha_f + 1/\alpha_f)^2 + (t_w/t_f)^3 (d/b)(\alpha_w + 1/\alpha_w)^2}{1 + (d/b)^3 (t_w/t_f)^3}$ $a_f = a/b, a_w = a/d$ $a = b \left\{ \frac{1 + (d/b)^3 (t_w/t_f)^3}{1 + (b/d)(t_w/t_f)^3} \right\}^{1/4}$ (座屈モードの半波長)
純 曲 げ	$\frac{M_{u0}}{M_p} = 1$ $(R_b \leq 0.343)$	$R_b = R'_b + \Delta R_b$
	$= -0.345R_b + 1.118$ $(0.343 \leq R_b \leq 1.2)$	ここに, $R'_b = \frac{I_f R_f + I_w R_w}{I_f + I_w}$ $0 \leq \tan \theta \leq d/b$ のとき $\Delta R_b = \zeta \{ \theta - \tan^{-1}(d/b) \}^2 \xi$ $(\Delta R_b \geq 0)$ $d/b \leq \tan \theta$ のとき $\Delta R_b = \zeta \{ 90 - \theta - \tan^{-1}(d/b) \}^2 \xi$ $(\Delta R_b \geq 0)$ ここに, $\zeta = \{-3.511(A_f/A_w) + 0.625\} \times 10^{-4}$ $\xi = 0.481R_c - 0.138$
純 ね じ り	$\frac{T_{u0}}{T_p} = 1$ $(R_\tau \leq 0.486)$	$R_\tau = \sqrt{\frac{\tau_Y}{\tau_{cr}}}, \quad \tau_Y = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{3}}$
	$= (0.486/R_\tau)^{0.333}$ $(0.486 \leq R_\tau \leq 2)$	τ_{cr} : 断面を構成する全ての板要素の弾性せん断座屈 応力度の内の最小値
補剛板の耐力力曲線		
荷重	耐力力曲線	幅厚比パラメータ
純 圧 縮	$\frac{N_{u0}}{N_p} = 1$ $(R_{cs} \leq 0.256)$	$R_{cs} = \frac{A_f R_{fs} + A_w R_{ws}}{A_f + A_w}$
	$= -0.475R_{cs} + 1.123$ $(0.256 \leq R_\tau \leq 1.2)$	
純 曲 げ	$\frac{M_{u0}}{M_p} = 1$ $(R_{bs} \leq 0.188)$	$R_{bs} = R'_b + \omega \Delta R_b$
	$= -0.393R_{bs} + 1.074$ $(0.188 \leq R_{bs} \leq 1.2)$	ここに, $\omega = \frac{2}{n_f + n_w + 2}$
純 ね じ り	$\frac{T_{u0}}{T_p} = 1$ $(R_{\tau s} \leq 0.486)$	$R_{\tau s} = \sqrt{\frac{\tau_Y}{\tau_{crs}}}$
	$= (0.486/R_{\tau s})^{0.333}$ $(0.486 \leq R_{\tau s} \leq 2)$	τ_{crs} : 補剛板全体およびサブパネルの弾性せん断 座屈応力度のうちの最小値

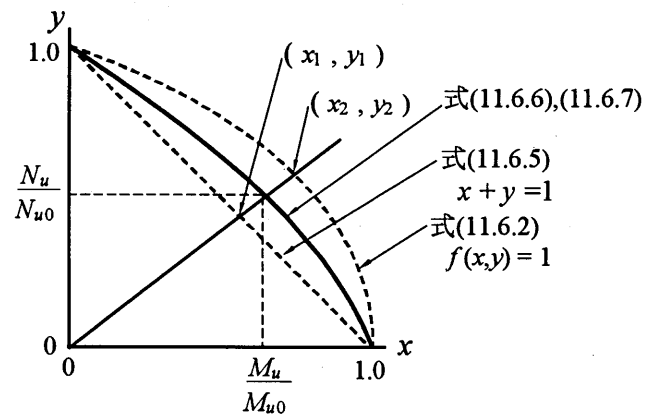
次に、曲げが卓越しかつ構成板要素の幅厚比が大きくなるにつれて、終局強度相関曲線は、全塑性相関曲線に相似した式 (11.6.2) から線形相関式

$$\frac{N_u}{N_{u0}} + \frac{M_u}{M_{u0}} = 1 \quad (11.6.5)$$

に近づくことを考慮して、次式により相関曲線を補正する (図 11.6.2 参照).

