

第9章 は り

9.1 概 説

はりとは、主として鉛直面内の荷重によって生じる曲げとせん断に対して抵抗する構造部材である。はり断面は比較的薄肉の板要素で構成され、小型の場合には圧延I形鋼、圧延H形鋼が使われることが多く、大型の場合には溶接I形あるいは溶接箱形が使用されることが多い。さらに、数は少ないが円形断面が使用されることもある。

はりの破壊様式としては、はり断面の全塑性モーメントに達することによる塑性曲げ破壊、フランジおよびウェブの局部座屈、横ねじれ座屈があり、はりの設計ではこれらの破壊に対する安全性を照査しなければならない。

図9.1.1は荷重面内のはりの曲げモーメントとたわみの代表的な曲線を示している [Galambos, 1970]。曲線OAJCは、局部座屈と横ねじれ座屈に対して十分に補剛されたはりで、曲げ耐力が全塑性モーメント M_P に達し変形性能も大きい場合である。曲線OAJKはスパン中央に集中荷重を受けるはりのように曲げモーメントに勾配があるときで、最大曲げモーメント部でひずみ硬化域に入るため、 M_P を超えた曲線となる。一方、曲線OAFG、OAHI、OLMは局部座屈あるいは横ねじれ座屈の影響を受ける場合である。この座屈現象は断面の一部が降伏しているかどうかで、非弾性座屈、弾性座屈に分けることができ、曲線OAFG、OAHIは非弾性座屈、曲線OLMは弾性座屈である。この章では、はり特有の座屈現象である横ねじれ座屈を中心に解説する。

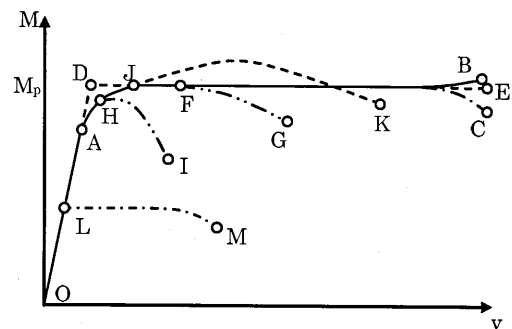


図 9.1.1 はりの荷重－たわみ曲線

横ねじれ座屈とは、図9.1.2に示されるように断面の強軸回りに曲げを受けるはりで、圧縮フランジの横方向変位と断面のねじれをともなって、荷重の作用面外に座屈変形する現象である。しかし、弱軸回りに曲げを受ける場合には、曲げの軸に対して安定であるため横ねじれ座屈は生じない。また、横方向の曲げ剛性とねじり剛性が小さい開断面はりで横ねじれ座屈が起こりやすく、箱桁のような閉断面はりでは起こりにくい。

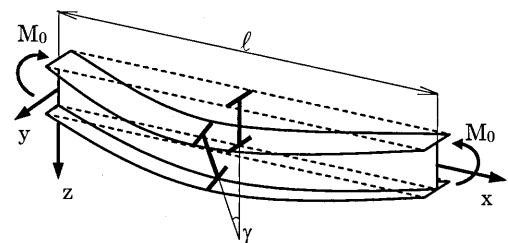


図 9.1.2 I形断面はりの横ねじれ座屈

横ねじれ座屈の解析は、柱の曲げ座屈の解析に比べて複雑である。つまり、横方向の変位とねじれを含むため、3次元挙動を考慮しなければならないし、たわみとねじれの連成も考えなくてはならない。さらに、横ねじれ座屈強度の設計式では、断面形状、横方向のブレース間隔、部材軸方向の荷重分布、断面のねじり中心からの荷重作用点までの高さなど、柱の曲げ座屈に比べると多くの影響因子を含める必要がある。

横ねじれ座屈が問題となるのは、特に架設中である。例えば、合成桁においてコンクリート床版を打設するときや、I形断面桁を送り出し架設する場合などである。一方、はりに床版が固定された後でも連続ばりの中間支点で負曲げを受ける部材の横ねじれ座屈や、細長い2主桁橋の全体横ねじれ座屈も問題となる。

この章では、まず横ねじれ座屈が生じないはりの曲げ挙動と塑性強度について述べる。続いて、はりの弾性横ねじれ座屈の解析と様々な影響因子、中程度の細長比を持つはりで重要な非弾性の横ねじれ座屈強度、最後に 2 主桁橋の全体横ねじれ座屈について述べる。はりのフランジや無補剛ウェブの局部座屈について第 11 章板要素で扱い、背が高いはりにおいて補剛材が設置されるウェブの座屈は第 12 章プレートガーダー・ボックスガーダーで扱うため、この章では述べない。

9.2 はりの曲げ挙動

9.2.1 曲げモーメントと曲率の関係

鋼材の応力ひずみ関係を完全弾塑性、平面保持の仮定に基づくと、曲げの増加に伴う断面のひずみと応力の分布は図 9.2.1 のようになる。ここで、中立軸の高さは圧縮応力と引張応力のつり合いから決定される。次に図 9.2.1 に示されるファイバーの応力から断面に作用する曲げモーメント M を計算すれば、曲げモーメントー曲率関係は図 9.2.2 ように求めることができる。このような手順で数値計算を行えば、任意の断面の $M - \Phi$ 関係は比較的簡単に求めることができる。

図 9.2.2 に示す $M - \Phi$ 曲線は 4 つのステージに分けられる。図の a は弾性の状態であり、b は最外縁ファイバーの応力が降伏したときで、このときの曲げモーメントを降伏モーメント M_y と呼ぶ。図の c は断面の一部に降伏域が進展した状態である。図の d は全断面が降伏した状態で、このときの曲げモーメントを全塑性モーメント M_p という。

図 9.2.3 [土木学会, 1987] は H 形断面はりで残留応力がない場合、圧延による残留応力がある場合 (タイプ a)、溶接による残留応力がある場合 (タイプ b) の $M - \Phi$ 関係を計算したものである。残留応力があると降伏が早まり、 $M - \Phi$ の勾配として表される曲げ剛性が早期に低減することになる。また、鋼材は SM400 であり、初降伏時の曲率の 10 倍ほどになるとひずみ硬化域に入り、曲げモーメントは全塑性モーメントを超えることになる。このようにして求められた $M - \Phi$ 関係を利用すると、はりの非弾性たわみを解析することができる。例えば、静定はりでは部材軸方向の曲げモーメント分布から曲率分布を求め、これを数値積分すれば、たわみを計算することができる。また、単純塑性解析では計算を簡略化するために、図 9.2.3 中の

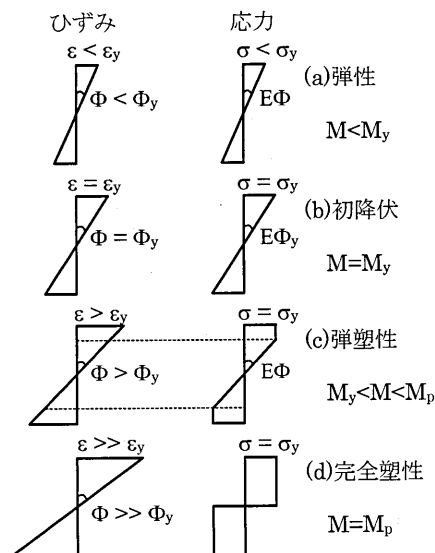


図 9.2.1 はりのひずみと応力分布

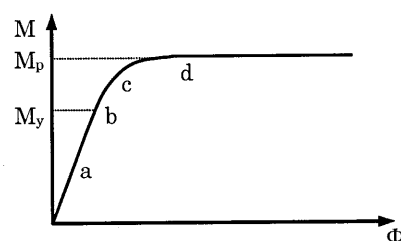


図 9.2.2 曲げモーメントー曲率関係

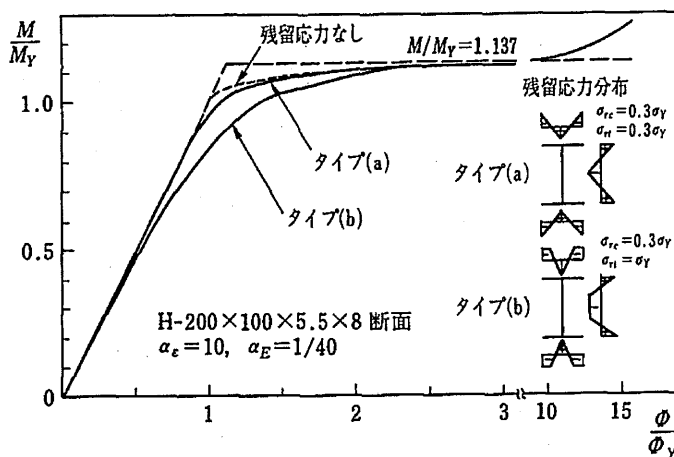


図 9.2.3 I 形断面の曲げモーメントー曲率関係

残留応力分布
 $\sigma_{rc} = 0.3\sigma_y$
 $\sigma_{rt} = 0.3\sigma_y$
 $\sigma_{rc} = 0.3\sigma_y$
 $\sigma_{rt} = \sigma_y$

破線で示されるように $M - \Phi$ 関係を完全弾塑性型のバイリニヤーに近似することが行われる。このグラフで水平となる部分では、曲げモーメント M_p が増加することなく曲率が增加するため、はりの中で M_p に達した箇所を塑性ヒンジという。

9.2.2 断面の全塑性強度

(1) 全塑性モーメント

降伏モーメントが弾性断面係数 W を用いて $M_y = \sigma_y W$ と表されるのと同様に、塑性断面係数 Z を定義して、

$$M_p = (Z/W)M_y = f \cdot M_y = \sigma_y Z \quad (9.2.1)$$

のように表すことができる。ここで、 $f = Z/W$ は形状係数と呼ばれ、断面形状によって決まる定数である。薄肉I形および箱形断面では $f = 1.1 \sim 1.2$ となる。なお、各種の断面形の塑性断面係数 Z は構造力学公式集 [土木学会, 1974] に示されている。

1例として、図9.2.4に示すようにフランジとウェブの降伏応力が異なる、ハイブリッド1軸対称I形断面の全塑性モーメントの算定式を示す。

$$M_p = \left[A_1 \left(h_w - z_n + \frac{t_1}{2} \right) + \frac{\alpha A_w}{2} \left\{ h_w - 2z_n \left(1 - \frac{z_n}{h_w} \right) \right\} + A_2 \left(z_n + \frac{t_2}{2} \right) \right] \cdot \sigma_{yf} \quad (9.2.2)$$

