

## 衝撃応答解析に基づく木橋部材連結部の波動伝播性状の検討

### Study on property of wave propagation of connecting joint of laminated timber bridge by dynamic response analysis

岩崎正二\* 荒田智博\*\* ○堀内寛之\*\*\* 宮本裕\*\*\*\*

IWASAKI Shoji, ARATA Tomohiro, HORIUCHI Hiroyuki and MIYAMOTO Yutaka

\*博（工学）岩手大学工学部 (〒020-0114 盛岡市上田4丁目3-5)

\*\*工修 岩手大学工学部 (〒020-0114 盛岡市上田4丁目3-5)

\*\*\*岩手大学大学院工学研究科 (〒020-0114 盛岡市上田4丁目3-5)

\*\*\*\*工博 岩手大学工学部 (〒020-0114 盛岡市上田4丁目3-5)

**ABSTRACT** In recent years, modern wooden bridge has been constructed for not only pedestrian bridges but also roadway bridges. To make clear dynamic characteristic of connecting joint is important in design and maintenance, because modern wooden bridge is usually built to be divided into several members and connected on the spot. So, we carried out impact testing nearly connecting joint, and compared the results of natural frequency analysis by classic beam theory with measurement acceleration spectrums. But measured dynamic characteristics could not be estimated by beam theory. In this paper, elastic impact response analysis by finite strip method are carried to clarify the property of wave propagation in a connection joint.

**Keywords:** 集成材、連結部、衝撃応答解析

*glued laminated timber, connecting joint, dynamic response analysis*

### 1. はじめに

近年、集成材を主材料とする近代木橋が歩道橋ばかりでなく、道路橋にも架設されるようになってきた。近代木橋は数部材に分割し現場で連結して造られることが一般的であり、またこれからの木橋のさらなる大型化、用途の拡大を考えると、連結部の動的特性の解明は設計上、維持管理上重要である。そこで、著者等<sup>1), 2), 3)</sup>はこれまで、鋼板挿入型連結部を有する実大集成材梁試験体を作成し、室内打撃試験を実施し、得られた実測固有振動数と連結部をバネ要素でモデル化した古典梁理論による固有振動解析結果を一致させる方法により、連結部の動的特性・剛性を明らかにしてきた。しかし、実橋における現場打撃試験結果を用いても室内打撃試験と同様な評価ができるのであろうか。そこで、鋼板挿入型連結部を有する実橋の部材連結部近傍において打撃試験を実施し、得られた実測加速度スペクトルと梁理論による固有振動解析結果の比較を行ったところ、梁理論による解析では実測の動的特性を再現することはできなかった。この原因として、集成材と鋼材から成る連結部内部の波動伝播性状が単一材料部材に較べて複雑になり、測定された加速度応答は振動波形というより、衝撃波形、過渡応答波形に近い可能性があることが考えられた。また、実橋部材連結部近傍のモデル化に際して、そのモデル長や境界条件等が不明確であることが問題をさらに複雑にしている<sup>4), 5)</sup>ようである。

本論文では、前者の原因に着目しその原因を解明するため、鋼板挿入型連結部を鋼と集成材、さらには接着層を考慮した複合構造体と考え、面内2方向の波動伝播を考慮できる有限帯板法による2次元弾性衝撃応答解析<sup>6)</sup>を行った。解析モデルとして、集成材のみの単一材から成る「集成材梁モデル」、鋼板挿入型連結部を考慮した鋼と集成材から成る「複合梁モデル」、鋼と集成材の間に接着層を考慮した「接着層を有する複合梁モデル」の3つの解析モデルを考えた。それぞれの解析モデルにおいて、「荷重載荷幅」、「荷重継続時間」、「荷重載荷位置」の3つの荷重条件を変化させながら解析を行い、応力応答の変化挙動を検討することで、部材連結部のような複合構造体内

部の波動伝播性状を明らかにする。

## 2. 解析理論

図-1に示す帯板要素において、 $x$ 、 $y$ 方向変位を $u$ 、 $v$ とし変位関数を次のように仮定する。

$$u = u^{(1)}u_r + u^{(2)}u_{r+1} \quad , \quad v = v^{(1)}v_r + v^{(2)}v_{r+1} \quad (1)$$

ここで、 $[u^{(1)}, u^{(2)}] = [v^{(1)}, v^{(2)}] = [1 - \eta, \eta]$ 、 $\eta = y/b$ 、サフィックス

$r$ 、 $r+1$ はそれぞれ $y=0$ 、 $b$ での境界物理量を表す。 $x$ 、 $y$ 方向の動的釣り合い方程式にガラーキン法を適用すると、

$$\int_0^b H \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) u^{(k)} dy = 0 \quad (k=1,2) \quad (2)$$

$$\int_0^b H \left( \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} - \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) v^{(k)} dy = 0 \quad (k=1,2) \quad (3)$$