$$\frac{M_u}{M_{u0}} = \beta x_1 + (1 - \beta)x_2 \quad (11.6.6)$$

$$\frac{N_u}{N_{u0}} = \beta y_1 + (1 - \beta)y_2 \quad (11.6.7)$$

図 11.6.2 重み係数 β を用いる終局強度相関曲線

ここに、重み係数 β は、幅厚比パラメータの関数で、

$$\begin{aligned}\beta &= 1.0 & (R_c \leq 0.357) \\ &= 1.0 - 1.255(R_c - 0.357) & (0.357 \leq R_c \leq 1.2)\end{aligned}\quad (11.6.8)$$

である。

上記で求めた終局強度は、実験結果と比較して安全側であることが示されている [中井ら, 1998b]。

11.7 圧縮を受ける開口部を有する補剛板

鋼構造物では、通常、製作・架設上、あるいは維持管理のために開口が設けられることが多い。開口があると、断面が欠損するために耐荷力や剛性が低下したり座屈しやすくなるので、鋼製橋脚などではダブリングプレートなどによる補強が施されるのが一般的である。開口を有する圧縮補剛板の強度については、藤井ら (1993)、および中井ら (1996, 1999) の研究がある。中井ら (1996) は、開口を有する圧縮補剛板の設計パラメータの実用範囲について、アンケートによる実績調査を実施し、実験および解析的に開口部付近の初期不整、終局挙動、補強法について検討している。一方、引張および圧縮の繰り返し軸力が作用する場合の開口を有する補剛板については、Fujii(2002) が解析的に調べている。

11.7.1 静的耐荷力

中井ら (1999) は、縦補剛材が 3 本以上取り付けられた、補強されていない開口を有する補剛板の静的圧縮耐荷力を次式で与えている。

$$P_g = \sigma_p A_p + \sigma_{spm} A_{spm} + \sigma_{hsp} A_{hsp} \quad (11.7.1)$$

ここに、 P_g は補剛板パネルの圧縮強度、 σ_p は補剛板パネルの側辺付近の端板パネルが分担する終局圧縮応力 (図 11.7.1 に示す領域 I)、 A_p は図 11.7.1 に示す領域 I の部分の断面積 ($= b_p t$)、 σ_{spm} は図 11.7.1 に示す領域 II の部分の補剛板パネルの終局圧縮応力、 A_{spm} は図 11.7.1 に示す領域 II の部分の断面積 ($= (n_l - 2)(bt + A)$ 。ただし、 n_l は縦補剛材の本数、 A は補剛材 1 本の断面積を示す。)、 σ_{hsp} は開口を有する部分パネル (図 11.7.1 に示す領域 III) が分担する終局圧縮応力、 A_{hsp} は図 11.7.1 に示す領域 III の部分の開口部を考えない断面積 $= 2(bt + A)$ 、である。

