

## 2. 骨組構造物の有効座屈長

### 2.1 はじめに

ご承知のように、道路橋示方書<sup>1)</sup>(以後、道示と呼ぶ) および土木学会鋼構造設計指針<sup>2)</sup>(以後、指針と呼ぶ) における座屈関連規定は以下のような内容からなる。

構造系の局部座屈	圧縮部材	: 部材全体座屈, 圧縮板座屈, 鋼管局部座屈
	曲げ部材	: 横倒れ座屈, 部材全体座屈
	圧縮と曲げを受ける部材	: 圧縮と曲げを受ける板座屈, 鋼管局部座屈
	せん断部材	: 鋼管局部座屈
構造系の全体座屈	曲げとせん断部材	: 腹板の局部座屈
	トラスの全体座屈	: 面内座屈, 面外座屈
	アーチの全体座屈	: 面内座屈, 面外座屈
	ラーメンの全体座屈	: 面内座屈, 面外座屈

これらの座屈設計において重要な有効座屈長に関して、道示では特に構造物に着目した有効座屈長の決め方については規定していない。一方、指針では、一般構造物の有効座屈長の決め方として弾性固有値解析による方法が規定されている。ここでは、骨組構造物の有効座屈長に関する最近の動向について述べる。

### 2.2 骨組の断面設計

現在、鋼構造物の断面設計は設計荷重の作用状態のもと、微小変位、線形弾性の仮定による骨組構造解析を用いて安全性照査を行う部材単位の設計法であり、部材強度への非線形性の影響は応力度照査式および安定照査式の強度側に考慮されている。具体的には、次のような手順による許容応力度設計が行われている。つまり、

- ① 荷重条件、構造形式などの設計条件を設定する。この設定の基、
- ② 構造解析に用いる断面(A, I)を仮定する。
- ③ ②の断面の基で構造解析により断面力を求める。
- ④ ③の断面力を用いて、例えば道示の場合、次式の応力度照査式、安定照査式を満足するように断面計算を行い仮定断面(A, I)を決定する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c + \frac{\sigma_{bcy}}{1 - \sigma_c / \sigma_{eay}} + \frac{\sigma_{bcz}}{1 - \sigma_c / \sigma_{eaz}} &\leq \sigma_{cal} \\ \frac{\sigma_c}{\sigma_{caz}} + \frac{\sigma_{bcy}}{\sigma_{bagy} (1 - \sigma_c / \sigma_{eay})} + \frac{\sigma_{bcz}}{\sigma_{ba0} (1 - \sigma_c / \sigma_{eaz})} &\leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

ここに、 $\sigma_c, \sigma_{bcy}, \sigma_{bcz}$  は作用軸圧応力度、強軸、弱軸に関する作用曲げ圧縮応力度、 $\sigma_{eay}, \sigma_{eaz}$

は強軸，弱軸に関する許容オイラー座屈強度， $\sigma_{cal}$  は局部座屈に関する許容応力度， $\sigma_{caz}$  は許容軸圧縮応力度， $\sigma_{bagy}$ ， $\sigma_{ba0}$  は局部座屈を考慮しない強軸に関する許容曲げ圧縮応力度，および許容曲げ応力度の上限値である。

- ⑤ ④の許容応力度の計算に用いる有効座屈長は，過去の経験やノモグラフを用いて仮定する。このとき，断面の材質は鋼材の板厚が適性になるように決定する。
- ⑥ ④の計算に基づいて断面定数を修正し，構造解析を行い断面力を求める。
- ⑦ ⑥の断面力を用いて，式(2.1)の応力度照査式および安定照査式を満足するように断面計算を行い，設計断面(A, I)を決定する。
- ⑧ ⑦の照査に用いる有効座屈長は，特殊な構造形式の場合，⑥から得られた作用軸圧縮力を用いて固有値解析を行い決定する。この固有値解析は通常1回目のループのみ行われる。通常の構造形式の場合は⑤で採用した値をそのまま使用する。
- ⑨ ⑦の計算結果で決まった断面定数と⑥に用いた断面定数との比が約±5～10%の許容誤差内に収まるまで⑥，⑦を繰り返す。