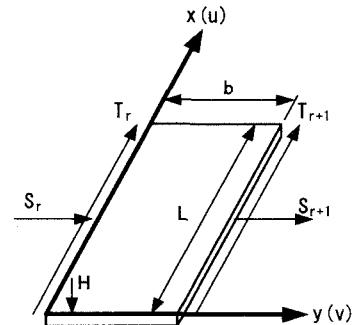


図-1 帯板要素の力と変位

ここで、 $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$ は二次元応力問題における垂直応力、 $\tau_{xy}$ はせん断応力である。 $\rho$ と $H$ は板の単位体積質量と厚さである。面内変形に関する応力-ひずみ関係式は、

$$\sigma_x = N \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad , \quad \sigma_y = N \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad , \quad \tau_{xy} = G \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (4)$$

ここで、 $N = E/(1-\nu^2)$ 。 $E$ 、 $G$ は弾性係数とせん断弾性係数である。

式(4)を式(2)、(3)に代入して部分積分を施すと $x$ 、 $t$ に関して2階の線形微分方程式が得られる。式(2)から得られる方程式に $\cos m\pi x/L$ 、式(3)から得られる式に $\sin m\pi x/L$ を乗じ $0 \leq x \leq L$ で有限フーリエ変換を施し、境界条件に留意して整理すると次のような有限帶板要素の動的基本式が求まる。

$$[K] \{ \bar{S}_m [\delta] \} + [M] \{ \ddot{\bar{S}}_m [\delta] \} = \{ \bar{S}_m [f] \} \quad (5)$$

ここで、 $\{ \bar{S}_m [\delta] \} = [C_m [u_r], S_m [v_r], C_m [u_{r+1}], S_m [v_{r+1}] ]^\top$

$$\{ \bar{S}_m [f] \} = [C_m [T_r], S_m [S_r], C_m [T_{r+1}], S_m [S_{r+1}] ]^\top \quad , \quad \ddot{\delta} = \frac{\partial^2 \delta}{\partial t^2}$$

ただし $C_m [u_r] = \int_0^L u_r \cos \frac{m\pi}{L} x dx$ 、 $S_m [v_r] = \int_0^L v_r \sin \frac{m\pi}{L} x dx$ で他もこれに準ずる。 $(m=1,2,3,\dots)$

$[K]$ 、 $[M]$ は4行4列の剛性マトリックス、質量マトリックスである。式(5)を構造モデルを構成している各要素に適用し、構造物全体の動的釣り合い式を組み立てる。

動的変位 $\bar{S}_m [\delta]$ は、固有振動波形の組合せによって表すことができるとすると、変位応答は式(6)で表すことができ、フーリエ逆変換することにより $x$ 、 $y$ 方向変位 $u_r$ 、 $v_r$ は式(7)で表される。

$$\bar{S}_m [\delta] = \sum_{r=1}^n \frac{V_{sr} V_{jr}}{M_r^* n_r^2} \int_0^t P(\tau) \sin n_r(t-\tau) d\tau \quad (6)$$

$$u_r = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{mm} S_m [u_r] \sin \frac{m\pi}{L} x \quad , \quad v_r = \frac{2}{L} \sum_{m=1}^{mm} C_m [v_r] \cos \frac{m\pi}{L} x \quad (7)$$

ここで、 $P(\tau)$ は衝撃力、 $mm$ はフーリエ級数の項数、 $n$ は振動次数、 $V_{sr}$ 、 $V_{jr}$ 、 $M_r^*$ 、 $n_r$ はそれぞ