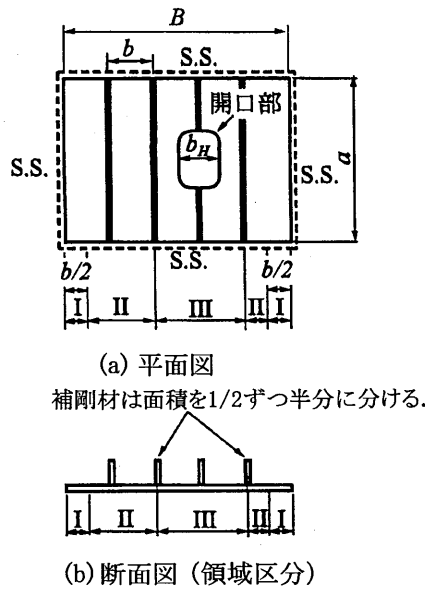


図 11.7.1 開口を有する補剛板

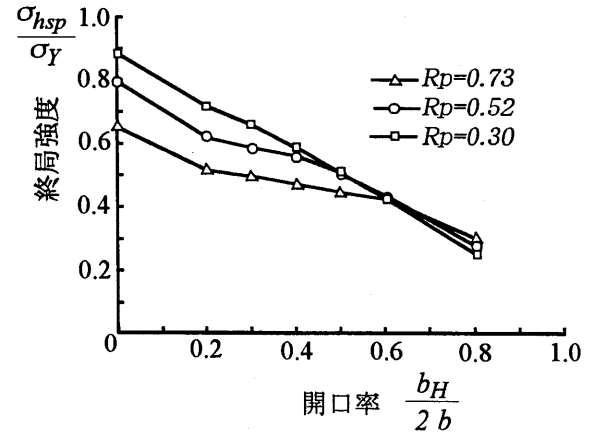


図 11.7.2 開口率と領域 III の板パネルの終局強度の関係

上式で、 σ_p および σ_{spm} は、たとえば小松ら (1980)、中井ら (1985b) の柱モデルアプローチなどによって算出できる。また、開口部の終局圧縮応力 σ_{hsp} については、開口率 $b_H/2b$ (適用範囲: $0.2 \leq b_H/2b \leq 0.6$) を用いて次式で与えている。

$$\begin{aligned} \sigma_{hsp}/\sigma_y &= -0.225(b_H/2b) + 0.560 \quad (0.52 \leq R \leq 0.73) \\ &= -0.451(b_H/2b) + 0.705 \quad (0.30 \leq R \leq 0.52) \\ &= -0.743(b_H/2b) + 0.872 \quad (R \leq 0.30) \end{aligned} \quad (11.7.2)$$

ここで、 $R = \frac{1}{\pi} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}}$ は対象とする補剛板の開口を設けない部分のサブパネルの幅厚比パラメータである。図 11.7.1 に示す開口部パネルの弾塑性有限変位解析結果を示せば、図 11.7.2 のようになる。式 (11.7.2) は、実績調査 [中井ら, 1996] による開口率の範囲を考慮して、この結果をもとに最小二乗法により直線近似したものである。

また、開口部の補強は、次式で求められる板厚の板 (ダブリングプレート) を用いて開口を有する補剛板パネル全面を補強すれば、開口のない補剛板パネルと同等と考えてよいとしている。

$$t_{d,req} = \frac{B_H t + A}{2b - b_H} \quad (11.7.3)$$

ここに、 $t_{d,req}$ はダブリングプレートの板厚、 A は切断された縦補剛材の断面積である。

11.7.2 繰り返し軸力を受ける場合の耐力

藤井 (2002) は、引張および圧縮の繰り返し軸力を受ける有孔補剛板の終局挙動を解析的に調べている。荷重-軸変位履歴曲線の包絡線の最高荷重 P_{max} は、Usami et al. (1998) の開口のない補剛板の強度式

$$P_{max}^*/P_Y^* = 1.24 - 0.54R \quad (11.7.4)$$

を拡張し、断面欠損率を考慮して次式で与えられるとしている。

$$\frac{P_{max}}{P_Y^*} = \frac{A}{A_n} \frac{P_{max}^*}{P_Y^*} \quad (11.7.5)$$

ここに、 $P_{\max}$ は開口を有する補剛板の圧縮耐力、 $P_{\max}^*$ は開口のない補剛板の圧縮耐力、 P_y^* は開口のない補剛板の全断面降伏軸力、 A は開口部の横断面積、 A_n は開口のない補剛板の横断面積、である。

ダブルングプレートや補剛材による補強がなされた場合でも、上式 (11.7.5) に開口部での横断面積 A に補強にともなう断面積の増分を加えれば耐力が得られる (図 11.7.3)。

