

## 第2章 限界状態設計

### 2.1 荷重

#### 2.1.1 死荷重 (D)

##### (1) 木材+鋼材 ( $D_{ws}$ )

###### (i) 公称値

任意な体積を  $V(m^3)$  を考え、このうち木材の体積を  $V_w$ 、鋼材のそれを  $V_s$  とする。体積  $V$  の比重を  $\rho_{ws}$ 、木材のそれを  $\rho_w$ 、鋼材のそれを  $\rho_s$  とする。これら比重は鋼材を除いて確率変数とする。以上の問題設定より次の二つの関係が成り立つ。

$$V_w + V_s = V \quad (1)$$

$$\frac{V_w \rho_w + V_s \rho_s}{V} = \rho_{ws} \quad (2)$$

ここで簡単化のため

$$\frac{V_w}{V} = a, \quad \frac{V_s}{V} = b \quad (3)$$

とおくと、これら  $a, b$  は確率変数ではなく確定値である。式(1), (2)は次式となる。

$$\begin{aligned} a + b &= 1 \\ a\rho_w + b\rho_s &= \rho_{ws} \end{aligned} \quad (4)$$

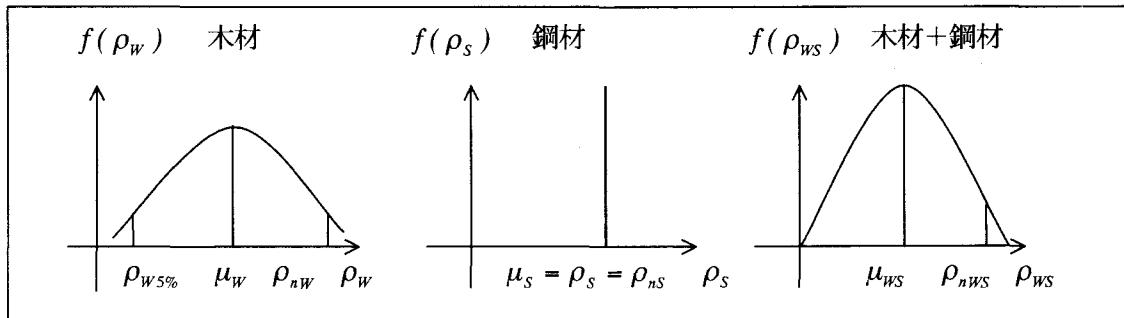


図-2.1 確率密度関数

スギを含む樹種グループ<sup>1)</sup> の比重は

$$\mu_w = 0.38$$

$$\rho_{w5\%} = 0.32$$

ここで  $\rho_{w5\%}$  は正規分布とした場合の 5% 下限値である（図-2.1 参照）。一般に  $\mu_x$  は確率変数  $\rho_x$  の平均値を表す。すると非超過率 5% の上限値はこれを  $\rho_{nw}$  と記すと、

$$\rho_{nw} = \mu_w + (\mu_w - \rho_{w5\%}) = 0.38 + (0.38 - 0.32) = 0.44$$

となる。鋼材については前述したように確定値として

$$\rho_s = \mu_s = \rho_{ns} = 7.85$$

（木材+鋼材）の比重は古くから（この  $\rho_{ws}$  の特別な値を  $\rho_{nws}$  と記す）

$$\rho_{nws} = 0.8 \text{ (800 kgf/m}^3\text{)}$$

が用いられている。この値は上限値と考えられる。以上の三個の値

$$\rho_{nw} = 0.44, \quad \rho_s = \mu_s = \rho_{ns} = 7.85, \quad \rho_{nws} = 0.8$$

を公称値として採用する。下付きサフィックス  $n$  は nominal value (公称値) を表す。式(4)にこれらを代入すると次式となる。

$$a + b = 1$$

$$0.44a + 7.85b = 0.8$$

これを解くと、

$$b = \frac{0.36}{7.41} = 0.0486$$

$$a = 1 - 0.0486 = 0.951$$

この結果木材の体積は全体積の 95.1%、鋼材は 4.86%を占めていることになる。これらの値も公称値といえる。重量比を求めてみる。式(4)の第二式を変形して

$$\frac{a\rho_w}{\rho_{ws}} + \frac{b\rho_s}{\rho_{ws}} = 1 \quad (5)$$

木材の重量比  $n_w$  と鋼材の重量比  $n_s$  は

$$n_w = \frac{a\rho_w}{\rho_{ws}} = \frac{0.951 \times 0.44}{0.8} = 0.523$$

$$n_s = \frac{b\rho_s}{\rho_{ws}} = \frac{0.0486 \times 7.85}{0.8} = 0.477$$

つまり 1tf の重量のうち、木材が 0.523 tf、鋼材が 0.477 tf を占めているということになる。

## (ii) 平均値と変動係数

木材の平均値は上述のようであるが変動係数も文献 1) の値を採用する。これらを記すと

$$\mu_w = 0.38$$

$$V_w = \frac{\sigma_w}{\mu_w} = 0.1 \quad (6)$$

ここで一般に  $\sigma_X$  は確率変数  $\rho_X$  の標準偏差を表す。鋼材は木橋ではボルト、ラグスクリュー、継手部の挿入鋼板および桁橋では溶接組立対傾構などから成る。しかしこれらの重量のバラツキに関する資料が不足している。それ故ここでは資料が豊富なプレートガーダーの断面寸法のバラツキに関する統計量で代用することにする。文献 2) によるとプレートガーダーの断面積について次のような統計量が得られている。

$$\frac{\text{製作断面積}}{\text{設計断面積}} \text{ の平均値} = 1.0098, \quad \text{標準偏差} = 0.0177$$

つまり鋼材の比重は不变 ( $\rho_s = \mu_s = 7.85$ ) なるも製作断面積がバラツクので見掛けの比重にもバラツキが生じることになる。よって

$$\text{鋼材比重の平均値} \quad \mu_s = 1.0098 \rho_s \approx 1.01 \rho_s$$

$$\text{標準偏差} \quad \sigma_s = 0.0177 \rho_s \approx 0.018 \rho_s$$

(木材 + 鋼材) の比重は式(4)の第二式

$$\rho_{ws} = a\rho_w + b\rho_s$$

で与えられる。この平均値は

$$\begin{aligned} \mu_{ws} &= E[\rho_{ws}] = a\mu_w + b\mu_s \\ &= 0.951 \times 0.38 + 0.0486 \times 1.01 \times 7.85 \\ &= 0.362 + 0.385 = 0.747 \end{aligned}$$

$E[ ]$  は期待値 (平均値) を表す。よって平均値／公称値は

$$\frac{\mu_{ws}}{\rho_{ws}} = \frac{0.747}{0.8} = 0.934 \quad (7)$$

標準偏差は

$$\begin{aligned} \sigma_{ws}^2 &= E[(\rho_{ws} - \mu_{ws})^2] \\ &= E[a(\rho_w - \mu_w)^2 + b(\rho_s - \mu_s)^2] \\ &= a^2 \sigma_w^2 + b^2 \sigma_s^2 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\therefore \sigma_{ws} &= \left\{ (0.951 \times 0.10 \times 0.38)^2 + (0.0486 \times 0.018 \times 7.85)^2 \right\}^{1/2} \\ &= (1.31 \times 10^{-3} + 4.72 \times 10^{-5})^{1/2} \\ &= \sqrt{1.35 \times 10^{-3}} = 0.0368\end{aligned}$$

よって変動係数は

$$V_{ws} = \frac{\sigma_{ws}}{\mu_{ws}} = \frac{0.0368}{0.747} = 0.0493 \approx 0.05 \quad (9)$$

この値は鋼材比重の見掛けの変動係数  $V_s = \sigma_s / \mu_s = 0.108 / 1.01 \approx 0.018$  より大きく、木材の変動係数  $V_w = 0.10$  (式(6)) より小さい。

## (2) 補装 ( $D_p$ )

文献2)によると、舗装厚さの施工値の設計値に対する比の平均値は1.03、標準偏差は5%とされている。

すなわち  $t_p$  を舗装厚さの設計値(≈公称値)として

$$\begin{aligned}\text{舗装厚さの平均値} \quad \mu_p &= 1.03 t_p \\ \text{舗装厚さの標準偏差} \quad \sigma_p &= 0.05 t_p\end{aligned}$$

となっている。舗装の比重はほとんど一定値で公称値に等しい。つまり

$$\rho_p = \rho_{np} = 2.3 \quad (10)$$

## (3) 木材+鋼材+舗装 ( $D$ )

### (i) 死荷重比率

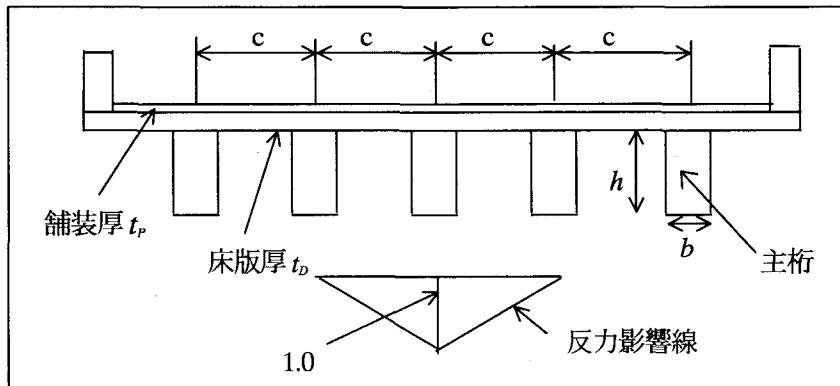


図-2.2 並列桁橋

(木材+鋼材)の1主桁に作用する死荷重は、床版厚を  $t_D$ (m)とすると  $t_D \times \rho_{ws}$  (tf/m<sup>2</sup>)、図-2.2のように主桁の断面を  $b \times h$  とするとこれを等価な板厚に換算した死荷重  $bh\rho_{ws}/c$  (tf/m<sup>2</sup>)の和である。図-2.2の反力影響線面積を  $A$  とすると

$$A = c \quad (11)$$

である。また本節以下では前節での比重を密度(tf/m<sup>3</sup>)としたものを同じ記号で表す。以上より死荷重  $D_{ws}$  は次式となる。

$$D_{ws} = (t_D + bh/A)\rho_{ws} \quad (\text{tf/m}^2) \quad (12)$$

舗装による死荷重は  $t_p$  を舗装厚として

$$D_p = t_p \times \rho_p \quad (\text{tf/m}^2) \quad (13)$$

全死荷重  $D$  に対するこれらの比率は

$$n_{ws} = \frac{D_{ws}}{D}, \quad n_p = \frac{D_p}{D} \quad (14)$$

以上で

$$\begin{aligned}
D &= D_{ws} + D_p \\
\rho_{ws} &= \rho_{nws} = 0.8 & (\text{tf/m}^3) & \quad (\text{確率変数の公称値}) \\
\rho_p &= \rho_{np} = 2.3 & (\text{tf/m}^3) & \quad (\text{公称値で確定値}) \\
t_D &= \text{舗装厚} & (\text{m}) & \quad (\text{確率変数})
\end{aligned} \tag{15}$$

である。これまで国内で架設された桁橋で設計資料が公表されたものは極めて少ない<sup>3)</sup>。この中から最小スパンとして坊川林道二号橋 ( $l = 5.6\text{m}$ ) を採用すると、

$$b = 20\text{ cm}, h = 52.5\text{ cm}$$

最大スパンとして鵜養橋 ( $l = 13.6\text{m}$ ) を採用すると

$$b = 18\text{ cm}, h = 99\text{ cm}$$

となっている。その他の寸法は

$$t_D = \text{舗装厚} = 7\text{ cm}$$

$$t_D = \text{床版厚} = 12.5\text{ cm}$$

$$c = 90\text{ cm}$$

で二橋に共通である。以上より

$$\begin{aligned}
D_{ws} &= (0.125 + 0.2 \times 0.525 / 0.9) \times 0.8 & \dots \dots \dots & \text{坊川} \\
&= 0.193 \quad (\text{tf/m}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{ws} &= (0.125 + 0.18 \times 0.99 / 0.9) \times 0.8 & \dots \dots \dots & \text{鵜養} \\
&= 0.258 \quad (\text{tf/m}^2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_p &= 0.07 \times 2.3 & \dots \dots \dots & \text{共通} \\
&= 0.161 \quad (\text{tf/m}^2)
\end{aligned}$$

$$n_{ws} = \frac{0.193}{0.193 + 0.161} = 0.547 \quad \dots \dots \dots \text{坊川}$$

$$n_{ws} = \frac{0.258}{0.258 + 0.161} = 0.616 \quad \dots \dots \dots \text{鵜養}$$

$$n_p = \frac{0.161}{0.354} = 0.455 \quad \dots \dots \dots \text{坊川}$$

$$n_p = \frac{0.161}{0.419} = 0.384 \quad \dots \dots \dots \text{鵜養}$$

大部分の桁橋のスパンはこれら 2 橋の中間にあると考えられるから、これらの平均値を求める

$$\begin{aligned}
n_{ws} &= \frac{0.547 + 0.616}{2} = 0.58 \\
n_p &= \frac{0.454 + 0.384}{2} = 0.42 \\
(n_{ws} + n_p) &= 1.0
\end{aligned} \tag{16}$$

すなわち（木材+鋼材）が死荷重の 58%、舗装が 42% を占めるものとし、これらを死荷重比率の公称値とする。

## (ii) 平均値と変動係数

前述のように全死荷重  $D$  は

$$\begin{aligned}
D &= D_{ws} + D_p \\
&= t_{ws} \rho_{ws} + t_p \rho_p
\end{aligned} \tag{17}$$

ここで

$$t_{ws} = t_D + \frac{bh}{A} \tag{18}$$

は換算木床版厚であり  $A$  は主桁の反力影響線面積である（式(11)）。式(17)より全死荷重  $D$  の公称値は

$$D_n = t_{ws} \rho_{nws} + t_{np} \rho_p \quad (19)$$

である。これは  $\rho_{ws}$ ,  $t_p$  を確率変数と考えたためである。式(16)を死荷重比率の公称値としたから

$$t_{ws} \rho_{nws} = t_{ws} \times 0.8 = 0.58 D_n$$

$$t_{np} \rho_p = 0.07 \times 2.3 = 0.42 D_n$$

ここで舗装厚の公称値を  $t_n=7\text{cm}$  とした。これらより

$$D_n = 0.383 \quad (\text{tf/m}^2)$$

$$t_{ws} = 0.278 \quad (\text{m})$$

を得る。死荷重  $D$  の平均値は

$$\begin{aligned} \bar{D} &= \mu_D = E[t_{ws} \rho_{ws} + t_p \rho_p] \\ &= t_{ws} \mu_{ws} + \mu_p \rho_p \end{aligned} \quad (20)$$

ここで式(7)および 2.1.1 項 (2) で述べたように

$$\mu_p = 1.03 \times 0.07 = 0.0721 \quad (\text{m})$$

$$\mu_{ws} = 0.747 \quad (\text{tf/m}^2)$$

であるから

$$\begin{aligned} \mu_D &= 0.278 \times 0.747 + 0.0721 \times 2.3 \\ &= 0.208 + 0.166 \\ &= 0.374 \quad (\text{tf/m}^2) \end{aligned} \quad (21)$$

平均値／公称値は

$$\frac{\bar{D}}{D_n} = \frac{\mu_D}{D_n} = \frac{0.374}{0.383} = 0.976 \quad (22)$$

標準偏差は

$$\begin{aligned} \sigma_D^2 &= E[(D - \bar{D})^2] \\ &= E[\{(t_{ws} \rho_{ws} + t_p \rho_p - (t_{ws} \mu_{ws} + \mu_p \rho_p))^2\}] \\ &= E[\{(t_{ws}(\rho_{ws} - \mu_{ws}) + (t_p - \mu_p)\rho_p)^2\}] \\ &= E[t_{ws}^2(\rho_{ws} - \mu_{ws})^2 + \rho_p^2(t_p - \mu_p)^2] \\ &= t_{ws}^2 \sigma_{ws}^2 + \rho_p^2 (0.05 t_p)^2 \\ \therefore \sigma_D &= \sqrt{(0.278 \times 0.0368)^2 + (2.3 \times 0.05 \times 0.07)^2} \\ &= (1.047 + 0.648)^{1/2} \times 10^{-2} \\ &= 1.30 \times 10^{-2} \quad (\text{tf/m}^2) \end{aligned} \quad (23)$$

死荷重の変動係数は

$$V_D = \frac{\sigma_D}{\mu_D} = \frac{1.30 \times 10^{-2}}{37.4 \times 10^{-2}} = 0.035 \quad (24)$$