れ、検討節線sでの振動モード、打撃節線jでの振動モード、r次換算質量マトリックス、r次固有円振動数を表す。

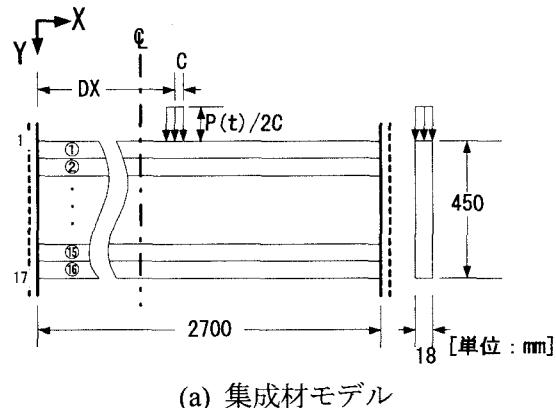
### 3. 数値解析結果

#### 3.1 モデル緒言

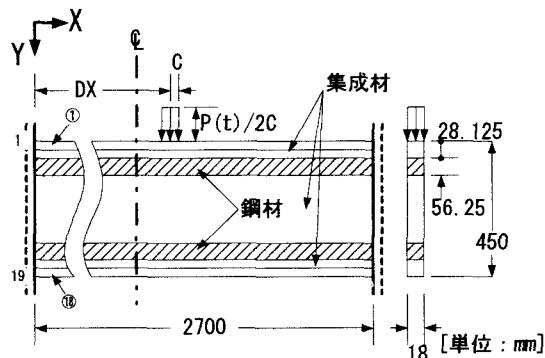
解析モデルとして、最初に図-2(a)に示すようなスパン長2700mm、桁高450mm、桁厚18mmの集成材からなる単純支持梁を取り上げた。次に、鋼板挿入型の木橋部材連結部をモデル化した図-2(b)に示すような鋼と集成材からなる単純支持梁を考えた。最後に、連結部の挿入鋼板と集成材との接合条件を考慮できるように、図-2(c)に示すような、鋼と集成材の間に接着層を組み込んだ単純支持梁（以下、接着層を有する複合梁）を考えた。本論文では、弱い接着層を考えているので、接着層をゴム材料でモデル化した。図中のDXは荷重載荷位置、P(t)は荷重の大きさ、2Cは荷重載荷幅である。打撃波形は図-3のような矩形パルスとしている。鋼材、集成材、ゴムの材料特性は表-1に示す通りである。また、スパン方向にX軸、桁高方向にY軸をとることとする。なお、本解析では減衰は考慮していない。

#### 3.2 精度検討

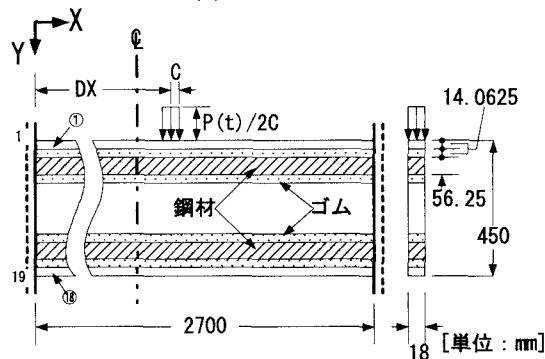
有限帶板法においては、フーリエ級数の項数による収束状況と、要素分割数による収束状況を検討する必要がある。以下に示す結果は、集成材梁において、大きさ 1N、荷重載荷幅 10mm、荷重継続時間 2.0msec の荷重を梁中央に載荷したときの打撃点 Y 方向変位の収束状況を示したものである。フーリエ級数の項数による収束状況の検討においては、要素分割数を固定して、フーリエ級数の項数を 1 から 100 まで変化させ、ある項数のときの変位応答曲線と、その項数より 2 項少ないときの変位応答曲線との相関係数を求めた。この手法は、変位応答曲線の時間全体での誤差評価であるので、曲線の長さ（検討時間）を変化させて検討した。変位応答曲線の長



(a) 集成材モデル



(b) 複合梁モデル



(c) 接着層を有する複合梁モデル

図-2 解析モデル

表-1 材料特性

	弾性係数 $E$ [N/mm <sup>2</sup> ]	ポアソン比 $\nu$	単位体積質量 $\rho$ [Nsec <sup>2</sup> /mm <sup>4</sup> ]
鋼	$2.0 \times 10^5$	0.300	$7.85 \times 10^{-9}$
集成材	9298.785	0.422	$5.51 \times 10^{-10}$
ゴム	2.94	0.499	$1.23 \times 10^{-9}$