## 2.3 有効座屈長の決定法の現状とその設計上の問題点

現行設計基準の許容軸圧縮応力度は，両端単純支持，一樣断面，一樣軸圧縮力の単一圧縮部材の座屈応力度を基準にして定められている。したがって，単純支持以外の境界条件をもつ圧縮部材，断面が変化する圧縮部材，さらには軸圧縮力が変化する部材に関しては，基準となる条件に等価になるように換算した仮想の長さを有する圧縮部材により対処する。この仮想の長さを有効座屈長と呼ぶ。

### 2.3.1 有効座屈長に関する現行規定

前述の断面設計手順の⑤，⑧段階における有効座屈長は，トラス，アーチ，ラーメンにおいて現在以下のように規定されている。

#### (1) トラス

道示および指針において，トラス部材の面内座屈に関する有効座屈長は骨組長(座屈係数1.0)を，面外座屈に関する有効座屈長は支持点間隔にとるのを原則としている。なお，軸力の異なる部材の面外座屈長は軸力の線形式で与えている。

もし，より合理的なトラス部材の有効座屈長を求めるのであれば格点の弾性拘束効果を考慮した弾性支持部材とするのが良い。この場合，面内座屈に関して斜材は着目格点が剛節として，連結する部材の格点はヒンジとし，引張弦材の軸力は無視する。斜材の midpoint で支持された場合は，この midpoint を剛とする。また，面外座屈については，トラス腹材が横構あるいは横けたなどで結合される場合，これらの弾性拘束度をトラス部材両端に考慮して有効座屈長を評価する。

#### (2) アーチ

指針における面内座屈の有効座屈長は，アーチの種類，断面二次モーメント，ライズ比により表に与えられた座屈係数を用いて算出している。面外座屈の有効座屈長は格間長を原則としている。道示の面内座屈に関する有効座屈長は，アーチの種類，断面二次モーメント，ライズ比により決定している。主構間隔が支間に比べて小さいアーチ橋において面外座屈の照査が行われており，その有効座屈

長は、ライズ比，断面2次モーメント，断面積の関係で与えられる．さらに荷重の作用方向の影響を補正係数によって考慮している．

### (3) ラーメン

指針では，面内座屈の有効座屈長は座屈係数の近似式によって算出する方法を採用している．面外座屈は等断面ラーメンに対して2Hの有効座屈長を原則としている．また，特殊構造形式，複雑な荷重条件および著しい変断面の場合は弾性固有値解析を行うことを規定している．道示では，面内座屈の有効座屈長は柱とほりの剛比により代表的ラーメン構造に対して表に与えている．面外座屈は計算機によって求めることを原則とすることとして規定から削除している．

なお，道示の有効座屈長の評価において，断面積はほぼ一定で断面寸法が変化する変断面部材の有効座屈長は，一般に全長に一定断面二次モーメントを持つ換算断面として扱う．また，部材軸方向に軸方向力が変化する部材は，両端に等しい軸力を受ける部材として簡略化する方法が採られる．

## 2.3.2 有効座屈長の評価法の分類

2.3.1において述べた現行の有効座屈長の評価規定，および実設計において適用されている算出方法について，構造解析上から分類すると部分構造解析法と全体構造解析法に大別できる．

### (1) 部分構造解析法

比較的単純な骨組構造物に対して，部分構造系の基，設計基準で規定されている簡単な式や図表，ノモグラフ<sup>1),3)</sup>などを用いて有効座屈長を決定する．また，同形式の構造物の設計事例が既にある場合には，そのデータを参考にして設定することもある．

これは，現在のように電子計算機が発達していなくハード的に整っていなかった時代において，構造全体系の固有値計算は困難であり，便宜的に，しかも安全側な評価になるように配慮したものと考えられる．

### (2) 全体構造解析法

この方法は，構造全体系の固有値解析に基づく方法であり，一般に部分構造解析法で設計上対処仕切れない場合に用いられてきた．実構造物の全体座屈強度は，実務上変形の影響を無視した接線剛性を用いた線形固有値解析により決定できることを前提に，組み合わせ荷重状態での構造解析(影響線解析)により得られる作用軸圧縮力状態における構造全体系の接線剛性行列に基づく固有値解析から分岐座屈強度を求め，曲げ剛性と座屈強度より各断面の有効座屈長を算出する方法である．現在，この方法には設計上，弾性固有値解析と有効接線弾性係数法<sup>3)</sup>(以後， $E_f$ 法と呼ぶ．)がある．