なお、変形能については、図 11.7.4 に示すように、補剛材の剛性を高めるのがダブルング補強よりも効果が大きい。これらの図で、 $\mu_{\max}, \mu_{95}$ は、それぞれ最高荷重時および最高荷重の 95% まで耐力が低下したときの塑性率を示し、DO, DS はそれぞれ小判形および矩形板のダブルングプレートによる補強を示す。図 11.7.4 から、ダブルング補強に比べて補剛材剛比 γ/γ^* が 3 程度以上であれば変形能の改善効果が大きいことがわかる。

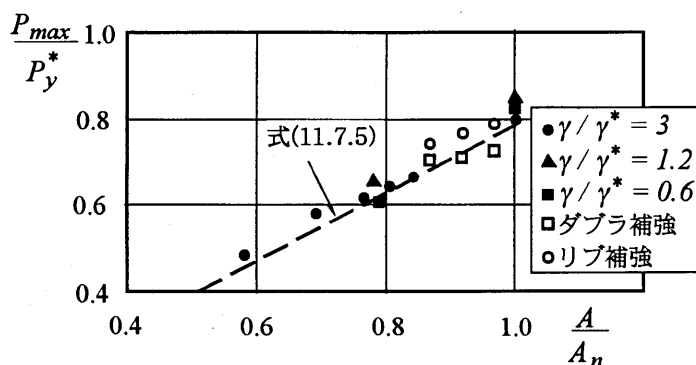


図 11.7.3 繰返し力を受ける補剛板の開口部断面積と終局強度の関係

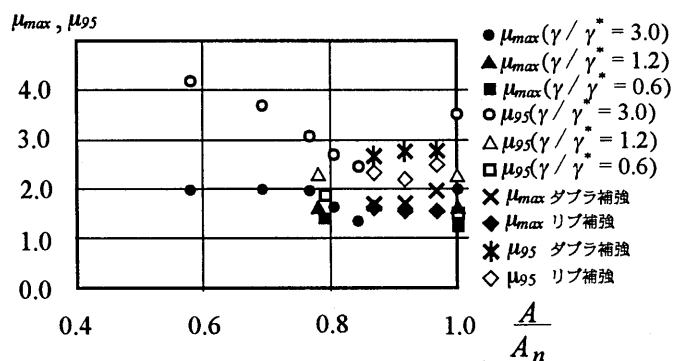


図 11.7.4 繰返し力を受ける補剛板の開口部断面積と塑性率の関係

11.8 今後の展望

座屈設計ガイドライン・旧版 [土木学会, 1987] 発刊後に我が国で発表された板および補剛板の座屈強度に関する研究成果を追加した。一方、板要素単独の実験は境界条件の設定や载荷条件が特に難しく、旧版に示されているようなきめの細かい技術が要求されるが、その後の実験技術の刷新的な向上・改善はみられないので、実験技術の重要性は認識しつつも本章では割愛することとした。本章で追加した主な内容は、以下のとおりである。

- (1) 有限要素法解析による板要素の強度解析における境界条件
- (2) 後座屈挙動における変形の局所化
- (3) 補剛材の必要剛比と最適剛比の定義の明確化

- (4) 新たに提案された板および補剛板の強度評価式
- (5) 組合せ応力状態での座屈強度評価
- (6) 開口を有する補剛板の静的および繰返し強度

昨今のコンピュータ技術および解析技術は高くまた広く普及しており、かなり高度な複合非線形解析でもノートパソコン程度で解けるようになっている。このような状況を鑑みると、構造物から板要素を単独で取り出したモデル化解析を行うことは少なくなり、今後は、部材あるいは構造物を対象とした有限要素法による複合非線形解析が多用されると予想される。この場合、板要素のみならず部材との連成座屈も同時に扱えるという利点があるが、境界条件の設定や初期不整の扱いには細心の注意が必要である。