この値は（木材+鋼材）の変動係数（式(9)） $V_{ws}=0.05$  より小さく、舗装厚の変動係数（式(10)の上）

$$V_p = \frac{\sigma_p}{\mu_p} = \frac{0.05}{1.03} = 0.049$$

よりもさらに小さい。

なお、主桁を含まない床版のみの場合は（式(18)で右辺の第2項を無視した場合）、平均値／公称値は、0.996、変動係数は0.036となるが、いずれも3%以下の差なので、床版のみの死荷重に対しても以上の値を用いることができる。ただしこの場合、死荷重の平均値と公称値は小さくなり、各々 $\mu_D=0.259$ 、 $D_n=0.260$ （いずれも  $\text{tf/m}^2$ ）となる。

## 2.1.2 活荷重 (T と L)

## (1) T荷重

T荷重強度は国道でも林道でも共通である。後者は交通量が少ないという点で前者と異なる。最近の輪重に関する統計量は見あたらないが、文献4)によると8tf以上の輪重の確率密度関数は、指數関数や対数正規関数よりも、正規関数が良く当てはまるとしている。

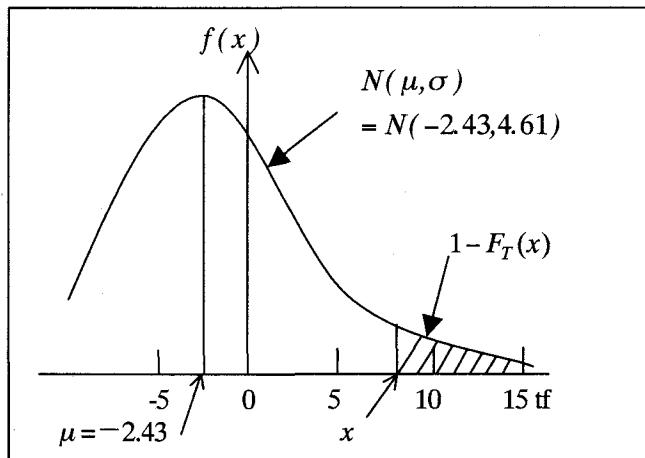


図-2.3 輪重の確率密度関数

これを図示すると図-2.3 のようになる。平均値が  $\mu = -2.43$  tf と負の値となるが、これは 8 tf 以上という裾部の形状（右裾部）にフィットさせたために生じたのであり、大きな輪重を対象とする場合は問題とならない。図の縦軸  $f(x)$  は輪重  $x$  のときの度数（回または%値）を表す。図に対する確率分布関数を  $F_T(x)$  とすると、

$$F_T(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x+2.43}{4.61}\right) \quad (25)$$

正規分布の確率密度関数と確率分布関数は次式である。

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (26)$$

$$\Phi(u) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{1}{2}u^2} du \quad (-\infty \leq u \leq \infty) \quad (27)$$

ここで

$$u = \frac{x-\mu}{\sigma} \quad (28)$$

は規準化変数といわれる。

### (i) T年間最大値確率分布関数

1年間当たり任意な輪重  $x$  が生起する回数は

$$n = \text{日交通量} \times 365$$

である。 $x$  (tf)以上の輪重が1年間当たり生起する回数は図-2.3 を参照して

$$n\{1 - F_T(x)\} = v_T^+(x) \quad (29)$$

右辺の記号を期待横断率（単位は回で無次元）という。 $x$  (tf)以上の輪重が  $T$  年間 1 度も生じない確率は、ポアソン確率過程（2.6 節参照）の特別な場合として表され、次式で与えられる。

$$F_{T,M}(x) = \exp(-v_T^+ \cdot T) \quad (30)$$

ここで  $\exp$  は exponential (自然数  $e$ ) を表す。式(29)を式(30)へ代入すると

$$F_{T,M}(x) = \exp[-nT\{1 - F_T(x)\}] \quad (31)$$

$F_{T,M}(x)$  は  $T$  年間最大値確率分布関数であり、輪重が  $T$  年間に  $x$  (tf) を越えない確率（つまり非超過確率）を表している。 $x$  の数点での計算過程を示すと以下のようである。

$$\begin{aligned}
x = 14 \text{ tf} ; \quad & \frac{x + 2.43}{4.61} = \frac{14.0 + 2.43}{4.61} = 3.56, \quad 1 - \Phi(3.56) = 0.201 \times 10^{-3} \\
x = 17 \text{ tf} ; \quad & \frac{17.0 + 2.43}{4.61} = 4.21, \quad 1 - \Phi(4.21) = 0.133 \times 10^{-4} \\
x = 20 \text{ tf} ; \quad & \frac{20.0 + 2.43}{4.61} = 4.87, \quad 1 - \Phi(4.87) = 0.480 \times 10^{-6} \\
x = 24 \text{ tf} ; \quad & \frac{24.0 + 2.43}{4.61} = 5.73, \quad 1 - \Phi(5.73) = 0.599 \times 10^{-8}
\end{aligned}$$

$\Phi(\bullet)$  の値は数表による。日交通量を林道などのように疎な道路を想定して 100 台とする。すると式(31)における年間の生起回数は

$$n = 100 \times 365 = 36,500$$

橋梁の寿命期間を 50 年とすると

$$T = 50$$

式(25)より  $F_T(14 \text{ tf}) = \Phi(3.56)$  などであるから

$$\begin{aligned}
x = 14 \text{ tf} ; \quad & nT \{1 - F_T(x)\} = 36,500 \times 50 \times 0.201 \times 10^{-3} = 365 \\
x = 17 \text{ tf} ; \quad & " = 36,500 \times 50 \times 0.133 \times 10^{-4} = 24.3 \\
x = 20 \text{ tf} ; \quad & " = 36,500 \times 50 \times 0.480 \times 10^{-6} = 0.876 \\
x = 24 \text{ tf} ; \quad & " = 36,500 \times 50 \times 0.599 \times 10^{-8} = 0.0109
\end{aligned}$$

以上より式(31)の非超過確率は

$$F_{T,M}(14 \text{ tf}) = \exp(-365) \approx 0$$

$$F_{T,M}(17 \text{ tf}) = \exp(-24.3) = 2.80 \times 10^{-11}$$

$$F_{T,M}(20 \text{ tf}) = \exp(-0.876) = 0.416$$

$$F_{T,M}(24 \text{ tf}) = \exp(-0.0109) = 0.989$$

すなわち日交通量 100 台で 50 年間に輪重が 24 tf を越えない確率は 98.9% である、などと解釈する。図示すると図-2.4 のようになる。

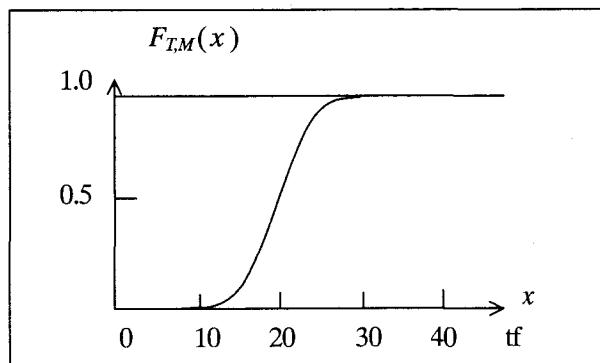


図-2.4 輪重の 50 年間最大値分布関数（日交通量 100 台）

## (ii) 変動係数

文献4) の輪荷重実測値をそのまま引用すると表-2.1 のようである。

この表より例えば 1 tf 以上、3 tf 未満の輪数は  $499,909 - 196,109 = 303,800$  となる。この場合の輪重を平均値 2 tf と解釈してみる。このように整理し直すと表-2.2 が得られる。

表-2.1 輪荷重実測値全国集計（39点、のべ77日間）

| 交通量 $N$ | 輪重         | 1t以上    | 3t以上    | 4t以上    | 5t以上   | 6t以上   | 7t以上   |
|---------|------------|---------|---------|---------|--------|--------|--------|
| 856,846 | 輪数 $N'$    | 499,909 | 196,109 | 102,199 | 63,037 | 35,006 | 17,824 |
|         | $N'/N(\%)$ | 58.3    | 22.9    | 11.9    | 7.36   | 4.62   | 2.08   |
|         | 輪重         | 8t以上    | 9t以上    | 10t以上   | 12t以上  | 14t以上  |        |
|         | 輪数 $N'$    | 8436    | 3936    | 1405    | 285    | 29     |        |
|         | $N'/N(\%)$ | 0.98    | 0.46    | 0.16    | 0.033  | 0.003  |        |

表-2.2 輪重と交通量

|          |         |         |        |        |        |        |
|----------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|
| 輪重 $T_i$ | 0.5 tf  | 2tf     | 3.5 tf | 4.5 tf | 5.5 tf | 6.5 tf |
| 輪数 $N_i$ | 356,937 | 303,800 | 93,910 | 39,162 | 28,031 | 17,182 |
| 輪重 $T_i$ | 7.5 tf  | 8.5 tf  | 9.5 tf | 11 tf  | 13 tf  | 14 tf  |
| 輪数 $N_i$ | 9,388   | 4,500   | 2,531  | 1,120  | 256    | 29     |

表-2.2より輪重の平均値を求める

$$\bar{T} = \mu_T = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{12} T_i N_i = \frac{17,055,961}{856,846} = 1.99 \text{ (tf)}$$

を得る。標準偏差  $\sigma_T$  は

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{12} N_i (T_i - \bar{T})^2 = \frac{2,692,761}{856,846} = 3.14$$

$$\therefore \sigma_T = \sqrt{3.14} = 1.77 \text{ (tf)}$$

よって変動係数  $V_T$  は

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\mu_T} = \frac{1.77}{1.99} = 0.89$$

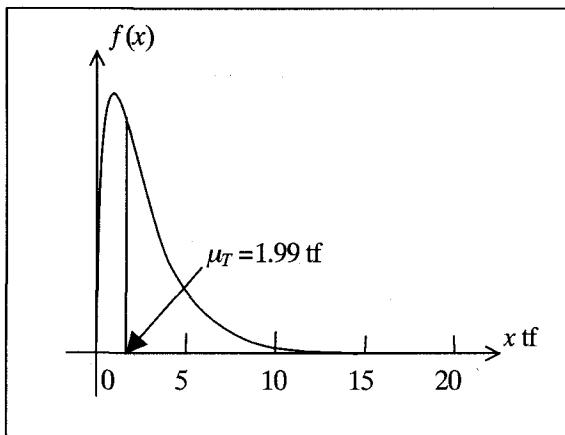
表-2.2 の分布の概略を図示すると図-2.5 のようになる。当然のことながら  $x \geq 0$  (tf) である。

図-2.5 輪重の確率分布関数

図-2.3 と比較すると、著しく異なることがわかる。図-2.3 では最大値分布を求めるのが目的であったので、8.5tf 以上の右裾野分布に最も適合する分布関数を求める必要があったので、このような差が生じたのである。当時の設計輪重は 8tf であったから、これを公称値  $T_n$  として平均値／公称値は

$$\frac{\bar{T}}{T_n} = \frac{\mu_T}{T_n} = \frac{1.99}{8.0} \approx 0.25$$

ちなみに日本建築学会では積載荷重を常時積載と非常時積載荷重に分けているが、いずれも平均値／公称値=0.45 となっている。つまり輪荷重の公称値は高いレベルに設定されている。

## (2) L荷重

スパン長が大きくなった場合（およそ  $L > 15\text{ m}$ ）の主構の設計に用いられる。トラス橋、ラーメン橋およびアーチ橋などが対象となる。文献4)では渋滞状態とスパンによって、当時の L-20 荷重を規準として荷重（曲げモーメント）に関する統計量を分類している。現在の A、B 荷重に関する統計データは報告されていないようである。したがって T-荷重と同様に以下に記するのは暫定値である。文献4)

表-2.3  $M/M_{20}$  の平均値と標準偏差（2車線道路）

| 状態    |               | スパン長  | 20 m  | 40 m  | 60 m  | 80 m |
|-------|---------------|-------|-------|-------|-------|------|
| 完全渋滞時 | 平均値 $\mu$     | 0.672 | 0.670 | 0.661 | 0.640 |      |
|       | 標準偏差 $\sigma$ | 0.170 | 0.191 | 0.204 | 0.211 |      |
| 通常渋滞時 | 平均値 $\mu$     | 0.521 | 0.482 | 0.465 | 0.446 |      |
|       | 標準偏差 $\sigma$ | 0.108 | 0.112 | 0.107 | 0.128 |      |

で2車線の場合を抽出すると表-2.3 のようになる。

表-2.3 で  $M$  は車両重量、車両位置、車頭間隔、走行速度などをパラメーターとして、シミュレーションしたスパン中央点の曲げモーメントであり、 $M_{20}$  は L-20 による設計曲げモーメントである。完全渋滞時は上下線とも完全に車両がつまっている状態、通常渋滞時は一方の車線が完全渋滞で、もう一方の車線がスムーズかつ交通容量いっぱいに流れている状態としている。

ここでも交通量は少なく、渋滞の1日における発生回数は1回とする。すると  $T$  年間での渋滞の発生総回数は

$$N = 1 \times 365 \times T$$

$M/M_{20}$  は正規分布として

$$x = \frac{M}{M_{20}} \quad (32)$$

と置く。2.1.2(1)項で述べたのと同様の手法で考えて、 $x$  以上の値が1年間に生起する回数は

$$365 \times \left\{ 1 - \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \right\} = v_L^+(x) \quad (33)$$

$x$  以上の状態が  $T$  年間に1度も発生しない確率は

$$F_{L,M}(x) = \exp\{-v_L^+(x) \cdot T\} \quad (34)$$

以上で簡単化のために

$$F_L(x) = \Phi\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right) \quad (35)$$

と置くと

$$F_{L,M} = \exp[-365T\{1 - F_L(x)\}] \quad (36)$$

交通量が少なく通常渋滞の状態を考える。すると表-2.3 より表-2.4 を得る。

表-2.4  $x = M/M_{20}$  の確率分布関数（式(35)）

| 状態    |  | スパン長 | 20 m                                       | 40 m                                       | 60 m                                       | 80 m                                       |
|-------|--|------|--|--|--|--|
| 通常渋滞時 |  |      | $\Phi\left(\frac{x - 0.521}{0.108}\right)$ | $\Phi\left(\frac{x - 0.482}{0.112}\right)$ | $\Phi\left(\frac{x - 0.465}{0.107}\right)$ | $\Phi\left(\frac{x - 0.446}{0.128}\right)$ |

表よりスパン長による平均値と標準偏差には大きな差はないので、ここではこれらの平均値を採用する。

$$\begin{aligned}\sigma_L &= \sqrt{\frac{1}{4} \sum \sigma^2} = \frac{1}{2} (0.108^2 + 0.112^2 + 0.107^2 + 0.128^2)^{1/2} \\ &= \frac{1}{2} (0.0117 + 0.0125 + 0.0114 + 0.0164)^{1/2} = 0.114\end{aligned}$$

これをまとめると表-2.5 のようになる。

平均値／公称値および変動係数は以下のようになる。

$$\frac{\bar{M}}{M_{20}} = 0.479 \quad (37)$$

$$V_L = \frac{\sigma_L}{\mu_L} = \frac{0.114}{0.479} = 0.238 \approx 0.24 \quad (38)$$

以上で  $\mu_L = \bar{M}/M_{20}$  である。この結果を T-荷重と比べると平均値／公称値はほぼ 2 倍、変動係数はほぼ 1/4 となっている。

表-2.5 確率分布関数

| 状態    | スパン長<br>20 ~ 80 m                          |
|-------|--|
| 通常渋滞時 | $\Phi\left(\frac{x - 0.479}{0.114}\right)$ |

### 2.1.3 雪荷重 (S)

#### (1) 除雪される橋梁

圧雪 15 cm に相当する 100 kgf/m<sup>2</sup> の雪荷重（主荷重に相当する特殊荷重）を橋の全面に載荷する。道示ではこれを統計量として扱っていない。死荷重は確率変数としたので、圧雪荷重も確率変数としなければならないが、詳しく検討した文献は見あたらないようである。ここでは試論を述べる。

雪荷重を  $S$  (kgf/m<sup>2</sup>) とすると<sup>5)</sup>

$$S = \rho \times Z_S \quad (39)$$

ここで

$\rho$  : 単位重量 (kgf/m<sup>3</sup>)

$Z_S$  : 圧雪深 (m)

公称値は上述のように

$$S_n = (\rho \times Z_S)_n = \rho_n \times Z_{nS} = 100 \text{ (kgf/m}^2\text{)}$$