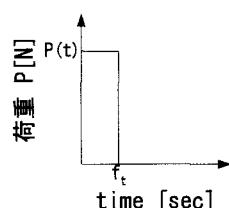


図-3 打撃波形（矩形パルス）

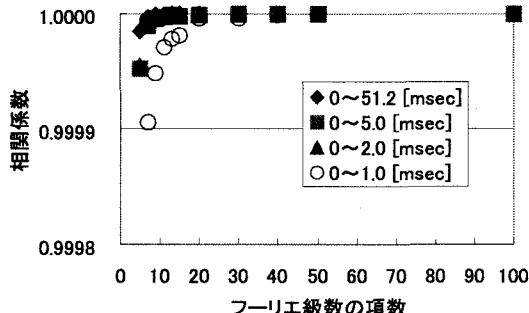


図-4 フーリエ級数の項数による収束状況

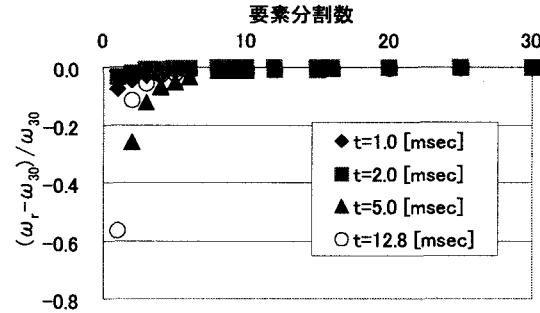


図-5 要素分割数による変位収束状況

さは、51.2msec、5.0msec、2.0msec、1.0msec の4通りとした。その計算結果を図-4に示す。図-4から、どの検討時間においても、フーリエ級数の項数を30項とすれば、変位応答は収束していることがわかる。要素分割は、図-2(a)に示すように桁高方向に行い、梁上縁から下縁までの節線番号を1~17としている。要素分割数による収束状況については、フーリエ級数の項数を50項に固定して、要素数を1から30まで変化させ、ある分割数のときの変位 $\omega_r$ と、30分割のときの変位 $\omega_{30}$ との差を $\omega_{30}$ で除した値（以下、変位比）を求め、検討を行った。着目する時刻により、変位の収束状況が異なる可能性があるので、時刻 1.0msec、2.0msec、5.0msec、12.8msec の4つの変位について検討した。その計算結果を図-5に示す。図-5から、要素分割数が10以上であれば、変位比はほぼ0となり、変位は収束していることがわかる。以上のことから、本解析では安全性を考慮し、フーリエ級数の項数を100項、要素分割数は、集成材梁では16分割、複合梁及び接着層を有する複合梁では18分割とした。なお、3つ解析モデルの最低次固有振動周期は、(a) 9.0937msec、(b) 7.4904msec、(c) 33.536msecである。

### 3.3 解析結果と考察

#### 3.3.1 各モデルの応答波形の比較

鋼板および接着層による波動伝播性状の変化を検討するため、3.1で示した3つのモデルにおいて、衝撃応答解析を行った。荷重条件は、3.2と同様に、大きさ1N、荷重載荷幅10mmの荷重を荷重継続時間2.0msecで梁中央に載荷するものとした。打撃波形は矩形パルスとしている。

図-6は、各モデルの梁中央における曲げ応力 $\sigma_x$ の時刻歴応答曲線である。図-6(a)に示すように、集成材梁の場合、梁上縁（節線番号1）と梁下縁（節線番号17）に大きな応力が発生し、上下縁の応力が荷重継続時間内を除いて、ほぼ対称な分布を示していることか