弾性座屈固有値解析に基づく方法は，骨組モデルに対して作用軸圧縮力に依存した接線剛性行列による次式

$$\left| \mathbf{K}_e(E_i, A_i, I_i) + \kappa \mathbf{K}_g(N_i) \right| = 0 \quad (2.2)$$

の固有値解析を行い，得られた最小固有値 $\kappa$ から座屈荷重(=  $\kappa N$ )を求め，次式

$$l_{ei} = \pi \sqrt{\frac{E_i I_i}{\kappa N_i}} \quad (2.3)$$

オイラーの座屈式から逆算する方法、あるいは得られた座屈モード形状から推定する方法であり、任意の構造物に適用できる汎用的な有効座屈長の決定方法である。ここに、 $\mathbf{K}_e$  は微小変位理論における剛性行列、 $\mathbf{K}_g$  は基準状態における幾何剛性行列、 $l_{ei}$  は要素iの有効座屈長、 $E_i$  は要素iの弾性係数、 $A_i$ 、 $I_i$  は要素iの断面積および断面2次モーメント、 $\kappa$  は最小固有値、 $N_i$  は要素iの軸圧縮力。

一方、 $E_f$  法は構造全体系の弾塑性分岐座屈強度を作用軸圧縮力分布および変断面分布に対応して断面ごとに評価した有効接線弾性係数  $E_{fi}$  を用いて近似的に求める方法である。式(2.2)、式(2.3)の  $E_i$  を座屈強度  $\sigma_{ei}$  と柱の基準耐荷力  $\sigma_{cri}$  が一致するように次式

$$E_{fi} = \frac{\sigma_{cri}}{\sigma_{ei}} E_i \quad (2.4)$$

で修正した有効接線弾性係数  $E_{fi}$  に置き換え、これが収束するまで繰り返し計算を行うことにより有効座屈長を算出する方法である。

これらの固有値解析から得られる有効座屈長は、断面変化が少なく、軸圧縮力に支配される構造系の場合に妥当な、しかも伝統的方法に比較して有利な値を評価できるとされている。

### 2.3.3 設計上の問題点

現行規定における2.3.2 (1) の部分構造解析法により有効座屈長を求める方法は、容易に扱える反面、次のような問題点が指摘されている<sup>4)</sup>。

- 適用範囲に限界があり、複雑な形式の構造物の設計に用いるのは困難である。
- 複雑な構造物、大規模構造物あるいは座屈設計例の少ない構造物に対しては、有効座屈長の算出に関して明確な指針が存在しておらず、算出方法の決定が設計者の判断に委ねられている。
- 得られる許容軸圧縮応力度は、一般に安全側過ぎる評価になってしまう傾向がある。

一方、2.3.2 (2) の固有値解析に基づく方法は、数値計算上のハード面およびソフト面の発展および普及を背景に、構造物の座屈に影響する構造形式、断面変化、拘束条件および荷重条件などを容易に考慮できることから最近多用される傾向にある。しかし、実際の設計技術者から例えば次のような問題点が指摘されている。

- 複雑な構造の最近の例では、都市高架橋の主桁と橋脚の剛結構造が増加、剛域の設定の違い、さらには剛結曲がり桁橋脚の水平力などが有効座屈長に影響する。この対処法が不明である。
- ニールセン橋の上弦材の有効座屈長は規定がないため、一般に弾性固有値解析を実施する機会が多い。しかし、得られる有効座屈長は全体に長めに設定される。(実際には例えば、面内座屈は吊材間隔、面外座屈は上支材間隔の70% などと決定している。)
- IIラーメン橋脚の有効座屈長の扱いが不明である。(弾性固有値解析において最小固有値のみで有効座屈長を決めるのではなく、各部材に適用できる固有値を選ぶことがある。この方法は、トラス橋でも適用されており、最小固有値のみで有効座屈長を決めるのではなく、各部材に適用できる固有値つまり高次座屈モードを選んでいく。
- 床版剛性の考慮はどのように？
- 弾性固有値解析法、 $E_f$  法ともに、作用軸圧縮力の小さな部材において、有効座屈長が極端に長くなる。その結果、圧縮強度を過小評価してしまうか、または限界細長比を越えてしまい設