である。 $Z_{nS}=0.15$  m であるから

$$\rho_n = \frac{100}{0.15} = 667 \text{ (kgf/m}^3\text{)}$$

となる。道示によると

$$\rho = 500 \sim 700 \text{ (kgf/m}^3\text{)}$$

となっており上限に近い値である。雪荷重  $S$  (kgf/m<sup>2</sup>) の平均値は

$$\bar{S} = \bar{\rho} \times \bar{Z}_S$$

圧雪深  $Z_S$  の変動は少なく、単位重量  $\rho$  も上記より変動幅は小さいと見なせるから

$$\frac{\bar{S}}{S_n} = 1.0 \quad (40)$$

とおける。変動係数も建築物の死荷重程度と近似すれば

$$V_S = \frac{\sigma_S}{\bar{S}} = 0.1 \quad (41)$$

とおけよう。 $\sigma_S$  は雪荷重  $S$  の標準偏差である。式(40)より

$$\bar{S} = S_n = 100 \text{ (kgf/m}^2\text{)}$$

$$\therefore \sigma_s = 0.1 \times \bar{S} = 10 \text{ (kgf/m}^2\text{)}$$

雪荷重  $S$  を正規分布とみなすと雪荷重  $S$  の 68% は

$$90 \text{ kgf/m}^2 \leq S \leq 110 \text{ kgf/m}^2$$

の範囲にあることになる。言い換えると過半数の  $S$  が  $100 \text{ kgf/m}^2 \pm 10\%$  に入るということである。

## (2) 除雪されない橋梁

日本建築学会<sup>6)</sup>によると、雪荷重  $S$  を次式で与えている。

$$S_0 = d_0 \times R \times p \times C_e \quad (\text{kgf/m}^2) \quad (42)$$

ここで

$S_0$  : 地上積雪荷重 ( $\text{kgf/m}^2$ )

$d_0$  : 基本地上積雪深 (m)

$R$  : 再現期間換算係数

$p$  : 単位重量 ( $\text{kgf/m}^3$ )

$C_e$  : 環境係数

となっている。以下解説を交えて項目別に要点を述べる。

### (i) $d_0$ : 基本地上積雪深

年最大積雪深の再現期間 100 年に対する値をいう。 $d_0$  (m) の値によって次のように分類する。

$d_0 > 1 \text{ m}$  の地域を多雪地域 : 北海道、東北、北陸、甲信越および中国地方の日本海側

$d_0 < 1 \text{ m}$  の地域を一般地域 : 上記以外の地域

そして多雪地域の代表値として過去の観測データより

$$d_0 = 3 \text{ m}$$

と設定する。

### (ii) $R$ : 再現期間換算係数

積雪深  $x$  (m) の年最大値が Gumbel 分布（極値 I 型分布とも言う）に従うとする。するとその確率分布関数は

$$F_x(x) = \exp[-\exp\{-a(x-b)\}] \quad (43)$$

と表される。 $a, b$  はパラメーターで未定である。一方  $r$  年に 1 度は  $x$  (m) 以上の値が起こる事象を  $r$  年再現事象という。図-2.6(a) に概念を示す。よって  $1/r$  は  $x$  (m) 以上の値が起こる確率を与える。

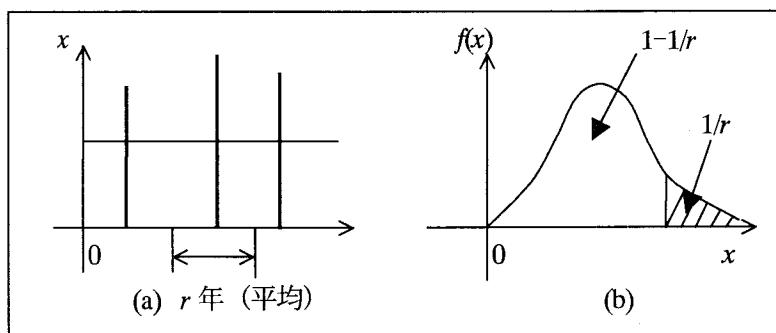


図-2.6  $r$  年再現事象と確率密度関数

年最大値の確率分布関数と  $r$  年との間には図-2.6(b) を参照して

$$F_x(x) = 1 - \frac{1}{r} \quad (44)$$

の関係がある。式(43)と式(44)を等値して

$$\exp[-\exp\{-a(x-b)\}] = 1 - \frac{1}{r} \quad (45)$$

$x = x_r$  と置いてこれを解くと

$$\begin{aligned} x_r &= b + \frac{1}{a} \left\{ -\ln \left( \ln \frac{r}{r-1} \right) \right\} \\ &\approx b + \frac{1}{a} \ln r \quad (r \geq 10) \end{aligned} \tag{46}$$

ここで  $\ln$  は自然対数を表す。係数  $R$  はこの  $x_r$  を 100 年基準値  $x_{100}$  ( $= d_0$ ) で除したものである。すなわち

$$R = \frac{x_r}{x_{100}} = \frac{b + \frac{1}{a} \ln r}{b + \frac{1}{a} \ln 100} = \frac{ab + \ln r}{ab + \ln 100} \tag{47}$$

一方、観測値を整理して多雪地域の平均値として

$$R = 0.40 + 0.13 \cdot \ln r \tag{48}$$

が得られている。両者を等置して  $r = 50$  年 (代表的な値として) とおいて

$$\ln 100 = 4.61$$

$$\ln 50 = 3.91$$

を用いれば

$$ab = 3.08$$

を得る。次に Gumbel 分布において 100 年再現期待値  $d_0$  が 3.0 m となる条件を考える。式(46)より

$$\begin{aligned} (x_{100} - b)a &= -\ln \left( \ln \frac{r}{r-1} \right) \\ &= -\ln \left( \ln \frac{100}{99} \right) = 4.60 \end{aligned}$$

これよりパラメータ  $a, b$  は

$$a = \frac{4.60 + ab}{x_{100}} = \frac{4.60 + 3.08}{3.0} = 2.56 \quad (\text{m}^{-1})$$

$$b = \frac{3.08}{2.56} = 1.20 \quad (\text{m})$$

となる。ゆえに分布形 (年最大値分布) は

$$F_X(x) = \exp[-\exp\{-2.6(x - 1.2)\}] \tag{49}$$

平均値と標準偏差はパラメータ  $a, b$  との関係より

$$\mu_x = b + \frac{\gamma_0}{a} = 1.2 + \frac{0.577}{2.6} = 1.42 \quad (\text{m})$$

$$\sigma_x = \frac{\pi}{\sqrt{6}a} = \frac{3.14}{\sqrt{6} \times 2.6} = 0.49 \quad (\text{m})$$

よって平均値／基本値および変動係数は

$$\frac{\mu_x}{d_0} = \frac{1.42}{3.0} = 0.47$$

$$V_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} = \frac{0.49}{1.42} = 0.35$$

多雪地域の 50 年最大値分布は以上の年最大値分布より求める。一般に  $x$  (m) を越えない事象が  $n$  年連続して生ずる確率は  $F_X(x)$  が  $x$  (m) 以下の事象の起こる確率を表すのであるから

$$\begin{aligned}
F_{X_n}(x) &= [F_X(x)]^n \\
&= [\exp[-\exp\{-a(x-b)\}]]^n \\
&= \exp\left[-\exp\left\{-a\left(x-b-\frac{\ln n}{a}\right)\right\}\right] \\
&\equiv \exp[-\exp\{-a_{50}(x-b_{50})\}]
\end{aligned} \tag{50}$$

すなわち 50 年最大値分布も Gumbel 分布となる。 $a, b$  および  $n = 50$  を代入すれば

$$\begin{aligned}
a_{50} &= a = 2.6 \\
b_{50} &= 1.2 + \frac{\ln 50}{2.6} = 2.7
\end{aligned}$$

これより 50 年最大値分布について平均値／基準値および変動係数は

$$\frac{\mu_{X_{50}}}{d_0} = \frac{2.92}{3.0} = 0.97 \tag{51}$$

$$V_{X_{50}} = \frac{\sigma_{X_{50}}}{\mu_{X_{50}}} = \frac{0.49}{2.92} = 0.17 \tag{52}$$

一般地域 ( $d_0 < 1 \text{ m}$ ) についても全く同様に進行する。式(48)に相当するものは

$$R = 0.22 + 0.17 \ln r$$

である。50 年最大積雪深分布のパラメーターは

$$\begin{aligned}
a_{50} &= 8.4 \\
b_{50} &= 1.5 + \frac{\ln 50}{8.4} = 0.62
\end{aligned}$$

平均値／基準値および変動係数は

$$\frac{\mu_{X_{50}}}{d_0} = \frac{0.69}{0.7} = 0.99 \tag{53}$$

$$V_{X_{50}} = \frac{\sigma_{X_{50}}}{\mu_{X_{50}}} = \frac{0.15}{0.69} = 0.22 \tag{54}$$

### (iii) $p$ : 単位重量 ( $\text{kgf/m}^3$ )

これは次式で与えられるとしている。

$$p = 73\sqrt{d} + 240 \tag{55}$$

ここで

$$d = d_0 \times R \quad (\text{m}) \tag{56}$$

は最大積雪深である。 $r = 50$  年再現期待値に対する係数  $R$  は前項より

$$\begin{aligned}
R &= 0.40 + 0.13 \ln r && \text{(多雪地域)} \\
&= 0.40 + 0.13 \ln 50 = 0.91
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R &= 0.22 + 0.17 \ln r && \text{(一般地域)} \\
&= 0.22 + 0.17 \ln 50 = 0.88
\end{aligned}$$

よって  $d(\text{m})$  は、

$$\begin{aligned}
d &= d_0 \times R && \text{(多雪地域)} \\
&= 3.0 \times 0.91 = 2.7
\end{aligned}$$

$$d = 0.7 \times 0.88 = 0.62 \quad (\text{一般地域})$$

$p$  の値は

$$p = 73\sqrt{d} + 240 = 73\sqrt{2.7} + 240 = 360 \quad (\text{kgf/m}^3) \quad \text{(多雪地域)}$$

$$p = 73\sqrt{0.62} + 240 = 297 \quad (\text{kgf/m}^3) \quad \text{(一般地域)}$$

### (iv) $S_0$ : 地上積雪荷重 ( $\text{kgf/m}^2$ )

以上より式(42)、

$$S_0 = d_0 \times R \times p \times C_e$$

において通常の環境状態として環境係数  $C_e$  を 1.0 と置いて

$$S_0 = d \times p \quad (57)$$

となる。ここで  $d$  は式(56)で与えられる。  $p$  は式(55)のように、積雪深  $d$  の関数であるが、前項で述べた値に固定し、積雪深  $d$  のみを確率変数、つまり Gumbel 分布と考え、(ii)項の 50 年最大値分布を採用するとしている。よって  $S_0$  の統計値は積雪深  $d$  の統計値に等しいものと考える。

## 2.2 荷重・耐力係数の算定法

### 2.2.1 性能関数（限界状態関数）

$R$  を耐力（限界モーメントや限界応力など限界耐力）、 $Q$  を荷重効果（荷重による曲げモーメントや設計応力）とすると性能関数  $Z$  は本来

$$Z = R - Q \geq 0 \quad (58)$$

で定義される。両辺を  $Q$  で除して

$$\frac{R}{Q} \geq 1$$

両辺の対数をとると

$$\ln R - \ln Q \geq 0$$

新たな性能関数を  $Z = g$  として

$$Z = g(X_1, X_2) = l_n R - l_n Q = X_1 - X_2 \geq 0 \quad (59.a)$$

確率変数  $R, Q$  が正規変数の場合は式(58)から、対数正規変数の場合は式(59.a)を出発点とする。この例のように確率変数が  $R, Q$  の 2 個の場合は、いずれの式を出発点としても同じ結果が得られる。しかしこれ以上では異なる結果となる。言うまでもなくこれら確率変数が正規変数なのか対数正規変数なのかで、出発式が異なるべきである。日本建築学会ではすべての確率変数は対数正規で表されるとしている。2 個以上の荷重効果がある（死荷重+活荷重+雪荷重など）、対数正規でないものが含まれる場合はこれを対数正規に変換している。

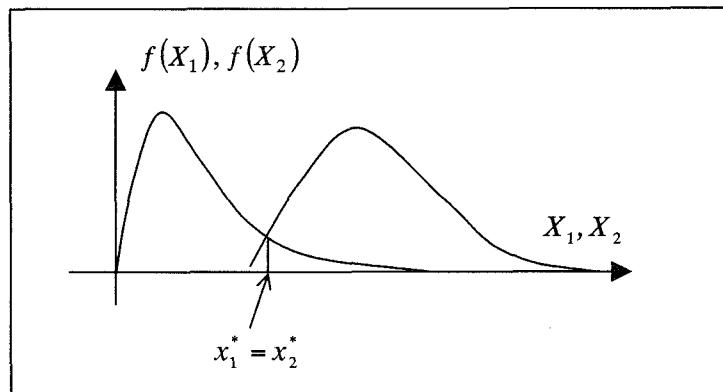


図-2.7 設計点

式(59.a)を一般化して

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \geq 0 \quad (59.b)$$

とおく。式(59.a)を引用するとき以外は、性能関数  $g$  は対数正規変数  $X_i$  の任意な線形関数としておく。式(59.a)の場合  $X_1, X_2$  は確率変数であるから図-2.7 のように幅（理論上  $\infty$  の幅）をもった変数である。式(59.a)で  $Z = 0$  を満たす点を設計点といい、図-2.7 のように  $X_1, X_2$  の確率密度関数  $f(X_i)$  が交叉する点で表される。この点の値を  $x_1^*, x_2^*$  と記す。一般式(59.b)を設計点まわりでテイラー展開すると、

$$Z = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{j=1}^n (X_j - x_j^*) \cdot \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ = \sum_{j=1}^n (X_j - x_j^*) \cdot \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \quad (60)$$

ここで

$$g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0 \quad (61)$$

を満たすとしている。大文字  $X_j$  は確率変数を、小文字  $x_j$  はその実現値（観測値）を表す。性能関数  $Z$  が対数正規変数の線形式で与えられる場合は、 $Z$  も対数正規分布することが統計学で証明されている。 $Z$  の平均値は

$$\lambda_Z = E[Z] = \sum_{j=1}^n (\lambda_{X_j} - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \quad (62)$$

ここで

$$\lambda_{X_j} = E[X_j] \quad (63)$$

二変数（式(59.a)）の場合は、

$$\lambda_{X_1} = E[\ln R] = \bar{\ln R}, \quad \lambda_{X_2} = E[\ln Q] = \bar{\ln Q} \quad (64)$$

である。標準偏差は、

$$\xi_Z^2 = E[(Z - \lambda_Z)^2] = E[Z^2] - \lambda_Z^2 \\ = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \text{cov}(X_j, X_k) \cdot \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \cdot \frac{\partial g}{\partial x_k} \Big|_{x^*} \quad (65)$$

ここで  $\text{cov}(X_j, X_k)$  は  $X_j$  と  $X_k$  の共分散である。これらが無相関であれば、式(65)は次のように簡単になる。

$$\xi_Z = \left\{ \sum_{j=1}^n \xi_{X_j}^2 \cdot \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (66)$$

ここで  $\xi_{X_j}$  は対数  $X_j$  の標準偏差で

$$\xi_{X_j}^2 = E[(X_j - \lambda_{X_j})^2] = E[X_j^2] - \lambda_{X_j}^2 \quad (67)$$

二変数（式(59.a)）の場合

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 1, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = -1$$

である。しかしこの値はまだ代入せず、 $g(X_i)$  は任意な線形関数としておく。

## 2.2.2 方向余弦および標準対数正規変数

方向余弦（分離係数）を、

$$\alpha_i = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \right) \cdot \xi_{X_i}}{\left\{ \sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \cdot \xi_{X_j}^2 \right\}^{1/2}} \quad (68)$$

と定義すると、式(66)の標準偏差は

$$\xi_Z = \sum_{j=1}^n \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \cdot \xi_{X_j} \quad (69)$$

と表される。これは式(68)を式(69)に代入すれば容易に確かめられる。ここで対数正規変数の変数変換

$$U_i = \frac{X_i - \lambda_{xi}}{\xi_{xi}} \quad (70)$$

を行う。 $U_i$ を標準対数正規変数という。これによって変数  $U_i$  は標準正規変数  $N(\mu, \sigma) = N(0, 1)$  となり、以下の記述が簡単になる。式(70)より

$$X_i = \lambda_{xi} + U_i \xi_{xi} \quad (71)$$

二変数（式(59.a)）の場合は

$$X_1 = \ln R, \quad X_2 = \ln Q \quad (72)$$

である。性能関数は

$$a_1 = 1, \quad a_2 = -1 \quad (73)$$

とおいて

$$Z = g(X_1, X_2) = \sum_{j=1}^2 a_j (\lambda_{xj} + U_j \xi_{xj}) \quad (74.a)$$

となる。一般的な線形性能関数、式(59.b)の場合は

$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(\lambda_{x1} + U_1 \xi_{x1}, \lambda_{x2} + U_2 \xi_{x2}, \dots, \lambda_{xn} + U_n \xi_{xn}) \quad (74.b)$$

である。そして変数  $Z$  も正規変数となる。設計点まわりのテイラー展開は

$$\begin{aligned} Z &= g(u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*) + \sum_{j=1}^n (U_j - u_j^*) \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \\ &= \sum_{j=1}^n (U_j - u_j^*) \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*}. \end{aligned} \quad (75)$$