ここで、 A_1 は上フランジ断面積、 A_2 は下フランジ断面積、 A_w はウェブ断面積、ウェブ/フランジの降伏応力比 $\alpha = \sigma_{yw}/\sigma_{yf}$ であり、中立軸の高さ z_n は次のように表される。

$$z_n = (A_1 - A_2 + \alpha A_w) / (2\alpha t_w) \quad (9.2.3)$$

9.1で述べたように、はりの曲げ耐力が全塑性モーメントに達するためには、座屈に対して十分に補剛されていないとてはならない。局部座屈に対して補剛され、全塑性モーメントを確保できる断面をコンパクト断面と呼ぶ。反対に全塑性モーメントに達し得ない断面をノンコンパクト断面と呼んでいる。

西村らは、はり断面を下の4つに区分して、それぞれの限界を検討している [西村ら, 1993]。

- I 塑性設計適用断面： M_p に達することができ、塑性ヒンジの回転による応力再配分を考慮できる。
- II 塑性強度断面： M_p に達することはできるが、塑性ヒンジの回転は許容できない。
- III 降伏強度断面： M_y に達することができる。
- IV 座屈強度断面：局部座屈により曲げ耐力が決まる。

特に、2軸対称I形断面の塑性設計適用限界および塑性強度限界の目安を表9.2.1のように与えている。ここで、フランジ幅厚比パラメータ R_f は突出板、ウェブ幅厚比パラメータ R_w は純曲げを受ける周辺単純支持板として求められたものである。

表 9.2.1 2軸対称I形断面におけるコンパクト断面の条件

	フランジ幅厚比 パラメータ R_f	ウェブ幅厚比 パラメータ R_w
塑性設計適用限界	0.55	0.50
塑性強度限界	0.60	0.60

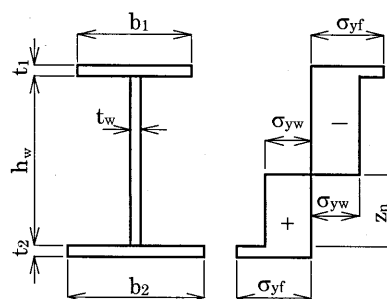


図 9.2.4 ハイブリッドI形断面の全塑性モーメント

(2) せん断力・ねじりモーメントの影響

曲げモーメントに加えて軸力、せん断力またはねじりモーメントによる複合断面力を受ける部材の全塑性耐力は、曲げモーメントのみが作用するときの全塑性モーメント M_p よりも低下する。軸力と 2 軸曲げを合わせて受ける、はり一柱の全塑性耐力は次の 10 章で述べるので、ここでは、せん断力とねじりモーメントの影響について述べる。

I 形断面に強軸回りの曲げとせん断力 Q が作用するはりの全塑性耐力を求める。ここで、せん断応力はウェブだけに一様分布すると仮定し、 σ と τ の組合せに対して von Mises の降伏条件式を適用すると、せん断力により低減した全塑性モーメント M_{ps} を表わす次式を得る [Horne, 1979]。

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1 - \left\{ 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{Q}{Q_p} \right)^2} \right\} \frac{M_{pw}}{M_p} \quad (9.2.4)$$

ここに、ウェブが負担する全塑性モーメント $M_{pw} = (t_w h_w^2 / 4) \sigma_y$ 、ウェブの全塑性せん断力 $Q_p = t_w h_w \tau_y$ であり、 t_w 、 h_w はそれぞれウェブ厚、ウェブ高さを表わす。この式は厳密ではないが、実験により十分な精度を持つことが確認されている [Horne, 1979]。ECCS (ヨーロッパ鋼構造連合) [ECCS, 1981] では、式 (9.2.4) よりも簡略化した次式を示している。

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1.1 - 0.3 \frac{Q}{Q_p} \quad \text{ただし、} \frac{1}{3} \leq \frac{Q}{Q_p} \leq 1.0 \quad (9.2.5)$$

図 9.2.5 は $h/h_w = 1.05$ の I 形断面に対して、式 (9.2.4) と式 (9.2.5) を比較したものである。

次に、ねじりモーメント M_T が作用するはりの全塑性耐力を求める。厳密な算定式を求めるのは困難であるが、次の相関式が下界値を十分な精度で与える近似曲線として、しばしば用いられる。

$$\left(\frac{M_{pt}}{M_p} \right)^2 + \left(\frac{M_T}{M_{Tp}} \right)^2 = 1 \quad (9.2.6)$$

ここに、 M_{pt} はねじりモーメントにより低減した全塑性モーメントである。また、全塑性ねじりモーメント M_{Tp} は、2 軸対称 I 形断面でフランジ厚 t_f がウェブ厚 t_w より厚い場合、次式で与えられる [山田, 1970]。

$$M_{Tp} = \left[\frac{t_w^3}{6} \left(\frac{5}{6} + \frac{3h_w}{t_w} + \ln \frac{2t_f}{t_w} \right) + bt_f^2 \left(1 - \frac{t_f}{3b} \right) \right] \tau_y \quad (9.2.7)$$

図 9.2.6 は、ひずみ増分理論による数値解析結果と式 (9.2.6) を比較したものである [宇佐美, 1973]。

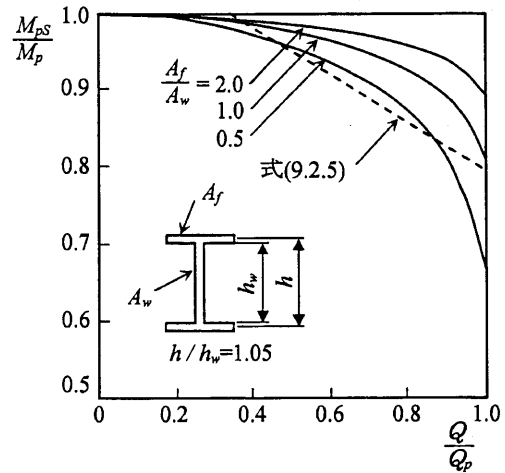


図 9.2.5 全塑性モーメントに及ぼすせん断力の影響

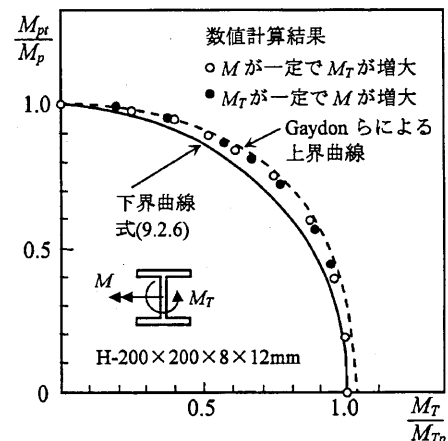


図 9.2.6 全塑性モーメントに及ぼすねじりモーメントの影響

9.2.3 局部座屈を考慮した断面の強度

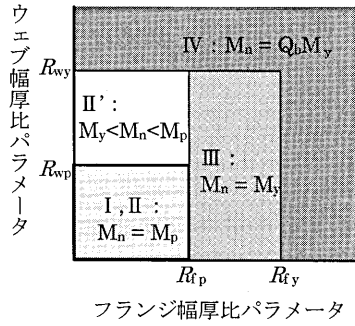


図 9.2.7 はりの曲げ強度区分

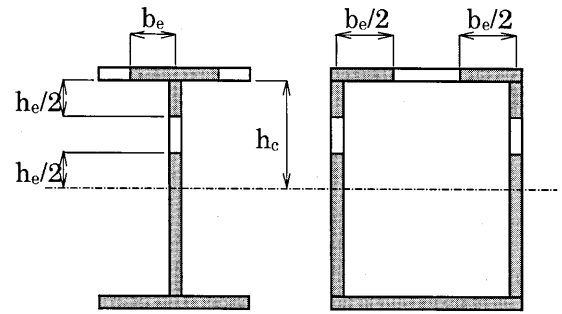


図 9.2.8 はりの局部座屈に対する有効断面

前項ではコンパクト断面の全塑性強度について述べたが、ここではノンコンパクト断面の降伏強度および局部座屈を考慮した強度について述べる。

フランジおよびウェブの幅厚比パラメータにより、はり断面の曲げ強度は図 9.2.7 のように区分できる。この図の中でノンコンパクト断面の領域 II', III, IV の基準曲げ強度は以下の式で求められる [福本, 1990]。

$$\begin{aligned}
 \text{領域 II'} \quad (R_f < R_{fp}, R_{wp} < R_w \leq R_{wy}) : M_n &= M_p - (M_p - M_y) \frac{R_w - R_{wp}}{R_{wy} - R_{wp}} \\
 \text{領域 III} \quad (R_{fp} < R_f \leq R_{fy}, R_w \leq R_{wy}) : M_n &= M_y \\
 \text{領域 IV} \quad (R_f > R_{fy} \text{ または } R_w > R_{wy}) : M_n &= Q_b M_y
 \end{aligned} \quad (9.2.8)$$

ここで、 M_p は全塑性モーメント、 M_y は降伏モーメント、 Q_b ははり断面を構成する板要素の座屈による強度低減を表す係数である。また、はり断面の強度を区分する構成板要素の限界幅厚比パラメータは、表 9.2.2 で与えられる。なお、フランジは I 形断面（自由突出板）、無補剛箱形断面（周辺支持板）の両方に適用する。

表 9.2.2 はり断面構成板要素の限界幅厚比パラメータ

	フランジ R_f (自由突出板) (周辺支持板)	ウェブ R_w
塑性強度限界 R_p	0.6	0.6
降伏強度限界 R_y	0.7	1.0

局部座屈による低減を表す係数は Q ファクターと呼ばれる。一般には有効幅の考え方をを用いて、はり断面の場合は図 9.2.8 に示す有効断面の断面係数 W_e と全断面の断面係数 W を用いて、

$$Q_b = W_e / W \quad (9.2.9)$$

で表すことができる。なお、局部座屈強度から決まる有効幅は第 11 章に示される一方向圧縮を受ける自由突出板、周辺単純支持板、および面内曲げを受ける周辺単純支持板から次のように求めることができる。

$$\frac{b_e}{b} = \frac{N_u}{N_y}, \quad \frac{h_e}{h_c} = \frac{M_u}{M_y} \quad (9.2.10)$$

ここに、 N_u は一方向圧縮を受ける自由突出板または周辺単純支持板の局部座屈強度、 N_y は降伏軸力、 M_u は面内曲げを受ける周辺単純支持板の局部座屈強度、 M_y は降伏曲げモーメントである。

9.3 はりの弾性横ねじれ座屈

9.3.1 横ねじれ座屈におけるはりの荷重－変形挙動

はりが横ねじれ座屈を起こすと、どのような変形が生じるのかを示す。図 9.3.1 は単純ばりのスパン中央に鉛直集中荷重 P を載荷した実験から求められた、荷重－たわみ曲線および荷重－ひずみ曲線である [久保ら、

1985]. スパン中央の鉛直たわみ w は降伏モーメントの 60 % ほどまでは弾性計算値に良く一致している. スパン中央の水平たわみ v_c および v_t は完全なはりでは生じないが, 部材の初期変形や荷重の偏心などの初期不整の影響で載荷初期から発生し, 荷重とともに増加している. そして, 最大荷重に近づくにつれて水平たわみは著しく増大している. この水平たわみは圧縮フランジの方が引張フランジより大きく, ねじれを伴った変形となっていることが分かる. すなわち, 横ねじれ座屈による変形が生じている.