計不可能となる場合がある。

- 弾性固有値解析は通常数ケースの固定荷重状態でしか行われないので、断面力解析は影響線荷重状態で行われるので、有効座屈長を算出するときの荷重状態と部材断面の支配的な荷重状態が異なるという矛盾が生ずる。そのため、固有値解析を実施するときの荷重の強度と載荷状態を設定するのが困難である。
- 変断面部材の場合に、応力照査断面ごとに有効座屈長を変化させて設計するのは繁雑である。
- $E_f$  法については、この方法を吊橋主塔以外の一般構造物にもそのまま適用してよいかという疑問が残る。また、解の収束の安定性に問題がある。
- 固有値解析として、数学的には解が得られるものの、物理的な現象を明確に説明することが困難である。

## 2.4 設計上の対策と新しい算出法の提案

### 2.4.1 設計上の対策

2.3.3 において述べた固有値解析による有効座屈長の算出法は、変断面構造や組み合わせ荷重を受ける骨組構造などを構成する着目部材に対して不合理な有効座屈長が算出される場合が多く存在する。このようなとき、部材設計上の簡便な具体的対策法として

- 1) 曲げ部材として断面設計。
- 2) 適切な数値による有効座屈長の頭切り。
- 3) 変断面部材を一様断面に換算した圧縮部材として断面設計。
- 4) 変化する軸圧縮力を一様軸圧縮力に換算した圧縮部材として断面設計。
- 5) 高次固有値、固有モードの適用。

が考えられている。

1)の対策法は、構造解析により軸力が微小であることが確認されれば曲げ部材として設計できる可能性がある。問題は、任意の構造物を構成する部材に対して圧縮部材であるか、曲げ部材であるかの判断が難しいことである。

また、小さな軸圧縮力が働き、有効座屈長が極端に長くなる時、式(2.1)により安定照査をする必要があるかどうか疑問が残る。この場合、2)の方法のように実用上適切な有効座屈長の限界長さを規定し、頭切りしても十分と考えられる<sup>5)</sup>。しかし、この限界値を構造系に対して一義的に与えることが可能かどうか不明である。

3)および4)については、実際に断面が変化する部材や軸圧縮力が変化する部材について一様断面・一様軸圧縮力との対比から有効座屈長を評価するのが難しい。

これまで述べてきた固有値解析では、暗黙のうちに最小固有値を対象にしてきたが、構造物を構成する部材単独の座屈に注目し、対応する高次の固有値を用いて有効座屈長を求める方法が、5)の対策法である。最近、特に複雑な構造や大規模構造に適用されている<sup>6)</sup>。しかし、軸圧縮力分布や剛性分布の複雑な構造系の着目部材を支配する座屈モードの判定が困難になる。

一般的なはり一柱部材の座屈設計では、これまでの多くの研究成果を基に精度の高い経験式である

式(2.1)の2軸曲げを受けるはり一柱の相関式などを照査式として用いている。この照査式は、はり一柱の最悪荷重状態に対して常に安全側の強度評価を与える必要があるため、曲げモーメントが零の場合の照査式は純圧縮状態の耐荷力を評価していなければならないため、許容軸圧縮応力度 $\sigma_{caz}$ は上述の軸圧縮力のみを受ける圧縮部材として決定される。構造全体系の固有値解析は、この純圧縮状態に対する有効座屈長を評価するために適用されている。また、付加曲げの影響項における許容オイラー座屈強度 $\sigma_{ca}$ にもその有効座屈長が用いられる。ただし、この照査式で与えられる強度限界と部材を組み合わせて作られる構造全体の座屈強度との間には、直接的な関係はない。

## 2.4.2 新しい算出法

構造全体系の固有値解析により有効座屈長を求める方法は、得られる最小固有値が、その構造系に対して1つ存在するだけで、各断面ごとに存在するのではない。したがって、この固有値を用いて式(2.3)から各断面の有効座屈長を評価することは可能であるが、2.3.3で述べたような疑問が生じている訳である。そのため、実設計では2.4.1のような対策が採られている。ここでは、最近提案されている新しい対策法について述べる。

