

第10章 はり一柱

10.1 概 説

実構造物のより一般的な構造部材においては軸方向力と曲げモーメントを同時に受けることが多く、そのような構造部材をはり一柱 (*beam-columns*) とよぶ。橋脚や骨組構造物において一般に柱と呼ばれる部材は、風や地震による横荷重が作用する場合はもちろんのこと鉛直荷重が作用する場合でも様々な要因のために軸方向力のみならず曲げモーメントを受けることになる。例えば、独立した一つの柱部材であってもブラケットを介して荷重が伝達される場合や製作・施工誤差により軸荷重が偏心して作用する場合および柱部材に初期曲がりがある場合には、柱には軸力に加えて曲げが作用する。はり一柱には、材端モーメントや横荷重による1次 (*primary*) 曲げモーメント以外に、部材が曲がることによって生じる変位 δ (*bowing*) と軸圧縮力 P の積で表される2次 (*secondary*) あるいは付加曲げモーメント $P\delta$ が作用する。これにより曲げモーメントや変位が増加することになり、この現象を $P-\delta$ 効果と呼ぶ。この他に、軸圧縮力の作用点に側方変位 Δ (*sway*) を生じるような骨組構造物においては、それによる付加曲げモーメント $P\Delta$ の影響がある。また、骨組構造物の一部をなす柱部材では、端部がはりまたは他の柱とどのように接合 (剛結または準剛結) されているかによって影響は異なってくるが、一般に曲げモーメントと軸方向力だけでなくねじりモーメントも作用する。単一部材として捉えたはり一柱の崩壊形式は、荷重条件や支持条件によって次のように分類できる。

- 1) 軸引張力と曲げを受ける場合：通常、引張降伏領域が拡大して崩壊する。
- 2) 軸圧縮力と断面の弱軸まわりに曲げを受ける場合、または断面の強軸まわりに曲げを受ける場合でも曲げ面外へのたわみ変形が拘束されている場合：曲げの作用面内のたわみ変形の増大により塑性領域が拡大し、最大耐力を示した後に不安定となり崩壊に至る (面内崩壊という)。
- 3) 軸圧縮力と断面の強軸まわりに曲げを受ける場合：曲げの作用面外へのたわみとねじれ変形を伴う横ねじれ座屈により不安定となり崩壊する (面外崩壊という)。面外崩壊は、通常の構造部材に比べて長いはり一柱では弾性域でも起こり得る。
- 4) 軸圧縮力と両主軸まわりに曲げを受ける場合：ねじり剛度の大きな箱形断面やH形断面部材では、一方の主軸方向のたわみ変形の増大により塑性領域が拡大して不安定となり崩壊に至る。また、溝形断面のようにねじり剛度の小さな1軸対称薄肉開断面部材では、曲げとねじりの連成により不安定となり崩壊する。
- 5) 軸圧縮力、2軸曲げおよびねじりを受ける場合：骨組構造物の部材ではより実的な荷重状態であり、曲げとねじりの連成による3次元のモードで崩壊する。

また、断面を構成する板要素の幅厚比が大きい場合には局部座屈が生じ、これらの耐力を低下させることもある。はり一柱のこのような複雑な崩壊挙動を解析するためには、崩壊に至るまでの材料非線形性のみならず軸力と横たわみにより発生する付加曲げモーメントに伴う変形挙動の非線形性を扱わなければならない。さらに、このようなはり一柱からなる骨組構造物全体の最大強度を、耐力に影響を及ぼす種々の因子を考慮した弾塑性有限変位解析により求めることは不可能ではない。しかし、それは個々の構造要素の断面寸法が決定された後に構造全体の耐力を照査するのに有効であって、それによって逆に断面決定をしようとすれば膨大な作業を要し、現実的な設計作業とはならない。現実的には、骨組構造物は軸力と2軸曲げを受ける個々の部材「はり一柱」に分解され、はり一柱の強度評価を行うことにより設計され、必要に応じて構造全体の耐力が照査される。

表 10.1.1 は、本章で扱うはり一柱の強度相関式、 $P-\delta$ 効果および $P-\Delta$ 効果の一覧を表している。まず、はり一柱の強度の基本となるのは短柱の強度（断面強度）であり、弾性限強度、軸力+1 軸曲げの全塑性強度、軸力+2 軸曲げの全塑性強度、軸力+曲げ+ねじりの全塑性強度、および局部座屈による連成強度を取り上げる。次に、長いはり一柱の強度（部材強度）を検討する場合には、軸圧縮力 P と横たわみ δ による付加曲げモーメント $P\delta$ および各種の横荷重と境界条件の影響を考慮する必要がある、この影響について概説した後、部材強度としての弾性限強度、弾性横ねじれ座屈強度および終局強度に関する軸力と曲げの相関関係をとり上げる。最後に、軸圧縮力とその作用点の側方変位による $P-\Delta$ 効果、変断面はり一柱、および局部座屈による連成強度について補足する。

表 10.1.1 はり一柱の強度相関式

強度区分		適用断面形 [作用断面力]	式番号	強度区分		適用断面形 [作用断面力]	式番号								
断面強度	弾性限強度	— [P, M_y, M_z]	10.2.2	部材強度	弾性限強度		— [P, M_y, M_z]	10.3.13							
	全塑性強度	矩形 [$P, M_y, (M_z)$]	10.2.4		弾性横ねじれ 座屈強度		2 軸対称 [P, M_y]	10.3.21 10.3.25							
		H 形 [P, M_y 強軸]	10.2.5 10.2.7 10.2.10		終局強度	面内 強度	— [P, M_y] または [P, M_z]	10.3.14 10.3.16							
			H 形 [P, M_z 弱軸]				10.2.6 10.2.8 10.2.9 10.2.11	面外 強度	2 軸対称 [P, M_y]	10.3.26 10.3.28					
						箱形 [$P, M_y (M_z)$]	10.2.7 10.2.10		変断面 H 形 [P, M_y]	10.3.47					
			円管 [$P, \sqrt{M_y^2 + M_z^2}$]			10.2.12	2 軸 曲げ 強度	2 軸対称 [P, M_y, M_z]	10.3.29 10.3.34 10.3.37 10.3.38						
		H 形 [P, M_y, M_z]	10.2.13 10.2.15 10.2.17			円管・正方形箱 [P, M_y, M_z]		10.3.33							
		箱形 [P, M_y, M_z]	10.2.14 10.2.15 10.2.18			面内 連成 強度	H 形, 箱形 [P, M_y]	10.3.49							
		箱形 [P, M_y, T]	10.2.21				$P - \delta$ 効果			10.3.4 10.3.5 10.3.6 10.3.7 10.3.8 10.3.9 10.3.11					
		連成強度	H 形, 箱形 [P, M_y]			10.2.22				$P - \Delta$ 効果			10.3.42		
			箱形 [P, M_y]			10.2.24							$(P - \delta + P - \Delta)$ 効果		
	H 形 [P, M_y]		10.2.25												
	H 形, 箱形 [P, M_y, M_z]		10.2.26												

10.2 軸力と曲げを受ける断面（短柱）の強度

本節では、軸力と横たわみの積で表される付加モーメントの影響を無視できる短いはり一柱を対象とする。断面強度は、弾性解析においては断面の一部が最初に降伏することにより決定される弾性限強度、および塑性解析においては全断面の降伏によって決定される全塑性強度が基本である。一般的に断面には残留応力が存在

し、残留応力は弾性限度を低減させるが、全塑性強度には影響しない。また、断面を構成する板要素の幅厚比が大きく局部座屈の影響がある場合には、弾性限度や全塑性強度が達成されることなく耐力が失われることもある。本節では、残留応力の影響は無視し、特に断らない限り断面は局部座屈の影響を受けないコンパクト断面であることを前提とする。

10.2.1 弾性限度

軸力と主軸 (y, z) まわりの1軸あるいは2軸曲げが同時に作用するとき、断面内の着目点 (y, z) の軸方向応力 σ は、弾性範囲であれば引張を正として次式で与えられる。

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{M_z}{I_z}y + \frac{M_y}{I_y}z \quad (10.2.1)$$

ここに、 A は断面積、 I_y および I_z は y 軸および z 軸まわりの主断面2次モーメント、 N は作用軸方向力、 M_y および M_z は y 軸および z 軸まわりの作用曲げモーメントであり、座標系と断面力の正の方向は図 10.2.1 で定義されている。式 (10.2.1) で求められる断面内の最大の引張応力あるいは圧縮応力（負）が降伏点 σ_Y に至るときが断面の弾性限界である。弾性限度を求めるためには、軸方向力の符号や曲げの圧縮側あるいは引張側に着目するのによって異なる着目点についての考察が必要となる。はり－柱部材として一般的である2軸対称断面に対しては、弾性限度を次の相関式で表すことができる。

$$\frac{|N|}{N_Y} + \frac{|M_y|}{M_{Yy}} + \frac{|M_z|}{M_{Yz}} = 1.0 \quad (10.2.2)$$

ここに、 N_Y は降伏軸方向力 ($= \sigma_Y A$)、 M_{Yy} および M_{Yz} は y 軸および z 軸まわりの降伏モーメントである。式 (10.2.2) は、作用軸方向力 N が引張あるいは圧縮の場合について、それぞれ引張弾性限度あるいは圧縮弾性限度を表す。

10.2.2 全塑性強度の相関式

弾性限度強度に達しても、すなわち断面内の一部が降伏ひずみを超えても、断面は作用断面力の増加に抵抗できる。材料の応力とひずみの関係が完全弾塑性であるならば、断面が全塑性状態に至ったときに全塑性強度（最大耐力）が発揮される。全塑性強度は、残留応力の影響と無関係であるから、局部座屈の生じない完全塑性断面で考えればよい。

(1) 軸力と1軸曲げを受ける場合

簡単のため、図 10.2.2(a) の幅 b 、高さ d の長方形断面において、軸方向力 N ($= -P$: 軸力) と y 軸まわりの曲げモーメント M_{py} が作用して図 10.2.2(b) の全塑性状態に至ったときを考える。 y 軸から中立

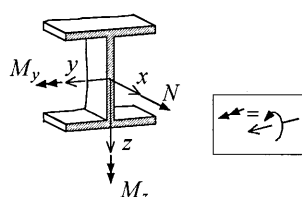


図 10.2.1 座標系・断面力の定義

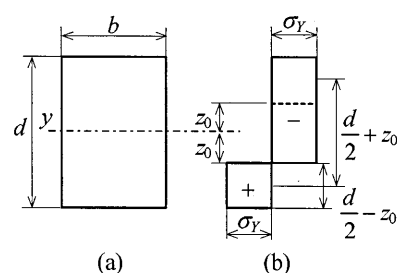


図 10.2.2 長方形断面の全塑性状態

軸までの距離を z_0 として次式が成り立つ.

$$P = 2bz_0\sigma_Y, \quad M_{pcy} = b \left(\frac{d}{2} - z_0 \right) \left(\frac{d}{2} + z_0 \right) \sigma_Y \quad (10.2.3a,b)$$

上式から, z_0 を消去して次式を得る.

$$\left(\frac{P}{P_Y} \right)^2 + \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.0 \quad (10.2.4)$$

ここに, $P_Y (= \sigma_Y bd)$ は降伏軸力, $M_{py} (= \sigma_Y bd^2/4)$ は軸方向力が作用しないときの y 軸まわりの全塑性モーメント, M_{pcy} は軸力 P の下での y 軸まわりの全塑性モーメント (最大曲げ耐力) を表す. 式 (10.2.4) は, 軸力と 1 軸曲げモーメントを受ける長方形断面の全塑性強度の相関式である.

H 形断面においても, 全塑性状態の応力分布と断面力の関係を式 (10.2.3) のように求めて整理すると, 強軸まわりの曲げを受ける場合と弱軸まわりの曲げを受ける場合について, 相関式が次のように得られる.

強軸まわりの曲げについて,

(中立軸がウェブ内の場合)

$$0 < \frac{P}{P_Y} \leq \frac{A_w}{A} \quad \text{のとき} \quad \frac{A^2}{4wZ_y} \left(\frac{P}{P_Y} \right)^2 + \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.0 \quad (10.2.5a)$$

(中立軸がフランジ内の場合)

$$\frac{A_w}{A} < \frac{P}{P_Y} \leq 1.0 \quad \text{のとき} \quad \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = \frac{A^2}{4bZ_y} \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \left\{ \frac{2bd}{A} - \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \right\} \quad (10.2.5b)$$

弱軸まわりの曲げについて,

(中立軸がウェブ内の場合)

$$0 \leq \frac{P}{P_Y} \leq \frac{d \cdot w}{A} \quad \text{のとき} \quad \frac{A^2}{4dZ_z} \left(\frac{P}{P_Y} \right)^2 + \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad (10.2.6a)$$

(中立軸がフランジ内の場合)

$$\frac{dw}{A} < \frac{P}{P_Y} \leq 1.0 \quad \text{のとき} \quad \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = \frac{A^2}{8tZ_z} \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \left\{ \frac{4A_f}{A} - \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \right\} \quad (10.2.6b)$$

ここに, $P_Y (= \sigma_Y A)$ は降伏軸力, $M_{py} (= Z_y \sigma_Y)$ および $M_{pz} (= Z_z \sigma_Y)$ は強軸および弱軸まわりの全塑性モーメント, A, A_f, A_w は断面積, フランジ 1 枚の断面積, ウェブの断面積, $Z_y (= A_f d_f + A_w d_w/4)$ および $Z_z (= A_f b/2 + A_w w/4)$ は y 軸および z 軸まわりの塑性断面係数, d は断面高, b はフランジ幅, w はウェブ厚, t はフランジ厚, d_f はフランジ中心間距離, d_w はウェブ高である.