ここで式(74.b)の右辺を簡単化のために  $g(U_1, U_2, \dots, U_n)$  と表現した。 $Z$  の平均値は

$$\mu_Z = \bar{Z} = \sum_{j=1}^n (U_j - u_j^*) \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} = - \sum_{j=1}^n u_j^* \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \quad (76)$$

標準偏差は式(66)と同様に表され

$$\sigma_Z = \left\{ \sum_{j=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \right)^2 \cdot \sigma_{U_j} \right\}^{1/2} = \left\{ \sum_{j=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (77)$$

方向余弦も式(68)と同様に

$$\alpha_i = \frac{\left( \left. \frac{\partial g}{\partial u_i} \right|_{u^*} \right)}{\left\{ \sum_{j=1}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \right)^2 \right\}^{1/2}} \quad (78)$$

と定義すれば、式(77)の標準偏差は

$$\sigma_Z = \sum_{j=1}^n \alpha_j \left( \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \right) \quad (79)$$

となる。

### 2.2.3 安全性指標 $\beta$

変数  $Z$  は正規変数であるから安全性指標  $\beta$  は

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{- \sum_{j=1}^n u_j^* \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*}}{\sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*}} \quad (80)$$

分母を払って整理すれば

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial u_j} \Big|_{u^*} \cdot (-u_j^* - \alpha_j \beta) = 0 \quad (81)$$

任意かつ独立な微分係数に対してこれが成り立つためには ( ) 内が零でなければならない。

$$\therefore u_j^* = -\alpha_j \beta \quad (82)$$

以上をまとめると以下のようになる。

$$a) \quad g(u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*) = 0 \quad (83)$$

$$b) \quad u_i^* = -\alpha_i \beta \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (84)$$

$$c) \quad \alpha_i = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial u_i} \Big|_{u^*} \right)}{\sqrt{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial u_j} \Big|_{u^*} \right)^2}} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (85)$$

以上の (2n+1) 本の方程式より

$u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*$   $\cdots \cdots \cdots \cdots \cdots n$  個の設計点

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$   $\cdots \cdots \cdots \cdots \cdots n$  個の方向余弦

$\beta$   $\cdots \cdots \cdots \cdots \cdots 1$  個の安全性指標

を求ることになる。なお方向余弦には次の重要な性質があるが、これは式(85)から簡単に証明できる

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j^2 = 1 \quad (86)$$

以上の計算ステップは線形関数に限らず、任意な非線形関数  $g(U_i)$  に対しても成り立つ。

### [例題 1]

$n=2$  の場合は式(73)、(74.a)より

$$\frac{\partial g}{\partial u_1} \Big|_{u^*} = \zeta_{x1}, \quad \frac{\partial g}{\partial u_2} \Big|_{u^*} = -\zeta_{x2}$$

を得る。方向余弦は式(85)より

$$\alpha_1 = \frac{\zeta_{x1}}{(\zeta_{x1}^2 + \zeta_{x2}^2)^{1/2}}, \quad \alpha_2 = \frac{-\zeta_{x2}}{(\zeta_{x1}^2 + \zeta_{x2}^2)^{1/2}}$$

式(84)より設計点は

$$u_1^* = -\alpha_1 \beta, \quad u_2^* = -\alpha_2 \beta$$

式(74.a)を考慮してこれを式(83)へ代入して  $\beta$  を求めれば

$$\beta = \frac{-\lambda_{x1} + \lambda_{x2}}{-\alpha_1 \zeta_{x1} + \alpha_2 \zeta_{x2}} = \frac{\lambda_{x1} - \lambda_{x2}}{\sqrt{\zeta_{x1}^2 + \zeta_{x2}^2}}$$

標準正規分布関数を  $\Phi(\cdot)$  とすれば破壊確率は次のように与えられる。

$$P_f = 1 - \Phi(\beta)$$

例題 1 終わり」

## 2.2.4 荷重・耐力係数（部分安全係数）

### (1) 二変数の場合

この場合は、耐力および荷重効果と確率変数  $X_1, X_2$  との関係は式(72)である。これを式(71)に代入して

$$\ln R^* = \lambda_{X1} + u_1^* \zeta_{X1}, \quad \ln Q^* = \lambda_{X2} + u_2^* \zeta_{X2} \quad (87)$$

上指標 \* はこれまでと同様、設計点を表す。これより上式の第一式については

$$\begin{aligned} R^* &= \exp(\lambda_{X1} + u_1^* \zeta_{X1}) \\ &= \exp \lambda_{X1} \cdot \exp(u_1^* \zeta_{X1}) \\ &= \exp \lambda_{X1} \cdot \exp(-\alpha_1 \beta \zeta_{X1}) \end{aligned} \quad (88)$$

対数正規変数のパラメーターと平均値および変動係数の関係は統計学より

$$\exp \lambda_{xi} = \frac{\mu_{xi}}{\sqrt{1+V_{xi}^2}} \quad (i=1,2) \quad (89)$$

と与えられる。ここで

$$\mu_{x1} = \bar{R}, \quad \mu_{x2} = \bar{Q} \quad (90)$$

$$V_{x1} = \frac{\sigma_{x1}}{\mu_{x1}} = \frac{\sigma_R}{\bar{R}}, \quad V_{x2} = \frac{\sigma_{x2}}{\mu_{x2}} = \frac{\sigma_Q}{\bar{Q}} \quad (91)$$

すなわち  $\mu_{xi}$ ,  $V_{xi}$  ( $i=1,2$ ) は  $\ln R$ ,  $\ln Q$  の平均値および変動係数ではなく、原確率変数  $R, Q$  の平均値および変動係数を表す。荷重効果の設計点についても全く同様に

$$\begin{aligned} Q^* &= \exp(\lambda_{X2} + u_2^* \zeta_{X2}) \\ &= \exp \lambda_{X2} \cdot \exp(u_2^* \zeta_{X2}) \\ &= \exp \lambda_{X2} \cdot \exp(-\alpha_2 \beta \zeta_{X2}) \end{aligned} \quad (92)$$

式(89)を代入すれば次式となる。

$$R^* = \frac{\mu_{x1}}{\sqrt{1+V_{x1}^2}} \cdot \exp(-\alpha_1 \beta \zeta_{X1}) \quad (93)$$

$$Q^* = \frac{\mu_{x2}}{\sqrt{1+V_{x2}^2}} \cdot \exp(-\alpha_2 \beta \zeta_{X2}) \quad (94)$$

公称値を

$R_n$ : 耐力  $R$  の公称値

$Q_n$ : 荷重効果  $Q$  の公称値

と記すと耐力係数  $\phi$  および荷重係数  $\gamma$  の定義より

$$\phi = \frac{R^*}{R_n} = \frac{1}{\sqrt{1+V_{x1}^2}} \cdot \exp(-\alpha_1 \beta \zeta_{X1}) \cdot \frac{\mu_{x1}}{R_n} \quad (95)$$

$$\gamma = \frac{Q^*}{Q_n} = \frac{1}{\sqrt{1+V_{x2}^2}} \cdot \exp(-\alpha_2 \beta \zeta_{X2}) \cdot \frac{\mu_{x2}}{Q_n} \quad (96)$$

本来の性能関数、式(58)は設計点においても

$$R^* \geq Q^* \quad (97)$$

であるから、式(95), (96)を代入して

$$\phi R_n \geq \gamma Q_n \quad (98)$$

となる。

### [例題2]

耐力  $R$  と荷重効果  $Q$  はいずれも対数正規分布するものとし、各々の変動係数と平均値／公称値がつぎのように得られている。

$$V_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R} = 0.10, \quad V_Q = \frac{\sigma_Q}{\mu_Q} = 0.25$$

$$\frac{\mu_R}{R_n} = 1.05, \quad \frac{\mu_Q}{Q_n} = 0.84$$

また、

$$\frac{\mu_R}{\mu_Q} = 2.0$$

とする。係数  $\phi$  と  $\gamma$  を求めよ。

(解)

対数標準偏差および対数平均値と変動係数の関係は統計学より、

$$\zeta_X = \sqrt{\ln \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_X}{\mu_X} \right)^2 \right]}$$

$$\lambda_X = \ln \left[ \frac{\mu_X}{\sqrt{1 + (\sigma_X / \mu_X)^2}} \right] = \ln \mu_X - \frac{\zeta_X^2}{2}$$

第二式は式(89)と同一の内容である。これらより

$$\zeta_R = \sqrt{\ln(1 + 0.10^2)} = 0.0998 \approx V_R$$

$$\zeta_Q = \sqrt{\ln(1 + 0.25^2)} = 0.246 \approx V_Q$$

$$\lambda_R = \ln \mu_R - \frac{\zeta_R^2}{2} \approx \ln \mu_R$$

$$\lambda_Q = \ln \mu_Q - \frac{\zeta_Q^2}{2} \approx \ln \mu_Q$$

方向余弦は【例題1】を参照して

$$\alpha_R = \frac{\zeta_R}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} = \frac{0.0998}{\sqrt{0.0998^2 + 0.246^2}} = \frac{0.0998}{0.265} = 0.377$$

$$\alpha_Q = \frac{-\zeta_Q}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} = \frac{-0.246}{0.265} = -0.940$$

$$\text{検算: } \alpha_R^2 + \alpha_Q^2 = 0.377^2 + 0.940^2 = 1.03 \approx 1.0$$

つまり式(86)を満たす。安全性指標も【例題1】を参照して

$$\beta = \frac{\lambda_R - \lambda_Q}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} \approx \frac{\ln \mu_R - \ln \mu_Q}{0.265} = \frac{1}{0.265} \times \ln \frac{\mu_R}{\mu_Q}$$

$$= \frac{\ln 2.0}{0.265} = 2.62$$

破壊確率は

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) = 1 - \Phi(2.62) = 1 - 0.9956 = 4.4 \times 10^{-3}$$

$\beta > 0$  であるから  $\mu_R > \mu_Q$  でなければ問題が成立しないことが分かる。係数は式(95)、(96)より

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{1 + V_R^2}} \exp(-\alpha_R \beta \zeta_R) \frac{\mu_R}{R_n} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + 0.10^2}} \exp(-0.377 \times 2.62 \times 0.0998) \times 1.05 \\ &= 0.995 \times 0.906 \times 1.05 \\ &= 0.947 \approx 0.95 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma &= \frac{1}{\sqrt{1+V_Q^2}} \exp(-\alpha_Q \beta \xi_Q) \frac{\mu_Q}{Q_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.25^2}} \exp(0.940 \times 2.62 \times 0.246) \times 0.84 \\
&= 0.970 \times 1.83 \times 0.84 \\
&= 1.49 \approx 1.5
\end{aligned}$$

よって式(98)は

$$0.95R_n \geq 1.5Q_n$$

例題2終わり」

## (2) 多変数の場合(詳細法、フロー3)<sup>7)</sup>

荷重効果  $Q$  が複数の荷重効果の和になって、性能関数が

$$Z = R - (S_1 + S_2 + \dots + S_n) \geq 0 \quad (99)$$

となった場合を考える。この場合は式(59.a)あるいは式(59.b)のように

$$Y = \ln R - (\ln S_1 + \ln S_2 + \dots + \ln S_n) \quad (100)$$

と対数式に変換できず、前節までの議論は成り立たない。しかし確率変数  $R$  と  $S_i$  が対数正規分布する場合は、式(70)あるいは式(87)と同様の標準対数正規変数への変数変換

$$\begin{aligned}
u_0 &= \frac{\ln R - \lambda_0}{\xi_0} \\
u_i &= \frac{\ln S_i - \lambda_i}{\xi_i}
\end{aligned} \quad (101)$$

を行える。これらより

$$R = \exp \lambda_0 \cdot \exp(u_0 \xi_0) = \frac{\mu_0}{\sqrt{1+V_0^2}} \cdot \exp(u_0 \xi_0) \quad (102)$$

$$S_i = \exp \lambda_i \cdot \exp(u_i \xi_i) = \frac{\mu_i}{\sqrt{1+V_i^2}} \cdot \exp(u_i \xi_i) \quad (103)$$

よって式(99)は  $Z = g$  とおいて

$$Z = g(u_0, u_1, \dots, u_n) = \sum_{j=0}^n a_j \frac{\mu_j}{\sqrt{1+V_j^2}} \exp(u_j \xi_j) \geq 0 \quad (104)$$

ここで

$$a_0 = 1, \quad a_j = -1 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (105)$$

とおいてある。 $g=0$  を満たす設計点を  $u_i^*$  とし、性能関数  $Z$  を設計点まわりでテイラー展開すると、

$$\begin{aligned}
Z &= g(u_0^*, u_1^*, \dots, u_n^*) + \sum_{j=0}^n (U_j - u_j^*) \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \\
&= \sum_{j=0}^n (U_j - u_j^*) \cdot \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*}
\end{aligned} \quad (106)$$

ここで、

$$g(u_0^*, u_1^*, \dots, u_n^*) = 0 \quad (107)$$

以下二変数の場合の式(75)以下と同様に進行する。設計点は

$$u_i^* = -\alpha_i \beta \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (108)$$

方向余弦(分離係数)は

$$\alpha_i = \frac{\left. \frac{\partial g}{\partial u_i} \right|_{u^*}}{\sqrt{\sum_{j=0}^n \left( \left. \frac{\partial g}{\partial u_j} \right|_{u^*} \right)^2}} \quad (i = 0, 1, \dots, n) \quad (109)$$

安全性指標（目標信頼性指標） $\beta$  の定義は式(80)と同一である。式(107)の1本、式(108)の(n+1)本、式(109)の(n+1)本の方程式を連立させて、同数の未知数 $u_i^*$ ,  $\alpha_i$ ,  $\beta$  を求めれば良いのである。二変数および線形多変数との大きな違いは関数 $g$  が指数関数のために微分係数 $(\partial g / \partial u_j)_u$  が設計点の関数となってしまうことである。したがって上の3本の方程式を設計点の初期値を仮定して、繰り返し計算で解かねばならない。このとき方向余弦の性質（式(86)）も利用しなければならない。

耐力 $R$  および荷重効果 $S_i$  に対数正規分布でない、たとえば雪荷重効果のように Gumbel 分布などの確率変数が含まれる場合は、設計点でこれらを等価な対数正規分布に変換するというステップが加わる。繰り返し計算が収束した後に 2.2.4(1) で述べた手順で耐力係数、荷重係数を決定する。すなわち、

$$\phi = \frac{R^*}{R_n} = \frac{1}{\sqrt{1+V_0^2}} \cdot \exp(-\alpha_0 \beta \zeta_0) \cdot \frac{\mu_0}{R_n} \quad (110)$$

$$\gamma_i = \frac{S_i^*}{S_{in}} = \frac{1}{\sqrt{1+V_i^2}} \cdot \exp(-\alpha_i \beta \zeta_i) \cdot \frac{\mu_i}{S_{in}} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (111)$$

下サフィックス $n$  は公称値を表す。なお荷重の組み合わせ理論が上記の計算過程にどのように組み込まれるかは後節で述べる。また詳細法はここで述べた方法だけではなく、変動係数 $(V_i)$  や平均値／公称値のほかに多くのパラメーターを考慮した、より高度な信頼性解析手法があり得る。

### (3) 多変数の場合（略算法、フロー-2）

日本建築学会<sup>6)</sup> の算定法を、解説を交えて紹介する。性能関数の式(99)において

$$Q = \sum S_j \quad (112)$$

と置く ( $j = 1 \sim n$ )。つまり  $Q$  は荷重効果の和である。すると式(99)は

$$Z = R - Q \geq 0 \quad (113)$$

両辺を  $Q$  で除して対数をとると

$$M = \ln M^* = \ln R - \ln Q \quad (114)$$

これ以降は、確率変数 $R$  と  $Q$  を対数正規分布で近似する。問題は安全性指標 $\beta$  を与えたとき（破壊確率を与えるのと同じ）、荷重効果の和  $Q$  の統計量から、個々の荷重効果  $S_i$  の方向余弦（分離係数）をいかに評価するかということである。安全性指標 $\beta$  を与えること、および荷重効果の和  $Q$  を対数正規分布で近似することの二点において略算法と言われる。以下に算定の流れを示す。

#### (i) $Q$ の変動係数の算定

式(112)より  $Q$  の平均値は

$$\mu_Q = \sum_{j=1}^n \mu_{Sj} \quad (115)$$

標準偏差および変動係数は

$$\sigma_Q = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sigma_{Sj}^2} \quad (116)$$

$$V_Q = \frac{\sigma_Q}{\mu_Q} = \frac{\sqrt{\sum \sigma_{Sj}^2}}{\sum \mu_{Sj}}$$

$$= \frac{\sqrt{\sum (\sigma_{Sj}/\mu_D)^2}}{\sum (\mu_{Sj}/\mu_D)}$$
(117)