11.4.1 に示すように、板要素についてだけでも様々な座屈強度評価式が提案されている。これは、初期たわみや残留応力、降伏応力あるいは応力-ひずみ関係式のモデル化などの違いに依存するのは明らかであるが、実験結果や解析結果のまとめ方、すなわち強度の評価指標の採り方にも依存しているようにみえる。たとえば道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] では、製作精度の面から部材の初期変形の許容値 (トレランス) が規定されており、箱桁等の許容初期たわみ w_0 は板幅 (縦補剛材間の距離) の $1/150$ 以内とされているが、初期たわみと板厚との比 W_0/t を用いれば板の座屈強度を統一的に表現できる可能性も示されている [Kaita et al., 2001]。昨今、2 主桁橋のフランジなどに 100mm 程度の極厚板が使用されつつあるが、このような極厚板の初期たわみは、 w_0/t を用いれば極めて小さくなるのは明らかで、その座屈強度は従来の初期たわみのトレランスを基準にした座屈強度評価値よりも大きくなることが予想される。また、極厚板では、製造過程において板厚方向に材料特性や残留応力が変化することが指摘されている [石川ら, 2003]。板厚方向に分布する残留応力は、現在の設計では考慮されていないが、極厚板を有効に利用するためには、今後、これらが構造物の耐荷力におよぼす影響を解明しておく必要がある。

板厚方向に分布する残留応力の影響という面では、異種金属からなるクラッド鋼板の耐荷力も検討すべきと思われる。ステンレスクラッド鋼板では、圧延、冷却、矯正プロセスで板厚方向に分布する残留応力が導入される [藤井ら, 1998, 1999]。この種の鋼板は、ライフサイクルコスト低減、構造物の耐久性、耐候性の向上のために、今後、使用機会は増加するものと予想されるが、この残留応力の影響についてなお検討すべきと思われる。

さらに、板厚が変化する板 (LP 鋼板) の終局挙動と耐荷力の検討も必要といえる [村上ら, 1997; 堀田ら, 1997]。曲げモーメントの変化に対応させて LP 鋼板を使用することにより、橋脚の塑性ヒンジ長を長くして変形能を向上させることなどが期待できよう。

参考文献

- von Kármán, Th., Schechler, E. E. and Donnel, L. H. (1932): The strength of thin plate in compression, Trans. ASCE, 54, pp.53-56, 1932.
- DIN4114 Blatt 1 (1952): Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Vorschriften, 1952.
- Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. (1961): Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill New York, 1961.
- Basler, k. and Thurliman, B. (1961): Strength of plate girders in bending, Proc. of ASCE, Vol.87, No. ST6, pp.153-181, 1961.
- Giencke, E. (1964): Über die Berechnung regelmäßiger Konstruktionen als Kontinuum, der Stahlbau, 33, pp.39-48, 1964.
- 宇佐美勉, 福本啓士 (1976): 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計, 土木学会論文集, No.247, pp.35-49, 1976.
- Deutsher Ausschluß für Stahlbau (1978): DAST Richtlinie 012, Beulsicherheits-nachweise für Platten, 1978.
- 小松定夫, 北田俊行 (1978): 初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究, 土木学会論文報告集, No.270, pp.1-14, 1978.