種々の圧延 H 形断面に対して, 式 (10.2.5a,b) および式 (10.2.6a,b) を満足する点が, それぞれ図 10.2.3 および図 10.2.4 に記号で示されている. これらの相関関係は, 図中の太実線で近似され, 次式 (10.2.7) および (10.2.8) で与えられる.

強軸まわりの曲げを受ける H 形断面に対して,

$$\frac{P}{P_Y} + 0.85 \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.0 \quad \text{ただし, } M_{pcy} \leq M_{py} \quad (10.2.7a)$$

が与えられており, 次式で表すこともある [Galambos, 1998 ; 日本建築学会, 2002].

$$\frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.18 \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \leq 1.0 \quad (10.2.7b)$$

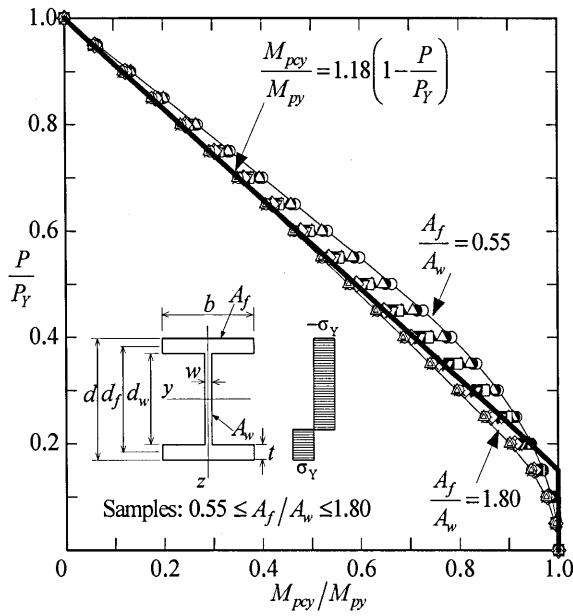


図 10.2.3 強軸曲げを受けるH形断面の相関関係

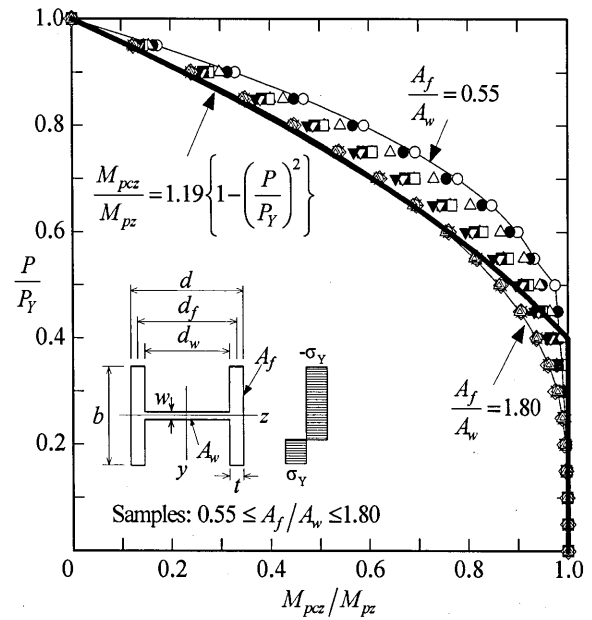


図 10.2.4 弱軸曲げを受けるH形断面の相関関係

なお、式(10.2.7a,b)は、主軸まわりの曲げを受ける箱形断面にも適用される [日本建築学会, 2002]。弱軸まわりの曲げを受けるH形断面に対して、

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.19 \left\{ 1 - \left(\frac{P}{P_Y} \right)^2 \right\} \leq 1.0 \quad (10.2.8)$$

が与えられており [日本建築学会, 2002]、直線で置き換えた次式も提案されている [Pillai et al., 1974]。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.6 \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad \text{ただし, } M_{pcz} \leq M_{pz} \quad (10.2.9)$$

また、鋼構造塑性設計指針においては、以下の式を与えている [日本建築学会, 1975]。強軸まわりの曲げを受けるH形断面および主軸まわりの曲げを受ける箱形断面に対して、

$$\frac{P}{P_Y} \leq \frac{A_w}{2A} \quad \text{のとき} \quad \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.0 \quad (10.2.10a)$$

$$\frac{A_w}{2A} < \frac{P}{P_Y} \leq 1.0 \quad \text{のとき} \quad \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.14 \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \quad (10.2.10b)$$

弱軸まわりの曲げを受けるH形断面に対して、

$$\frac{P}{P_Y} \leq \frac{A_w}{A} \quad \text{のとき} \quad \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad (10.2.11a)$$

$$\frac{A_w}{A} < \frac{P}{P_Y} \leq 1.0 \quad \text{のとき} \quad \left(\frac{P - P_{wY}}{P_Y - P_{wY}} \right)^2 + \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad (10.2.11b)$$

ここに、 $P_{wY} = \sigma_Y A_w$ 、 A_w はウェブの断面積である。

円形中空断面に対する全塑性強度の正確な相関式は、 $M_{pc}/M_p = \cos[(\pi/2)(P/P_Y)]$ で表され、その近似相関曲線として次式が与えられている [日本建築学会, 1975/ 2002]。

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = 1.25 \left(1 - \frac{P}{P_Y} \right) \leq 1.0 \quad (10.2.12)$$

(2) 軸力と2軸曲げを受ける場合

軸圧縮力と2軸曲げを受ける断面の全塑性強度を求める場合には、中立軸の位置と傾きの両方が、作用軸方向力 N および作用モーメント M_y と M_z を満足するように決定されなければならない。したがって、数式表現の誘導は相当に複雑になる [Chen et al., 1972; 1977]。

図 10.2.5 に示されている細線および破線は、それぞれ圧延H形の小さい断面 (W12 × 31) および大きい断面 (W14 × 426) の全塑性強度に関する正確な相関曲線であり、軸力比 P/P_Y が 0 から 0.9 の範囲で計算されている [Chen et al., 1977]。全塑性強度に対する断面の大きさの影響は少ない事がわかる。また、図 10.2.5 の太線は、構造設計のために提案された簡便な強度相関式の一つであり、次式で表される [Pillai et al., 1974]。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.85 \frac{M_y}{M_{py}} + 0.6 \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \quad \text{および} \quad \frac{M_y}{M_{py}} + \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \quad (10.2.13a,b)$$

式 (10.2.13a) は、各軸力比における1軸曲げ強度である M_{pcy} (式 (10.2.7a)) および M_{pcz} (式 (10.2.9)) を直線補間したものであるため、作用モーメント M_y および M_z が1軸曲げ強度から離れるほど、相当に安全側の評価になる。正方形箱形断面に対しては、次の相関強度式が提案されている [Pillai et al., 1974]。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.85 \left(\frac{M_y}{M_{py}} + 0.5 \frac{M_z}{M_{pz}} \right) = 1.0 \quad \text{および} \quad \frac{M_y}{M_{py}} + 0.5 \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \quad (10.2.14a,b)$$

ここに、 M_y は絶対値の大きい方のモーメントである。

図 10.2.5 の相関曲線の理論値が座標軸 M_y/M_{py} および M_z/M_{pz} と交わる点のモーメントを M_{pcy} および M_{pcz} とし、各軸力比に対する相関曲線を $M_y/M_{pcy} - M_z/M_{pcz}$ 平面上に描くと図 10.2.6 の細線と破線のようにになる。それらを近似する相関式として次式が提案されており、図中に太線で示されている [Tebedge et al., 1974]。

$$\left(\frac{M_y}{M_{pcy}} \right)^\zeta + \left(\frac{M_z}{M_{pcz}} \right)^\zeta = 1.0 \quad (10.2.15)$$

ここに、 M_{pcy} (M_{pcz}) は、軸力と y 軸 (z 軸) まわりの1軸曲げが作用したときの全塑性モーメントであり、式 (10.2.7b) (式 (10.2.8)) で与えられる。また、係数 ζ は、H形断面 [Tebedge et al., 1974] および箱

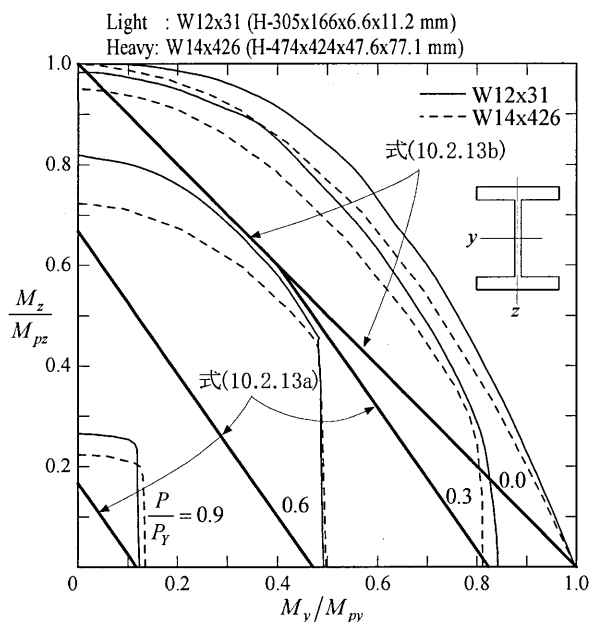


図 10.2.5 2軸曲げを受けるH形断面の相関関係

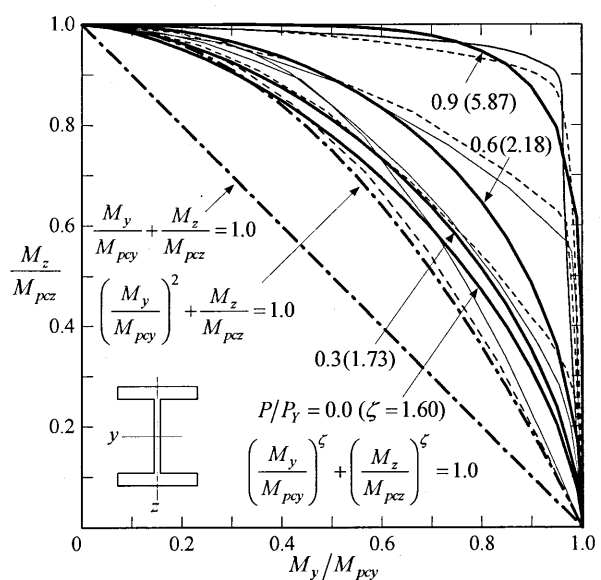


図 10.2.6 2軸曲げに対する相関曲線の比較

形断面 [Zhou et al., 1985] について種々の軸力比に対する数値解析結果を最もよく近似するように、次式が提案されている。

$$\text{H 形断面: } \zeta = 1.6 - \frac{P/P_Y}{2 \ln(P/P_Y)} \quad (10.2.16a)$$

$$\text{箱型断面: } \zeta = 1.7 - \frac{P/P_Y}{\ln(P/P_Y)} \quad (10.2.16b)$$

鋼構造塑性設計指針 [日本建築学会, 1975] は、H形断面に対して次式を与えており、図 10.2.6 には一点鎖線で示されている。

$$\left(\frac{M_y}{M_{pcy}} \right)^2 + \frac{M_z}{M_{pcz}} = 1.0 \quad (10.2.17)$$

ここに、 M_{pcy} および M_{pcz} は、それぞれ式 (10.2.10) および式 (10.2.11) で与えられる。また、同指針は、箱形断面に対して次の相関式を与えている。

$$\frac{M_y}{M_{pcy}} \geq \frac{M_z}{M_{pcz}} \quad \text{のとき} \quad \frac{M_y}{M_{pcy}} + \frac{3}{4} \left(\frac{M_z}{M_{pcz}} \right)^2 = 1.0 \quad (10.2.18a)$$

$$\frac{M_y}{M_{pcy}} < \frac{M_z}{M_{pcz}} \quad \text{のとき} \quad \frac{3}{4} \left(\frac{M_y}{M_{pcy}} \right)^2 + \frac{M_z}{M_{pcz}} = 1.0 \quad (10.2.18b)$$