ここで

$\mu_D$ : 死荷重効果の平均値

とし、各荷重効果の変動係数を

$$V_{Sj} = \frac{\sigma_{Sj}}{\mu_{Sj}}$$
(118)

とおく。すると

$$\frac{\sigma_{Sj}}{\mu_D} = V_{Sj} \cdot \frac{\mu_{Sj}}{\mu_D} = V_{Sj} \cdot \kappa_{Sj}$$
(119)

つまり

$$\kappa_{Sj} = \frac{\mu_{Sj}}{\mu_D}$$
(120)

は各荷重効果の死荷重効果に対する平均値比を表す。以上より和  $Q$  の変動係数は、次式となる。

$$V_Q = \frac{\sqrt{\sum (V_{Sj} \kappa_{Sj})^2}}{\sum \kappa_{Sj}}$$
(121)

### (ii) 対数標準偏差の算定

和  $Q$ 、耐力  $R$  および  $M^*$  の対数標準偏差は【例題2】で示したように

$$\xi_Q = \sqrt{\ln(1+V_Q^2)} \approx V_Q$$
(122)

$$\xi_R = \sqrt{\ln(1+V_R^2)} \approx V_R$$
(123)

$$\xi_{M^*} = \sqrt{\xi_R^2 + \xi_Q^2} \approx \sqrt{V_R^2 + V_Q^2}$$
(124)

### (iii) 分離係数の算定

二変数の【例題1】で示したように

$$\alpha_R = \frac{\xi_R}{\sqrt{\xi_R^2 + \xi_Q^2}} \approx \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}}$$
(125)

$$\alpha_Q = \frac{-\xi_Q}{\sqrt{\xi_R^2 + \xi_Q^2}} \approx \frac{-V_Q}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}}$$
(126)

ところで原性能関数、式(113)を出発点として分離係数を導くと式(68)と相似な関係

$$\alpha_{Xi} = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \right) \cdot \sigma_{Xi}}{\sqrt{\sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \cdot \sigma_{Xj}^2}} = \frac{\pm \sigma_{Xi}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}}$$
(127)

が得られる。ただし  $g = Z = X_0 - X_1$  で  $X_0 = R, X_1 = Q$  の場合、および  $g = Z = X_0 - \sum X_i$  で  $X_0 = R, X_i = S_i$  の場合の2ケースを含む(+は*i*=0、-は*i*≥1)。すなわち分離係数  $\alpha_{Xi}$  は標準偏差  $\sigma_{Xi}$  に比例する。また分離係数の性質

$$\alpha_R^2 + \alpha_Q^2 = 1$$
(128)

より

$$\alpha_Q = -\sqrt{1 - \alpha_R^2} \quad (129)$$

以上より、各荷重効果の分離係数は

$$\alpha_{Si} = -\frac{\sigma_{Si}}{\sigma_Q} \times \alpha_Q \quad (130)$$

これはまた

$$\alpha_R^2 + \sum \alpha_{Si}^2 = 1 \quad (131)$$

を満たす。以上より

$$\begin{aligned} \alpha_R &= \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}} \\ &= \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (V_{Sj} \kappa_{Sj})^2 / (\sum \kappa_{Sj})^2}} \\ &= \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{Sj})^2}} \end{aligned} \quad (132)$$

ここで

$$c_i = \frac{\kappa_{Si}}{\sum \kappa_{Sj}} \quad (133)$$

である。荷重効果の分離係数は

$$\begin{aligned} \alpha_{Si} &= -\frac{\sigma_{Si}}{\sigma_Q} \sqrt{1 - \alpha_R^2} \\ &= -\frac{\sigma_{Si}}{\sigma_Q} \times \frac{V_Q}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{Sj})^2}} \\ &= \frac{-c_i V_{Si}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{Sj})^2}} \end{aligned} \quad (134)$$

### [例題 3]

耐力  $R$ 、荷重効果  $S_1$  (死荷重効果  $D$ ) ,  $S_2$  (活荷重効果  $L$ ) があり、統計量が次のように与えられている。

|         |  |
|---------|--|
| 変動係数    | : $V_R = 0.1$                          |
|         | $V_{S1} = 0.1$                         |
|         | $V_{S2} = 0.25$                        |
| 平均値／公称値 | : $\mu_R/R_n = 1.33$                   |
|         | $\mu_{S1}/S_{1n} = 1.0$                |
|         | $\mu_{S2}/S_{2n} = 0.45$               |
| 死荷重比    | : $\kappa_{S1} = \mu_{S1}/\mu_D = 1.0$ |
|         | $\kappa_{S2} = \mu_{S2}/\mu_D = 2.0$   |

目標安全性指標  $\beta = 2.5$  を満足するように耐力係数および荷重係数を求めよ。

(解)

$$\sum \kappa_{Sj} = 1.0 + 2.0 = 3.0$$

よって

$$c_1 = \frac{\kappa_{S1}}{\sum \kappa_{Sj}} = \frac{1.0}{3.0} = 0.333, \quad c_2 = \frac{\kappa_{S2}}{\sum \kappa_{Sj}} = \frac{2.0}{3.0} = 0.667$$

$$V_R^2 + \sum (c_j V_{Sj})^2 = 0.1^2 + (0.333 \times 0.1)^2 + (0.667 \times 0.25)^2$$

$$= 0.0100 + 0.0011 + 0.0278$$

$$= 0.0389$$

$$\therefore \sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{Sj})^2} = \sqrt{0.0389} = 0.197$$

分離係数は

$$\alpha_R = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{Sj})^2}} = \frac{0.1}{0.197} = 0.508$$

$$\alpha_{S1} = -\frac{0.333 \times 0.1}{0.197} = -0.169$$

$$\alpha_{S2} = -\frac{0.667 \times 0.25}{0.197} = -0.846$$

$$\text{検算: } \alpha_R^2 + \sum \alpha_{Si}^2 = 0.508^2 + 0.169^2 + 0.846^2$$

$$= 0.258 + 0.029 + 0.716 = 1.003 \approx 1$$

耐力係数は式(110)より

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \exp(-\alpha_R \beta \zeta_R) \frac{\mu_R}{R_n} = \frac{1}{\sqrt{1+0.1^2}} \exp(-0.508 \times 2.5 \times 0.1) \times 1.33$$

$$= 0.995 \times 0.881 \times 1.33 = 1.17 \approx 1.2$$

荷重係数は式(111)より

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1+V_{S1}^2}} \exp(-\alpha_{S1} \beta \zeta_{S1}) \frac{\mu_{S1}}{S_{1n}} = \frac{1}{\sqrt{1+0.1^2}} \exp(0.169 \times 2.5 \times 0.1) \times 1.0$$

$$= 0.995 \times 1.04 \times 1.0 = 1.03 \approx 1.0$$

$$\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1+V_{S2}^2}} \exp(-\alpha_{S2} \beta \zeta_{S2}) \frac{\mu_{S2}}{S_{2n}} = \frac{1}{\sqrt{1+0.25^2}} \exp(0.846 \times 2.5 \times 0.25) \times 0.45$$

$$= 0.970 \times 1.70 \times 0.45 = 0.742 \approx 0.74$$

例題3終わり」

#### (iv) 荷重効果が対数正規分布でない場合

式(101)の第二式を再記すれば

$$u_i = \frac{\ln S_i - \lambda_i}{\zeta_i} \tag{135}$$

ただし荷重効果  $S_i$  は一般に対数正規分布でないものとする。右辺の分子の平均値は

$$\begin{aligned} E[\ln S_i - \lambda_i] &= \overline{\ln S_i} - \lambda_i \\ &= \ln x_{Si} - \lambda_i \end{aligned} \tag{136}$$

ここで  $x_{Si}$  は中央値である。  $\lambda_i$  を対数正規分布に準じて（【例題2】参照）

$$\lambda_i = \ln \frac{\mu_{Si}}{\sqrt{1+V_{eqSi}^2}} \tag{137}$$

と表す。  $V_{eqSi}$  は等価変動係数である。そして

$$\begin{aligned}
\lambda_{Si}^* &= \ln x_{Si} - \lambda_i \\
&= \ln x_{Si} - \ln \left( \frac{\mu_{Si}}{\sqrt{1 + V_{eqSi}^2}} \right) \\
&= \ln \left( \frac{x_{Si}}{\mu_{Si}} \sqrt{1 + V_{eqSi}^2} \right)
\end{aligned} \tag{138}$$

とおくとき、 $\lambda_{Si}^*$  を規準化された中央値という。【例題2】より

$$\sqrt{1 + V_{eqSi}^2} = \sqrt{\exp(\zeta_{Si}^2)} = \exp\left(\frac{1}{2}\zeta_{Si}^2\right) \tag{139}$$

これらより  $V_{eqSi}$  を消去すると中央値は

$$x_{Si} = \mu_{Si} \cdot \exp\left(\lambda_{Si}^* - \frac{1}{2}\zeta_{Si}^2\right) \tag{140}$$

と表される。この死荷重との比は

$$\frac{x_{Si}}{\mu_D} = \exp\left(\lambda_{Si}^* - \frac{1}{2}\zeta_{Si}^2\right) \cdot \kappa_{Si} \equiv \kappa_{eqSi} \tag{141}$$

ここで  $\kappa_{Si}$  はすでに(iii)で定義されたものである。荷重効果の和、 $Q = \sum S_j$  の中央値と対数標準偏差は

$$x_Q = \sum x_{Sj} \tag{142.a}$$

$$\zeta_Q = \sqrt{\sum \zeta_{Sj}^2} \tag{142.b}$$

等価変動係数は

$$V_{eqQ} = \frac{\zeta_Q}{x_Q} = \frac{\sqrt{\sum \zeta_{Sj}^2}}{\sum x_{Sj}} = \frac{\sqrt{\sum (\zeta_{Sj}/\mu_D)^2}}{\sum (x_{Sj}/\mu_D)} \tag{143}$$

ここで

$$\frac{\zeta_{Si}}{x_{Si}} = V_{eqSi} = \sqrt{\exp(\zeta_{Si}^2)} - 1 \tag{144}$$

である。以上より

$$V_{eqQ} = \frac{\sqrt{\sum (V_{eqSj} \cdot \kappa_{eqSj})^2}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \sqrt{\sum (c_j V_{eqSj})^2} \tag{145}$$

ここで

$$c_i = \frac{\kappa_{eqSi}}{\sum \kappa_{eqSj}} \tag{146}$$

分離係数も(iii)と類似の表示となり、下記のようである。

$$\alpha_R = \frac{\zeta_R}{\sqrt{\zeta_R^2 + \zeta_Q^2}} \cdot u \approx -\frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}} \cdot u = -\frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u \tag{147}$$

$$\alpha_{Si} = -\frac{\zeta_{Si}}{\zeta_Q} \sqrt{1 - \alpha_R^2} \cdot u \approx -\frac{c_i V_{eqSi}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u \tag{148}$$

ここで  $u = 1.05$  は耐力・荷重係数を安全側に評価するための安全係数。荷重効果  $S_i$  の規準化された中央値、対数標準偏差および等価変動係数は以下から求める。

$$\text{規準化された中央値: } \lambda_{Si}^* = e_0 + e_1 V_{Si} + e_2 V_{Si}^2 + e_3 V_{Si}^3 \tag{149}$$

$$\text{対数標準偏差: } \zeta_{Si} = s_0 + s_1 V_{Si} + s_2 V_{Si}^2 + s_3 V_{Si}^3 \tag{150}$$

$$\text{等価変動係数 : } V_{eqSi} = \sqrt{\exp(\zeta_{Si}^2) - 1} \quad (151)$$

ここで係数  $e_i, s_i (i = 0, 1, 2, 3)$  は次のように分類されて数表で与えられている。

- a) 年最大値を対数正規変数に近似する場合→ガウス分布、グンベル分布、フレッシュ分布に対して。
- b) 50年最大値を対数正規変数に近似する場合→ガウス分布、グンベル分布、フレッシュ分布に対して。

数表は次節の表-2.8、2.9を参照。耐力・荷重係数の評価は式(111)で  $V_{Si}$  の代わりに  $V_{eqSi}$  を用いる。

## 2.3 荷重の組み合わせ

### 2.3.1 耐力（終局限界耐力）

実験データによらない場合の公称値、変動係数は規準公称値によってよいことになっている。規準公称値の決め方の細部については、ここでは深入りしないことにする。飯島<sup>8)</sup>によると木材の曲げ強さ  $f_b$  ( $\text{MPa} = \text{N/mm}^2 \approx 10\text{kgf/cm}^2$ )について

- ① 強度分布は、正規、対数正規、2P ワイブル分布のいずれと見なしても、工学的には概ね良好な適合度が得られる。強いて言えば、概ね対数正規分布と見なせる。
- ② 木材の等級ごとの変動係数は機械等級区分材では 20% 程度である。目視等級区分材では 20~35% の範囲にある。
- ③ 樹種別の  $E_b$  (曲げヤング係数) と  $f_b$  の回帰直線は 3 グループに分けられる。
- ④ 公称値は 100% データフィットによる対数正規分布あてはめ、またはデータ数が多い場合は、下限 15% データフィットによる 2P ワイブル分布あてはめ、による 75% 信頼水準、5% 下限値とするのが適当。

としている。以上で 2P ワイブル分布とは最小値分布のことであり、極値III型分布とも言われる、2個のパラメーター (つまり 2P) を持つ確率分布のことである。荷重効果の場合は最大値分布が問題となるのに対して、耐力では最小値分布が問題となることから、このような分布が出てくるのである。上の④でいう 75% 信頼水準、5% 下限値は

$$\begin{array}{ll} \text{正規分布} & : R_n = \mu_R - k \cdot \sigma_R \\ \text{対数正規分布} & : R_n = \exp(\lambda_R - k \cdot \xi_R) \end{array} \quad (152)$$

ここで前節までと同様に、一般に  $\mu_X, \sigma_X$  は母集団  $X$  の平均値および標準偏差、 $\lambda_X, \xi_X$  は対数平均値および対数標準偏差を表す。そして下サフィックス  $n$  は公称値 (nominal value) を表す。係数  $k$  は

$$k = k(n, \eta, \xi) \quad (153)$$

で、母集団の試料数  $n$ 、信頼水準  $\eta$  %、下限値  $\xi$  % が与えられれば定まる係数とされる。変動係数はこれも前節までと同様に (式(91))

$$V_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R} \quad (154)$$

と定義されている。以上のようにして得られた規準公称値は表-2.6、表-2.7 のようになっている。これらの表において、ヤング係数は使用限界状態設計において必要となる量であり、参考のために載せてある。そして正規分布が良く当てはまるとしている。

表-2.6 構造用木材の強さの変動係数

| 区分      | 曲げ   | 圧縮   | 引張   | せん断  | めり込み強さ | めり込み剛性 | ヤング係数 |
|---------|------|------|------|------|--------|--------|-------|
| 目視等級区分材 | 0.30 | 0.24 | 0.40 | 0.25 | 0.20   | 0.35   | 0.25  |
| 機械等級区分材 | 0.20 | 0.16 | 0.27 | 0.20 | 0.20   | 0.35   | 0.15  |
| 集成材     | 0.15 | 0.12 | 0.20 | 0.15 | 0.20   | 0.35   | 0.10  |
| 単板積層材   | 0.15 | 0.12 | 0.20 | 0.15 | 0.20   | 0.35   | 0.10  |

表-2.7 構造用木材の平均値／公称値

| 区分      | 曲げ   | 圧縮   | 引張   | せん断  | めり込み強さ | めり込み剛性 | ヤング係数 |
|---------|------|------|------|------|--------|--------|-------|
| 目視等級区分材 | 1.97 | 1.65 | 2.92 | 1.70 | 1.49   | 2.36   | 1.70  |
| 機械等級区分材 | 1.49 | 1.36 | 1.78 | 1.49 | 1.49   | 2.36   | 1.33  |
| 集成材     | 1.33 | 1.25 | 1.49 | 1.33 | 1.49   | 2.36   | 1.20  |
| 単板積層材   | 1.33 | 1.25 | 1.49 | 1.33 | 1.49   | 2.36   | 1.20  |

### 2.3.2 死荷重+活荷重

前項で述べたように、耐力は対数正規分布で近似する。死荷重（2.1.1項）は正規分布、活荷重はT荷重（2.1.2項（1））およびL荷重とともに正規分布（2.1.2項（2））分布であった。よって耐力以外は対数正規分布に変換しなければならない。2.2.4項（3）の（iv）で述べたように日本建築学会<sup>6)</sup>は次のような表を用意している。ただしここではフレッシュ分布（極値II型）は省略する。