- 吉田裕, 増田陳紀, 松田隆 (1979): 薄板で構成される立体構造の弾塑性・大変位離散化要素解析法, 土木学会論文集, No.288, pp.41-55, 1979.
- Federal Highway Administration(1980): Proposed Design Specifications for Steel Box Girder Bridges, 1980.
- 三上市蔵, 堂垣正博, 米沢博 (1980): 連続補剛板の非弾性圧縮座屈, 土木学会論文報告集, No.298, pp.17-30, 1980.
- 東海鋼構造研究グループ (代表: 福本嘔士)(1980): 鋼構造部材の抵抗強度の評価と信頼性設計への適用, 橋梁と基礎, Vol.14, No.11, pp.33-41, 1980.
- 小松定夫, 北田俊行 (1980): 初期不整をもつ補剛された圧縮板の極限強度の実用的計算法, 土木学会論文集, No.302, pp.1-13, 1980.
- 宇佐美勉, 福本嘔士, 青木徹彦 (1981): 溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する研究, 土木学会論文集, No.308, pp.47-58, 1981.
- British Standards Institution(1982): BS5400, Steel, Concrete and Composite bridges, Part 3, Code of Practice for Design of Steel Bridges, 1982.
- 宇佐美勉, 福本嘔士 (1982): 鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析, 土木学会論文集, No.326, pp.41-50, 1982.
- ECCS (1983): EUROCODE3, Common Unified Code of Practice for Steel Structures, Draft, 1983.
- Komatsu, S. and Kitada, T.(1983): Statistical study on compression flange plates, Journal of Structural Engineering, Vol.109, pp.404-417, 1983.
- Fukumoto, Y. and Itoh, Y.(1984): Basic compressive strength of steel plates from test data, Proc. of JSCE, Structural Eng./ Earthquake Eng., No.344, pp.129-139, 1984.
- 中井博, 吉川紀, 北田俊行 (1985a): コンクリートを充填した鋼製角形柱の鋼板要素の設計法, 土木学会論文集, No.356/I-3, pp.405-413, 1985.
- 中井博, 北田俊行, 田井戸米好, 福岡悟 (1985b): 縦・横補剛材および縦桁を有する圧縮板の一設計法, 構造工学論文集, Vol.31A, pp.103-114, 1985.
- Nakai, H., Y. Taido, T. Kitada and H. Hayashi (1986): A design method for orthogonally stiffened plates with or without stringers subjected to uniaxial compression, Proc. of JSCE, Structural/Earthquake Eng., Vol.2, No.2, pp.55-64, 1986.
- 土木学会 (1987): 座屈設計ガイドライン, 土木学会鋼構造委員会, 座屈設計ガイドライン作成小委員会 (委員長: 福本嘔士), 鋼構造シリーズ 2, 1987.
- 土屋義治, 奈良敬, 森脇良一 (1988): 圧縮板の耐力曲線の統一化への試み, 土木学会第 43 回年次学術講演会概要集, Vol.43 I-107, pp.151-160, 1988.
- 奈良敬, 津田真, 福本嘔士 (1987a): 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度特性に関する研究, 土木学会論文集, No.386/I-8, pp.275-283, 1987.
- 奈良敬, 山田浩幸, 松永康男, 小松定夫 (1987b): 面内曲げと圧縮を受ける補剛板の極限強度に関する研究, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.151-160, 1987.
- 奈良敬, 津田真, 福本嘔士 (1988a): 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の評価法に関する研究, 土木学会論文集, No.392/I-9, pp.259-264, 1988.
- 奈良敬, 小松定夫 (1988b): 補剛された圧縮板の極限強度曲線に関する統計学的研究, 土木学会論文集, No.392/I-9, pp.289-296, 1988.
- 北田俊行, 中井博, 吉田富保, 鈴木宏昌 (1988): 2 方向の面内力を受ける補剛板の極限強度に関する研究, 構造工学論文集, Vol.34A, pp.203-214, 1988.
- 福本嘔士 (代表者) (1990): 鋼骨組み構造物の極限強度の統一評価に関する総合的研究, 平成元年度科学研究費 (総合研究 A) 研究成果報告書 (課題番号: 62302040), 1990.
- Kitada T., Nakai, H. and Furuta, T.(1991a): Ultimate Strength and interaction curve of stiffened plates subjected to biaxial in-plane forces, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.8, No.3, pp.113s-122s, 1991.
- 北田俊行, 中井博, 宮坂佳洋, 古田富保 (1991b): 2 方向の面内力を受ける補剛板の極限強度に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.437/I-17, pp.79-88, 1991.
- 宇佐美勉, 今井康幸, 青木徹彦, 伊藤義人 (1991): 繰り返し荷重を受ける鋼圧縮部材の強度と変形能に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.93-106, 1991.
- 宇佐美勉, 天雲宏樹 (1992): 圧縮と曲げを受ける板要素の極限強度と有効幅, 土木学会論文集, No.441/I-18, pp.77-85, 1992.
- 北田俊行, 中井博, 古田富保 (1992): 横方向圧縮力を受ける補剛板の極限強度とその一簡易算定法に関する研究, 土木学会論文集, No.446/I-19, pp.137-146, 1992.