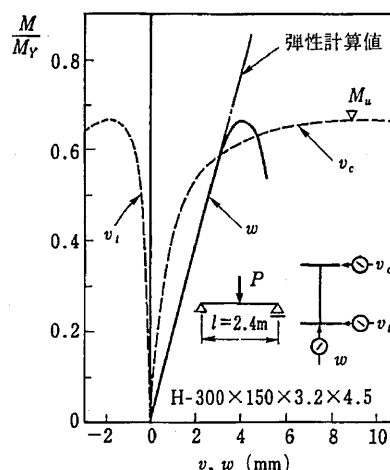


図 9.3.1 横ねじれ座屈するはりの荷重－たわみ曲線

9.3.2 弾性横ねじれ座屈強度の一般式

(1) 等曲げを受ける両端単純支持はり

図 9.3.2 に示す両端で単純支持された 2 軸対称断面はりが, 等曲げを受ける場合の横ねじれ座屈の支配方程式は次のように表される [福本, 1982].

$$EI_w \frac{d^4 \phi}{dx^4} - GJ \frac{d^2 \phi}{dx^2} - \frac{M_0^2 \phi}{EI_z} \left(1 - \frac{I_z}{I_y} \right) = 0 \quad (9.3.1)$$

この式の第 3 項にある $1 - I_z/I_y$ は横ねじれ座屈前に荷重 M_0 の面内に生じている曲率を考慮することにより現れる項であり, 座屈前の変形を無視すると値は 1 となる. 両端単純支持の境界条件とともに M_0 を固有値として求めると, 横ねじれ座屈モーメントは次のようになる.

$$M_{0cr} = \frac{\pi}{\ell} \frac{1}{\sqrt{1 - (I_z/I_y)}} \sqrt{EI_z GJ \left(1 + \frac{EI_w \pi^2}{GJ \ell^2} \right)} \quad (9.3.2)$$

この式からわかるように, $I_z \geq I_y$ となる断面では横ねじれ座屈が起こらないことがわかる. 比較的, 背が高い I 形断面で $I_z \ll I_y$ であると, 式 (9.3.2) は次のように書ける.

$$M_{0cr} = \frac{\pi}{\ell} \sqrt{EI_z GJ \left(1 + \frac{EI_w \pi^2}{GJ \ell^2} \right)} = \frac{\pi^2 EI_z}{\ell^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_z} \left(1 + \frac{\kappa^2}{\pi^2} \right)} \quad (9.3.3)$$

ここで, κ はねじり定数比と呼ばれ, 純ねじりによる応力とそりねじりによる応力の分担率を支配するパラメータである.

$$\kappa = \ell \sqrt{\frac{GJ}{EI_w}} \quad (9.3.4)$$

次に 2 軸対称 I 形断面はりの横ねじれ座屈応力が, 等価な柱断面の座屈応力に換算できることを述べる. I 形断面では純ねじりがそりねじりに比べて小さいため, $\kappa \ll 1$ と見なせる. そこで, フランジ幅 b , 高さ d の 2 軸対称 I 形断面のウェブおよびフランジ 1 枚の断面積を A_w , A_f として断面諸量を求めると,

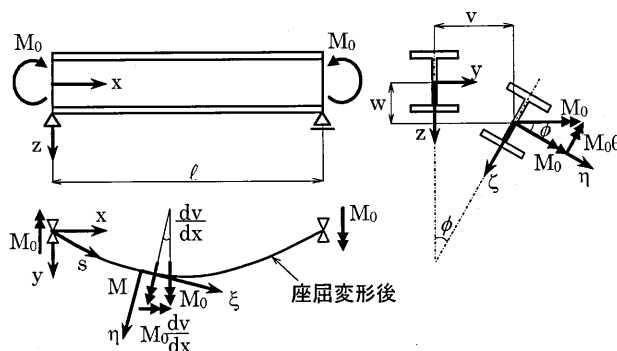


図 9.3.2 横ねじれ座屈の変形と座標系

$$I_y = \frac{d^2}{2} \left(A_f + \frac{A_w}{6} \right), I_z = \frac{b^2}{6} A_f, I_w = \frac{d^2}{4} I_z = \frac{b^2 d^2}{4} A_f, W = \frac{I_y}{d/2} = d \left(A_f + \frac{A_w}{6} \right)$$

となり、これらを式 (9.3.3) に代入して横ねじれ座屈応力を求める。

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{W \cdot \ell^2} \sqrt{I_z I_w} = \frac{\pi^2 E}{4(3 + A_w/2A_f)(\ell/b)^2} \quad (9.3.5)$$

一方、図 9.3.3 のように圧縮フランジとウェブ高の 1/6 から成る T 形断面の鉛直軸に関する断面 2 次半径を求めると、

$$r = \sqrt{\frac{b^2 A_f / 12}{A_f + A_w / 6}} = b / \sqrt{4 \left(3 + \frac{A_w}{2A_f} \right)} \quad (9.3.6)$$

となり、この T 形断面の柱の座屈応力は式 (9.3.5) に一致する。

図 9.3.3 横ねじれ座屈に対する等価 T 形柱断面

(2) 断面形、境界条件、荷重条件の影響を含んだ一般式

先に示した等曲げ以外の荷重条件、単純支持以外の境界条件をもつはりの座屈解析は複雑であり、座屈荷重算定式を厳密に求めることは困難である。そこで、式 (9.3.3) に各種の係数を組み込み、様々な条件に対応する座屈荷重を近似する方法がとられる。この考え方で定められた座屈モーメント式に次式がある [Clark, et al., 1960]。

$$M_E = \frac{C_{b1} \pi^2 E I_z}{(K_\nu K_\phi) \ell^2} \left[(C_{b2} h_p + C_{b3} \beta_y) \pm \sqrt{(C_{b2} h_p + C_{b3} \beta_y)^2 + \frac{I_w}{I_z} \left(1 + \frac{(K_\phi \ell)^2 G J}{\pi^2 E I_w} \right)} \right] \quad (9.3.7)$$

ここに、 C_{b1} は曲げモーメント分布の影響を考慮する係数、 C_{b2} は中間荷重のはり断面における作用高さ (h_p) の影響を加味する係数、 C_{b3} は断面形状の非対称性 (β_y) の影響を加味する係数である。 K_ν と K_ϕ は有効長さ係数であり、部材端の水平たわみとねじれに対する境界条件によって決まる。なお、 h_p は荷重の作用点とせん断中心 S との距離であり、作用点がせん断中心より下側 (曲げの引張側) にあるときに正の値とする。また、 β_y は断面形状によって決まる定数であり、次式で表わされる。

$$\beta_y = \int_A z(z^2 + y^2) dA / (2I_y) - z_s \quad (9.3.8)$$

ここで、 z_s は重心を原点としたときのせん断中心の座標であり、せん断中心が重心より上にあるときに負の値をとる。なお、2 軸対称断面では $\beta_y = 0$ となる。

よく使用される断面形について、せん断中心 S の位置とそりねじりに関する定数 (I_w , J ,

表 9.3.1 薄肉断面のせん断中心とそりねじりに関する定数

(a) I 形	$y_s = 0, z_s = \alpha h - h_1$ $I_w = \frac{b_1^3 t_1 h^2}{12} \alpha$ $J = \frac{1}{3} (b_1 t_1^3 + h_w t_w^3 + b_2 t_2^3)$ $\beta_y = \frac{1}{2I_y} \left\{ b_2 t_2 h_2 \left(\frac{b_2^2}{12} + h_2^2 \right) + \frac{t_w}{4} (h_2^2 - h_1^2) - b_1 t_1 h_1 \left(\frac{b_1^2}{12} + h_1^2 \right) \right\}$ $\alpha = \frac{1}{1 + (b_1/b_2)^3 (t_1/t_2)}$
(b) みぞ形	$z_s = 0, y_s = y_0 + \alpha b$ $I_w = \frac{b^3 t_f h^2}{2} \left(\frac{1}{3} \alpha \right)$ $J = \frac{1}{3} (2b t_f^3 + h_w t_w^3)$ $\beta_y = 0$ $\alpha = \frac{1}{2 + h t_w / (3 b t_f)}$
(c) T 形	$y_s = 0, z_s = -h_1$ $I_w = \frac{b^3 t_f^3}{144} + \frac{h^3 t_w^3}{36}$ $J = \frac{1}{3} (b t_f^3 + h_w t_w^3)$ $\beta_y = \frac{1}{2I_y} \left\{ \frac{t_w}{4} (h_2^2 - h_1^2) - b t_f h_1 \left(\frac{b^2}{12} + h_1^2 \right) \right\}$
(d) 箱形	$y_s = z_s = 0$ $I_w = \frac{b^3 t_f h^2}{24} \left(1 + \frac{h t_w}{b t_f} \right) (1 - 2\alpha)^2$ $J = \frac{2b^2 h^2}{b/t_f + h/t_w}$ $\beta_y = 0$ $\alpha = \frac{1}{1 + h t_f / (b t_w)}$

注) O: 図心, S: せん断中心, I_y : y 軸まわりの断面 2 次モーメント。

β_y) の計算式を表 9.3.1 に示す [土木学会, 1987]. その他の係数 $C_{b1} \sim C_{b3}$, K_ν , K_ϕ の値については後で述べる.

(3) 有限要素法による横ねじれ座屈解析

式 (9.3.7) の代わりに有限要素法を利用して横ねじれ座屈荷重を求めることができる. 有限要素法は任意の荷重, 境界条件を考慮できるので, より汎用性が高い. 横ねじれ座屈を解析するときには, 純ねじりのみを考慮できるはり要素ではなく, そりねじりを考慮したはり要素を使用するのがよい. 横ねじれ座屈解析のための要素剛性方程式は例えば, Hasegawa ら (1985), Bazant ら (1991) および本書の第 7 章に示されている.