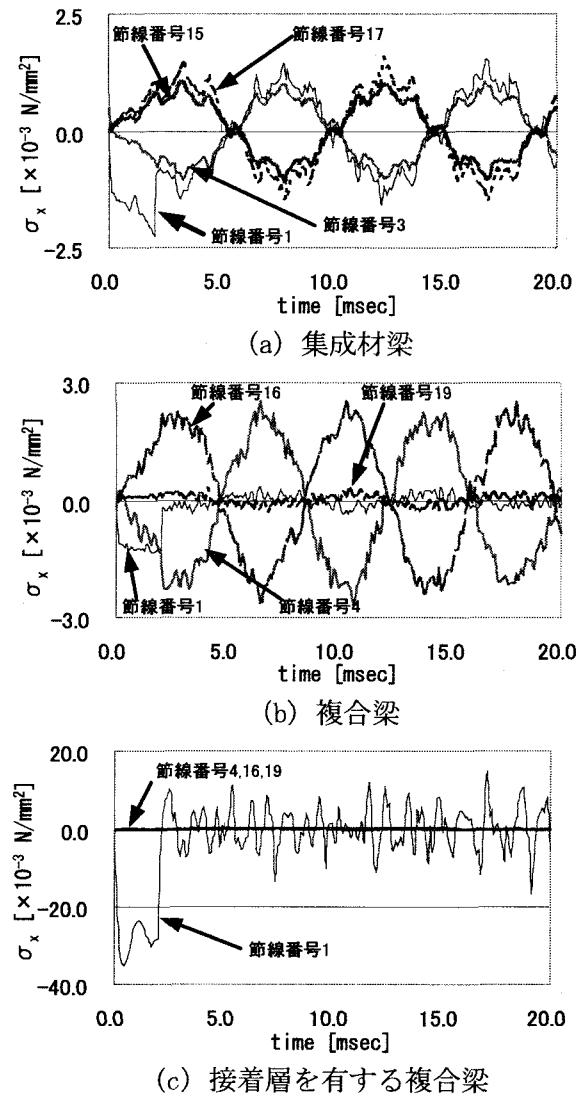


図-6 梁中央断面における曲げ応力 $\sigma_x$ の時刻歴応答曲線

ら、曲げ振動をしていることがわかる。それに対し、図-6(b)に示すように、鋼と集成材の複合梁の場合、鋼材部分(節線番号4および16)に応力が集中していることがわかる。集成材部分では、荷重継続時間内には、梁上縁に大きな応力が発生しているが、荷重除去後は応力が微小な低次自由振動に移行している。また、図-6(c)に示すように、接着層を有する複合梁の場合、梁上縁にのみ大きな応力が発生し、その他の層にはほぼ応力が発生していないことがわかる。これは剛性の弱い接着層を有するため、その部分で応力波動が吸収され、それより下側の層に波動伝播が行われないためと考えられる。

図-7は、各モデルの梁支間中央における各時刻の桁高方向の曲げ応力分布を表したものである。図-7(a)①に示すように、集成材梁の場合は、梁上縁から梁下縁に次第に応力が伝播し、時刻3.0msecのときには三角形の曲げ応力分布が見られる。複合梁の場合は、図-7(b)①に示すように、衝撃初期では梁上縁から桁高方向に応力波動が伝播し、最初は上側の鋼材に応力が集中し、次第に下側の鋼材にも応力が集中してきて、時刻3.0msecでは上下対称な応力分布となっている。接着層を有する複合梁では、図-7(c)①に示すように、荷重継続時間内において、梁上縁と接着層の上側に大きな応力が発生し、それ以外の時間帯では集成材梁や複合梁の場合と異なり応力が下縁に伝播していないことがわかった。

次に、各モデルにおいて荷重条件を変化させると、波動伝搬性状にどのような影響があるかを検討するため、以下のような解析を行った。

### (1) 荷重継続時間による検討

荷重の継続時間が曲げ波動伝搬性状にどのような影響を及ぼすかを検討するため、図-3に示す矩形パルスの力積を一定とし、荷重継続時間 $f_t$ を変化させて衝撃応答解析を行った。検討した荷重継続時間 $f_t$ は、2.0msecと0.1msecの2通りである。荷重載荷幅は10mmで、中央載荷である。図-7は、前述したように、各モデルの梁支間中央における各時刻の曲げ応力分布図であり、図中の①、②はそれぞれ $f_t=2.0\text{msec}$ と $f_t=0.1\text{msec}$ に対応する分布図であることを示している。集成材梁の場合の荷重時間比(荷重継続時間/最低次固有振動半周期)は、①0.219、②0.011となっており、複合梁の場合は、①0.267、②0.013である。接着層を有する複合梁の場合は、①0.060、②0.003となり、小さな値となっている。なお、図-7(a)②の応力図において、時刻0.1msecのときの梁上縁の応力を一部省略している。

図-7(a)、(b)に示すように、集成材および複合梁の場合、荷重継続時間が2.0msecでは曲げ応力分布への移行が見られるが、荷重継続時間が0.1msecでは曲げ応力分布への移行が見られない。これは、荷重継続時間が非常に短い場合、波動が十分に梁全体に伝わる前に除荷状態になっているため、大きな振幅を持つ最低次固有振動が励起されず、曲げ振動に移行しにくい状態になっているものと思われる。接着層を有する複合梁モデルにおいては、図-7(c)②に示すように、荷重継続時間0.1msecの場合、