- 藤井堅, 藤枝洋二, 佐藤誠 (1993): 圧縮を受ける有孔補剛板の補強と終局挙動, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.133-142, 1993.
- 後藤芳顯, 松岡宏典, 王慶雲, 鳥羽保行 (1995): 圧縮板の塑性座屈モードの局所化と変形能の低下, 土木学会論文集, No.483/I-31, pp.87-96, 1995.
- Goto, Y., Toba, Y., Matsuoka, H.(1995): Localization of plastic buckling patterns under cyclic loading, J. of Engrg. Mech., ASCE, Vol.12, No.41, pp.493-501, 1995.
- 後藤芳顯, 王慶雲, 小畑誠 (1996): 塑性分岐解析に基づく圧縮板の座屈モードの局所化現象の解析, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.55-79, 1996.
- 宇佐美勉, 葛漢彬 (1996): 薄板集成短柱の強度推定法, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.171-178, 1996.
- 中井博, 北田俊行, 鈴木巖, 堀江佳平, 祝賢治 (1996): 開口部を有する圧縮補剛板の実績調査, 橋梁と基礎, Vol.30, No.9, pp.31-38, 1996.
- 村上茂之, 西村宣男, 堀田毅 (1997): 自由突出テーパープレートの圧縮強度, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.107-116, 1997.
- 堀田毅, 西村宣男, 村上茂之, 滝英明 (1997): テーパープレートを用いた I 断面桁の局部座屈設計法, 鋼構造年次論文報告集, Vol.5, pp.239-246, 1997.
- 中井博, 北田俊行, 國廣昌史, 原田直樹, 尾立圭巳 (1998a): 薄肉箱形断面部材の終局強度相関曲線に関する解析的研究, 土木学会論文集, No.605/I-45, pp.265-276, 1998.
- 中井博, 北田俊行, 前川義男, 國廣昌史, 尾立圭巳 (1998b): 薄肉箱形断面部材の座屈・終局強度特性に関する実験的研究, 土木学会論文集, No.605/I-45, pp.277-287, 1998.
- Usami, T. and Ge, H.B.(1998): Cyclic behavior of thin-walled steel structures -Numerical analysis, Thin-Walled Structures, Elsevir, No.32, pp.41-81, 1998.
- 藤井堅, 三木千壽, 寺田宏行, 田中和成, 有尾一郎 (1998): ステンレスクラッド鋼の材料特性および残留応力とその発生メカニズム, 構造工学論文集, Vol.44A, pp.103-114, 1998.
- 中井博, 北田俊行, 祝賢治 (1999): 開口部を有する圧縮補剛板の耐荷力に関する研究, 土木学会論文集, No.633/I-49, pp.135-154, 1999.
- 藤井堅, 三木千壽, 藤井崇文 (1999): ステンレスクラッド鋼板の圧縮耐荷力と残留応力, 土木学会論文集, No.633 I-49, pp.181-192, 1999.
- 北田俊行, 中井博, 越智内士 (2000): 高張力鋼を用いた圧縮板・圧縮補剛板の終局強度に関する研究, 構造工学論文集, Vol.46A, pp.179-190, 2000.
- 日本道路協会 (2002): 道路橋示方書・同解説, II 鋼橋編, 丸善, 2002.
- Kaita, T., Fujii, K. and Ario, I.(2001): Estimation for influence of initial imperfections to ultimate strength of high tensile steel plates subjected to uniform compression, Proc. of Creative Systems in Structural and Construction Engineering (ed. by Singh, A.), pp.919-924, Balkema, 2001.
- Fujii, K.(2002): Cyclic behavior of perforated stiffened plates under axial force, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.128, No.6, pp.779-787, 2002.
- 土木学会 (2002): 鋼構造物の限界強度の評価法に関する研究調査報告書, 土木学会鋼構造委員会鋼構造の限界強度・保有性能の評価法に関する研究小委員会 (代表 西村宣男), 土木学会, 2003.
- 石川晋介, 中茂泰則, 藤井堅, 山田浩二 (2003): 極厚板の材料特性と残留応力, 土木学会第 58 回年次学術講演会講演概要集 I-592, 土木学会, 2003.