(3) ねじりモーメントの影響

斜張橋のタワーやアーチ橋のアーチリブにおいては、軸力と曲げのほかに、ねじりが断面力として作用することが考えられる。図 10.2.7 は、作用軸力 P 、 y 軸まわりの曲げモーメント M_y 、ねじりモーメント T を受ける箱形断面の全塑性状態を想定した応力分布を表している。全塑性状態においても、せん断流 $q (= \tau \cdot t)$ は一定であると仮定し、降伏せん断流 $q_Y (= \tau_Y \cdot t)$ 、ねじりモーメント T 、全塑性ねじりモーメント T_p 、および箱形断面の肉厚中心線が囲む面積 Ω を用いて、次式が成り立つ。

$$T = 2q\Omega, \quad T_p = 2q_Y\Omega, \quad \frac{T}{T_p} = \frac{\tau}{\tau_Y} \quad (10.2.19a,b,c)$$

式 (10.2.19) と von Mises の降伏条件 $\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_Y^2 (= 3\tau_Y^2)$ から次式が得られる。

$$K_\beta = \frac{\sigma}{\sigma_Y} = \sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_p} \right)^2} \quad (10.2.20)$$

簡単のため、フランジおよびウェブの板厚が一定である場合、式 (10.2.20) の係数 K_β を用いて、材料の降伏点 σ_Y を見かけ上 $K_\beta\sigma_Y$ とすることにより、図 10.2.7 の応力分布と断面力の関係から、ねじりモーメントの影響を考慮した箱形断面の全塑性強度の相関式は次のように求められる [北田ら, 1988]。

(中立軸がウェブ内の場合)

$$0 \leq \frac{P}{P_Y} \leq \frac{A_w}{A} \quad \text{のとき} \quad \frac{M_y}{M_{py}^*} = 1.0 - \frac{A^2}{8tZ_y} \left(\frac{P}{P_Y} \right)^2 \quad (10.2.21a)$$

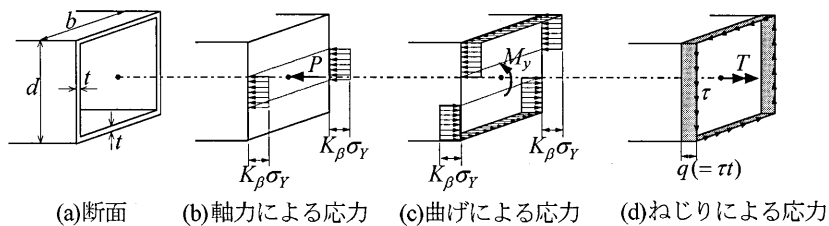


図 10.2.7 軸力・1軸曲げ・ねじりを受ける断面の全塑性状態における応力分布

(中立軸がフランジ内の場合)

$$\frac{A_w}{A} \leq \frac{P}{P_Y^*} \leq 1.0 \quad \text{のとき} \quad \frac{M_y}{M_{py}^*} = \frac{A^2}{4bZ_y} \left(1 - \frac{P}{P_Y^*} \right) \left\{ \frac{2bd}{A} - \left(1 - \frac{P}{P_Y^*} \right) \right\} \quad (10.2.21b)$$

ここに, $Z_y = A_f d_f + A_w d_w / 4$, b はフランジ幅, d は断面高, t は板厚, d_f はフランジ中心間距離, d_w はウェブ高, $A = 2A_f + A_w$, A_f はフランジプレート 1 枚の断面積, A_w はウェブプレート 2 枚の断面積, $M_{py}^* = K_\beta M_{py} (= K_\beta \sigma_Y Z_y)$, および $P_Y^* = K_\beta P_Y (= K_\beta \sigma_Y A)$ である.

軸力・2 軸曲げ・ねじりを受ける場合の全塑性強度についても同様な検討が行われている [北田ら, 1991].

(4) 局部座屈を伴う短柱の連成強度相関式

全塑性強度の相関式を考える場合, 一般には局部座屈が生じないコンパクト断面对象としているが, 板要素の幅厚比が大きい鋼薄肉断面では全塑性状態に至るまでに板要素の局部座屈を生じることがある. 板要素の局部座屈が直ちに断面の耐力低下を引き起こすかどうかは, 構成する各板要素の幅厚比の大きさによる. 葛ら [1995] は, 軸力と 1 軸曲げを受ける H 形および箱形断面短柱の弾塑性有限変位解析の結果および実験値との比較から短柱の連成強度相関式を提案している.

$$\left(\frac{P}{P_{ul}} \right)^{c_1} + \left(\frac{M}{M_{ul}} \right)^{c_2} = 1.0 \quad (10.2.22a)$$

$$c_1 = 1.33/R_f^{0.401}, \quad c_2 = 0.271R_f + 0.719 \quad (10.2.22b,c)$$

$$R_f = \frac{b}{t} \cdot \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k\pi^2}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}}, \quad R_w = \frac{d}{w} \cdot \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k\pi^2}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (10.2.22d,e)$$

$$P_{ul} = \sum_{\text{全板要素}} P_{ui} \quad (10.2.22f)$$

$$M_{ul} = \frac{2 + \alpha + (2 + 3/\alpha)(b_e/b)}{4 + \alpha + 3/\alpha} M_n \leq M_n \quad (10.2.22g)$$

ただし, $R_w \leq 1.48$ のとき $M_n = M_p$, $1.48 \leq R_w \leq 2.21$ のとき $M_n = M_Y$

ここに, R_f および R_w はフランジおよびウェブの幅厚比パラメータ, b はフランジ幅 (H 形断面では自由突出幅), t はフランジ厚, d はウェブ幅, w はウェブ厚, $\alpha = (d/b)(w/t)$, ν はポアソン比, k は座屈係数で 4.0 (R_w の算出においても 4.0, 自由突出板では 0.425), P_{ui} は各板要素の終局強度, b_e はフランジの有効幅, M_p は全塑性モーメント, M_Y は降伏モーメントである. 有効幅 b_e は一方向圧縮を受ける周辺単純支持板または自由突出板の終局強度 P_{ui} から次式で求めることができる.

$$b_e = b \cdot (P_{ui}/P_{Yi}) \quad (10.2.23)$$

P_{Yi} は板要素の降伏強度であり, 終局強度 P_{ui} の算出には第 11 章または文献 [葛ら, 1995; 宇佐美ら, 1996; Fukumoto, 1997] に初期不整をパラメータとする式が与えられている. 図 10.2.8 は箱形断面について式 (10.2.22a) と弾塑性有限変位解析結果の比較を示しており, 図中の二点鎖線は式 (10.2.22a) で $c_1 = c_2 = 1.0$ の場合で, 安全側の評価になることがわかる.

西村ら [1990] は箱形断面についての弾塑性有限変位解析結果から局部座屈を考慮した箱形断面短柱の連成強度相関式を提案している.

$$\frac{P}{P_Y} + \frac{M}{M_p} = f \quad (10.2.24)$$

ここに, P_Y は降伏軸力, M_p は全塑性モーメント, および f は強度の低減係数であり, 純圧縮を受ける箱形断面の局部座屈に関する等価幅厚比, 純曲げを受ける箱形断面フランジの局部座屈に関する等価幅厚比, 作用

モーメントに対する作用軸力の比を含む複雑な式となっている。上式の特徴は、左辺には局部座屈を考慮しない基準強度を用い、右辺において局部座屈の連成効果を考慮していることである。

鋼構造限界状態設計指針 [日本建築学会, 2002] は、終局限界耐力として局部座屈限界耐力も考慮している。H形断面の幅厚比区分 P-I, P-II に属する断面については全塑性強度相関式 (10.2.7a) を適用し、幅厚比区分 P-III に対しては局部座屈によって低減した強度相関式を次式で与えている。

$$\text{P-III: } \frac{P}{P_{lcr}} + \frac{M_y}{M_{lcr y}} = 1.0 \quad (10.2.25)$$

ここに、 $P_{lcr} (= \sigma_{lcr} A)$ および $M_{lcr y} (= \sigma_{lcr} W_y)$ はそれぞれ軸力および曲げの局部座屈による限界耐力であり、 $\sigma_{lcr} (= \min[f\sigma_{cr}, w\sigma_{cr}])$ はフランジおよびウェブの局部座屈耐力のうち小さい方の値、 A および W_y はそれぞれ断面積および断面係数である。

また、鋼構造設計指針 [土木学会, 1997] は、局部座屈の影響を考慮した断面の基準圧縮強度や基準曲げ強度を用いることにより断面強度相関式を次式で与えている。

$$\frac{P}{P_{ul}} + \frac{M_y}{M_{uly}} + \frac{M_z}{M_{ulz}} = 1.0 \quad (10.2.26)$$

ここに、 $P_{ul} (= \Sigma \sigma_{lp} A_p)$ は局部座屈を考慮した短柱の圧縮強度、 $M_{uly} (= \sigma_Y W_{eff y})$ および $M_{ulz} (= \sigma_Y W_{eff z})$ はそれぞれ局部座屈を考慮して求められる短柱の y 軸および z 軸まわりの曲げ基準強度である。 σ_{lp} および A_p はそれぞれ各板要素の局部座屈強度および断面積、 σ_Y は材料の基準強度、 W_{eff} は曲げが作用するとき局部座屈によるフランジおよびウェブの有効幅から求まる有効断面の圧縮側に関する有効断面係数を表す。

10.3 はりー柱の部材強度

10.3.1 モーメント増幅係数

(1) 単純支持されたはりー柱に軸力と材端モーメントが作用する場合

はりー柱では、軸圧縮力とはりの横たわみの積で表される付加モーメントが作用し、部材に作用する曲げモーメントが増幅される。例えば、図 10.3.1(a) の両端で単純支持された部材に、一定軸圧縮力 P と材端モーメント荷重 M_1 および $M_2 = \beta M_1$ (ただし、 $|M_1| \geq |M_2|$, $-1 \leq \beta \leq 1$, 部材が単曲率で曲げられる場合に $\beta > 0$ とする。) が作用する場合、絶対値が最大の曲げモーメント $M_{\max}$ は、図 10.3.1 の (b) または (c) のようになり、次式で表される [Chen et al., 1987]。

$$\beta \geq \cos kL \quad \text{のとき} \quad M_{\max} = M_1 \frac{\sqrt{\beta^2 - 2\beta \cos kL + 1}}{\sin kL} \quad (10.3.1)$$

$$\beta < \cos kL \quad \text{のとき} \quad M_{\max} = M_1 \quad (10.3.2)$$

ここに、 $k = \sqrt{P/EI} = (\pi/L)\sqrt{P/P_E}$, EI は曲げ剛度、 P_E はオイラー座屈荷重 ($= \pi^2 EI/L^2$) である。

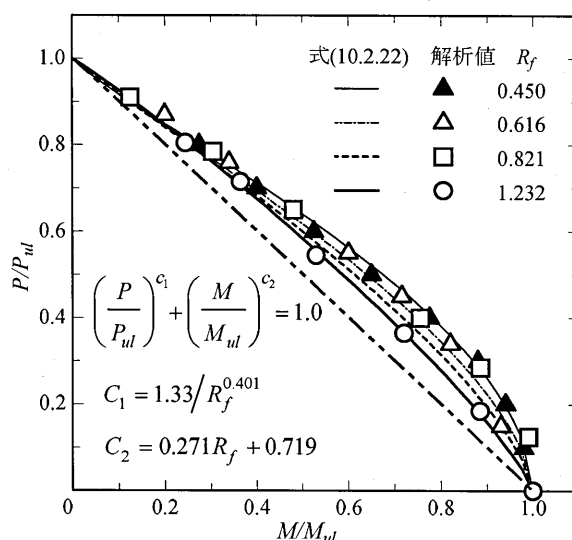


図 10.2.8 局部座屈の影響を考慮した相関曲線

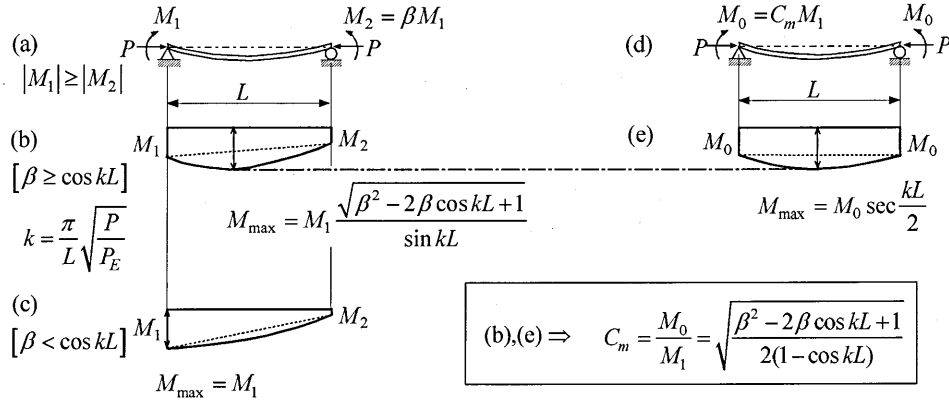


図 10.3.1 軸圧縮力と端モーメントを受けるはり柱のモーメント増幅率および等価モーメント係数

図 10.3.1(d) のように軸圧縮力と等端モーメント荷重 M_0 が作用する部材では、 $\beta = 1$ を式 (10.3.1) に用いて次式を得る。

$$M_{\max} = M_0 \sec \frac{kL}{2} = M_0 \frac{1 + \psi(P/P_E)}{1 - (P/P_E)} \quad (10.3.3)$$