第1の方法は、荷重条件に依存しない方法<sup>7),8)</sup>である。これまでの方法が設計荷重下での作用軸圧縮力を接線剛性行列の軸圧縮力に用いているのに対して、各断面の限界軸圧縮力を用いる方法をとっている点に特徴がある。これは、固有値解析が構造全体系と各部材が同時に座屈する条件を前提にしていること、部材単位の照査体系における純圧縮状態に対する有効座屈長を算出していることなどから、設計荷重下での作用軸力分布を用いるのではなく、その保有する限界軸力分布に等価となるように調整された軸圧縮力を用いる必要があるとの認識に立っている。この場合、厳密な限界軸圧縮力が与えられれば得られる最小固有値は、 $\kappa = 1$ となる。

この方法は、荷重形態として何種類も考慮する必要はなく、唯一の荷重形態の下で弾性固有値解析を1回行えば良い。また荷重形態を決定するとき、設計者の恣意が入り込む余地もそれほどなく、2.2の設計手順において、⑤段階での有効座屈長を用いて柱の基準耐荷力曲線より得られる限界軸圧縮力を、⑧段階における軸圧縮力として用いるだけであり、大きな修正を必要とせず、計算機の中にサブルーチンとして取り込むことも比較的簡単であり、従来の設計業務の流れを崩さずにすむ。

第2の方法は、設計荷重下すなわち影響線荷重を行った際の軸圧縮力の最大値(引張り力の場合はゼロとする)を各部材に導入して固有値解析を行う方法である。断面力解析は影響線荷重により実施されている。もし、圧縮力で部材が決定されているならば、その時の圧縮力を各々の部材に載荷することにより、適切な有効座屈長が得られるものと期待される。なお、固有値解析を実施した際の荷重状態は、実際の荷重状態を再現してはいないものの、各部材断面にとっては最も不利な軸圧縮力が作用していることになる。また、現在の設計業務においては、影響線荷重下での各断面の軸力は簡単に取出すことができ、何等プログラムを変更することなく本手法を適用することができる。

さらに、最近軸力支配トラス構造に対する新しい算出法も提案されている<sup>9)</sup>。また、実務設計の立場からアーチ橋の有効座屈長の評価方法について本報告書の「4. アーチ構造物」において、新しい方法が提示されているので参照されたい。

## 2.5 今後の検討課題

2.4.2の新しい算出法は、まだ実績が少なく、第1および第2の算出法のように軸圧縮力を変化させ

ると、構造系によっては変化させた軸圧縮力につりあう外力と実際の作用外力状態が大きく異なることなど、物理的な現象の明確な解釈が必要になる。

問題は、常に全ての部材が全体系の座屈に支配的影響を与えるように断面設計することができるかどうかである。一方で、不静定構造物では構成する1部材の座屈が全体座屈につながらないこと、静定構造物では構成する1部材の座屈が全体座屈を支配することを考える時、常に構造全体系の座屈強度と部材の座屈強度が等価になるように断面の最適設計を行うことが理想的な断面設計か、さらには理想的な断面設計の場合、そのような設計が現実に可能かについては疑問の余地が残されており、今後の問題点である<sup>10)</sup>。

## 参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，II 鋼橋編，1994.2.
- 2) 土木学会：鋼構造設計指針，Part A，1997.2.
- 3) 本州四国連絡橋公団：吊橋主塔設計要領(案)・同解説，1989.4.
- 4) 井浦雅司・野上邦栄・他6名：骨組構造物の有効座屈長の算出法，鋼橋技術研究会設計部会報告書1997.3.
- 5) 西野文雄・三木千寿・鈴木篤：道路橋示方書・鋼橋編改訂の背景と運用，第13章ラーメン構造，橋梁と基礎，1981.10.
- 6) 尾下里治：高次の座屈固有値を用いた有効座屈長の決定方法の提案，SGST 拡大論文集，No.2,1993.12.
- 7) 土木学会(倉西茂編)：鋼構造物の終局強度と設計(鋼構造シリーズ6)，1994.
- 8) 野上邦栄：構造全体系の固有値解析による骨組部材の合理的な有効座屈長の評価，土木学会論文集，No.489/I-27，1994.4.
- 9) F.,Nishino, M.,Ai and T.,Nakano : On the stability of frame members in a global buckling, Journal of JSCE, No.577/I-41, 1997.10.
- 10) 伊藤文人：構造安定論，技報堂出版，1989.2.