9.3.3 荷重および境界条件の影響

(1) 材端モーメント比の影響

横ねじれ座屈モーメントの一般式は式 (9.3.7) で与えられた. そこで, はりの両端にモーメントが作用し, 曲げモーメント分布が直線となる両端単純支持はり (横ねじれに関する境界条件も単純支持) における修正係

表 9.3.2 式 (9.3.7) の修正係数 $C_{b1} \sim C_{b3}$, K

荷重状態と 支持状態	曲げモーメント図	k^*	C_{b1}	C_{b2}	C_{b3}	M_{max}
		0.5	1.0	—	1.144	M
		1.0 0.5	1.323 1.514	—	0.992 2.271	M
		1.0 0.5	1.879 2.15	—	0.939 2.15	M
		1.0	2.704	—	0.676	M
		1.0 0.5	2.752 3.149	—	0 0	M
		1.0 0.5	1.132 0.972	0.459 0.304	0.525 0.98	$\frac{q\ell^2}{8}$
		1.0 0.5	1.285 0.712	1.562 0.652	0.753 1.07	$\frac{q\ell^2}{24}^{*2}$
		1.0	1.365	1.553	1.73	$\frac{P\ell}{4}$
		1.0 0.5	1.565 0.938	1.267 0.715	2.64 4.80	$\frac{P\ell}{8}$
		1.0 0.5	1.046 1.01	0.43 0.41	1.12 1.89	$\frac{P\ell}{4}$

(注) *1 梁の水平曲げに対する両端支持状態: 単純支持 $k=1.0$, 固定支持 $k=0.5$: 有効長さ

*2 スパン中央の曲げモーメント

数 C_{b1} は、次の2式のいずれかを使うことができる [Nethercot, 1983].

$$C_{b1} = 1.75 - 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.56 \quad (9.3.9)$$

$$C_{b1} = 1/(0.6 + 0.4\beta) \leq 2.5 \quad (9.3.10)$$

ここで、 β は部材両端のモーメントの比 M_1/M_2 (ただし、 $M_1 \geq M_2$) で $-1 \leq \beta \leq 1$ の値をとる. この2式の差は小さく、道路橋示方書 [日本道路協会, 2003] では式 (9.3.10) を採用している.

(2) 中間荷重の影響

材端モーメントあるいは中間荷重が作用するはりの修正係数 $C_{b1} \sim C_{b3}$ は表 9.3.2 [福本, 1982] の値を用いることができる. この表では横ねじれに対する境界条件は、単純支持 ($v = v'' = 0, \phi = \phi'' = 0$) と固定支持 ($v = v' = 0, \phi = \phi' = 0$) の場合があり、それぞれの有効長さ係数 K は 1.0 と 0.5 となる.

(3) 材端モーメントと等分布荷重の両方が作用するはり

負の材端モーメント M , βM と等分布荷重 q が作用する両端単純支持はりの横ねじれ座屈は材端モーメント M を基準として、以下の修正係数を用いることができる [土木学会, 1987].

$$C_{b1} = 1/\sqrt{F} \quad (9.3.11)$$

$$C_{b2} = 0.405\beta_q/\sqrt{F} \quad (9.3.12)$$

$$C_{b3} = (-0.5 - 0.5\beta + 0.464\beta_q)/\sqrt{F} \quad (9.3.13)$$

$$F = 0.283(1 + \beta^2) + 0.434\beta - 0.868\beta_q(1 + \beta) + 0.780\beta_q^2 \quad (9.3.14)$$

ここで、 β_q は等分布荷重による最大曲げモーメントと基準材端モーメントとの比で、 $\beta_q = (ql^2/8)/M$ である. 材端モーメントが正の場合は、式 (9.3.13) および式 (9.3.14) にある負符号を正符号に変えればよい.

(4) 材端支持条件の影響

はりの両端の支持条件には図 9.3.4 のものが考えられ、これらを組合せた場合の有効長さ係数 K_v , K_ϕ は表 9.3.3 で与えられる.

(5) 片持ちはり

一端で面内変形と横ねじれ変形に対して固定された、2軸対称I形断面片持ちはりの横ねじれ座屈モーメントを $M_E = C_b M_{0cr}$ として表わす. ここで、 M_{0cr} は式 (9.3.3) で表わされる等曲げを受ける両端単純支持は

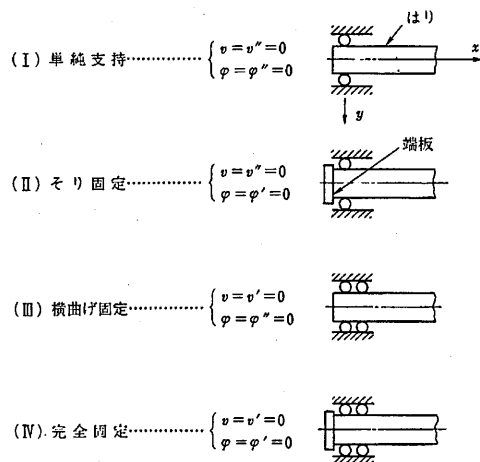


図 9.3.4 はりの材端支持条件

表 9.3.3 はりの有効長さ係数

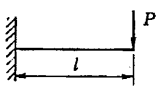
はりの境界条件 左端, 右端		K_v	K_ϕ
(1)	I, I	1.000	1.000
(2)	I, II	0.904	0.693
(3)	I, III	0.626	1.000
(4)	I, IV	0.693	0.693
(5)	II, II	0.883	0.492
(6)	III, IV	0.431	0.693
(7)	IV, IV	0.492	0.492
(8)	III, III	0.434	1.000
(9)	IV, II	0.606	0.492

りの横ねじれ座屈モーメントである。修正係数 C_b は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \text{せん断中心載荷のとき, } C_b &= A \\ \text{上フランジ載荷のとき, } C_b &= A/B_1 \\ \text{下フランジ載荷のとき, } C_b &= A/B_2 \end{aligned} \quad (9.3.15)$$

ここで, A, A_1, A_2 の値は表 9.3.4 で与えられる [Nethercot, 1973a].

表 9.3.4 片持ちはりに対する修正係数

荷重状態	$M_{\max}$	A	B_1	B_2
	Pl	$1.287 - \frac{3.539}{R^2} + \frac{2.521}{R}$	$0.947 + \frac{3.016}{R^2} + \frac{2.364}{R}$	$0.995 - \frac{0.024}{R^2} + \frac{1.189}{R}$
	$\frac{ql^2}{2}$	$2.030 - \frac{9.114}{R^2} + \frac{7.245}{R}$	$0.934 + \frac{1.290}{R^2} + \frac{3.418}{R}$	$1.002 - \frac{2.806}{R^2} + \frac{3.664}{R}$

(6) 弾性拘束されたはり

実際構造物では、横ばりや横構などによって横ねじれが弾性的に拘束されており、その拘束効果は部材の剛性と取り付け方法によって異なる。

まず、中間に弾性拘束点を持つ単純ばりの例により、弾性拘束が横ねじれ座屈挙動に及ぼす基本的な効果を説明する。図 9.3.5 は、等曲げを受ける両端単純支持ばりが支間中央で弾性拘束された場合の座屈強度を示している [Nethercot, 1973b]。ここでは、せん断中心または上フランジに横たわみを拘束するバネを設け、このバネの剛度 K_B を変化させている。また、はりのねじり定数比 κ を変化させて、必要なバネ剛度を比較している。図に示すように、バネ剛度の増加とともに座屈モーメントは増加するが、ある限界値に達すると拘束点を節とする 2 次モードに移行するので、それ以上バネ剛度を増加させても座屈モーメントは増えない。ねじり定数比 κ の影響については、せん断中心拘束の場合は κ が大きいほど 2 次モードに移行するのに必要なバネ剛度は小さくなり、上フランジ拘束の場合は κ によって必要バネ剛度は変化しない。拘束点の高さは圧縮となる上フランジとすると大きな効果が得られることがわかる。この図にはないが、引張側を拘束点とすると極端に効果が低下するので留意しなければならない。

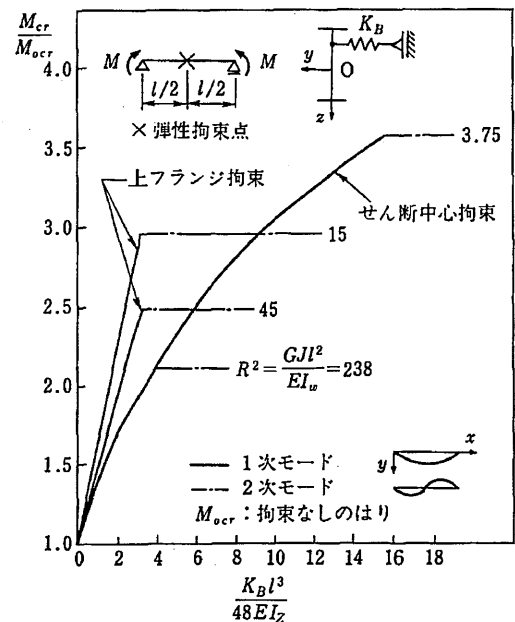


図 9.3.5 弾性拘束されたはり

次に、連続ばりの 1 径間のように、材端で横ねじれ変形（ねじり角 ϕ と弱軸方向変位 ν ）が拘束され、弱軸（鉛直）軸回りの回転が弾性拘束されたはりの有効長係数を示す。これは次式で表される [Nethercot, 1976].

$$K (= K_\phi = K_\nu) = \frac{3 - 1.6(\xi_1 + \xi_2) + 0.84\xi_1\xi_2}{3 - (\xi_1 + \xi_2) + 0.28\xi_1\xi_2} \quad (9.3.16)$$

$$\xi_1 = \frac{1}{1 + G_1}, \quad \xi_2 = \frac{1}{1 + G_2} \quad (9.3.17)$$

ここに、 $G_1 = (EI_z/L)k_1$ 、 $G_2 = (EI_z/L)k_2$ は、はりの弱軸曲げに関する剛比であり、 k_1 、 k_2 は両端の弱軸（鉛直）軸回りの回転ばね剛性である。また、単純ばりおよび連続ばりの中間点でブレース材などにより横ねじれ変形が拘束される場合、その固定点間（着目区間）の有効長さ係数も式 (9.3.16)、式 (9.3.17) を使うことができる。ただし、式 (9.3.17) にある G_1 、 G_2 の算定方法が異なるので本書の旧版 [土木学会, 1987] を参照されたい。

最後に、図 9.3.6 のような断面を持つ下路橋や上路 2 主桁橋において、横ねじれ座屈を拘束するために必要な横ラーメンの剛度について述べる。横ラーメンとは、横ばりとニーブレースあるいは垂直補剛材からなる U 型のフレームを言う。横ラーメンによる圧縮フランジの拘束はポニートラスの上弦材の横座屈に対するものと類似しており、横ラーメンの必要剛度はポニートラスにおける算定式を使うことができる。具体的には、以下のように横ラーメンの必要剛度を求めることができる。