非対数正規関数の荷重効果  $X$  の元の確率分布関数  $F_X(x)$  の値が 0.5 および 0.99 のときの  $x$  の値をそれぞれ  $x_{50}, x_{100}$  とし、 $G_X(x)$  を対数正規確率分布関数とすると、パラメーター  $\lambda_X, \zeta_X$  は次の連立方程式を解くことにより得られるとしている<sup>9)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} F_X(x_{50}) &= G_X(x_{50}) \\ F_X(x_{99}) &= G_X(x_{99}) \end{aligned} \right\} \quad (155)$$

例えば確率分布関数が正規分布で  $F_X(x) = N(\mu_X, \sigma_X)$  と与えられていると、上の連立方程式を解いてパラメーター  $\lambda_X, \zeta_X$  を求める。するとこれらは変動係数  $V_X = \sigma_X / \mu_X$  で表される。以上のようにして表の係数が決められている。

表-2.8 年最大値を対数正規変数に近似する場合

| 年最大値の確率分布形 | 式(149)の係数 |       |       |       | 式(150)の係数 |       |       |       |
|------------|-----------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|
|            | $e_0$     | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $s_0$     | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ |
| ガウス分布      | 0.00      | 0.00  | 0.00  | 0.00  | 0.01      | 0.85  | -0.49 | 0.14  |
| グンベル分布     | 0.00      | -0.16 | -0.01 | 0.00  | 0.02      | 1.13  | -0.67 | 0.20  |

表-2.9 50年最大値を対数正規変数に近似する場合

| 年最大値の確率分布形 | 式(149)の係数 |       |       |       | 式(150)の係数 |       |       |       |
|------------|-----------|-------|-------|-------|-----------|-------|-------|-------|
|            | $e_0$     | $e_1$ | $e_2$ | $e_3$ | $s_0$     | $s_1$ | $s_2$ | $s_3$ |
| ガウス分布      | 0.02      | 1.89  | -1.05 | 0.30  | 0.02      | 0.34  | -0.32 | 0.11  |
| 対数正規分布     | 0.01      | 2.34  | -1.01 | 0.16  | 0.00      | 0.66  | -0.13 | 0.00  |
| グンベル分布     | 0.04      | 2.32  | -1.43 | 0.43  | 0.05      | 0.59  | -0.60 | 0.22  |

### （1）木床版

2.1.1項（3）で述べた桁橋（坊川林道2号橋と鶴養橋）の舗装と集成材パネル床版は図-2.8のようになっている。床版を設計するための輪荷重の分布を、幅員方向と支間方向について、図（a）、（b）に示す。床版の支間長  $L$  (m) は（主桁中心間隔 - 主桁幅 / 2）としている。図-2.9の  $D$  (tf/m<sup>2</sup>) は 2.1.1項（3）で述べた（木材 + 鋼材 + 舗装）の値である。 $T$  は輪荷重 (tf) である。床版は幅（図-2.9の奥行き方向） $c'$  (m) を持った連続梁として設計される<sup>10)</sup>。許容応力度設計法と異なって、これらの荷重は確率変数である。

死荷重および活荷重による曲げモーメントはそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} M_D &= \frac{Dc'L^2}{8} \\ M_T &= T\left(\frac{L}{4} - \frac{c}{8}\right) \end{aligned} \right\} \quad (156)$$

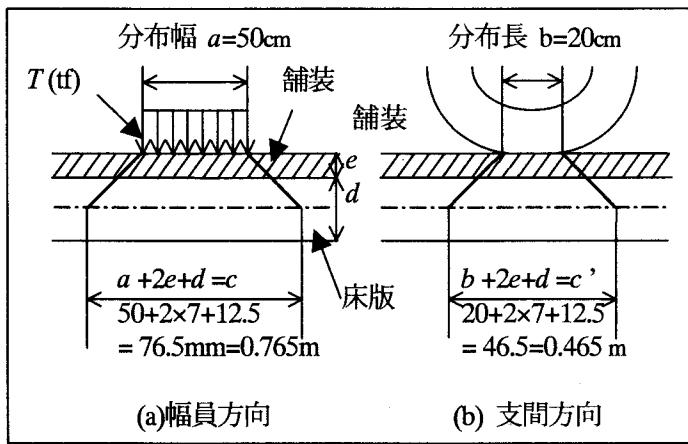


図-2.8 輪荷重の分布

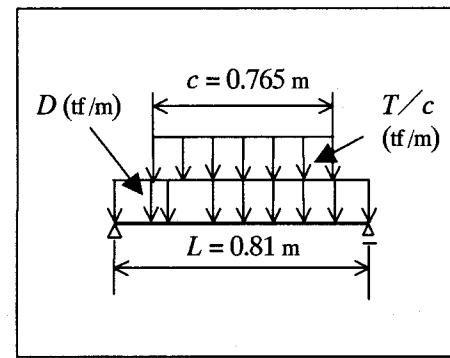


図-2.9 床版支間と荷重

断面係数を  $W (= c' d^2 / 6)$  とすると性能関数は

$$Z = R - \frac{0.8}{W} \left\{ \frac{D c' L^2}{8} + T \left( \frac{L}{4} - \frac{c}{8} \right) \right\} \geq 0 \quad (157)$$

となる。 $R$  (tf/m<sup>2</sup>) は耐力であり、乗数 0.8 は連続梁効果による。床版の衝撃係数を  $i$  とすると輪荷重  $T$  に  $(1+i)$  を乗じてもよい。死荷重  $D$  および輪荷重  $T$  に乘じられている係数は確定値であり、したがってこれら荷重の平均値や標準偏差は元の値と変わるが、変動係数など無次元の統計量には影響を及ぼさない。よって係数を含んだ形で上式を単に

$$Z = R - (D_E + T_E) \geq 0 \quad (158)$$

と表記する。下サフィックス  $E$  がない場合は、式(157)の死荷重および  $T$  荷重そのものを表す。死荷重耐力係数および荷重係数の算法は前節の (iv) による (式(135)以下)。

### (i) 既知の統計量

#### (a) 耐力 $R$

対数正規分布である。集成材とすると変動係数および平均値／公称値は、表-2.6、2.7 より曲げに対して

$$V_R = \frac{\sigma_R}{\mu_R} = 0.15$$

$$\frac{\mu_R}{R_n} = 1.33$$

#### (b) 死荷重 $D$

正規分布である。(木材+鋼材+舗装) に対して式(22)、(24)より

$$V_D = \frac{\sigma_D}{\mu_D} = 0.035$$

$$\frac{\mu_D}{D_n} = 0.98$$

式(149)、(150)および(151)と表-2.8 より

$$\begin{aligned} \zeta_D &= s_0 + s_1 V_D + s_2 V_D^2 + s_3 V_D^3 \\ &= 0.01 + 0.85 \times 0.035 - 0.49 \times 0.035^2 + 0.14 \times 0.035^3 \\ &= 0.010 + 0.030 - 0.001 + 0.000 \\ &= 0.03 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{eqD} &= \sqrt{\exp(\zeta_D^2) - 1} = \sqrt{\exp(0.039^2) - 1} \\
&= \sqrt{1.52 \times 10^{-3}} \\
&= 0.0390 \\
\lambda_D^* &= e_0 + e_1 V_D + e_2 V_D^2 + e_3 V_D^3 = 0
\end{aligned}$$

式(120)、(141)より

$$\begin{aligned}
\kappa_D &= \frac{\mu_D}{\mu_D} = 1.0 \\
\kappa_{eqD} &= \exp\left(\lambda_D^* - \frac{1}{2}\zeta_D^2\right) \cdot \kappa_D \\
&= \exp\left(-\frac{1}{2} \times 0.039^2\right) \times 1.0 \\
&= 1.00
\end{aligned}$$

### (c) 活荷重 $T$

2.1.2 (1) 項 (ii) より

$$\begin{aligned}
V_T &= \frac{\sigma_T}{\mu_T} = 0.89 \\
\frac{\mu_T}{T_n} &= 0.25
\end{aligned}$$

$T$  荷重の確率分布関数は正規分布で表され、式(25)である。再記すると

$$F_T(x) = \Phi\left(\frac{x + 2.43}{4.61}\right) = \Phi(u)$$

$x$  (tf) は輪荷重である。 $T$  年間最大値分布関数は式(31)、つまり

$$F_{T,M}(x) = \exp[-nT\{1 - F_T(x)\}]$$

$n$  は年間当たりの交通量 (回) であり、 $T=50$  である。式(155)における  $F_x(x)$  が上式の左辺に相当する。つまり今の場合、表-2.9 では  $n$  がパラメーターとして含まれていないためこれを用いる。日交通量を 100 台として 0.5 の確率に対して

$$\exp[-36,500 \times 50 \{1 - F_T(x)\}] = 0.5$$

とおいて  $F_T(x)$  を求めると

$$F_T(x) = 1 - 3.80 \times 10^{-7} = \Phi(u)$$

これより  $u \approx 4.95$  が得られ、輪荷重は

$$\begin{aligned}
x_{50} &= 4.61 \times 4.95 - 2.43 \\
&= 20.4 \text{ (tf)}
\end{aligned}$$

同様に 0.99 の確率に対して  $u \approx 5.72$  が得られ、これに対する輪荷重は

$$\begin{aligned}
x_{99} &= 4.61 \times 5.72 - 2.43 \\
&= 23.9 \text{ (tf)}
\end{aligned}$$

となる。すなわち式(31)以降では輪荷重  $x$  を与えて非超過確率  $F_{T,M}(x)$  を求めた (図-2.4) のに対し、ここで非超過確率を与えて輪荷重  $x$  を逆算したのである。

式(155)右辺の対数正規確率分布関数は

$$G_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \lambda_X}{\xi_X}\right) \quad (159)$$

$G_X(x_{50}) = 0.5$  および  $G_X(x_{99}) = 0.99$  とおくと上の結果より、下サフィックスを  $X=T$  とおいて

$$\frac{\ln 20.4 - \lambda_T}{\xi_T} = 4.95, \quad \frac{\ln 23.9 - \lambda_T}{\xi_T} = 5.72$$

となる。これを解いて

$$\lambda_T = 2.00$$

$$\xi_T = 0.206$$

を得る。等価変動係数は式(151)より

$$\begin{aligned} V_{eqT} &= \sqrt{\exp(\xi_T^2) - 1} \\ &= \sqrt{\exp(0.206^2) - 1} \\ &= 0.208 \end{aligned}$$

中央値は式(144)より

$$x_T = \frac{\xi_T}{V_{eqT}} = \frac{0.206}{0.208} = 0.990$$

規準化された中央値は式(138)より

$$\begin{aligned} \lambda_T^* &= \ln x_T - \lambda_T \\ &= \ln 0.990 - 2.00 \\ &= -2.01 \end{aligned}$$

平均値および標準偏差と対数正規分布のパラメーターとの関係は【例題2】で述べたのと逆関係

$$\mu_X = \exp\left(\lambda_X + \frac{\xi_X^2}{2}\right), \quad \sigma_X = \mu_X \sqrt{\exp(\xi_X^2) - 1} \quad (160)$$

も成り立つ。これらより50年間最大値分布の平均値と標準偏差は

$$\begin{aligned} \mu_T &= \exp\left(2.00 + \frac{0.206^2}{2}\right) = 7.55 \\ \sigma_T &= 7.55 \sqrt{\exp(0.206^2) - 1} = 1.57 \end{aligned}$$

よって変動係数と平均値／公称値は

$$V_T = \frac{\sigma_T}{\mu_T} = \frac{1.57}{7.55} = 0.208 = V_{eqT}$$

$$\frac{\mu_T}{T_n} = \frac{7.55}{5.6} = 1.35$$

公称値は当時の2等橋の設計輪荷重とした。次項の表-2.10に現在の林道橋の橋格を示すが、後輪荷重5.6tfは2等林道橋として生きている。なお、この項の最初に述べた変動係数と平均値／公称値は、元の母集団に関する値なので、50年間最大値分布に対しては採用しない。

荷重効果の平均値の比は

$$\begin{aligned} \kappa_T &= \frac{E[T_E]}{E[D_E]} = \frac{\mu_T \cdot \left(\frac{L}{4} - \frac{c}{8}\right)}{\mu_D \cdot \frac{c'L^2}{8}} \approx \frac{\mu_T / L}{\mu_D \cdot c'} \\ &= \frac{7.55 / 0.81}{0.259 \times 0.465} \approx 77.4 \end{aligned}$$

ここで図-2.9において $c \approx L = 0.81\text{m}$ と近似した。死荷重の平均値は式(21)の値ではなく、主桁自重を除いた平均値（式(18)で右辺第2項を無視）である。主桁間隔、桁幅および床版厚は2.1.1項で述べた鵜養橋の値を基準値とした。上の結果、T荷重効果は死荷重効果の約77倍であることを示している。各国の規準では木床版に衝撃の影響を考慮していないので、ここでもこれに準じた。以上より

$$\begin{aligned} \kappa_{eqT} &= \exp\left(\lambda_T^* - \frac{1}{2}\xi_T^2\right) \cdot \kappa_T \\ &= \exp\left(-2.01 - \frac{1}{2} \times 0.206^2\right) \times 77.4 \\ &= 10.1 \end{aligned}$$

### (ii) パラメーターの算出

式(146)の分母は

$$\sum \kappa_{eqSj} = \kappa_{eqD} + \kappa_{eqT} = 1.00 + 10.1 = 11.1$$

よって

$$c_D = \frac{\kappa_{eqD}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{1.00}{11.1} = 0.0900,$$

$$c_T = \frac{\kappa_{eqT}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{10.1}{11.1} = 0.910$$

式(147)の分母は

$$\begin{aligned} V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2 &= 0.15^2 + (0.0900 \times 0.0390)^2 + (0.910 \times 0.208)^2 \\ &= 0.0225 + 0.0000 + 0.0362 \\ &= 0.0587 \\ \therefore \sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2} &= \sqrt{0.0587} = 0.242 \end{aligned}$$

分離係数は式(147)、(148)より以下のようにになる。

$$\alpha_R = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = \frac{0.15}{0.242} \times 1.05 = 0.651$$

$$\alpha_D = -\frac{c_D V_{eqD}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.0900 \times 0.0390}{0.242} \times 1.05 = -0.0145$$

$$\alpha_T = -\frac{c_T V_{eqT}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.910 \times 0.208}{0.242} \times 1.05 = -0.821$$

$$\text{検算: } \sum \alpha_j^2 = 0.651^2 + 0.0145^2 + 0.821^2 = 1.05^2$$

対数標準偏差をまとめると以下である。対数正規分布する耐力  $R$  は式(123)による。

$$\xi_R = \sqrt{\ln(1+V_R^2)} \approx V_R = 0.15$$

$$\xi_D = 0.039$$

$$\xi_T = 0.206$$

### (iii) 耐力係数・荷重係数の算出

AASHTO では許容応力度設計法とのキャリブレーションによってスパン 60m 以下の橋梁に対し目標安全性指標として  $\beta = 3.5$  を推奨している。これを採用すると耐力係数と荷重係数は式(110)、(111)より以下になる。

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \beta \xi_R) \cdot \frac{\mu_R}{R_n} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+0.15^2}} \cdot \exp(-0.651 \times 3.5 \times 0.15) \times 1.33 \\ &= 0.989 \times 0.711 \times 1.33 \\ &= 0.935 \\ &\approx 0.9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_D &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqD}^2}} \cdot \exp(-\alpha_D \beta \zeta_D) \cdot \frac{\mu_D}{D_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.0390^2}} \cdot \exp(0.0145 \times 3.5 \times 0.0390) \times 0.98 \\
&= 0.999 \times 1.00 \times 0.98 \\
&= 0.979 \\
&\approx 1.0
\end{aligned}$$
  

$$\begin{aligned}
\gamma_T &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqT}^2}} \cdot \exp(-\alpha_T \beta \zeta_T) \cdot \frac{\mu_T}{T_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.208^2}} \cdot \exp(0.821 \times 3.5 \times 0.206) \times 1.35 \\
&= 0.979 \times 1.81 \times 1.35 \\
&= 2.39 \\
&\approx 2.4
\end{aligned}$$

以上より雪荷重と衝撃を考えない木床版の設計規範（案）は

$$0.9R_n \geq 1.0D_n + 2.4T_n$$

ここで公称値は

$R_n$  : 集成材曲げ強度分布の5%下限値（式(152)の第二式）

$D_n$  : 木材+鋼材+舗装の規準死荷重で0.26(tf/m<sup>2</sup>)（式(24)の下）

$T_n$  : 輪荷重の大きさで5.6tf（2等林道橋）

T荷重については1977年の統計報告を元に議論した。現在でもこれらの統計量に大きな差はないとして、現行の設計荷重のもとでは上記の荷重係数は変わらるが、荷重係数×公称値は同じである。すなわち現行のAおよびB活荷重は

$$T_n = 10 \text{ tf}$$

このときの平均値/公称値および荷重係数として

$$\frac{\mu_T}{T_n} = \frac{7.55}{10.0} = 0.755$$

$$\begin{aligned}
\gamma_T &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqT}^2}} \cdot \exp(-\alpha_T \beta \zeta_T) \cdot \frac{\mu_T}{T_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.208^2}} \cdot \exp(0.821 \times 3.5 \times 0.206) \times 0.755 \\
&= 0.979 \times 1.81 \times 0.755 \\
&= 1.34 \\
&\approx 1.3
\end{aligned}$$