ここに、 $\psi = 0.234$ であるが、 P/P_E が大きくなければ、 $\psi(P/P_E)$ を零とおいて近似することができ、次式を得る。

$$M_{\max} = M_0 A_{F0} \quad , \quad A_{F0} = \frac{1}{1 - (P/P_E)} \quad (10.3.4a,b)$$

ここに、 A_{F0} は等端モーメント荷重 M_0 を受ける場合の軸圧縮力による曲げモーメントの増幅を表すモーメント増幅係数である。

一方、図 10.3.1(a) のような一定軸圧縮力 P と不等端モーメント荷重が作用する場合には、図 10.3.1 における曲げモーメント図 (b) および (e) のそれぞれの最大曲げモーメント $M_{\max}$ が等しくなるような等端モーメント荷重 M_0 を等価モーメント $M_{eq} = C_m M_1$ として、近似式 (10.3.4) に適用すると次式が得られる。

$$M_{\max} = M_1 A_F \quad , \quad A_F = \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \geq 1.0 \quad (10.3.5a,b)$$

ここに、 A_F は不等端モーメント荷重を受ける場合の軸圧縮力による曲げモーメントの増幅を表す係数である。また、 C_m はモーメント修正係数であり、式 (10.3.1) と式 (10.3.3) を等値して得られる。

$$C_m = \frac{M_0}{M_1} = \sqrt{\frac{\beta^2 - 2\beta \cos kL + 1}{2(1 - \cos kL)}} \quad (10.3.6)$$

上式では、最大曲げモーメントが部材の外に生ずる場合も含まれる。その場合の最大曲げモーメントは、図 10.3.1(c) のように $M_{\max} = M_1$ とし、 $A_F = 1.0$ となることから、式 (10.3.5b) では $A_F \geq 1.0$ なる制限が付けられる [AISC, 1986]。式 (10.3.6) は弾性解に基づいて求めたモーメント修正係数であり、これと弾塑性数値解析結果を基に、箱形断面部材や鋼管部材の場合または弱軸回りの曲げを受ける H 形断面部材の場合のように横ねじれ座屈を伴わない面内強度に対して、次の近似式が与えられている [坂本ら, 1968; 日本建築学会, 1975]。

$$C_m = 1 - 0.5(1 - \beta)\sqrt{P/P_E} \geq 0.25 \quad (10.3.7)$$

式 (10.3.6) および式 (10.3.7) のモーメント修正係数 C_m は、軸圧縮力 P と不等端モーメント荷重比 $\beta = M_2/M_1$ の関数になっているが、軸圧縮力を含まないモーメント修正係数として Massonnet [1959] および Austin [1961] はそれぞれ次の近似式を提案している。

$$C_m = \sqrt{0.3\beta^2 + 0.4\beta + 0.3} \quad (10.3.8)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4\beta \geq 0.4 \quad (10.3.9)$$

図 10.3.2 は、4 種類の軸力比 $\rho (= P/P_E)$ について、理論式 (10.3.6) と近似式 (10.3.8) および近似式 (10.3.9) を図示したものであり、近似式は、理論式を精度良く表している。Austin の近似式 (10.3.9) は、その簡便さもあって、AISC 規準 [AISC, 1978/ 1986] や道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] など各国の鋼構造設計規準に採用されている。ただし、AISC-LRFD 規準では式 (10.3.9) の下限値 0.4 は必要ないとして削除されている。

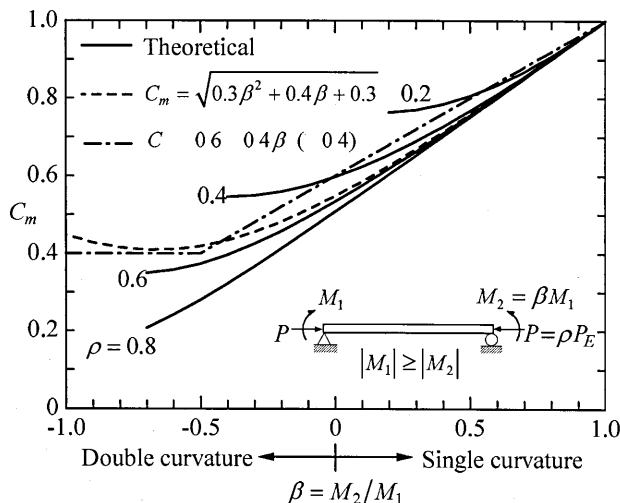


図 10.3.2 等価モーメント係数

(2) はりー柱に軸力と中間荷重が作用する場合

表 10.3.1 の構造・荷重状態 No.(3) のはりー柱で、固定端 A およびスパン中央 C の $P\delta$ 効果を含む曲げモーメントは、それぞれ次式で表される [Chen et al, 1987].

$$M_A = M_{A0} \frac{3(\tan \mu - \mu)}{\mu^2 \tan \mu}, \quad M_C = M_{C0} \frac{6(\mu - \sin \mu)}{\mu^2 \sin \mu} \quad (10.3.10a,b)$$

ここに、 $\mu = (L/2)\sqrt{P/EI} = (\pi/2K)\sqrt{P/P_E}$, $P_E = \pi^2 EI/(KL)^2$, K は有効座屈長係数 ($=0.5$) であり、 $M_{A0} (= qL^2/12)$ および $M_{C0} (= qL^2/24)$ は、等分布荷重のみによる曲げモーメントである。

$0 \leq P/P_E < 1.0$ に対して、最大曲げモーメントは、 $M_{\max} = M_A$ となり、 $P\delta$ 効果を含む表示形式としては、式 (10.3.10a) よりも式 (10.3.3) あるいは (10.3.5) の形式が便利であり、次式で表される。

$$M_{\max} = M_m A_F, \quad A_F = \frac{1 + \psi(P/P_E)}{1 - (P/P_E)} = \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \geq 1.0 \quad (10.3.11a,b)$$

ここに、 M_m は中間荷重のみが作用するはりー柱部材の最大曲げモーメント、 $P_E = \pi^2 EI/(KL)^2$ は境界条件を考慮したオイラー座屈荷重、 A_F はモーメント増幅係数、 C_m はモーメント修正係数である。

式 (10.3.11b) の ψ について、 $0 \leq P/P_E < 1.0$ の全範囲における式 (10.3.10a) の精度の良い近似を与える定数として $\psi = -0.4$ が求められている。その他の中間荷重および支持条件に対する C_m も、表 10.3.1 のように求められている [AISC, 1986].

10.3.2 軸圧縮力と 1 軸曲げを受けるはりー柱部材

(1) 弾性限強度相関式

10.3.1 で扱ったモーメント増幅係数 A_F により、 $P-\delta$ 効果、境界条件、および荷重状態（端モーメント荷重、不等端モーメント荷重あるいは中間荷重）を考慮して、1 次曲げモーメントの最大値 M （前出した記号 M_0, M_1 , あるいは M_m に相当）の増幅と換算が行われる。こうして得られる最大曲げモーメント $M_{\max}$ と、軸圧縮力 P が同時に作用することによって、部材の最大応力が降伏点に達したときを、部材の弾性限強度とす

表 10.3.1 各構造・横荷重に対する最大曲げモーメント $M_{\max}$, モーメント修正係数 C_m

No.	構造・荷重状態	M_m	C_m	K	$M_{\max}$ (厳密解)
(1)		$\frac{qL^2}{8}$	1.0	1.0	$M_m \frac{2(\sec \mu - 1)}{\mu^2}$
(2)		$-\frac{qL^2}{8}$	$1.0 - 0.4 \frac{P}{P_E}$	0.7	$M_m \frac{2(\tan \mu - \mu)}{\mu^2 \left(\frac{1}{2\mu} - \frac{1}{\tan 2\mu} \right)}$
(3)		$-\frac{qL^2}{12}$	$1.0 - 0.4 \frac{P}{P_E}$	0.5	$M_m \frac{3(\tan \mu - \mu)}{\mu^2 \tan \mu}$
(4)		$\frac{WL}{4}$	$1.0 - 0.2 \frac{P}{P_E}$	1.0	$M_m \frac{\tan \mu}{\mu}$
(5)		$\frac{3WL}{16}$	$1.0 - 0.3 \frac{P}{P_E}$	0.7	$M_m \frac{4(1 - \cos \mu)}{3\mu \cos \mu \left(\frac{1}{2\mu} - \frac{1}{\tan 2\mu} \right)}$
(6)		$\pm \frac{WL}{8}$	$1.0 - 0.2 \frac{P}{P_E}$	0.5	$M_m \frac{2(1 - \cos \mu)}{\mu \sin \mu}$

$P\delta$ 効果による最大曲げモーメントの近似式: $M_{\max} = M_m A_F = M_m \frac{C_m}{1 - (P/P_E)}$ ただし, $P_E = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$, $\mu = \frac{\pi}{2K} \sqrt{\frac{P}{P_E}}$

る。軸圧縮力による曲げ座屈や曲げによる横ねじれ座屈が生じないものとすれば、式 (10.2.2) を基本式として、以下の弾性限強度相関式が得られる。

$$\frac{P}{P_Y} + A_F \frac{M}{M_Y} = 1.0 \quad , \quad A_F = \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \geq 1.0 \quad (10.3.12a,b)$$

$$\frac{P}{P_Y} + A_{Fy} \frac{M_y}{M_{Yy}} + A_{Fz} \frac{M_z}{M_{Yz}} = 1.0 \quad (10.3.13a)$$

$$A_{Fy} = \frac{C_{my}}{1 - (P/P_{Ey})} \geq 1.0 \quad , \quad A_{Fz} = \frac{C_{mz}}{1 - (P/P_{Ez})} \geq 1.0 \quad (10.3.13b,c)$$

ここに、 A_F はモーメント増幅係数、 C_m はモーメント修正係数、 M は軸力が作用しない場合の 1 次モーメントの最大値 ($= M_0, M_1$, あるいは M_m) であり、これらは、荷重および境界条件に基づいて 10.3.1 の式と表から求められる。また、 P_Y は降伏軸力 ($= A\sigma_Y$)、 M_Y は軸力が作用しない場合の降伏モーメント、 P_E は作用曲げモーメント面内でのオイラー座屈荷重 ($= \pi^2 EI / (KL)^2$) である。なお、式 (10.3.13) の添字 y および z はそれぞれ y 軸および z 軸まわりの曲げおよびオイラー座屈に関する諸量を表す。

式 (10.3.13) は、式 (10.3.12) を線形的に 2 軸曲げへ拡張したものであり、 y 軸および z 軸に関する最大曲げモーメントが同じ断面で生じることを前提としている。したがって、式 (10.3.13) による評価は、 y 軸および z 軸まわりの曲げモーメントの最大値が極端に異なる位置で生じる場合には、安全側の評価にはなるが合理的とは言えない。

(2) 面内終局強度相関式

横ねじれ変形が拘束されているはり－柱部材が軸圧縮力と1軸曲げを受けるとき、面内終局強度の基本形として式(10.3.12)を拡張した次の経験的な相関式が使われている。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \frac{M}{M_p} = 1.0 \quad (10.3.14)$$

ここに、 P は終局時の軸力、 M は軸力が作用しない場合の1次曲げモーメントの最大値、 P_u は中心軸荷重のみを受ける柱の作用曲げモーメント面内での座屈を考慮した終局強度である。また、 M_p は軸力が作用しない場合の終局曲げ強度（全塑性モーメント）、 P_E は作用曲げモーメント面内でのオイラー座屈荷重である。

式(10.3.14)の左辺第1項は、軸圧縮力が曲げ面内座屈を考慮した終局強度に達すると、部材は曲げに対して全く抵抗できないことを表している。左辺第2項では、不等端モーメント荷重が作用するとき $C_m < 1.0$ であり、例えば軸力 $P = 0$ のとき $M > M_p$ となることから、式(10.3.14)を適用できなくなる限界点がどこかに存在しなければならない。この限界点は一端に塑性ヒンジができるときに生じ、断面の全塑性強度の相関式で与えられる（強軸まわりの曲げを受けるH形断面であれば式(10.2.7)で表される）。したがって、式(10.3.14)と次式(10.2.7)の両式を検討し、低い方の強度が最大強度となる〔福本ら、1970〕。これらの関係を図10.3.3に示す。