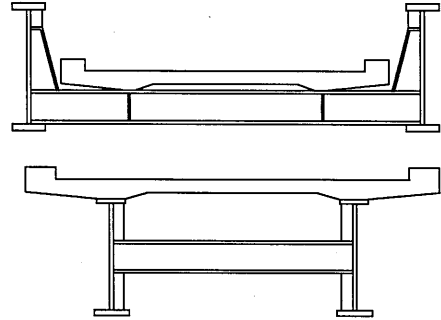


図 9.3.6 下路橋と上路 2 主桁橋

はりの横ねじれ座屈は 9.3.2(1) で述べたように、図 9.3.3 の圧縮フランジとウェブからなる T 形断面柱の水平方向の曲げ座屈で近似できることから、この T 形断面柱がポニートラスの上弦材に対応する。したがって、横ラーメンの剛性は第 14 章の式 (14.3.1) によって求め、式 (14.3.2) で表される剛比によって有効長さ係数を評価できる。横ラーメンの必要剛比は有効長さ係数に応じて、式 (14.3.5)～式 (14.3.8) で求められ、これらを図示すると図 14.3.7 のようになっている。有効長さ係数 $K = 1$ となる場合、すなわち横ばり間隔が圧縮フランジの固定点間距離になるときの必要剛比を調べると、鋼道路橋設計便覧 [日本道路協会, 1979] で採用されている Holt による評価では $\kappa_{\nu, req} = 38$ 、その他の評価では $\kappa_{\nu, req} = 13 \sim 39$ が得られている。また、図 9.3.5 において上フランジ拘束の場合に 2 次モードに移行する限界値から必要剛比を求めると $\kappa_{\nu, req} = 18$ となる。わが国では横ラーメンによる補剛設計を Holt の方法によって行うことが多いが、合理化できる可能性がある。

(7) 変断面はり

はりのスパン方向に曲げモーメントが変化する場合、その変化に応じてはり高あるいはフランジ幅を変化させると効率的である。はり高変化はそりねじり剛度を変化させ、フランジ幅はそりねじり剛度と横曲げ剛度の双方を変化させ、横ねじれ座屈強度に影響を及ぼす。この影響の大きさは、圧縮フランジ幅、はり高、引張フランジ幅の順に大きい。

はり高あるいはフランジ幅にテーパがある両端単純支持はりの横ねじれ座屈モーメントの修正係数 C_γ は次式で与えられている [久保ら, 1984]。

$$\text{はり高テーパの場合,} \quad C_\gamma = 0.6 + 0.4\gamma_h \quad (9.3.18)$$

$$\text{上下フランジ幅テーパの場合,} \quad C_\gamma = 0.6\gamma_b + 0.4\gamma_b^2 \quad (9.3.19)$$

ここに、 γ_h 、 γ_b はそれぞれ大きい断面に対する小さい断面のはり高およびフランジ幅の寸法比を示す。なお、修正係数 C_γ は大きい断面を等断面としたはりの横ねじれ座屈モーメントに対する係数である。

9.3.4 断面変形と局部座屈の影響

式 (9.3.2) あるいは式 (9.3.7) では、横ねじれ座屈時に断面形が変わらないとするはり理論に基づいており、断面変形や局部座屈の影響を考慮していない。しかし、薄肉開断面はりでは板曲げ剛度が小さいため、断面変形の影響や局部座屈との相関を調べる必要がある。この相関関係はシェル要素を用いた有限要素法によって解

析することができる。

図 9.3.7 は等曲げを受ける単純支持 I 形断面はりの腹板座屈、フランジ座屈および横ねじれ座屈の相関曲線を解析した例である [Hancock, 1978]。縦軸は弾性座屈応力とヤング係数の比 σ_{cr}/E 、横軸は部材長さおよび腹板高さの比 l/h を対数で表している。図の実線 ABB'B''CD は相関座屈曲線を示し、A～D 点での座屈モードも図に示してある。さらに、各種の境界条件を考慮したときのフランジおよび腹板の局部座屈曲線①～④と、断面変形を無視したときの横ねじれ座屈曲線⑤が示してある。 l/h が小さい範囲の点 A～B'' は局部座屈によって支配されており、点 B～B'' は 1 次～3 次の座屈モードの最小応力に対応する点である。点 C はフランジ座屈と横ねじれ座屈の連成が生じ、断面変形を無視した横ねじれ座屈曲線⑤に比べ、座屈強度の低減が見られる。 l/h が大きい点 D では断面変形を伴わず、横ねじれ座屈が生じている。

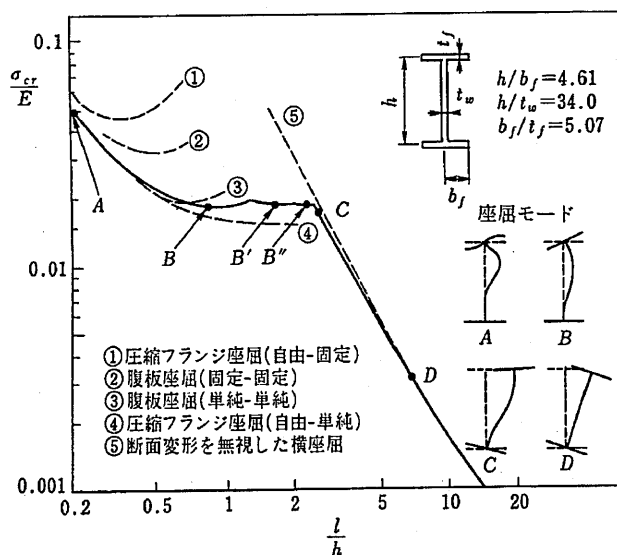


図 9.3.7 I 形断面はりの局部座屈と横ねじれ座屈の相関

9.3.5 曲りばり

水平面内に曲率を持つ曲りばりが鉛直面内の荷重を受けると、荷重の初期段階から鉛直変位とともに、水平変位とねじれを生じる。したがって、曲りばりの横ねじれ座屈は鉛直面外への分岐座屈現象とならず、変形後のつりあい形で安定・不安定を検討する必要がある。

図 9.3.8 は細長比 $l/r_p = 80$ (r_p は断面極 2 次半径) の円弧曲りばりの中心角と曲りばりと直線はりの横ねじれ座屈モーメントの比の解析結果を表している [Fukumoto et al., 1981]。図中の一点鎖線は、式 (9.3.20) で表される福本・西田による曲りばりの横ねじれ座屈モーメントの低減係数 [Fukumoto et al., 1981] で、中心角が小さい範囲で適用できる。

$$(M_{cr})_{cv}/(M_{cr})_{st} = \sqrt{1 - \theta^2/\pi^2} \quad (9.3.20)$$

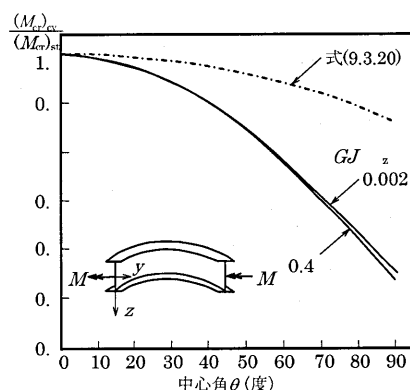


図 9.3.8 曲りばりの横ねじれ座屈強度

9.4 はりの非弾性横ねじれ座屈

9.4.1 実験および解析に基づく耐荷力曲線の評価

道路橋示方書は、福本らの実験的研究 [福本ら, 1971] に基づく次の非弾性横ねじれ座屈強度式を採用している。

$$\frac{M_u}{M_{yc}} = 1.0 - 0.412(\lambda_b - 0.2) \quad (0.2 < \lambda_b \leq \sqrt{2}) \quad (9.4.1)$$

$$\frac{M_u}{M_{yc}} = 1/\lambda_b^2 \quad (\sqrt{2} < \lambda_b) \quad (9.4.2)$$

ここで、細長比パラメータは式 (9.3.5) で表される等曲げモーメントを受ける 2 軸対称 I 形断面はりの座屈応力と降伏応力の比から、次のように定めている。

$$\lambda_b = \sqrt{\frac{\sigma_y}{\sigma_{cr}}} = \sqrt{\frac{\sigma_y(\ell/b)^2 4(3 + A_w/2A_f)}{\pi^2 E}} = \frac{2}{\pi} \sqrt{3 + \frac{A_w}{2A_f}} \sqrt{\frac{\sigma_y \ell}{E b}} \quad (9.4.3)$$

その後、福本・伊藤による実験データベースによる耐荷力曲線の提案 [福本ら, 1984], 西村らによる解析的な評価 [西村ら, 1990] があり, 土木学会では柱の耐荷力曲線と同じ, 次の Perry-Robertson 型の耐荷力曲線 [土木学会, 1994] を示している。

$$\frac{M_u}{M_n} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\lambda_b^2}}{2\lambda_b^2} \leq 1 \quad (9.4.4)$$

$$Z = 1 + \alpha(\lambda_b - \lambda_{b0}) + \lambda_b^2$$

ここに, M_n は式 (9.2.8) で表される断面の基準曲げ強度, λ_b ははりの細長比パラメータ ($= \sqrt{M_n/M_E}$), λ_{b0} は基準曲げ強度に到達する限界細長比パラメータ, α は初期不整係数で, 圧延形鋼はりおよび溶接集成断面はりの平均値強度曲線に対して次の値としている。

圧延はり: $\lambda_{b0} = 0.4$, $\alpha = 0.15$

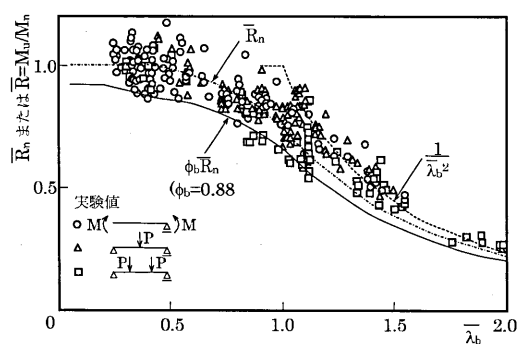
溶接はり: $\lambda_{b0} = 0.4$, $\alpha = 0.25$

次に, 式 (9.4.4) に対して下限値相当曲線を定めるために実験結果を整理すると図 9.4.1 [福本, 1990] のようになる。そこで, SGST フォーマットの設計照査式に基づいて抵抗係数 ϕ を求めると次の値となり, 下限値曲線は $\phi \cdot (M_u/M_n)$ で与えられる [土木学会, 1994]。