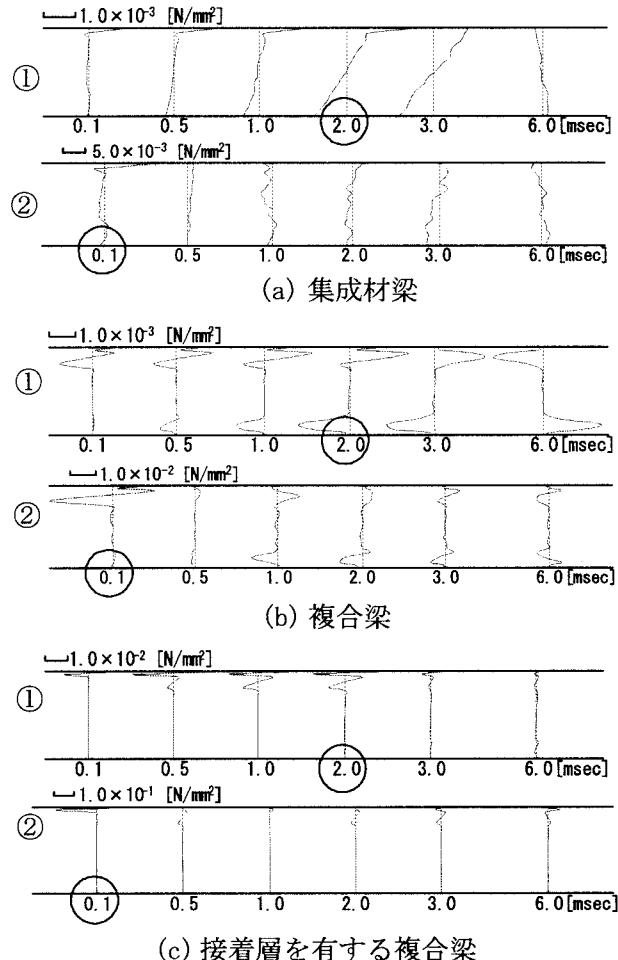


図-7 各モデルの梁支間中央における各時刻の曲げ応力分布

(○印は荷重継続時間)

梁の上部に比べ、梁下部にはほぼ応力は発生していないことがわかる。梁上部の鋼材に曲げ応力分布が見られ、集成材梁や複合梁のような波形の乱れは見られない。

### (2) 荷重載荷位置による検討

荷重の載荷位置によって波動伝播性状がどのように変化するかを検討するため、力積一定で荷重載荷位置を中心、DX=2000mm、DX=2650mm の 3 パターンに変化させて解析を行った。荷重の大きさは 1N、荷重載荷幅は 10mm、荷重継続時間は 2.0msec である。図-8 は、荷重載荷位置が①2000mm の場合と、② 2650mm の場合のときの各モデルの梁支間中央における各時刻の曲げ応力分布図である。集成材梁および複合梁の場合、図-7(a)①、(b)①に示すように、中央載荷の場合は曲げ応力分布への移行が見られ、図-8(a)、(b)に示すように、荷重載荷位置が 2000mm の場合も同様に、曲げ応力分布への移行が見られる。それに対し、荷重載荷位置が 2650mm の場合はすべてのモデルで曲げ応力分布への移行は見られない。これは、梁端での打撃であるので、振幅の大きな低次固有振動が励起されにくい状態になっているためと思われる。接着層を有する複合梁では、梁の上部で大きな応力が発生しており、荷重載荷位置が 2650mm の場合は、特に梁上縁で大きな応力が発生している。

### (3) 荷重載荷幅による検討

荷重載荷幅による波動伝播性状の変化を検討するため、力積一定で荷重載荷幅を 10mm、900mm、2700mm の 3 パターンに変化させて衝撃応答解析を行った。荷重の大きさは 1N、荷重継続時間は 2.0msec の梁支間中央の打撃とした。図-9 は、各荷重載荷幅のときの梁支間中央下縁における曲げ応力  $\sigma_x$  の時刻歴応答曲線である。図-9 に示すようにすべてのモデルで荷重載荷幅が大きくなると、応力の立ち上がりに遅れが生じていることがわかる。荷重載荷幅が  $2C=10\text{mm}$  の小さい場合は、1 次固有振動波形に高次振動波形が連成した波形となっている。また、荷重載荷幅が大きくなるに連れ、高周波振動波形が少なくななり、応答波形の乱れが少なくなっていることもわかる。接着層を有する複合梁の場合の曲げ応力の時刻歴応答曲線は、集成材梁および複合梁に比べ、周期が大きく違っている。このことから、弱い接着層を挿入することにより、最低次固有振動周期が他の 2 つの解析モデルに比べ大きくなるため曲げ応力の時刻歴応答曲線は大きく変化することがわかる。

なお、図-10 は、荷重の大きさ 1N、荷重載荷時間 2.0msec、荷重載荷幅 10mm の打撃を支間中央に与えた場合の、集成材梁と複合梁の応力波が梁全体に伝播した状態における曲げ応力分布図である。図-10(a) に示すように、集成材梁の場合は、梁上縁と梁下縁に大きな応力が発生している。それに対し図-10(b) に示す複合梁の場合は、鋼材部分に応力が集中していることがわかる。