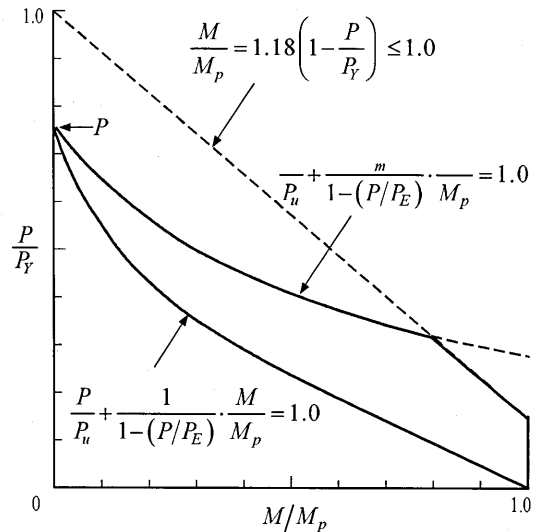


図 10.3.3 軸力と1軸曲げの面内相関強度

$$\frac{M}{M_p} = 1.18 \left(1 - \frac{P}{P_y} \right) \leq 1.0 \quad (\text{再掲:10.2.7})$$

なお、モーメント増幅係数 $A_F (\geq 1.0)$ を用いた次式(10.3.15)では、小さな軸力と不等端モーメント荷重が作用する場合に対しても上記のように $M > M_p$ になることはない。しかし、 $A_F \geq 1.0$ が適用されるのは、軸力が小さく、材端モーメント M が最大曲げモーメントになる場合であり、面内終局強度に対する軸力の影響度は小さいと考えるのが合理的である。したがって、軸力が小さい場合、次式は面内終局強度を過小評価することになる。

$$\frac{P}{P_u} + A_F \frac{M}{M_p} = 1.0, \quad A_F = \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \geq 1.0 \quad (10.3.15a,b)$$

モーメント増幅係数 A_F ，あるいはモーメント修正係数 C_m は、10.3.1で記述したように式(10.3.7)を除いて、弾性挙動に基づいて定義されていることから、部材の塑性化の進行の影響を反映していない。しかし、式(10.3.14)の相関曲線としての適合性については、多くの実験や数値解析結果との比較により安全側になることが確認されている〔Chen et al., 1976〕。

Eurocode では、式(10.3.15)のモーメント増幅係数を修正した次式を推奨している〔ECCS, 1989〕。

$$\text{Eurocode3(draft'89):} \quad \frac{P}{P_u} + \left(1 - \chi \frac{P}{P_u} \right) \frac{M}{M_p} = 1.0 \quad (10.3.16)$$

ここに、 χ = 柱の細長比パラメータと曲げモーメント勾配に関する係数である。

(3) 面外終局強度相関式

a) 等端モーメントの場合

横ねじれ変形を拘束されていないはり一柱が、軸圧縮力 P と強軸まわりの曲げ M_y を受けるとき、面内解析で得られる最大荷重よりはるかに小さい荷重で横ねじれ座屈を生じて耐力を失うことがある。ねじれ変形に対しても両端で単純支持された 2 軸対称断面のはり一柱部材に、軸圧縮力 P および強軸まわりの一様曲げ M_{y0} が作用し、それらの荷重が限界値に達したとき横ねじれ変形が生じた状態でつり合うことが可能である。その P と M_{y0} の関係は弾性解として次式で求められている [福本ら, 1970].

$$\frac{M_{y0}}{M_{0cr}} = \sqrt{\left(1 - \frac{P}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{P}{P_\phi}\right)} \quad (10.3.17)$$

ここに、 M_{0cr} ははりの弾性横ねじれ座屈モーメント、 P_{Ez} は中心軸荷重を受ける柱の弱軸に関するオイラー座屈荷重、 P_ϕ はねじり座屈荷重であり、断面極 2 次半径を $r_0 = \sqrt{(I_y + I_z)/A}$ としてそれぞれ次式で表される。

$$M_{0cr} = r_0 \sqrt{P_{Ez} P_\phi}, \quad P_{Ez} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}, \quad P_\phi = \frac{GJ}{r_0^2} \left(1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2 GJ}\right) \quad (10.3.18a,b,c)$$

また、 GJ は St.Venant (サン・ブナン) のねじり剛度、 EI_ω はそりねじり剛度、 EI_z は z 軸 (弱軸) まわりの曲げ剛度である。

特別な場合として、 $M_{y0} = 0$ のとき、部材は P_{Ez} または P_ϕ の小さい方の値で柱として座屈し、 $P = 0$ のとき、部材は次式で表される一様曲げを受けるはりとして横ねじれ座屈する。

$$M_{0cr} = r_0 \sqrt{P_{Ez} P_\phi} = \frac{\pi \sqrt{EI_z GJ}}{L} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2 GJ}} \quad (10.3.19)$$

式 (10.3.17) の誘導に際して、軸力によるモーメントの割増係数 $1/\{1 - (P/P_E)\}$ および横ねじれ座屈に対する面内変形の影響は無視されている。次式はこれらを考慮した近似式である [Vacharajittiphan et al., 1974] .

$$\frac{M_{y0}}{M_{0cr}} = \sqrt{\left(1 - \frac{P}{P_{Ey}}\right) \left(1 - \frac{P}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{P}{P_\phi}\right)} \quad (10.3.20)$$

ここに、 $P_{Ey} = \pi^2 EI_y / L^2$ は中心軸荷重を受ける柱の強軸に関するオイラー座屈荷重である。これより、 P が取り得る最大値は、 P_{Ey} 、 P_{Ez} および P_ϕ の内の最小値である。ほとんどの断面では P は P_{Ey} よりかなり小さく、したがって、式 (10.3.20) は式 (10.3.17) にほぼ一致する。圧延 H 形断面のほとんどでは、 P_{Ez} は P_ϕ より小さいことから、 $(1 - P/P_\phi) > (1 - P/P_{Ez})(1 - P/P_{Ey})$ であり、式 (10.3.20) は次式で安全側に近似できる。

$$\frac{P}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y0}}{M_{0cr}} = 1.0 \quad (10.3.21)$$

b) 不等端モーメントの場合

ねじれ変形に対しても両端で単純支持された 2 軸対称断面のはり一柱が軸圧縮力と強軸まわりの不等端モーメント M_{y1} および $M_{y2} = \beta M_{y1}$ ($|M_{y1}| \geq |M_{y2}|$, $-1 \leq \beta \leq 1$, 単曲率で曲げられる場合に $\beta > 0$) を受けるときの横ねじれ座屈は、数値解析により研究されている [Horne, 1954; Salvadori, 1956]. その結果、座屈時の不等端モーメントと等価な等端モーメント M_{eq} の関係は近似的に次式で表すことができる。

$$M_{eq} = M_{y1}/C_b \quad (10.3.22)$$

ここに、 C_b は等価換算モーメント係数であり、次式が提案されている。

$$C_b = 1.75 - 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.56 \quad (10.3.23)$$

式 (10.3.22) を式 (10.3.21) の M_{y0} に用いれば、軸圧縮力および強軸まわりの不等端モーメントが作用するはり－柱の弾性横ねじれ座屈強度の相関式を得る。

$$\frac{P}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y1}}{C_b M_{0cr}} = 1.0 \quad \text{または} \quad \frac{P}{P_{Ez}} + \frac{1}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y1}}{M_E} = 1.0 \quad (10.3.24a,b)$$

ここに、 $M_E = C_b M_{0cr}$ は不等端モーメントが作用するはりの弾性横ねじれ座屈モーメント。

一方、等価換算モーメント係数の逆数 $1/C_b$ と Austin のモーメント修正係数 C_m (式 (10.3.9)) は、かなりよく一致することがわかっており、式 (10.3.24a) を次式で表すこともできる。ただし、モーメント修正係数 C_m とはその意味が異なるので記号 C_{mb} で表す。

$$\frac{P}{P_{Ez}} + \frac{C_{mb}}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y1}}{M_{0cr}} = 1.0 \quad (10.3.25a)$$

$$C_{mb} = 1/C_b \equiv C_m = 0.6 + 0.4\beta \geq 0.4 \quad (10.3.25b)$$

部材の一部に降伏が生じると部材剛度が減少し、面内終局強度相関式 (10.3.14a) あるいは弾性横ねじれ座屈強度相関式 (10.3.25) よりはるかに小さい荷重で座屈が生じる。式 (10.3.25) の M_{0cr} および P_{Ez} に弾塑性強度を用いることにより、弾塑性横ねじれ座屈をも含めた終局強度相関式へ拡張される。

$$\frac{P}{P_{cuz}} + \frac{C_{mb}}{1 - (P/P_{Ey})} \frac{M_{y1}}{M_{uy}} = 1.0 \quad (10.3.26)$$

ここに、 P_{cuz} は中心軸荷重のみを受ける柱の弱軸に関する終局強度、 M_{uy} は強軸まわりの一様曲げモーメントを受けるはりの弾塑性横ねじれ座屈の基本強度、 P_{Ey} は強軸に関するオイラー座屈荷重である。

道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] は、軸圧縮力と2軸曲げを受ける部材の強度相関式として許容応力度を与える体裁を取っており、式 (10.3.26) に対応している。式 (10.3.26) は、その簡便さから広く利用されているが、横ねじれ座屈による影響を過大に評価する傾向がある。特に軸圧縮力が小さい場合には、曲げ耐荷力を過小評価すること多いことが指摘されている。

鋼構造塑性設計指針 [日本建築学会, 1975] は、面内および面外の終局強度を次式で与えている。

$$\frac{P}{P_{cu}} + \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \frac{M_{y1}}{M_{cr}} = 1.0 \quad \text{ただし, } \frac{M_{y1}}{M_{pc}} \leq 1.0 \quad (10.3.27)$$

ここに、 P_{cu} は中心軸荷重のみを受ける柱の両主軸まわりの座屈耐力のうち小さい方、 M_{cr} は軸圧縮力がない場合の一様曲げモーメントを受けるはりの横座屈強度であるが、箱形断面柱・鋼管柱の場合または弱軸まわりに曲げを受ける H 形断面柱の場合には M_p とする、 M_{pc} は式 (10.2.10) の軸圧縮力を考慮した全塑性モーメント、 C_m はモーメント修正係数で強軸まわりの曲げを受ける H 形断面には式 (10.3.9) を用い、箱形・円形断面あるいは弱軸まわりの曲げを受ける H 形断面には式 (10.3.7) を用いる。

鋼構造限界状態設計指針 [日本建築学会, 2002] は、断面の全塑性強度式 (式 (10.2.7a)) とのつながりを考慮して、軸力によるモーメントの割増係数 $1/[1 - (P/P_{Ey})]$ を省略し、簡略化した次式を与えている。

$$\frac{P}{P_{cuz}} + 0.85 \frac{M_y}{M_{Ebuy}} = 1.0 \quad \text{ただし, } \frac{M_y}{M_{Ebuy}} \leq 1.0 \quad (10.3.28)$$

ここに、 P_{cuz} は中心軸荷重のみを受ける柱の曲げ面外の座屈限界耐力、 M_{Ebuy} はモーメント勾配あるいは中間荷重を考慮して求められる横ねじれ座屈限界耐力で、その時のスパン内の最大モーメントを表す。したがって、 M_y もスパン内の最大モーメントである。

10.3.3 軸圧縮力と2軸曲げを受けるはり一柱

長いはり一柱部材が軸圧縮力と2軸曲げの組み合わせ荷重を受ける場合、部材には最初からたわみとねじれが同時に生じるので、横ねじれ座屈は生じないが、複雑な挙動を示す。長いはり一柱部材の最大荷重条件は、短いはり一柱の全塑性強度を決定するのとは異なり、完全な荷重－変形関係を逐次求めて決定される。したがって、滑らかな相関曲面を描くのに十分な点を得るには、膨大な計算を必要とする。1970年代には多くの数値解析が実施され、例えば Chen らは、H 形断面柱の残留応力、初期不整および端拘束の影響を含めた弾塑性数値解析を行い、過去の研究および実験結果とよく一致することを示した [Tebedge et al., 1972; Santathadaporn et al., 1972]。

軸圧縮力と2軸曲げを受けるはり一柱部材の安定性を評価する相関強度式としては、式 (10.3.26) の1軸曲げを2軸曲げに線形的に拡張した次式が一般的に採用されている。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_y}{[1 - (P/P_{Ey})]M_{uy}} + \frac{M_z}{[1 - (P/P_{Ez})]M_{uz}} \leq 1.0 \quad (10.3.29)$$

ここに、 P_u は中心軸荷重のみを受ける柱の終局強度、 M_{uy} (M_{uz}) は軸力が作用せずに強軸 (弱軸) まわりの等端モーメントを受けるはりの終局強度であり、弱軸まわりの曲げを受けて横座屈は生じないことから M_{uz} には全塑性モーメント M_{pz} が用いられる。また、 P_{Ey} (P_{Ez}) は強軸 (弱軸) に関するオイラー座屈荷重、 P は柱に作用する軸圧縮力、 M_y (M_z) は強軸 (弱軸) まわりに作用するモーメントである。