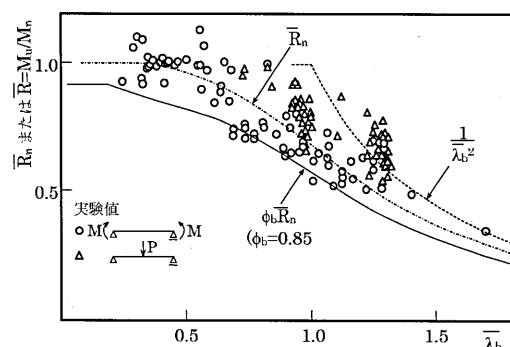
圧延はり: $\phi = 0.88$, 溶接はり: $\phi = 0.85$

下限値に対応する式 (9.4.1), (9.4.2) と平均値に対応する式 (9.4.4) およびその下限値相当曲線を図示すると図 9.4.2 のようになる。なお, 下限値相当曲線において $\lambda \leq 0.2$ の範囲の断面強度に対する抵抗係数は $\phi = 0.92$ であり, $0.2 \leq \lambda_b \leq 0.4$ の範囲で, 抵抗係数を 0.92 から 0.88 または 0.85 に直線変化させている。

道示に比べ土木学会の下限強度曲線は低く表示されているが, 道示は断面の基準強度 M_n を降伏モーメントとしているのに対して, 土木学会の式ではコンパクト断面のはりに対して全塑性モーメントとすることができ, M_u の評価は道示よりやや大きくなる。さらに, 道示の細長比パラメータは等曲げを受ける 2 軸対称 I 形断面に基づいているため, 様々な実験結果を整理するとばらつきが大きくなる。しかし, 土木学会の式は非対称断面はりや集中荷重を載荷した実験結果を比較的小さいばらつきで整理することができる [久保ら, 1997]。



(a) 圧延はり



(b) 溶接はり

図 9.4.1 横ねじれ座屈実験データと耐荷力曲線

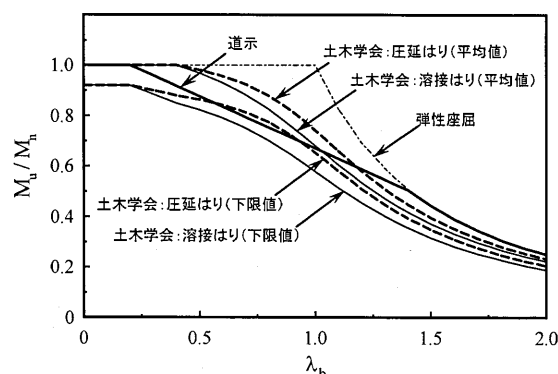


図 9.4.2 横ねじれ座屈耐荷力曲線

9.4.2 初期不整の影響

実際に使用されるはりでは、残留応力、荷重偏心、初期変形（部材軸線の曲がりや断面のねじれ）などの初期不整の存在を避けることはできない。残留応力は部材断面の降伏を早めるため、横ねじれ座屈を支配する断面剛度を減少させ、横ねじれ座屈強度の低下を生じさせる。荷重偏心や初期変形があると初期の段階から横ねじれ変形が発生し、荷重の増加とともに横ねじれ変形が増加する。したがって、変形が急増するときの極限荷重が低減する。このように初期不整の存在は横ねじれ座屈強度を低減させるが、その大きさの不確定性と組合せの複雑さが耐荷力を変動させる要因となっている。

初期不整の影響を調べるためには解析的な研究が必要であり、有限要素法による初期不整を考慮した解析が行われている。例えば、西村らは薄肉開断面はり要素による弾塑性有限変位解析を元に、初期不整の影響を系統的に調べている [西村ら, 1990]。ここでは、この研究を紹介する。

まず、実際に考えられる範囲の初期不整（残留応力、初期変形）を幾つか組み合わせて弾塑性有限変位解析を行い、非弾性横ねじれ座屈強度を求めている。そして、この解析結果を元に次のような極限強度に対する初期不整の敏感度関数を定めている。

$$\frac{M_u}{M_p} = \frac{Z - \sqrt{Z^2 - 4\lambda_b^2}}{2\lambda_b^2} + C1 \cdot \frac{\tan^{-1}(CR + C3) - \tan^{-1}(C3)}{1 + C4 \cdot (CR + C3)^2} \quad (9.4.5)$$

ここに、 $Z = 1 + A(\lambda_B - \lambda_{b0}) + \lambda_b^2$, $CR = (\lambda_b - \lambda_{b0})C2$, $C_i = A1_i + A2_i \cdot X + A3_i \cdot X^2 + A4_i \cdot Y + A5_i \cdot Y^2 + A6_i \cdot X \cdot Y$ ($i = 1 \sim 4$), $X = \sigma_{rc}/\sigma_y$ は圧縮残留応力の比, $Y = W/W_0$ ($W_0 = \ell/1000$) は初期たわみの比を示す。

式 (9.4.5) は残留応力 X および初期たわみ Y の関数として表されており、係数 A , $A1_i \sim A6_i$ は残留応力分布が異なる 3 種類の断面に対して、表 9.4.1 のように定めている。

次に、初期不整の確率分布モデルを用いてモンテカルロ法により多数の初期不整の組合せを発生させ、この敏感度関数から初期不整を考慮した横ねじれ座屈強度の分布を求めている。このモンテカルロシミュレーション

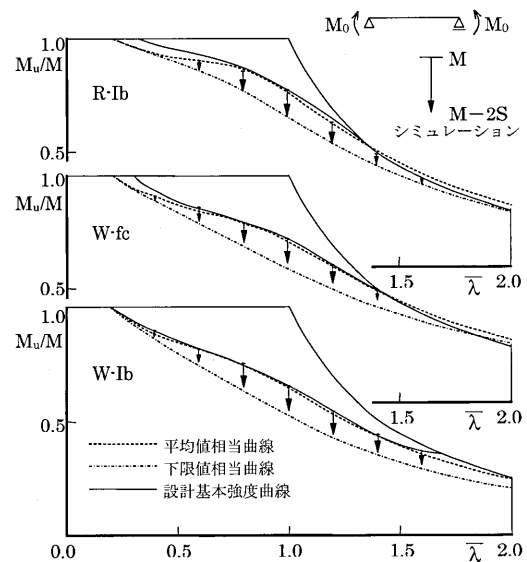


図 9.4.3 シミュレーションによる強度分布と初期不整特性値に対する強度の比較

表 9.4.1 初期不整敏感度関数一式 (9.4.5) の係数

		A1i	A2i	A3i	A4i	A5i	A6i	A
圧延 I 形断面	C1	0.25694	-0.39620	0.02960	-0.13920	0.02222	0.20139	0.5
	C2	2.76944	0.78241	0.74070	-0.39167	0.22220	-2.15278	
	C3	-1.41500	-1.39170	2.33300	-0.61500	-0.20000	1.42500	
	C4	0.35500	-0.20000	-0.66667	-0.11920	0.00420	0.13300	
溶接 I 形断面 コンパクト	C1	0.36333	-0.46670	0.33333	-0.17500	0.04167	0.00000	1.0
	C2	2.29333	-4.21333	3.40000	0.15330	-0.10667	1.83333	
	C3	-1.07910	1.28333	0.16667	0.41194	-0.08287	-0.06667	
	C4	0.65222	0.19000	-3.66667	-0.34500	0.10278	-0.26667	
溶接 I 形断面 ノンコンパクト (フレーム切断)	C1	0.36037	-0.72889	0.94074	-0.17593	0.05556	0.01852	0.7
	C2	2.21000	-2.66000	3.71605	-0.03610	-0.07407	-0.39352	
	C3	-1.14990	0.18997	0.08025	0.23194	-0.03704	1.46990	
	C4	0.87920	-1.51494	2.16092	-0.42517	0.14598	-0.36552	

ンによる強度分布と実験による強度分布を比較すると、シミュレーションによる平均 (M) と下限 ($M - 2S$) の強度は実験による平均と下限の間に位置し、同程度の対応が見られている。そして、敏感度関数を使用して、平均強度相当曲線 (残留応力と初期たわみの平均値の組合せ) と下限強度相当曲線 (残留応力と初期たわみの上限値の組合せ) を求め、シミュレーションによる平均および下限強度と比較すると図 9.4.3 のようになる。この図から強度の平均値は初期不整の平均値の組合せで再現でき、強度の下限値は初期不整の上限値の組合せによりやや安全側であるが妥当な評価が得られている。

9.4.3 局部座屈との連成強度

9.3.4 では、弾性の横ねじれ座屈挙動において局部座屈や断面変形の影響を示した。ここでは、非弾性の横ねじれ座屈における局部座屈の影響と設計法を示す。

連成座屈強度に関する実験的研究としては、2軸対称断面はりの実験 [久保ら,1988]、1軸対称断面はりの実験 [久保ら,1998]、腹板の幅厚比が大きいプレートガーダーの実験 [前川ら,1988] などがある。図 9.4.4 は 1軸対称断面はりの実験結果 [久保ら,1998] で、局部座屈を伴わないコンパクト断面と局部座屈を伴うノンコンパクト断面の強度を示している。図中の直線は式 (9.4.1) で表される道路橋示方書の耐荷力曲線である。この式は実験強度の下限値に相当するものであるが、ノンコンパクト断面の強度はこれを下回っているものが多くあり、局部座屈の影響による低減であることが分かる。

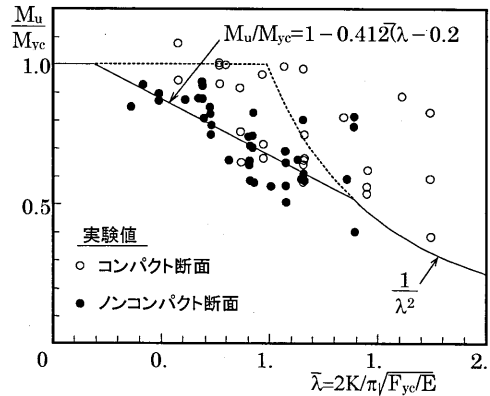


図 9.4.4 局部座屈による横ねじれ座屈強度の低減

連成座屈強度の解析的研究としては、横ねじれ座屈を考慮するはり要素と局部座屈を考慮するシェル要素を結合したモデルにより連成座屈挙動を解析した研究がある [西村ら,1993]。この研究ではフランジとウェブの幅厚比を変化させて連成座屈効果を調べており、フランジ座屈の影響は大きい、ウェブ座屈の影響は小さいことが明らかになっている。また、プレートガーダーの実験においてもウェブ座屈による横ねじれ座屈強度の低減は小さいことが分かっている [前川ら,1988]。