が得られるが、荷重係数×公称値は

$$\gamma_T \times T_n = 2.4 \times 5.6 = 1.34 \times 10.0 = 13.4 \text{ (tf)}$$

となって同じ結果なのである。すなわち耐力・荷重係数設計法では公称値をどこに置こうと、係数×公称値は同じとなる。限界状態設計法では基本的に設計点で設計されるので、確率分布が重要なのである。

林野庁監修「林道必携（平成10年度、技術編）」<sup>11)</sup>によると橋格には次の三種がある。

表-2.10 林道橋の橋格と輪荷重

|       |      | 総荷重<br>$W(\text{tf})$ | 前輪荷重<br>$0.1W(\text{kgf})$ | 後輪荷重<br>$0.4W(\text{kgf})$ | 前輪輪帶幅<br>$b_1(\text{cm})$ | 後輪輪帶幅<br>$b_2(\text{cm})$ | 車輪接地長<br>$a(\text{cm})$ |
|-------|------|-----------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| 1等林道橋 | T-25 | 25                    | 2,500                      | 10,000                     | 12.5                      | 50                        | 20                      |
| 2等林道橋 | T-14 | 14                    | 1,400                      | 5,600                      | 12.5                      | 50                        | 20                      |
| 3等林道橋 | T-9  | 9                     | 900                        | 3,600                      | 9.0                       | 36                        | 20                      |

本報告で採用した2橋の林道橋（坊川2号林道橋と鶴養橋）のT荷重は2等林道橋で、表-2.10のよう  
に現在も生きている。

## （2）短スパンの主桁および縦桁

2.1.1項で述べたように、本報告では基本的に継手のないスパン5~15mの単純支持集成材桁を対象としている。それ故し荷重ではなく、むしろT荷重が設計を支配する。したがって我国では未だ例がないが、木トラス橋などの縦桁もこの範疇に入る。

図-2.10に内桁の反力影響線と輪荷重の主桁への載荷状態を示す。林道橋では表-2.10の後輪荷重 $T_r$ と前輪荷重 $T_f$ は車軸距離4m離して載荷する。つまり道路橋の旧規定を生かしている。

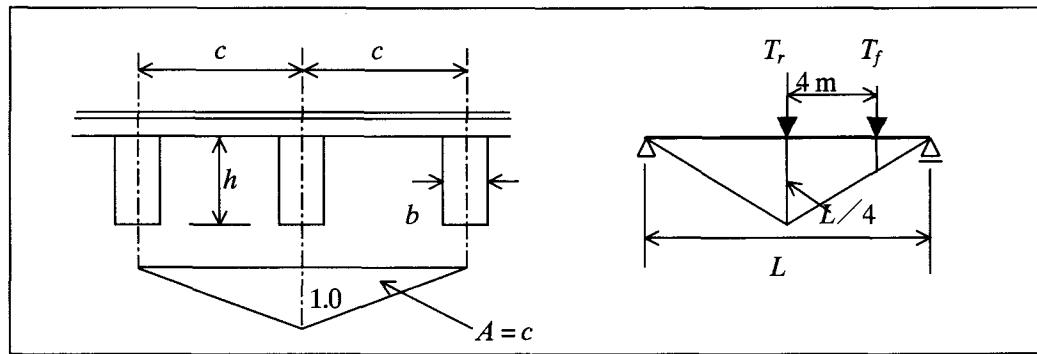


図-2.10 主桁

主桁の自重を含む死荷重を $D(\text{tf}/\text{m}^2)$ とするとスパン中央での死荷重モーメントと活荷重モーメントは

$$M_D = \frac{DcL^2}{8}$$

$$M_L = \frac{L}{4} \left\{ T_r + T_f \left( 1 - \frac{8}{L} \right) \right\} \times 1.25$$

ここで $L(\text{m})$ はスパン長、乗数1.25は衝撃係数として暫定値 $i=0.25$ を採用した場合である。断面係数を $W(=bh^2/6)$ とすると、性能関数は

$$Z = R - \frac{1}{W} \left[ \frac{DcL^2}{8} + \frac{L}{4} \left\{ T_r + T_f \left( 1 - \frac{8}{L} \right) \right\} \times 1.25 \right] \geq 0$$

係数を含んでこれを単に

$$Z = R - (D_E + T_E) \geq 0$$

と表記する。下サフィックスEは効果(Effect)を表す。

### (i) 既知の統計量

#### (a) 耐力 $R$

変動係数および平均値／公称値は前項(a)と同じである。

#### (b) 死荷重 $D$

2.1.1節の式(24)以下で述べたように、床版のみと(床版+主桁)についての統計量は同じものを用いることができる。よって前項(b)と同じである。ただし公称値と平均値は異なり各々 $D_n=0.380(\text{tf}/\text{m}^2)$ および $\mu_D=0.374(\text{tf}/\text{m}^2)$ である。

#### (c) 活荷重 $T$

活荷重効果の平均死荷重に対する比は上式より

$$\kappa_T = \frac{E[T_E]}{E[D_E]} = \frac{\frac{L}{4} \left\{ E[T_r] + E[T_f] \left( 1 - \frac{8}{L} \right) \right\} \times 1.25}{\frac{E[D] cL^2}{8}}$$

$$= \frac{2.50}{L} \left\{ \mu_{Tr} + \mu_{Tf} \left( 1 - \frac{8}{L} \right) \right\}$$

ここで前項での輪重の50年間最大値分布における平均値、 $\mu_T = 7.55 \text{ tf}$  は後輪荷重に対する値と考えられるので

$$\mu_{Tr} = \mu_T = 7.55 \quad (\text{tf})$$

前輪荷重の平均値は、表-2.10 から前輪荷重／後輪荷重＝1／4 であるから

$$\mu_{Tf} = \mu_{Tr} \times \frac{1}{4} = \frac{7.55}{4} = 1.89 \quad (\text{tf})$$

と評価できる。スパン長  $L$  として最小値 5 m、最大値 15m、主柵間隔は  $c = 90 \text{ cm}$  を基準値とする。よって

$$\begin{aligned} \kappa_T &= \frac{2.50 \times 7.55 / 5.0}{0.374 \times 0.9} = \frac{3.78}{0.337} = 11.2 \quad (L = 5.0 \text{ m}) \\ \kappa_T &= \frac{2.50 \{ 7.55 + 1.89(1 - 8/15.0) \} / 15.0}{0.374 \times 0.9} \\ &= \frac{1.41}{0.337} = 4.18 \quad (L = 15.0 \text{ m}) \end{aligned}$$

つまりスパン長が長くなると死荷重効果が大きくなり、 $\kappa_T$  の値は減少する。

活荷重効果の公称値に対する平均値の比は

$$\frac{\mu_T}{T_n} = \frac{E[T_E]}{E[T_{nE}]} = \frac{\mu_{Tr} + \mu_{Tf}(1 - 8/L)}{T_{nr} + T_{nf}(1 - 8/L)}$$

ここで後輪および前輪荷重の公称値は表-2.10 より 2 等林道橋に対して、 $T_{nr} = 5.6(\text{tf})$  および  $T_{nf} = 1.4(\text{tf})$  である。各スパン長に対して

$$\frac{\mu_T}{T_n} = \frac{7.55}{5.6} = 1.35 \quad (L = 5.0 \text{ m})$$

$$\frac{\mu_T}{T_n} = \frac{7.55 + 1.89(1 - 8/15.0)}{5.6 + 1.4(1 - 8/15.0)} = \frac{8.43}{6.25} = 1.35 \quad (L = 15.0 \text{ m})$$

となり、スパン長の影響を受けず一定値となる。よって  $T_n = T_{nr} = 5.6(\text{tf})$  とする。

等価活荷重比率は前項の (i) (c) より

$$\begin{aligned} \kappa_{eqT} &= \exp \left( \lambda_T \cdot -\frac{1}{2} \xi_T^2 \right) \cdot \kappa_T \\ &= \exp \left( -2.01 - \frac{1}{2} \times 0.206^2 \right) \cdot \kappa_T \\ &= \exp(-2.03) \cdot \kappa_T \\ &= 0.131 \kappa_T \end{aligned}$$

## (ii) パラメーターの算出

$$\sum \kappa_{eqSj} = \kappa_{eqD} + \kappa_{eqT} = 1.00 + 0.131 \kappa_T$$

よって最小スパン長  $L = 5.0 \text{ m}$  のとき

$$c_D = \frac{\kappa_{eqD}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{1.00}{1.00 \times 0.131 \times 11.2} = \frac{1.00}{2.47} = 0.405$$

$$c_T = \frac{\kappa_{eqT}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{0.131 \times 11.2}{2.47} = 0.594$$

最大スパン長  $L = 15.0 \text{ m}$  のとき

$$c_D = \frac{K_{eqD}}{\sum K_{eqSj}} = \frac{1.00}{1.00 \times 0.131 \times 4.18} = \frac{1.00}{1.55} = 0.645$$

$$c_T = \frac{K_{eqT}}{\sum K_{eqSj}} = \frac{0.131 \times 4.18}{1.55} = 0.354$$

同じようにスパン長  $L=5.0\text{m}$  のとき

$$\begin{aligned} V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2 &= 0.15^2 + (0.405 \times 0.0390)^2 + (0.594 \times 0.208)^2 \\ &= 0.0225 + 0.0002 + 0.0153 \\ &= 0.0380 \\ \therefore \sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2} &= \sqrt{0.0380} = 0.195 \end{aligned}$$

分離係数は

$$\alpha_R = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = \frac{0.15}{0.195} \times 1.05 = 0.808$$

$$\alpha_D = -\frac{c_D V_{eqD}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.405 \times 0.0390}{0.195} \times 1.05 = -0.0851$$

$$\alpha_T = -\frac{c_T V_{eqT}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.594 \times 0.208}{0.195} \times 1.05 = -0.665$$

$$\text{検算: } \sum \alpha_j^2 = 0.808^2 + 0.0851^2 + 0.665^2 = 1.05^2$$

スパン長  $L=15.0\text{m}$  のとき

$$\begin{aligned} V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2 &= 0.15^2 + (0.645 \times 0.0390)^2 + (0.354 \times 0.208)^2 \\ &= 0.0225 + 0.0006 + 0.0054 \\ &= 0.0285 \\ \therefore \sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2} &= \sqrt{0.0285} = 0.169 \end{aligned}$$

分離係数は

$$\alpha_R = \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = \frac{0.15}{0.169} \times 1.05 = 0.932$$

$$\alpha_D = -\frac{c_D V_{eqD}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.645 \times 0.0390}{0.169} \times 1.05 = -0.156$$

$$\alpha_T = -\frac{c_T V_{eqT}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.354 \times 0.208}{0.169} \times 1.05 = -0.457$$

$$\text{検算: } \sum \alpha_j^2 = 0.932^2 + 0.156^2 + 0.457^2 = 1.05^2$$

### (iii) 耐力係数・荷重係数の算出

目標安全性指標  $\beta = 3.5$  として計算すると以下のようになる。

スパン長  $L=5.0\text{m}$  のとき

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \beta \zeta_R) \cdot \frac{\mu_R}{R_n} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+0.15^2}} \cdot \exp(-0.808 \times 3.5 \times 0.15) \times 1.33 \\ &= 0.989 \times 0.654 \times 1.33 \\ &= 0.860 \\ &\approx 0.9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_D &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqD}^2}} \cdot \exp(-\alpha_D \beta \xi_D) \cdot \frac{\mu_D}{D_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.0390^2}} \cdot \exp(0.0851 \times 3.5 \times 0.0390) \times 0.98 \\
&= 0.999 \times 1.01 \times 0.98 \\
&= 0.989 \\
&\approx 1.0 \\
\gamma_T &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqT}^2}} \cdot \exp(-\alpha_T \beta \xi_T) \cdot \frac{\mu_T}{T_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.208^2}} \cdot \exp(0.932 \times 3.5 \times 0.206) \times 1.35 \\
&= 0.979 \times 1.62 \times 1.35 \\
&= 2.14 \\
&\approx 2.1
\end{aligned}$$

スパン長  $L=15.0\text{m}$  のとき

$$\begin{aligned}
\phi &= \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \beta \xi_R) \cdot \frac{\mu_R}{R_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.15^2}} \cdot \exp(-0.932 \times 3.5 \times 0.15) \times 1.33 \\
&= 0.989 \times 0.613 \times 1.33 \\
&= 0.806 \\
&\approx 0.8 \\
\gamma_D &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqD}^2}} \cdot \exp(-\alpha_D \beta \xi_D) \cdot \frac{\mu_D}{D_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.0390^2}} \cdot \exp(0.156 \times 3.5 \times 0.0390) \times 0.98 \\
&= 0.999 \times 1.02 \times 0.98 \\
&= 0.999 \\
&\approx 1.0 \\
\gamma_T &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqT}^2}} \cdot \exp(-\alpha_T \beta \xi_T) \cdot \frac{\mu_T}{T_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.208^2}} \cdot \exp(0.457 \times 3.5 \times 0.206) \times 1.35 \\
&= 0.979 \times 1.39 \times 1.35 \\
&= 1.84 \\
&\approx 1.8
\end{aligned}$$

以上をまとめると以下のようになる。

目標安全性指標を  $\beta = 3.5$  として、スパン長  $L=5.0\text{m}$  のとき

$$0.9R_n \geq 1.0D_n + 2.1T_n$$

スパン長  $L=15.0\text{m}$  のとき

$$0.8R_n \geq 1.0D_n + 1.8T_n$$

公称値は

$R_n$  : 集成材曲げ強度分布の 5% 下限値 (式(152)の第二式)

$D_n$  : (主桁+床版+舗装) の規準死荷重で  $0.38 \text{ tf/m}^2$

$T_n$  : 後輪荷重  $5.6 \text{ tf}$ 、前輪荷重  $1.4 \text{ tf}$  (2等林道橋)

### 2.3.3 死荷重+活荷重+雪荷重

除雪される橋梁 (2.1.3 項) を考え、圧雪荷重を加える。統計量は (式(40),(41)) 以下のようなである。

$$\frac{\mu_s}{S_n} = 1.0, \quad V_s = \frac{\sigma_s}{\mu_s} = 0.1$$

$\mu_s$  と  $\sigma_s$  は平均値および標準偏差、 $S_n = 100 \text{ kgf/m}^2$  は公称値とするが、上式は暫定値である。

#### (1) 木床版

図-2.8 の舗装の上に圧雪厚さ (公称値 15 cm) が加わるが、輪荷重の分布には寄与しないと考える。死荷重  $D$  (=床版+舗装) に雪荷重  $S$  が加わる。式(157)に相当する性能関数は

$$Z = R - \frac{0.8}{W} \left\{ \frac{(D+S)c'L^2}{8} + T \left( \frac{L}{4} - \frac{c}{8} \right) \right\} \geq 0$$

$R (\text{tf/m}^2)$  は耐力、 $W (=c'd^2/6)$  は床版の断面係数、乗数 0.8 は連続梁効果による係数である。上式を単に

$$Z = R - (D_E + T_E + S_E)$$

と記す。

##### (i) 既知の統計量

###### (a) 耐力 $R$

対数正規分布で前節までと同じである。

###### (b) 死荷重 $D$

正規分布である。2.3.2 項の (1) と同じであり、変動係数および平均値／公称値の結果をまとめると

$$V_D = 0.035, \quad \frac{\mu_D}{D_n} = 0.98$$

そしてパラメーターは

$$\zeta_D = 0.039$$

$$V_{eqD} = 0.039$$

$$\lambda_D^* = 0$$

および

$$\kappa_D = \kappa_{eqD} = 1.00$$

###### (c) 活荷重 $T$

正規分布である。2.3.2 項の (1) と同じであり、50 年間最大値分布に対して結果をまとめると

$$V_T = 0.208, \quad \frac{\mu_T}{T_n} = 1.35$$

そしてパラメーターは

$$\zeta_T = 0.206$$

$$V_{eqT} = 0.208$$

$$\lambda_T^* = -2.01$$

および

$$\kappa_T = 77.4$$

$$\kappa_{eqT} = 10.1$$

###### (d) 雪荷重 $S$

正規分布である。対数正規分布関数への変換は、式(149)～(151)と表-2.8 より

$$\begin{aligned}
\xi_s &= s_0 + s_1 V_s + s_2 V_s^2 + s_3 V_s^3 \\
&= 0.01 + 0.85 \times 0.1 - 0.49 \times 0.1^2 + 0.14 \times 0.1^3 \\
&= 0.01 + 0.0850 - 0.0049 + 0.0001 \\
&= 0.0902
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{eqS} &= \sqrt{\exp(\xi_s^2) - 1} = \sqrt{\exp(0.0902^2) - 1} \\
&= \sqrt{8.17 \times 10^{-3}} \\
&= 0.0904
\end{aligned}$$

$$\lambda_s^* = e_0 + e_1 V_s + e_2 V_s^2 + e_3 V_s^3 = 0$$

死荷重効果の平均値に対する雪荷重効果の平均値の比は

$$\kappa_s = \frac{E[S_E]}{E[D_E]} = \frac{\mu_s}{\mu_D} = \frac{0.10}{0.259} = 0.386$$