また、軸圧縮力と2軸の不等端モーメントが作用するはり一柱部材については、1軸曲げの場合に用いられるモーメント修正係数 (式 (10.3.9), 式 (1.3.25b)) を拡張し、式 (10.3.29) の M_y および M_z にそれぞれ次式の M'_y および M'_z が適用される [Chen et al., 1977]。

$$M'_y = C_{mb}M_{y1} \quad \text{または} \quad M'_y = 0.6M_{y1} + 0.4M_{y2} \quad (10.3.30a)$$

$$M'_z = C_m M_{z1} \quad \text{または} \quad M'_z = 0.6M_{z1} + 0.4M_{z2} \quad (10.3.30b)$$

ここに、 M_{y1} , M_{y2} (M_{z1} , M_{z2}) は両端における強軸 (弱軸) まわりの曲げモーメントで、部材が単曲率で曲げられる場合を正とし、絶対値の大きい側の値を M_{y1} (M_{z1}) とする。

式 (10.3.29) は、次の線形相関式に書き換えることができる。

$$\frac{M_y}{M_{ucy}} + \frac{M_z}{M_{ucz}} \leq 1.0 \quad (10.3.31a)$$

$$M_{uci} = M_{ui}[1 - (P/P_u)][1 - (P/P_{Ei})] \quad , \quad (i = y, z) \quad (10.3.31b)$$

ここに、($i = y, z$) は M_{uci} , M_{ui} を $i = y$ あるいは $i = z$ について記述することを表す。

図 10.3.4 には、W8 × 31 の断面特性を用いて、軸圧縮力 $P/P_Y = 0.3$ で細長比 $l/r_y = 0$ から 60 までの場合について、圧延型残留応力 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.3$ を考慮した数値解析値と式 (10.3.31) の値を M_Y/M_{ucy}^* と M_z/M_{ucz}^* 平面上にプロットしてある。ここに、 M_{ucy}^* および M_{ucz}^* は数値解析値を用いている。一方、式 (10.3.31a) の M_{ucy} および M_{ucz} は式 (10.3.31b) から求めたもので、 M_{uy} には次式の AISC 規準の終局強度を用い、 M_{uz} には M_{pz} を用いている。したがって、式 (10.3.31a) による両軸上の値は 1.0 とはならない。

$$M_{uy} = \left(1.07 - \frac{\sqrt{\sigma_Y(\text{MPa})}}{8298} \frac{L}{r_z} \right) M_{py} \quad (10.3.32)$$

式 (10.3.29) を修正した次式は、円管および正方形箱形断面のはり－柱の相関強度式として提案されている [Pillai, 1970].

$$\frac{P}{P_u} + \frac{\sqrt{e_y^2 + e_z^2}}{e_y + e_z} \left[\frac{M_y}{\{1 - (P/P_{Ey})\} M_{uy}} + \frac{M_z}{\{1 - (P/P_{Ez})\} M_{uz}} \right] \leq 1.0 \quad (10.3.33)$$

ここに、 $e_y = M_z/P$, $e_z = M_y/P$ は軸力の偏心量に相当し、 M_{uy} および M_{uz} には軸力が作用しない場合の全塑性モーメントが適用され、不等曲げの場合は M_y および M_z に式 (10.3.30) が適用される。

図 10.3.4 の数値解析値から、直交軸に関するモーメントの相関関係は直線的ではなく、4 分円に近いことがわかる。したがって、線形相関式では曲げの軸が断面の主軸から離れるほど過度に安全側の評価をすることになる。そこで、短柱の断面強度に対する非線形相関式 (式 (10.2.15)) と同様な形の次式が、はり－柱の部材強度に対する相関式として提案されている [Tebedge et al., 1974].

$$\left(\frac{M_y}{M_{ucy}} \right)^\eta + \left(\frac{M_z}{M_{ucz}} \right)^\eta \leq 1.0 \quad (10.3.34)$$

ここに、 M_{ucy} および M_{ucz} は式 (10.3.31b) で表され、不等曲げを受ける場合には M_y および M_z にそれぞれ式 (10.3.30) を適用する。図 10.3.4 には、式 (10.3.34) の $\eta = 1.7$ に対する相関曲線が示してあり、数値解析結果に対する良い近似値を与えることがわかる。 η の値については、I 形、H 形断面部材のフランジ幅 b と断面高 d の比も考慮して、次式が最も良く数値解析結果に適合するとされている [Ross et al., 1976].

$$b/d < 0.3 \text{ のとき} \quad \eta = 1.0 \quad (10.3.35a)$$

$$b/d \geq 0.3 \text{ のとき} \quad \eta = 0.4 + (P/P_Y) + (b/d) \geq 1.0 \quad (10.3.35b)$$

また、正方形箱形断面部材に対しては、式 (10.3.34) の η として、

$$\eta = 1.3 + (P/P_Y)[1000/(L/r)^2] \geq 1.4 \quad (10.3.36)$$

が提案されている [Chen, 1977]. ここに、 L は部材長、 r は断面 2 次半径である。

西村ら [1991] は、等曲げを受ける箱形断面部材に対して弾塑性有限変位解析結果に基づいて次式を提案している。

$$\left(\frac{M_y}{M'_{pny}} \right)^{\eta_y} + \left(\frac{M_z}{M'_{pcz}} \right)^{\eta_z} \leq 1.0 \quad (10.3.37a)$$

$$\eta_i = 1.3 + (P/P_Y) [1000/(L/r_i)^2] \geq 1.4 \quad (10.3.37b)$$

$$M'_{pci} = M_{pi} [1 - (P/P_{ui})] [1 - (P/P_{Ei})] \quad (10.3.37c)$$

ここに、 η_i , M'_{pci} は $i = y$ あるいは $i = z$ について記述することを表す。 P_{ui} = 中心軸荷重のみを受ける柱の強軸あるいは弱軸まわり終局強度、 M_{pi} = 軸力が作用しない場合の強軸あるいは弱軸まわりの全塑性モーメント

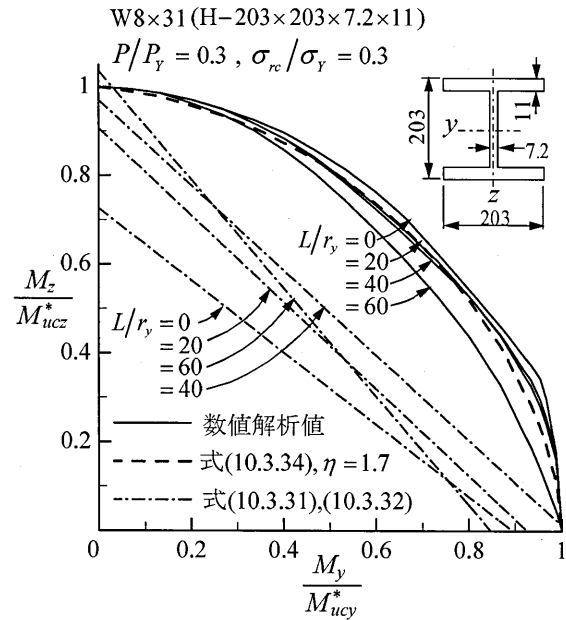


図 10.3.4 等価モーメント係数

ントである。

Duan らは不等曲げを受ける箱形断面部材について次式を提案している [Chen et al., 1991].

$$\left(\frac{C_{my}M_{y1}}{M'_{pny}} \right)^{\eta_{ny}} + \left(\frac{C_{mz}M_{z1}}{M'_{pnz}} \right)^{\eta_{nz}} \leq 1.0 \quad (10.3.38a)$$

$$\eta_{ni} = 1.7 + [1.5 - 0.075(L/r_i)](P/P_Y) \geq 1.1 \quad (10.3.38b)$$

$$M'_{pni} = M_{pi} [1 - (P/P_{ui})^{\alpha_i}] [1 - (P/P_{Ei})] \quad (10.3.38c)$$

$$\alpha_i = 2.0 - 0.5(b/h) - 0.004(L/r_i)(M_{i2}/M_{i1}) \geq 1.3 \quad (10.3.38d)$$

$$C_{mi} = 1 + 0.25(P/P_{Ei}) - 0.6(P/P_{Ei})^{1/3} [1 - (M_{i2}/M_{i1})] \quad (10.3.38e)$$

ここに、 η_{ni} , M'_{pni} , α_i , C_{mi} は、 $i = y$ あるいは $i = z$ について記述することを表し、 b = 断面幅、 h = 断面高である。式 (10.3.37) および式 (10.3.38) で M_{pi} を弱軸のみならず強軸でも全塑性モーメントとしているのは、箱形断面の縦横比が極端に大きくなければ横ねじれ座屈現象が生じないことによる。

軸圧縮力と2軸曲げを受けるはり一柱の部材強度相関式は他にも提案されており [Zhou et al., 1985; Chen et al., 1991], 弾塑性有限変位解析や実験値との比較により各設計規準や提案式の精度評価が示されている [Duan et al., 1989; 西村ら, 1991; 織田ら, 1996].

10.3.4 軸圧縮力の作用点に側方変位があるはり一柱

前節までは、はり一柱の両端が軸圧縮力に対して側方変位を生じない場合の強度について記述してきたが、本節ではたとえば、門形ラーメン柱の節点が側方変位 (*sway*) を起こす場合のはり一柱の強度を取り上げる。図 10.3.5(a) の柱脚ヒンジの門形ラーメンは、水平力 H のみを受けている。柱頭での曲げモーメント $M_A = Hl_c/2$ は1次のモーメントと呼ばれ、節点 A は側方変位 Δ_F を生ずる。同じ骨組に図 10.3.5(b) のように鉛直力 P も作用すると、この力 P は側方変位 Δ_F との相乗作用によりさらに変位を増加させるようなモーメントを発生し、最終的には Δ_F より大きい Δ_S でつり合い状態となる。このとき柱頭の曲げモーメントは $\overline{M}_A = Hl_c/2 + P\Delta_S$ となり、2次のモーメントと呼ばれる。鉛直力 P と部材回転角による影響（これを $P-\Delta$ 効果という）を力のつり合い条件式に考慮した2次弾性解析によって、 $\overline{M}_A$ は次式のように求められる [福本ら, 1970; Salmon et al., 1980].

$$\overline{M}_A = \frac{M_A}{1 - \mu^2 \left(\frac{C}{C^2 - S^2} + \frac{1}{6k_b} \right)} \quad \text{ただし, } M_A = \frac{Hl_c}{2} \quad (10.3.39)$$

ここに、 k_b は柱の剛度 (I_c/l_c) を基準としたはり部材の剛比、 C および S は安定関数であり

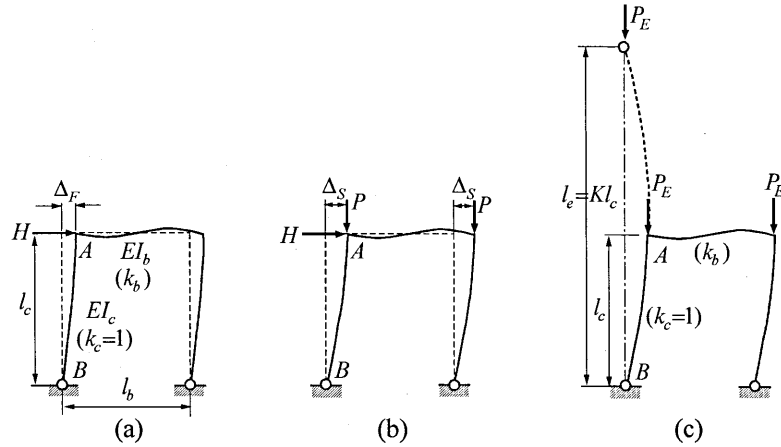
$$k_b = \frac{I_b/l_b}{I_c/l_c}, \quad C = \frac{\mu \sin \mu - \mu^2 \cos \mu}{2 - 2 \cos \mu - \mu \sin \mu}, \quad S = \frac{\mu^2 - \mu \sin \mu}{2 - 2 \cos \mu - \mu \sin \mu}, \quad \mu^2 = \frac{Pl_c^2}{EI_c}$$

にて与えられる。 $\mu^2 = (\pi/K)^2 \cdot P/P_{EK}$ および $P_{EK} = \pi^2 EI_c / (Kl_c)^2$ として、式 (10.3.39) を書き換えると

$$\overline{M}_A = \frac{M_A}{\frac{\pi}{K} \sqrt{\frac{P}{P_{EK}}} \cot \frac{\pi}{K} \sqrt{\frac{P}{P_{EK}}} - \frac{\pi^2}{6k_b K^2} \frac{P}{P_{EK}}} \quad (10.3.40)$$

を得る。ここに、 K は門形ラーメン柱材の有効座屈長係数であり、図 10.3.5(c) のラーメン柱と同じ曲げ剛度と座屈強さをもつ両端ピン支持の中心圧縮柱（破線で図示した仮想の柱）の長さは $l_e = Kl_c$ となる。

有効座屈長係数 K は門形ラーメンの全体座屈解析によって求められるもので、剛比、荷重条件および境界条件によって変化する。図 10.3.5(c) と同様な鉛直荷重 P が作用する門形ラーメンの柱脚がピンの場合と固