設計基準では、連成座屈強度を評価する方法として次の3種類が考えられている。

- 局部座屈強度と局部座屈を考えない横ねじれ座屈強度の小さい方で評価する。局部座屈強度は式 (9.2.8) で表され、局部座屈を考えない横ねじれ座屈強度は式 (9.4.4) で断面の基準曲げ強度 M_n を M_y または M_p とする。この考え方は道路橋示方書、AISC LRFD で採用されている。
- 局部座屈による断面強度の低減係数と局部座屈を考えない横ねじれ座屈強度の積で評価する。局部座屈による低減係数 Q_b は式 (9.2.9) で表される。この方法は道路橋示方書における柱の連成座屈強度の評価法と同じであり、積公式と呼ばれている。横ねじれ座屈の連成強度に対しては AISI Cold-Formed LRFD で採用されている。
- 最後は Q ファクター法と呼ばれる方法で、式 (9.4.4) の左辺および細長比パラメータ ($\lambda_b = \sqrt{M_n/M_E}$) における断面の基準曲げ強度 M_n に対して、局部座屈による断面強度の低減 Q_b を考慮する。この方法は土木学会、Eurocode 3 で採用されている。

上の3つの方法の中で最も適用性が良いと考えられるのは Q ファクター法で、久保ら [1988,1998]、西村ら [1993] によって推奨されている。なお、土木学会では Q ファクターを式 (9.2.9) のように有効断面で評価するが、久保らは有効断面を使用せずに簡単に算定する方法を提案している [久保ら,1998]。

9.5 桁の全体横ねじれ座屈

主桁間隔に比べ支間長が大きい2主桁橋はコンクリート床版が完成すれば安定であるが、コンクリート床版打設時や送り出し架設時に全体横ねじれ座屈の生じる可能性がある。このようにスレンダーな2主桁橋は道路橋に隣接して設置する歩道の側道橋に多く見られたが、最近は道路橋にも2主桁橋が採用されるようになってきている。そこで、この節では2主桁橋の全体横ねじれ座屈について述べる。

まず、2主桁橋の全体横ねじれ座屈と横桁および横構パネル間の格間座屈との関係を示す。

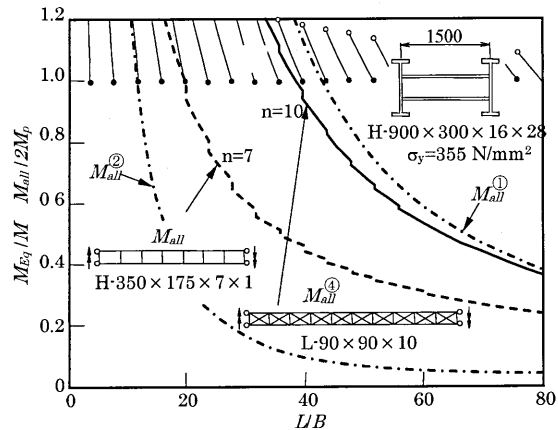


図 9.5.1 2主並列桁の近似全体横ねじれ座屈強度の低減

9.5.1 は2主並列桁の主桁間隔 B を一定に保ち、支間長 L を変化させた場合の弾性横ねじれ座屈強度を示している [西田ら, 1989]。この2主並列桁では横桁間隔および横構パネル長は6m以内とし、支間長が長くなるにしたがって横桁あるいは横構の数を増やしている。図の細い実線は横桁あるいは横構パネル間の横ねじれ座屈、すなわち格間座屈強度を表している。●点が格間長6mに当たるため、この点で不連続な曲線になっている。太い実線は横構で連結した2主並列桁の全体横ねじれ座屈強度、太い破線は横桁で連結した場合の強度を表しており、支間長により格間数が不連続となるため階段状の曲線となっている。一点鎖線は横繋ぎ材の剛性を無限大とした場合の全体横ねじれ座屈強度、二点鎖線は横繋ぎ材の剛性を零とした場合の強度を示している。

図 9.5.1 から、横桁により連結した場合は L/B が約20を超えると、横構により連結した場合は L/B が約40を超えると2主並列桁の強度は全体横ねじれ座屈により支配されることがわかる。また、横桁により連結した場合は横構により連結した場合に比べ強度が低いことが分かる。さらに、横桁形式、横構形式ともに横繋ぎ材の剛性を無限大とした場合よりも強度が低く、横桁、横構の弾性変形を考慮しないと剛性が過大に評価されることが分かる。

鋼道路橋設計便覧 [日本道路協会, 1979] では、橋全体を1本のはりとして見なし Vlasov の薄肉はりの弾性横ねじれ座屈式を適用しており、横繋ぎ材の剛性を無限大とした場合に当たる。これに対し、横桁および横構の弾性変形を考慮して2主並列桁の弾性横ねじれ座屈式を示したものに小松ら [1983, 1984]、西田ら [1986] の研究がある。

上の議論は弾性座屈に基づくものであったが、表 9.5.1 2主桁橋の全体横ねじれ座屈照査の必要限界値

次に非弾性の終局強度を考慮した全体横ねじれ座屈に対する設計法について述べる。2主桁橋の横ねじれ座屈強度は、全体横ねじれ座屈と格間横ねじれ座屈の小さい方で決まるとして、全体横ねじ

横繋ぎ形式	$(L/B)_{cr}$	
	コンクリート 床版打設時	送り出し 架設時
横桁	18	20
下横構、対傾構	25	—

れ座屈強度が全塑性モーメントに達するときは格間横ねじれ座屈のみ考えればよい。そこで、細長比パラメータとしては精度が良くないが [小松ら, 1983]、全体横ねじれ座屈強度が全塑性モーメントに達する条件を表す指標として細長比 L/B を考える。横繋ぎ材の剛性を無限大とした場合の全体横ねじれ座屈強度が全塑性モーメントに等しくなるときの L/B に対して、2倍の安全を見込むと約 $L/B = 19$ が得られ、実験結果では格間座屈強度を下回らない範囲が $L/B < 20$ となった [西田ら, 1989]。鋼道路橋設計便覧 [日本道路協会, 1979] では、全体横ねじれ座屈照査不要の範囲は $L/B < 18$ であり、先の結果とほぼ一致している。横構は横繋ぎ材

としての剛性が高いので1.5倍の安全を見込むことにすれば、約 $L/B = 25$ が限界値となる [土木学会, 1994]. また、送り出し架設時に全体横ねじれ座屈の照査が必要となる限界は、 $L/B = 20$ が得られている [堀田ら, 1999]. 以上の全体横ねじれ座屈の照査が必要となる限界細長比をまとめると表 9.5.1 のようになる.

次に、全体横ねじれ座屈の照査が必要な場合の終局強度の算定法を示す. この全体横ねじれ座屈強度は、部材の横ねじれ座屈強度と同様に式 (9.4.4) を用いて算定することができる. ただし、2主桁橋の全体横ねじれ座屈強度に関する細長比パラメータは、2主桁橋の圧縮側の降伏曲げモーメント M_y と横繋ぎ材の形式に応じた弾性横ねじれ座屈モーメント M_{all} を用いて次式で定義する.

$$\lambda_{all} = \sqrt{M_y / M_{all}} \quad (9.5.1)$$

ここに、 M_{all} は横繋ぎ材の形式によって、式 (9.5.2) ~ 式 (9.5.4) で算定される.

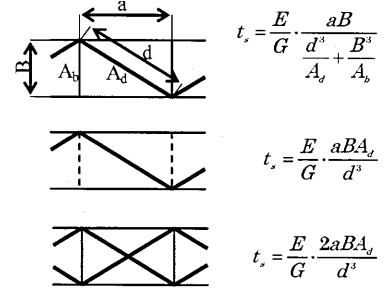
① 等間隔の横桁連結形式の場合 [小松ら, 1983]

$$M_{Eall} = \frac{q_{cr} L^2}{8} = 5.294 \frac{r_y E I_z^g}{L^2} \frac{\sqrt{0.466 \pi^2 \alpha \beta + \eta^2 \alpha^2} - \eta \alpha}{\beta} \quad (9.5.2)$$

ここに、

$$\alpha = 1 + \gamma, \quad \beta = 1 + \frac{\gamma I_z^g}{2 I_z}, \quad \gamma = \frac{\pi^2 I_z^g a B}{6 I_z^c L^2} + \frac{\pi^2 a^2}{12 L^2} \left(1 + \frac{E I_z}{a k_c} \right), \quad \eta = \frac{e_z}{r_y}$$

a は横桁間隔、 e_z は分布荷重作用高さ (主桁重心から)、 q_{cr} は横ねじれ座屈分布荷重強度、 r_y は主桁1本の水平軸回りの断面2次半径、 k_c は主桁・横桁連結部の局部変形を考慮するための回転ばね剛性、 B は主桁間隔、 E はヤング率、 I_z は主桁1本の鉛直軸回りの断面2次モーメント、 I_z^g は2主桁断面の鉛直軸回りの断面2次モーメント、 I_z^c は横桁の鉛直軸回りの断面2次モーメント、 L は主桁支間長、である.



② 格間長が等しい横構・対傾構連結形式の場合 [小松ら, 1984]

図 9.5.2 横構形式と換算板厚

$$M_{Eall} = \frac{q_{cr} L^2}{8} = 5.294 \frac{r_y E I_z^g}{L^2} \frac{\sqrt{4.601 \beta + \alpha^2} - \alpha}{\beta} \quad (9.5.3)$$

ここに、

$$\alpha = \eta + \frac{3.29 e_s}{r_y}, \quad \beta = 1 + \frac{\pi^2 E I_z^g}{G B t_s L^2}, \quad \eta = \frac{e_z}{r_y},$$

a は格間長、 e_s は横構面の高さ (横構面から主桁重心まで)、 e_z は分布荷重作用高さ (横構面から)、 t_s は横構の換算板厚 (図 9.5.2 から求める) である.