## 4. まとめ

集成材梁、複合梁、接着層を有する複合梁の 3 つの解析モデルにおいて、衝撃荷重の荷重条件変

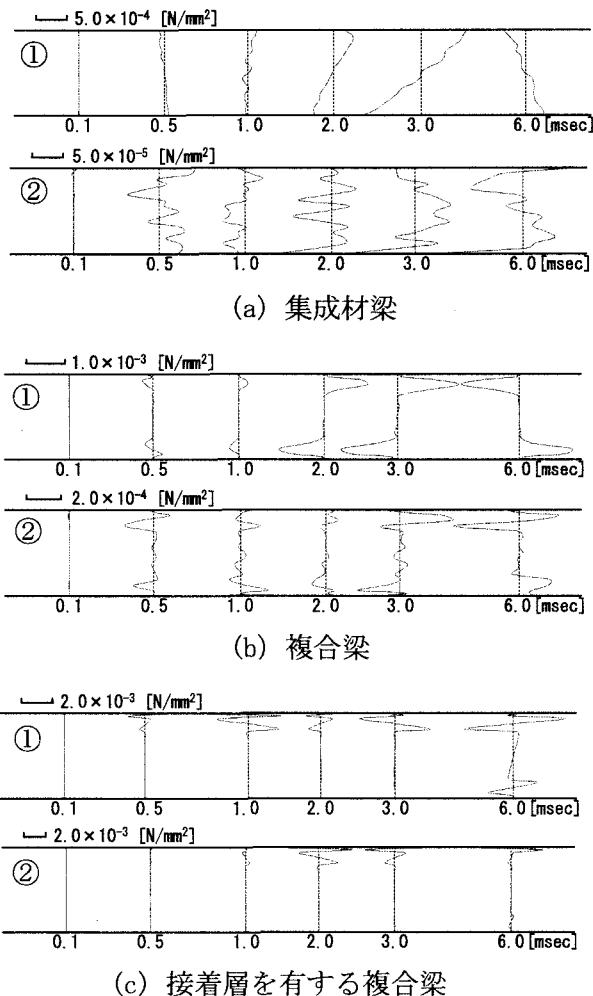
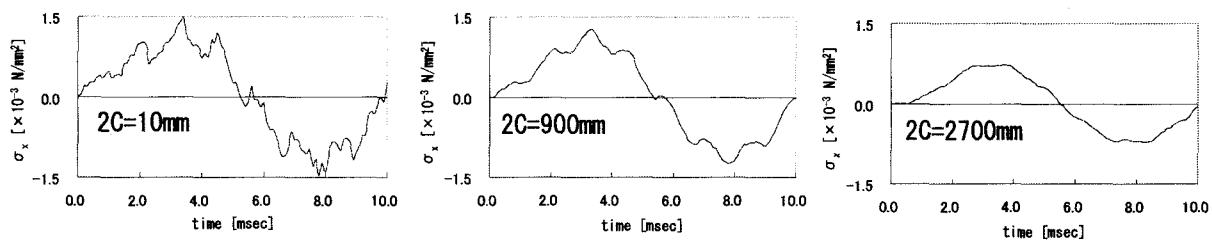
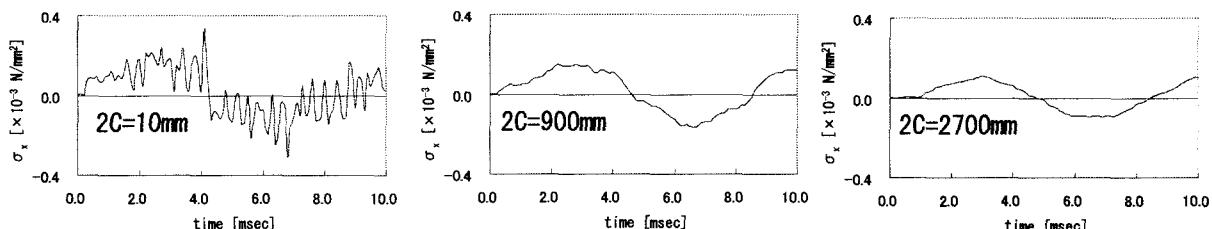


図-8 各モデルの梁支間中央  
における軸方向応力分布

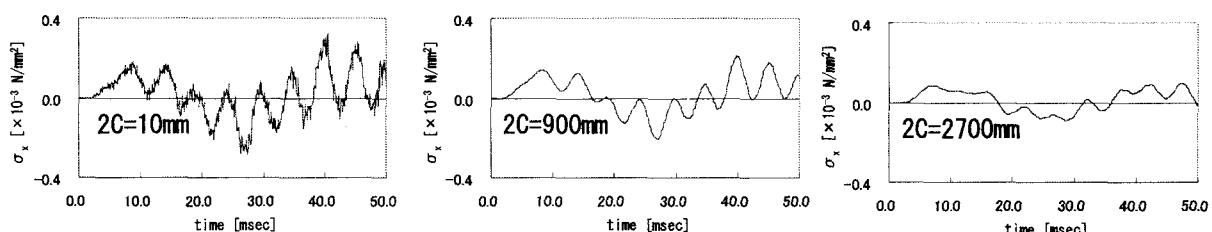
(① : DX=2000mm、② : DX=2650mm)