図 10.3.5 柱頭に荷重を受ける門型ラーメンの $P\Delta$ 効果

定の場合についての有効座屈長係数 K の値は、表 10.3.2 のようになる。また、柱脚固定ラーメンの柱頭に着目し、1 次のモーメント M_A および 2 次弾性解析により得られる 2 次のモーメント $\bar{M}_A$ はそれぞれ次式で表される。

$$M_A = \frac{Hl_c}{2} \left(\frac{3k_b}{1+6k_b} \right) \quad (10.3.41a)$$

$$\bar{M}_A = \frac{Hl_c}{2} \frac{6k_b(C+S)}{C^2 - S^2 - \mu^2 C + 6k_b[2(C+S) - \mu^2]} \quad (10.3.41b)$$

したがって、側方変位と軸圧縮力による $P-\Delta$ 効果は次式のモーメント増幅係数 A_F で表される。

$$A_F = \frac{\bar{M}_A}{M_A} \quad (10.3.42)$$

柱脚ピンおよび柱脚固定の場合について、それぞれ式 (10.3.40) および式 (10.3.41) から得られる A_F の精解値は表 10.3.3 に示されている。また、 $k_b = \infty$ に対する増幅係数 A_{F0} は近似的に次式で表される。

$$A_{F0} = \frac{\bar{C}_m}{1 - (P/P_{EK})} \quad (10.3.43)$$

ここに、 $\bar{C}_m = 1 - 0.18(P/P_{EK})$ である。表 10.3.3 には、 $k_b = \infty$ 以外についても式 (10.3.43) を使用したときのモーメント増幅係数 A_{F0} と $\bar{C}_m = 1.0$ および $\bar{C}_m = 0.85$ に対する A_{F1} および A_{F2} の値も示されている。

モーメント増幅係数として式 (10.3.43) の形式を考慮して、軸圧縮力の作用点に側方変位があるはり－柱部材の曲げ面内終局強度の相関式として近似的に次式が用いられている。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{\bar{C}_m}{1 - (P/P_{EK})} \frac{M_A}{M_p} = 1.0 \quad , \quad M_A \leq M_p \quad (10.3.44)$$

表 10.3.2 門型ラーメン柱の有効座屈長係数 K

k_b		0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	∞
側方変位	橋脚ピン	∞	2.635	2.328	2.220	2.166	2.133	2.111	2.083	2.000
	橋脚固定	2.000	1.280	1.157	1.108	1.082	1.066	1.055	1.041	1.000

表 10.3.3 モーメント増幅係数 A_F の比較

(a) 柱脚ヒンジ門型ラーメン

$\pi\alpha/K^2$	$k_b = \infty (K = 2.0)$				$k_b = 2.0 (K = 2.166)$				$k_b = 1.0 (K = 2.328)$				$k_b = 0.5 (K = 2.635)$			
	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}
0.4	1.057	1.057	1.069	0.909	1.072	1.068	1.082	0.920	1.088	1.079	1.096	0.932	1.120	1.104	1.127	0.958
0.8	1.287	1.287	1.350	1.148	1.382	1.359	1.437	1.222	1.492	1.444	1.542	1.311	1.774	1.672	1.819	1.546
1.2	2.144	2.150	2.402	2.042	2.887	2.780	3.171	2.695	4.417	4.101	4.781	4.064	-	-	-	-

(b) 柱脚固定門型ラーメン

$\pi\alpha/K^2$	$k_b = \infty (K = 1.0)$				$k_b = 2.0 (K = 1.082)$				$k_b = 1.0 (K = 1.157)$				$k_b = 0.5 (K = 1.280)$			
	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}	精解	A_{F0}	A_{F1}	A_{F2}
0.4	1.031	1.031	1.038	0.882	1.041	1.037	1.045	0.888	1.050	1.042	1.051	0.894	1.064	1.052	1.064	0.904
0.8	1.203	1.203	1.248	1.061	1.278	1.248	1.303	1.107	1.350	1.297	1.362	1.158	1.485	1.395	1.482	1.260
1.2	1.786	1.789	1.962	1.668	2.233	2.105	2.348	1.996	2.843	2.567	2.911	2.474	5.109	4.352	5.089	4.325

$$\alpha = P/P_{EK}, A_{F0} = (1 - 0.18\alpha)/(1 - \alpha), A_{F1} = 1/(1 - \alpha), A_{F2} = 0.85/(1 - \alpha), k_b = (I_b/l_b)/(I_c/l_c)$$

ここに、 P_u および P_{EK} は有効座屈長さを $l_e = Kl_c$ とした柱の終局強度およびオイラー座屈強度、 M_P は全塑性モーメントである。

式 (10.3.44) は式 (10.3.14) と同形式ではあるが、柱の強度に骨組としての有効座屈長が関与している。また、係数 $\overline{C}_m$ にはモーメント勾配の影響や $P-\Delta$ 効果および $P-\delta$ 効果を含めて、 $\overline{C}_m = 0.85$ [AISC, 1978] や $\overline{C}_m = 1.0$ [日本建築学会, 1975] が用いられている。さらに、 M_p を横ねじれ座屈強度 M_u で置き換えることにより式 (10.3.44) は面外終局強度の相関式にも適用される。

AISC-LRFD 規準は、軸圧縮力と 2 軸曲げを考慮した相関式に用いる照査モーメントの算定において、骨組構造物の軸圧縮力による付加曲げの影響を部材曲げによる $P-\delta$ 効果と側方変位による $P-\Delta$ 効果に分離して扱っている [AISC, 1986]。すなわち、図 10.3.6(a) の骨組の 1 次のモーメントを、仮の側方拘束をしたときに鉛直荷重によって生ずる 1 次の曲げモーメント M_{nt} と側方拘束がないときに水平荷重によって生ずる 1 次の曲げモーメント M_{lt} とに分離

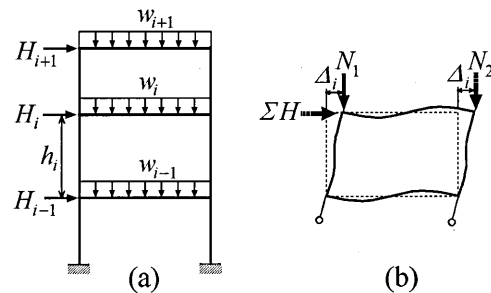


図 10.3.6 側方変位のある骨組

する。したがって、 $P\delta$ 効果および $P\Delta$ 効果によって増幅されたモーメントをそれぞれ $B_1 M_{nt}$ および $B_2 M_{lt}$ で表すと、照査する曲げモーメント M は次式で求められる。

$$M = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt} \quad (10.3.45a)$$

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - (N/N_{EK})} \geq 1.0, \quad B_2 = \frac{1}{1 - (\phi_i \Sigma N / \Sigma H)} \quad (10.3.45b,c)$$

ここに、 C_m は式 (10.3.9) に等しく、制限値 (≥ 0.4) は設けない、 $N_{EK} = \pi^2 EI / (Kh)^2$ 、 K は骨組柱材の有効長さ係数、 h は層高さ、 $\phi_i (= \Delta_{io}/h)$ は対象とする層 i の水平力によって生ずる部材回転角、 Δ_{io} は層 i の 1 次の側方相対変位、 ΣN は層 i の柱に作用する軸圧縮力の総和、 ΣH は層 i より上に作用する水平力の総和 (Δ_{io} を生じさせる水平力の総和) である。

係数 B_1 はモーメント増幅係数 A_F (式 (10.3.5b)) に対応している。係数 B_2 は、①各層は独立して弾性的に挙動し側方相対変位が同じであること、および② $P-\Delta$ 効果によるモーメントは水平力 ($\Sigma N \Delta_i / h$) で

表されることを仮定し、次式で定義される側方剛度 G_S に基づいて求められる (図 10.3.6(b)).

$$G_S = \frac{\Sigma H}{\Delta_{io}} = \frac{\Sigma H + \Sigma N \Delta_i / h}{\Delta_i} \quad \therefore \Delta_i = \frac{1}{1 - (\Sigma N \Delta_{io} / \Sigma H h)} \Delta_{io} \quad (10.3.46a, b)$$

弾性範囲であれば曲げモーメントは側方変位に比例することから、式 (10.3.46b) の右辺 Δ_{io} の係数が B_2 に相当する。なお、 $P-\delta$ 効果による最大モーメント $B_1 M_{nt}$ と $P-\Delta$ 効果による最大モーメント $B_2 M_{lt}$ が同じ断面で生ずるとは限らないため、式 (10.3.45a) を用いれば安全側の照査をすることになる。

10.3.5 変断面はり－柱

実構造物では、幅・厚さが一定のフランジと厚さが一定で材軸に沿ってせいが直線的に変化するウェブからなる H 形断面テーパ部材 (変断面はり－柱) を用いる場合がある。変断面部材が用いられる場合、一般に曲げモーメントも一様でない。したがって、パラメータの増加により合理的な強度評価式を求めるのは困難になる。簡単のため、塩見 [1984] は変断面はり－柱を等断面圧縮材および等断面曲げ部材に換算する手法により等断面の部材強度相関式を準用し、道路橋示方書 [日本道路協会, 2002] ではあらゆる断面においてその断面を等断面とするようなはり－柱を想定して等断面部材の強度相関式 (式 (10.3.29)) の形式の応力照査を適用している。また、鉄道構造物等設計標準 [鉄道総合技術研究所, 1992] ではラーメン柱の長さ中央付近の断面で代表させて等断面部材の強度相関式を適用している。以下には AISC [1978] の強度評価式を示す。

$$\frac{P}{P_{u(s)}} + \frac{C_m}{1 - (P/P_{E(eq)})} \frac{M_{(l)}}{M_{u(l)}} = 1.0 \quad (10.3.47)$$

ここに、 $P_{E(eq)} = \pi EI_{z(s)} / (\kappa L)^2$, L は部材長, $\kappa = 1 - 0.375\gamma + 0.08\gamma^2(1 - 0.0775\gamma)$, $\gamma = (d_{(l)} - d_{(s)}) / d_{(s)}$, $C_m = 0.6 + 0.4(M_{(s)} / M_{(l)})$ である。添字 (l) および (s) は、たとえば $d_{(l)}$ は変断面部材の大断面端の断面高さを表し、 $d_{(s)}$ は小断面端の断面高さを表す。 $P_{u(s)}$ は最小断面からなる等断面圧縮部材の終局強度であり、オイラー座屈には有効長の概念を用いる。 $M_{u(l)}$ は最大断面からなる等断面曲げ部材の終局強度である。

軸力比 $P/P_{u(s)}$ が 15% 以下であれば、式 (10.3.47) のモーメント増幅係数を 1.0 として次式のように簡単化できる。

$$\frac{P}{P_{u(s)}} + \frac{M_{(l)}}{M_{u(l)}} = 1.0 \quad (10.3.48)$$

10.3.6 はり－柱部材の面内連成強度相関式

局部座屈を考慮したはり－柱部材や骨組構造物の終局強度の解明や連成強度相関式に関する研究が行われている [宇佐美ら, 1985 および 1988; Nakai et al., 1986; 西村ら, 1990]。宇佐美らは、軸力と不等端モーメント荷重が作用する正方形箱形断面はり－柱の局部座屈を考慮した精密解析結果との比較により面内連成強度相関式 (10.3.49) の精度を確認している [宇佐美ら, 1985; 織田ら, 1995; Fukumoto, 1997]。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m}{1 - (P/P_E)} \frac{M_1}{Q_b M_p} = 1.0 \quad (10.3.49a)$$

$$\frac{P}{P_{ul}} + \frac{M_1}{M_{ul}} = 1.0 \quad (\text{式 (10.2.22a) の } c_1 = c_2 = 1.0) \quad (10.3.49b)$$

ここに、 C_m = 式 (10.3.9), M_1 は材端モーメントの大きい方 ($|M_1| \geq |M_2| = \beta |M_1|$), P_E はオイラー座屈荷重, P_u は中心軸荷重のみを受ける柱の局部座屈と曲げ座屈を考慮した終局強度であり、局部座屈を含まず降伏軸力 P_Y で無次元表示された Perry-Robertson タイプの基準強度式 $f(\bar{\lambda})$ [Fukumoto, 1997] を利用して P_u を求める場合、次式で表される。

$$P_u = P_Y \cdot Q_c \cdot f(\sqrt{Q_c} \cdot \bar{\lambda}) \quad (10.3.50)$$

また, $\bar{\lambda}$ は柱の細長比パラメータ ($= \sqrt{P_Y/P_E}$), Q_c および Q_b は式 (10.2.22f および g) で与えられている局部座屈を考慮した短柱の純圧縮強度 P_{ul} および純曲げ強度 M_{ul} についてそれぞれ圧縮降伏強度 P_Y および全塑性モーメント M_p との比 (Q ファクターという) を表す.

$$Q_c = P_{ul}/P_Y, \quad Q_b = M_{ul}/M_p \quad (10.3.51)$$

図 10.3.7 には, 幅厚比パラメータ $R_f = R_w = 0.652, 0.868, 1.302$ の 3 ケースについて, 数種の材端モーメント比 β および柱の細長比パラメータ $\bar{\lambda}$ について精密解析結果と連成強度式 (10.3.49) の小さい方が図示されている. なお, 連成強度は, $\beta = 1.0$ では式 (10.3.49a) で決まり, $\beta = 0.0$ および -1.0 では軸力が支配的な領域では式 (10.3.49a), 曲げが支配的な領域では式 (10.3.49b) で決まっている.