③ 任意間隔の横桁あるいはダブルワーレン横構連結形式の場合 [西田ら, 1986]

$$M_{Eall} = \frac{q_{cr} L^2}{8} = 1.13 \frac{\pi^2 E I_z G}{L^2} \left\{ 0.55 e_z + \sqrt{(0.55 e_z)^2 + \frac{I_y B^2}{2 I_z G} \left(1 + \frac{4 G K_T L^2}{E I_y B^2 \pi^2} \right)} \right\} \quad (9.5.4)$$

ここに、

$$L_z G = 2 I_z + \frac{\beta}{1 + \beta} \frac{A_g B^2}{2}, \quad \beta = \frac{48 L}{\pi^2 A_g B^3} \sum_{i=1}^n I_{zi}^c \cos^2 \frac{\pi x_i}{L} \quad (\text{横桁連結形式の場合}),$$

$$\beta = \frac{8 L}{\pi^2 A} \sum_{j=1}^m \frac{A_{adj} a_j^2}{d_j^3} \cos^2 \frac{\pi x_j}{L} \quad (\text{横構連結形式の場合}),$$

e_z は分布荷重作用高さ（せん断中心から下方向を正とする座標）， n は全横桁本数， m は全横構組数， x_i は 2 主桁橋支点を原点とする横桁取り付け部の座標， x_j は 2 主桁橋支点を原点とする 1 組の横構中心の座標， A_g は主桁 1 本の断面積， I_y は主桁 1 本の水平軸回りの断面 2 次モーメント， K_T は主桁 1 本の純ねじり定数である。

最後に，2 主桁橋の全体横ねじれ座屈と格間横ねじれ座屈との連成座屈について述べる。上述の終局強度算定では連成座屈を考えず，全体横ねじれ座屈と格間横ねじれ座屈の小さい方で決まるとしていた。しかし，全体横ねじれ座屈と格間横ねじれ座屈それぞれの細長比パラメータ λ_{all} ， λ_b が近

いと連成座屈の影響が生じる。西村は表 9.5.2 に示す範囲では連成座屈の影響がなく格間横ねじれ座屈のみが生じるとしている [西村，1987]。また，堀田らは表 9.5.2 に示す範囲で全体横ねじれ座屈のみが生じるとしている [堀田ら，2000]。細長比パラメータの比が $0.8 < \lambda_{all}/\lambda_b < 1.35$ では連成座屈の影響が生じるが，強度評価式は明確にはなっていない。

表 9.5.2 2 主桁橋の全体横ねじれと格間横ねじれの連成座屈が無視できる範囲

横繋ぎ形式	格間横ねじれ座屈のみ発生	全体横ねじれ座屈のみ発生
横桁	$\lambda_{all}/\lambda_b < 0.8$	$\lambda_{all}/\lambda_b > 1.35$
下横構，対傾構	$\lambda_{all}/\lambda_b < 1.0$	—

9.6 今後の展望

この章では座屈設計ガイドライン・旧版 [土木学会，1987] から，次のような内容を改定した。9.2 では，コンパクト・ノンコンパクト断面の区分と局部座屈を考慮したはり断面の曲げ強度を追加した。9.3 では，公式を選択することで記述量を減らす代わりに，有限要素法で弾性横ねじれ座屈強度を解析してもよいとした。9.4 は旧版の後に行われた研究成果を元にかなりの部分を改定した。9.4.1 では様々な耐荷力公式を統一評価した結果として，柱と同様の Perry-Robertson 型の耐荷力式を示した。9.4.2 では初期不整に関する敏感度関数を示すことにより，初期不整の条件が異なる場合の終局強度を評価できるようにした。9.4.3 では，局部座屈との連成強度を Q ファクター法で評価できることを示した。9.5 は旧版には無く追加した。

ここでは，横ねじれ座屈挙動を解析するための基礎となる薄肉断面はりの有限変位理論を述べることはできなかったが，関連文献を参照されたい。また，横ねじれ座屈に関する研究の歴史的背景についても述べることはできなかったが，1986 年までの研究については西田の調査が参考になる [西田，1986]。さらに海外基準との比較も興味ある問題であるが触れていない。特に補剛システム（横繋ぎ材の間隔や剛度）の設計法を比較し合理化することは，橋梁の設計を合理化する上で重要な課題と思われる。特殊な問題としては，U 形断面はりの横ねじれ座屈 [福本ら，1977]，曲線桁の非弾性横ねじれ座屈 [Nakai et al., 1983]，開口部のあるはりの横ねじれ座屈 [西田ら，1976] は取り上げなかったが，関連文献を参照されたい。

参考文献

- Clark, J.W. and Hill, H.N.(1960) : Lateral buckling of beams, Proc. of ASCE, Vol.86, No.ST7, pp.175-196, 1960.
- 山田嘉昭 (1970) : 塑性力学, 日刊工業新聞社, p.147, 1970.
- Galambos, T. V. [福本嘯士, 西野文夫, 共訳](1970) : 鋼構造部材と骨組—強度と設計—, 丸善, 1970.
- 福本嘯士, 藤原稔, 渡辺信夫 (1971) : 溶接 I 形部材の横倒れ座屈に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 189 号, pp.39-51, 1971.
- 宇佐美勉 (1973) : 軸力, 曲げおよび一様ねじりを受ける薄肉開断面の降伏後の挙動, 土木学会論文報告集, No.220, pp.9-16, 1973.12.
- Nethercot, D. A. (1973a) : The effective length of cantilevers as governed by lateral buckling, The structural engineer, Vol.51, No.5, pp.161-168, May, 1973.
- Nethercot, D. A. (1973b) : Buckling of laterally or torsionally restrained beams, Journal of engineering mechanics division, ASCE, Vol.99, No.EM4, pp.773-791, 1973.

- 土木学会 (1974) : 構造力学公式集, 土木学会, 1974.
- Nethercot, D. A. (1976) : Lateral buckling approximations for elastic beams, *Structural Engineering*, Vol.54, No.6, 1976.
- 西田進, 吉田博 (1976) : 有孔ばりの横倒れ座屈強度, 土木学会論文報告集, No.245, pp.27-37, 1976.1.
- 福本嘸士, 久保全弘 (1977) : U形断面桁の横倒れ座屈強度, 土木学会論文報告集, No.264, pp.17-32, 1977.8.
- Hancock, G. J. (1978) : Local distortional and lateral buckling of I-beams, *Journal of structural division, ASCE*, Vol.104, No.ST11, pp.1787-1798, 1978.
- Horne, M. R. (1979) : *Plastic Theory of structures*, 2nd edition, Pergamon Press, pp.72-79, 1979.
- 日本道路協会 (1979) : 鋼道路橋設計便覧, 1979.
- European Convention for Constructional Steelwork (1981) : *European recommendations for steel construction*, The Construction Press, 1981.
- Fukumoto, Y. and Nishida, S. (1981) : Ultimate load behavior of curved I-beams, *Journal of engineering mechanics division, ASCE*, Vol.107, No.EM2, pp.367-385, 1981.
- 福本嘸士 (1982) : 新体系土木工学 9 構造物の座屈・安定解析, 技報堂, 1982.9.
- 小松定夫, 西村宣男, 大野正人 (1983) : 横桁で連結された 2 主桁橋の全体横倒れ座屈強度と補剛設計法, 土木学会論文報告集, No.329, pp.69-79, 1983.1.
- Nakai, H. and Kotoguchi, H. (1983) : A study on lateral buckling strength and design aid for horizontally curved I-girder bridges, *Proceeding of JSCE*, No.339, pp.195-205, 1983.11.
- Nethercot, D. A. (1983) : Elastic lateral buckling of beams, Chapter 1 in *Beams and columns*, edited by R. Narayanan, Applied science publishers, London, pp.1-33, 1983.
- 福本嘸士, 伊藤義人 (1984) : 座屈実験データベースによる鋼はりの横ねじれ基準強度に関する実証的研究, 土木学会論文報告集, No.341, pp.137-145, 1984.1.
- 小松定夫, 西村宣男, 中田憲正 (1984) : 横構・対横構で連結された 2 主桁橋の全体横倒れ座屈荷重の簡易計算式, 土木学会論文報告集, No.341, pp.215-222, 1984.1.
- 久保全弘, 渡会竜二 (1984) : 変断面 I 形断面はりの横座屈強度とその評価について, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, pp.50-51, 1984.3.
- 久保全弘, 福本嘸士 (1985) : 局部座屈を伴うはりの横倒れ座屈強度に関する研究, 土木学会第 40 回年次学術講演会講演概要集, 第 I 部, pp.155-156, 1985.9.
- Hasegawa, A., Liyanage, K., Ikeda, T. and Nishino, F. (1985) : A concise and explicit formulation of out-of-plane instability of thin-walled members, *Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng.*, Vol.2, No.1, pp.81-89, 1985.4.
- Bradford, M. A. (1985) : Distortional buckling of monosymmetric I-beams, *Journal of constructional steel research*, Vol.5, pp.123-136, 1985.
- 西田進, 福本嘸士 (1986) : 2 主並列桁 (側道橋) の補剛設計法に関する基礎的研究, 土木学会論文集, No.374/I-6, pp., 1986.
- 西田進 (1986) : 梁の横倒れ耐荷挙動と耐荷力に関する文献調査, 橋梁と基礎, 1986.3.
- 土木学会 (1987) : 鋼構造シリーズ 2 座屈設計ガイドライン (第 6 章 はり), 土木学会, 1987.10.
- 西村宣男 (1987) : 弾性拘束を受ける I 形断面はりの極限強度評価式, 土木学会論文集, No.386/I-8, pp.267-274, 1987.10.
- 前川幸次, 伊藤義人, 福本嘸士 (1988) : プレートガーダーの曲げによるフランジと腹板の連成座屈実験, 土木学会論文集, No.392/I-9, pp.327-343, 1988.4.
- 久保全弘, 福本嘸士 (1988) : フランジの局部座屈を伴う鋼 I 形断面はりの横ねじれ座屈, 構造工学論文集, Vol.34A, pp.153-160, 1988.3.
- 西田進, 福本嘸士 (1989) : 細長い 2 主並列桁の全体横倒れ座屈実験と座屈設計に関する検討, 橋梁と基礎, 1989.5.
- 福本嘸士 [研究代表者] (1990) : 鋼骨組構造物の極限強度の統一評価に関する総合的研究, 平成元年度科学研究費補助金 (総合研究 A) 研究成果報告書, 1990.3.
- 西村宣男, 久保全弘, 西井学, 福本嘸士 (1990) : 鋼はり部材の横ねじれ強度の統一評価, 土木学会論文集, No.416/I-13, pp.303-312, 1990.4.
- Bazant, Z. P., Cedolin, L. (1991) : *Stability of Structures; Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage Theories*, Oxford University Press, New York, 1991.
- 西村宣男, 秋山寿行, 松村達生 (1993) : 曲げを受ける I 形断面はりおよびプレートガーダーの強度設計法の一提案, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.165-174, 1993.3.
- 土木学会 (1994) : 鋼構造シリーズ 6 鋼構造物の終局強度と設計 (第 3 編 1 章 構造設計論, 2 章 終局強度設計法), 土木学会, 1994.7.

- 久保全弘, 北堀裕隆, 八木孝行 (1997) : コンパクトな一軸対称 I 形はりの横ねじれ座屈, 土木学会論文集, No.563/I-39, pp.11-22, 1997.4.
- 久保全弘, 北堀裕隆, 杉山宣央, 八木孝行 (1998) : ノンコンパクトな一軸対称 I 形はりの横ねじれ座屈, 土木学会論文集, No.591/I-43, pp.175-188, 1998.4.
- 堀田毅, 内藤純也, 西村宣男 (1999) : 鋼 2 主桁橋梁架設系の横ねじれ座屈強度特性, 土木学会論文集, No.612/I-46, pp.287-296, 1999.1.
- 日本道路協会 (2002) : 道路橋示方書・II 鋼橋編, 丸善, 2002.3.