(a) 集成材梁

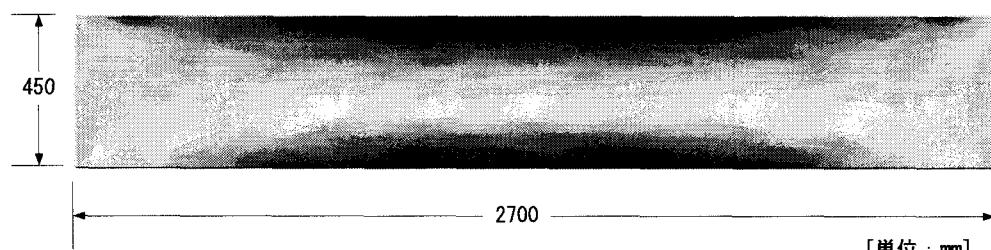


(b) 複合梁

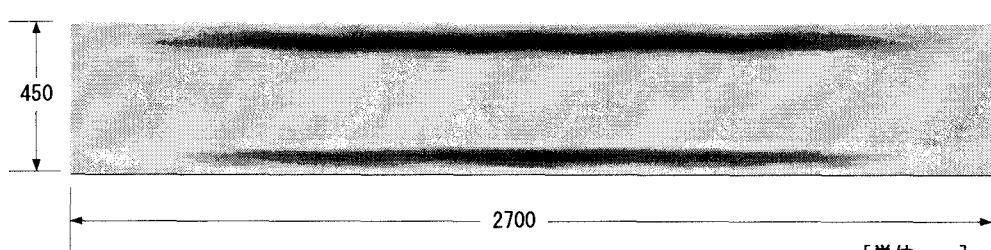


(c) 接着層を有する複合梁

図-9 各モデルの梁支間中央下縁における曲げ応力応答曲線



(a) 集成材梁 (時刻 3.0msec)



(b) 複合梁 (時刻 2.5msec)

図-10 梁全体の曲げ応力分布図

化による応力応答の動的挙動を明らかにすることができた。有限帯板理論では両端単純支持の境界条件を有する帯板要素等から成り立つため、実際の部材連結部を詳細にモデル化したのもでは

ないが、内部に鋼のような剛性の強い部分がある場合、または、逆に接着層のような剛性の弱い部分がある場合には、面内2方向の波動伝搬性状に大きな影響を与えることが明らかとなった。また、荷重継続時間、荷重載荷位置、荷重載荷幅等の荷重条件を適切に与えることにより応答振動が曲げ振動になることも分かり、曲げ振動の応答を人工的に発生させることができれば、将来簡単な梁理論により実橋部材連結部の動的特性・剛性の評価が可能になるかもしれない。

本論文の解析結果は、本論文で用いた形状、材料特性を有する2次元解析モデルについてのみいえることであるため、今後さらに多くの解析モデル、荷重条件での解析が必要であり、さらに有限プリズム要素法<sup>7)</sup>やFEM解析による3次元弾性衝撃応答解析により詳細な検討をする必要もある。

### 参考文献

- 1)出戸秀明・五郎丸英博・岩崎正二・宮本裕・山口隆之：集成材木歩道橋の連結部の実大局部実験と解析、構造工学論文集、Vol. 41A, pp. 923-933, 1995.
- 2)荒田智博・山本亮・岩崎正二・出戸秀明・宮本裕・五郎丸英博：現場打撃実験に基づく集成材橋連結部の動的剛性評価、平成13年度土木学会東北支部技術研究発表会講演概要、I-41, pp. 84-85, 2002.
- 3)荒田智博・山本亮・岩崎正二・出戸秀明・宮本裕・五郎丸英博：打撃試験による連結部を有する集成材梁の動的特性の解析、平成14年度土木学会東北支部技術研究発表会講演概要、I-38, pp. 78-79, 2003.
- 4)山本亮・岩崎正二・出戸秀明・宮本裕・五郎丸英博：GAを用いた近代木橋連結部の剛性および影響範囲の推定法について、第2回木橋技術に関するシンポジウム論文報告集、pp. 133-140, 2003.
- 5)山本亮・岩崎正二・出戸秀明・五郎丸英博・宮本裕：GAを用いた集成材連結部の動的剛性評価、構造工学論文集、Vol. 49A, pp. 881-888, 2003.
- 6)荒田智博・岩崎正二・出戸秀明・宮本裕・堀内寛之：有限帶板法による鋼と集成材からなる複合梁の弾性衝撃応答解析、平成15年度土木学会東北支部技術研究発表会講演概要、I-41, pp. 82-83, 2004.
- 7)菅田紀之・岸徳光：衝撃荷重載荷による矩形梁の動的応答倍率、構造工学論文集、Vol. 39A, pp. 1501-1511, 1993.