10.4 今後の展望

本章においては, 軸圧縮力と曲げを受けるはり一柱の断面強度の相関式と部材強度の相関式を中心に記述した. 取り上げた相関式は, H 形断面に対するものが中心であるが, 箱形および円管断面に対して適用できるものについてはその都度記述した. 弾塑性有限変位解析が容易になった昨今ではあるが, 部材の断面寸法を決定する設計の段階では強度を評価するための強度相関式の意義は大きい.

はり一柱の基本強度である断面強度および部材強度についてこれまでに提案されている相関式の多くは, 断面は局部座屈の影響を受けないコンパクト断面であることを前提にしている. 本章では局部座屈を考慮したはり一柱の連成強度相関式についても, 断面強度および部材強度をそれぞれ 10.2.2 および 10.3.6 に概説した. 鋼構造物設計指針 [土木学会, 1997] では, 局部座屈を考慮した基準圧縮強度と基準曲げ強度を用いることに

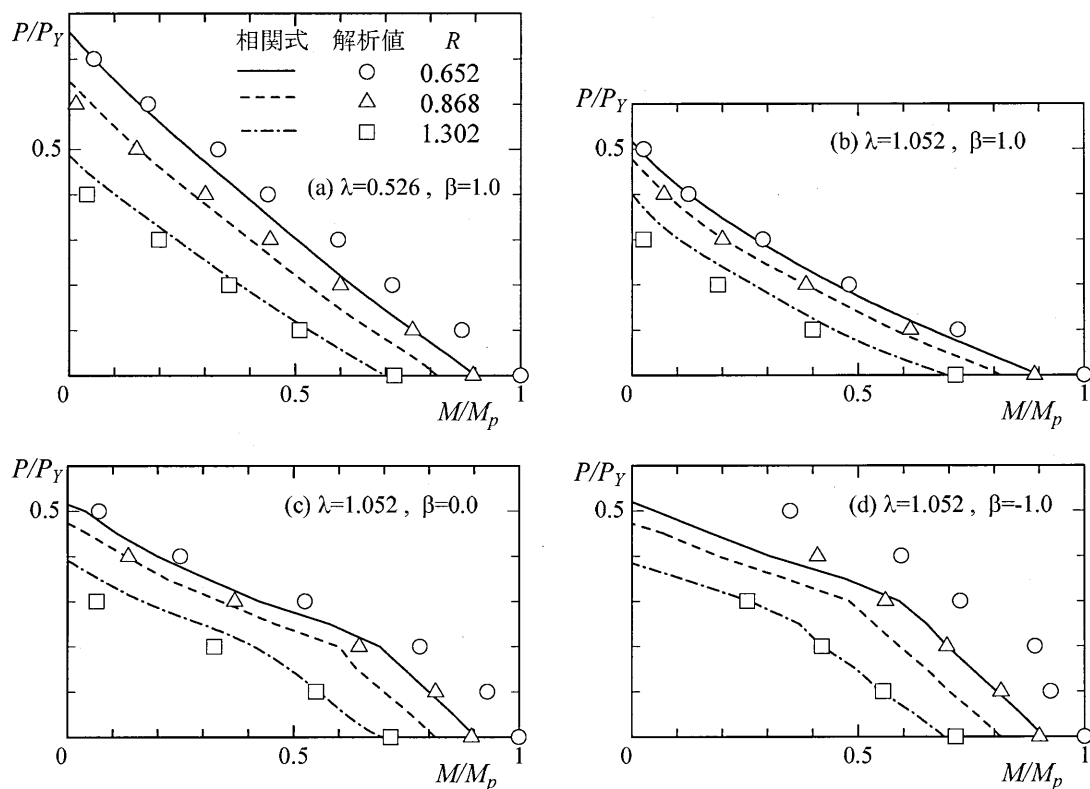


図 10.3.7 はり一柱部材の連成強度相関式 (10.3.49) の精度

より局部座屈の影響を取り入れた強度相関式が示されている。これにより局部座屈を考慮した柱およびはりの強度とはり一柱の強度の整合性が図られているが、局部座屈と横ねじれ座屈を伴うはり一柱の面外連成強度相関式については十分な検討が行われているとは言えない。

また、パイプ断面の連成強度相関式に関する検討も必要である。一方、 $R_f \leq 0.8$ 程度の補剛箱形断面については、Nakai ら [1985] による断面強度の研究、および $P/P_Y \leq 0.2$ 程度の鋼製橋脚の強度と変形能に関する研究成果 [土木学会, 1996; 本書, 第 19 章] はあるが、大型補剛断面についての連成強度相関式については、今後必要に応じてさらに検討すべきである。曲げに加えてねじりを受けるはり一柱の断面強度についても記述したが、実験の困難もあり研究成果はほとんどないのが現状であり、部材としての挙動と強度についての研究が必要である。

参考文献

- Horne, M.R. (1954) : The Flexural-torsional buckling of members of symmetrical I-Section under combined thrust and unequal terminal moments, Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol.7, Part 4, pp.410-426, 1954.
- Salvadori, M.G. (1956) : Lateral buckling of eccentrically loaded I-columns, Transactions, ASCE, Vol.121, pp.1163-1178, 1956.
- Massonnet, C. (1959) : Stability considerations in the design of steel columns, Journal of Structural Division, ASCE, Vol.85, No.ST7, pp.75-111, 1959.
- Austin, W.J. (1961) : Strength and design of metal beam-columns, Journal of Structural Division, ASCE, Vol.87, No.ST4, pp.1-32, 1961.
- 坂本順, 宮村篤典, 渡辺雅生 (1968) : 鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察, 日本建築学会論文報告集, 第 149 号, pp.9-15, 1968.
- 福本啓士, 西野文雄訳, Galambos, T.V. 著 (1970) : 鋼構造部材と骨組一強度と設計一, 丸善, 1970.
- Pillai, S.U. (1970) : Review of recent research on the behaviour of beam-columns under biaxial bending, Civil Eng. Res. Rep., No.CE70-1, Royal Military College of Canada, 1970.
- C.R.C. of Japan (1971) : Handbook of Structural Stability, Corona Pub., 2-24, 1971.
- Chen, W.F. and Atsuta, T. (1972) : Interaction equation for biaxially loaded sections, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.98, No.ST5, pp.1035-1052, 1972.
- Santathadaporn, S. and Chen, W.F. (1972) : Tangent stiffness method for biaxial bending, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.98, No.ST1, pp.153-163, 1972.
- Tebedge, N., Chen, W.F. and Tall, L. (1972) : On the behavior of a heavy steel column, Proceedings of International Colloquium on Column Strength, IABSE, Paris, pp.9-24, 1972.
- Pillai, S.U. and Ellis, J.S. (1974) : Beam columns of hollow structural sections, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.1, No.4, pp.194-198, 1974.
- Tebedge, N. and Chen, W.F. (1974) : Design criteria for steel H-columns under biaxial bending, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.100, No.ST3, pp.579-599, 1974.
- Vacharajittiphan, P., Woolcock, S.T. and Trahair, N.S. (1974) : Effect of in-plane deformation on lateral buckling, Journal of the Structural Mechanics, Vol.3, No.1, pp.29-60, 1974.
- 日本建築学会 (1975) : 鋼構造塑性設計指針, 丸善, 1975.
- Ross, D.A. and Chen, W.F. (1976) : Design criteria for steel I-columns under axial load and biaxial bending, Canadian Journal of Civil Engineering, Vol.3, No.3, pp.466-473, 1976.
- Chen, W.F. and Atsuta, T. (1976/1977) : Theory of Beam-Columns, Vol.1/Vol.2, McGraw-Hill, 1976/ 1977.
- Chen, W.F. (1977) : Design of box columns under biaxial bending, Proceedings of International Colloquium on Stability of Structures, ECCS, Liege, Belgium, pp.355-361, 1977.
- AISC (1978) : Manual of Steel Construction -Specifications for the Design Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings-, 1978. Salmon, C.G. and Johnson, J.E. (1980) : Steel Structures -Design and Behavior-, 2d ed., Harper & Row Pub., 1980.
- ECCS (1983) : Common unified code of practice for steel structure (Eurocode 3, draft), 1983.
- 塩見弘幸 (1984) : 鋼変断面曲げ圧縮部材の耐荷力評価式に関する基礎的研究, 名古屋大学学位論文, 1984.

- 宇佐美勉, 土屋信洋, 福本嘯士 (1985) : 鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究, 土木学会論文集, 第 362 号 / I-4, pp.303-312, 1985.
- Zhou, S.P. and Chen, W.F. (1985) : Design criteria for columns under biaxial loading, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.111, ST12, pp.2643-2658, 1985.
- AISC (1986) : Manual of Steel Construction -Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings-, 1986.
- Nakai, H., Kitada, T. and Miki, T. (1985) : An experimental study on ultimate strength of thin-walled box stub-columns with stiffeners subjected to compression and bending, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.2, No.2, pp.333-343, 1985.
- Nakai, H., Kitazawa, M. and Miki, T. (1986) : A study on critical strength of thin-walled steel frames subjected to combination of vertical and horizontal loads, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.3, No.1, pp.135-145, 1986.
- Chen, W.F. and Lui, E.M. (1987) : Structural Stability -Theory and Implementation-, PTR Prentice Hall, 1987.
- 宇佐美勉, 寺尾圭史 (1988) : 局部座屈を考慮した箱形断面鋼骨組構造物の強度, 土木学会論文集, 第 398 号 / I-10, pp.197-206, 1988.
- 北田俊行, 中井博, 國廣昌史, 松下孝文 (1988) : 圧縮・曲げ・ねじりの組み合わせ断面力を受ける薄肉箱形短柱の終局強度特性に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.34A, pp.221-231, 1988.
- Duan, L. and Chen, W.F. (1989) : Design interaction equation for steel beam-columns, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.115, ST5, pp.1225-1243, 1989.
- ECCS (1989) : Common unified code of practice for steel structure (Eurocode 3, draft), 1989.
- 西村宣男, 吉田信博, 竹内正一 (1990) : 局部座屈を考慮した鋼箱形断面はり一柱部材の強度評価式, 土木学会論文集, 第 416 号 / I-13, pp.385-393, 1990.
- 北田俊行, 中井博, 國廣昌史, 岸田和人 (1991) : 圧縮, 2 軸曲げ, および, ねじりを受ける薄肉箱形短柱の終局強度に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.73-82, 1991.
- 西村宣男, 笠原宏紹, 誉田喜之 (1991) : 2 軸曲げを受ける鋼はり一柱部材の相関強度式, 土木学会論文集, 第 428 号 / I-15, pp.157-166, 1991.
- Chen, W.F. and Lui, E.M. (1991) : Stability Design of Steel Frames, Chapter 2, CRC press, 1991.
- 鉄道総合技術研究所 (1992) : 鉄道構造物等設計標準・同解説一鋼・合成構造物, 丸善, 1992.
- 土木学会 (1994) : 鋼構造物の終局強度と設計一鋼構造シリーズ 6 一, 土木学会, 1994.
- 葛漢彬, 宇佐美勉, 織田博孝 (1995) : 局部座屈を考慮した無補剛箱形断面短柱のモーメントー軸力ー曲率関係の定式化, 土木学会論文集, 第 519 / I-32, pp.79-87, 1995.
- 織田博孝, 宇佐美勉 (1995) : 弾性 2 次解析を用いた骨組構造物の連成座屈強度解析, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.235-244, 1995.
- 織田博孝, 長谷川雄一, 宇佐美勉 (1996) : 弾性 2 次解析による 2 軸曲げを受ける箱形断面部材の設計法, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.115-124, 1996.
- 宇佐美勉, 葛漢彬 (1996) : 薄板集成短柱の強度推定法, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.171-178, 1996.
- 土木学会 (1996) : 鋼橋の耐震設計指針と耐震設計のための新技術, 土木学会鋼構造委員会・鋼構造新技術小委員会・耐震設計研究 WG (主査 : 宇佐美勉), 1996.
- 日本建築学会 (1996) : 鋼構造座屈設計指針 (第 2 版), 丸善, 1996.
- 土木学会 (1997) : 鋼構造物設計指針・PART A・一般構造物 [平成 9 年版], 丸善, 1997. Fukumoto, Y. ed. (1997) : Structural Stability Design, Chapter 10, Pergamon Press, 1997.
- Galambos, T.V. (1998) : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 5th ed., John Wiley & Sons Inc., 1998.
- 日本道路協会 (2002) : 道路橋示方書・同解説 II 鋼橋編, 丸善, 2002.
- 日本建築学会 (2002) : 鋼構造限界状態設計指針・同解説, 丸善, 2002.