よって

$$\begin{aligned}
\kappa_{eqS} &= \exp\left(\lambda_s^* - \frac{1}{2}\xi_s^2\right) \cdot \kappa_s \\
&= \exp\left(-\frac{1}{2} \times 0.0902^2\right) \times 0.386 \\
&= 0.996 \times 0.386 \\
&= 0.384
\end{aligned}$$

## (ii) パラメーターの算出

式(146)の分母は

$$\begin{aligned}
\sum \kappa_{eqSj} &= \kappa_{eqD} + \kappa_{eqT} + \kappa_{eqS} \\
&= 1.00 + 10.1 + 0.384 \\
&= 11.5
\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}
c_D &= \frac{\kappa_{eqD}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{1.00}{11.5} = 0.0870 \\
c_T &= \frac{\kappa_{eqT}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{10.1}{11.5} = 0.878 \\
c_S &= \frac{\kappa_{eqS}}{\sum \kappa_{eqSj}} = \frac{0.384}{11.5} = 0.0334
\end{aligned}$$

式(147)の分母の値は

$$\begin{aligned}
&V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2 \\
&\approx 0.15^2 + (0.0870 \times 0.039)^2 + (0.878 \times 0.208)^2 + (0.0334 \times 0.0904)^2 \\
&= 0.0225 + 0.0000 + 0.0334 + 0.0000 \\
&= 0.0559 \\
&\therefore \sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2} = 0.236
\end{aligned}$$

分離係数は式(147)、(148)より以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\alpha_R &= \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = \frac{0.15}{0.236} \times 1.05 = 0.667 \\
\alpha_D &= -\frac{c_D V_{eqD}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.0870 \times 0.039}{0.236} \times 1.05 = -0.0151
\end{aligned}$$

$$\alpha_T = -\frac{c_T V_{eqT}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.878 \times 0.208}{0.236} \times 1.05 = -0.813$$

$$\alpha_S = -\frac{c_S V_{eqS}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.0334 \times 0.0904}{0.236} \times 1.05 = -0.0134$$

$$\sum \alpha_{Sj}^2 = 0.667^2 + 0.0151^2 + 0.813^2 + 0.0134^2 \approx 1.05^2$$

対数標準偏差をまとめて書くと以下である。

$$\zeta_R = \sqrt{\ln(1+V_R^2)} \approx V_R = 0.15$$

$$\zeta_D = 0.0390$$

$$\zeta_T = 0.206$$

$$\zeta_S = 0.0902$$

### (iii) 耐力係数・荷重係数の算出

目標安全性指標を  $\beta = 3.5$  として係数を求める。

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \beta \zeta_R) \cdot \frac{\mu_R}{R_n}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+0.15^2}} \cdot \exp(-0.667 \times 3.5 \times 0.15) \times 1.33$$

$$= 0.989 \times 0.705 \times 1.33$$

$$= 0.927$$

$$\approx 0.9$$

$$\gamma_D = \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqD}^2}} \cdot \exp(-\alpha_D \beta \zeta_D) \cdot \frac{\mu_D}{D_n}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+0.0390^2}} \cdot \exp(0.0151 \times 3.5 \times 0.0390) \times 0.98$$

$$= 0.999 \times 1.00 \times 0.98$$

$$= 0.979$$

$$\approx 1.0$$

$$\gamma_T = \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqT}^2}} \cdot \exp(-\alpha_T \beta \zeta_T) \cdot \frac{\mu_T}{T_n}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+0.208^2}} \cdot \exp(0.813 \times 3.5 \times 0.208) \times 1.35$$

$$= 0.979 \times 1.81 \times 1.35$$

$$= 2.39$$

$$\approx 2.4$$

$$\gamma_S = \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqS}^2}} \cdot \exp(-\alpha_S \beta \zeta_S) \cdot \frac{\mu_S}{S_n}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+0.0904^2}} \cdot \exp(0.0134 \times 3.5 \times 0.0902) \times 1.0$$

$$= 0.996 \times 1.00 \times 1.0$$

$$= 0.996$$

$$\approx 1.0$$

結局、圧雪荷重の存在は他の係数の値に影響を与えないことが分かる。係数の算出過程から分かるように、圧雪荷重の変動係数をもっと大きくとると係数も変動する。設計規範は

$$0.9R_n \geq 1.0D_n + 2.4T_n + 1.0S_n$$

ここで公称値は

$R_n$  : 集成材曲げ強度分布の5%下限値 (式(152)の第二式)

$D_n$  : 主桁自重を含まない (木床版+舗装) の規準死荷重で  $0.26 \text{ tf/m}^2$

$T_n$  : 後輪荷重の大きさで  $5.6 \text{ tf}$  (2等林道橋)

$S_n$  : 圧雪荷重で  $100 \text{ kgf/m}^2$

## (2) 短スパンの主桁および縦桁

2.3.2 項(2)で述べた性能関数において死荷重  $D$  に圧雪荷重  $S$  が加わる。

$$Z = R - \frac{1}{W} \left[ \frac{(D+S)L^2}{8} + \frac{L}{4} \left\{ T_r + T_f \left( 1 - \frac{8}{L} \right) \right\} \times 1.25 \right] \geq 0$$

係数を含んでこれを単に

$$Z = R - (D_E + T_E + S_E) \geq 0$$

と記す。

### (i) 既知の統計量

#### (a) 耐力 $R$

変動係数および平均値／公称値は前項(a)と同じである。

#### (b) 死荷重 $D$

変動係数および平均値／公称値は前項(b)と同じである。主桁自重を含む死荷重の公称値と平均値を再記すれば  $D_n = 0.380 \text{ tf/m}^2$  および  $\mu_D = 0.374 \text{ tf/m}^2$  である。

#### (c) 活荷重 $T$

2.3.2 項(2)を参照のこと。活荷重効果の平均死荷重効果に対する比をまとめて再記すれば

$$\kappa_T = 11.2 \quad (L = 5.0\text{m})$$

$$\kappa_T = 4.18 \quad (L = 15.0\text{m})$$

等価活荷重比率と平均値／公称値も同じであり

$$\kappa_{eqT} = 0.131 \times \kappa_T$$

$$\frac{\mu_T}{T_n} = 1.35$$

対数標準偏差および等価変動係数は

$$\zeta_T = 0.206$$

$$V_{eqT} = 0.208$$

#### (d) 雪荷重 $S$

前項(d)の結果をまとめると

$$\zeta_S = 0.0902$$

$$V_{eqS} = 0.0904$$

$$\lambda_S^* = 0$$

死荷重効果の平均値に対する雪荷重効果の平均値の比は前節と異なり

$$\kappa_S = \frac{E[S_E]}{E[D_E]} = \frac{\mu_S}{\mu_D} = \frac{0.100}{0.374} = 0.267$$

$\mu_D$  には主桁の自重が含まれる。よって等価な平均値の比は

$$\begin{aligned}
\kappa_{eqS} &= \exp\left(\lambda_s^* - \frac{1}{2}\xi_s^2\right) \cdot \kappa_s \\
&= \exp\left(-\frac{1}{2} \times 0.0902^2\right) \times 0.267 \\
&= 0.996 \times 0.267 \\
&= 0.266
\end{aligned}$$

### (ii) パラメーターの算出

式(146)の分母の値はスパン長、 $L = 5.0\text{ m}$  のとき

$$\begin{aligned}
\sum K_{eqSj} &= K_{eqD} + K_{eqT} + K_{eqS} \\
&= 1.00 + 0.131 \cdot \kappa_T + 0.266 \\
&= 1.00 + 0.131 \times 11.2 + 0.266 \\
&= 2.73
\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}
c_D &= \frac{K_{eqD}}{\sum K_{eqSj}} = \frac{1.00}{2.73} = 0.366 \\
c_T &= \frac{K_{eqT}}{\sum K_{eqSj}} = \frac{0.131 \times 11.2}{2.73} = 0.538 \\
c_S &= \frac{K_{eqS}}{\sum K_{eqSj}} = \frac{0.266}{2.73} = 0.0974
\end{aligned}$$

式(147)の分母の値は

$$\begin{aligned}
V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2 &= 0.15^2 + (0.366 \times 0.039)^2 + (0.538 \times 0.208)^2 + (0.0974 \times 0.0904)^2 \\
&= 0.0225 + 0.0002 + 0.0125 + 0.0001 \\
&= 0.0353 \\
\therefore \sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2} &= 0.188
\end{aligned}$$

分離係数は式(147)、(148)より以下のようになる。

$$\begin{aligned}
\alpha_R &= \frac{V_R}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = \frac{0.15}{0.188} \times 1.05 = 0.838 \\
\alpha_D &= -\frac{c_D V_{eqD}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.366 \times 0.0390}{0.188} \times 1.05 = -0.0797 \\
\alpha_T &= -\frac{c_T V_{eqT}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.538 \times 0.208}{0.188} \times 1.05 = -0.625 \\
\alpha_S &= -\frac{c_S V_{eqS}}{\sqrt{V_R^2 + \sum (c_j V_{eqSj})^2}} \cdot u = -\frac{0.0974 \times 0.0904}{0.188} \times 1.05 = -0.0492 \\
\sum \alpha_{Sj}^2 &= 0.838^2 + 0.0797^2 + 0.625^2 + 0.0492^2 \approx 1.05^2
\end{aligned}$$

対数標準偏差をまとめて書くと以下である。

$$\begin{aligned}
\xi_R &= \sqrt{\ln(1 + V_R^2)} \approx V_R = 0.15 \\
\xi_D &= 0.0390 \\
\xi_T &= 0.206 \\
\xi_S &= 0.0902
\end{aligned}$$

### (iii) 耐力係数・荷重係数の算出

目標安全性指標を  $\beta = 3.5$  として係数を求める。

$$\begin{aligned}
\phi &= \frac{1}{\sqrt{1+V_R^2}} \cdot \exp(-\alpha_R \beta \zeta_R) \cdot \frac{\mu_R}{R_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.15^2}} \cdot \exp(-0.838 \times 3.5 \times 0.15) \times 1.33 \\
&= 0.989 \times 0.644 \times 1.33 \\
&= 0.847 \\
&\approx 0.8
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_D &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqD}^2}} \cdot \exp(-\alpha_D \beta \zeta_D) \cdot \frac{\mu_D}{D_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.0390^2}} \cdot \exp(0.0797 \times 3.5 \times 0.0390) \times 0.98 \\
&= 0.999 \times 1.01 \times 0.98 \\
&= 0.989 \\
&\approx 1.0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_T &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqT}^2}} \cdot \exp(-\alpha_T \beta \zeta_T) \cdot \frac{\mu_T}{T_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.208^2}} \cdot \exp(0.625 \times 3.5 \times 0.208) \times 1.35 \\
&= 0.979 \times 1.58 \times 1.35 \\
&= 2.09 \\
&\approx 2.1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\gamma_S &= \frac{1}{\sqrt{1+V_{eqS}^2}} \cdot \exp(-\alpha_S \beta \zeta_S) \cdot \frac{\mu_S}{S_n} \\
&= \frac{1}{\sqrt{1+0.0904^2}} \cdot \exp(0.0492 \times 3.5 \times 0.0902) \times 1.0 \\
&= 0.996 \times 1.02 \times 1.0 \\
&= 1.02 \\
&\approx 1.0
\end{aligned}$$

スパン長  $L=15.0\text{ m}$  の場合も全く同様に進行する。結果のみ記すと以下のようになる。

$$[\phi \ \gamma_D \ \gamma_T \ \gamma_S] = [0.8 \ 1.0 \ 1.8 \ 1.0]$$

設計規範はスパン長  $L=5.0\text{ m}$  のとき

$$0.8R_n \geq 1.0D_n + 2.1T_n + 1.0S_n$$

スパン長  $L=15.0\text{ m}$  のとき

$$0.8R_n \geq 1.0D_n + 1.8T_n + 1.0S_n$$

ここで

$R_n$  : 集成材曲げ強度分布の 5%下限値 (式(152)の第二式)

$D_n$  : (主桁+木床版+舗装) の規準死荷重で  $0.38\text{ tf/m}^2$

$T_n$  : 後輪荷重  $5.6\text{ tf}$ , 前輪荷重  $1.4\text{ tf}$  (2 等林道橋)

$S_n$  : 圧雪荷重で  $100\text{ kgf/m}^2$

## 2.3.4 海外の動向

### (1) 荷重係数

ここでは、諸外国の設計基準のうち、橋梁の設計に限界状態設計法あるいは荷重係数設計法を採用している基準を対象に、荷重の組合せと荷重係数について調査した。調査対象とした基準を以下に示す。

- a) OHBDC (Ontario Highway Bridge Design Code), 1991<sup>12)</sup>, (オンタリオ州, カナダ)
- b) AASHTO LRFD Bridge Design Specification, 1994<sup>13)</sup>, (アメリカ)
- c) Eurocode 1 Basis of design and actions on structures Part 3: Traffic loads on bridges<sup>14)</sup>, (ヨーロッパ)

限界状態設計法の設計基準式には、種々の表現形式が考えられる。上記の各基準もそれぞれ荷重の組合せの書式が以下のように異なっているが、これら各基準の書式に根本的な違いがあるわけではなく、適応性はほとんど同じと考えて良い。

#### ①OHBDC

個々の荷重に各々の荷重係数を乗じる書式。

$$Q = \sum \gamma_i q_i \quad (161)$$

#### ②AASHTO LRFD

個々の荷重に各々の荷重係数を乗じた総和に修正係数を乗じる書式。

$$Q = \eta \sum \gamma_i q_i \quad (162)$$

#### ③Eurocode

個々の荷重に各々の荷重係数および低減係数を乗じる書式。

$$Q = \sum \gamma_i q_i + \sum \psi_j \gamma_j q_j \quad (163)$$

上記の各国基準において、荷重係数および荷重の組合せに関する規定部分の抜粋およびそれらの関係表を以下に示す。なお、ここで示していない参考規定については原文を参照されたい。

#### (i) OHBDC

##### 2-5 荷重係数および荷重の組合せ

###### 2-5.1 一般

考慮する荷重の組合せと使用する荷重係数は、2-5で別に規定されるものを除き、Table 2-5.1(a)、(b)に示すとおりとする。

###### 2-5.2 全荷重効果の設計値

2-5.2.1 各荷重組合せに対して、含まれる各々の荷重毎に規定の荷重係数をかけ、荷重効果を計算する。次に、それらの荷重効果の設計値を全て加え合わせて、全荷重効果の設計値を求めるものとする。

2-5.2.2 弾性変形およびその効果については、それらに起因する荷重効果として考慮しなければならない。

###### 2-5.3 永久荷重

2-5.3.1 全荷重効果の設計値を求める際には、その構造物に作用しない、もしくは考えている段階では作用しない永久荷重を除く、全ての永久荷重を含まなければならない。

2-5.3.2 終局限界状態の荷重の組合せにおいて、Table 2-5.1 (b)に与えられる荷重係数の最大値または最小値は、全荷重効果の設計値が最大になるように用いなければならない。ただし、死荷重に対しては、施工の検査や監督が計画書に完全に従うのであれば、荷重係数1.00を最小値の代わりに用いるものとする。

組み合わせた荷重の中に、最小値と最大値が同時に含まれる可能性を除外しても安全な場合でも、荷重係数の最小値を他の荷重に対する最大値と一緒に用いてはならない。

###### 2-5.4 一時荷重

一時荷重は、考えている段階で構造物にその荷重の作用する可能性があるときのみに、かつこれを含むことで全荷重効果の設計値を増加させるならば、荷重の組合せに含まなければならない。

## 2-5.5 例外荷重

構造物に対し、考えている段階で起こる可能性のある例外荷重のうち、全荷重効果の設計値を最大にする荷重一つを考慮するものとする。風荷重と氷着荷重の組合せを考慮する以外は例外荷重と一時荷重を組み合わせてはならない。

Table 2-5.1(a) 荷重の組合せと荷重係数 (OHBDC)

| 荷重     | 永久荷重       |            |            | 一時荷重 |      |      |      |      | 例外荷重 |      |      |      |
|--------|------------|------------|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|        | D          | E          | P          | L    | K    | W    | V    | S    | Q    | F    | A    | H    |
| 疲労限界状態 |            |            |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 組合せ 1  | 1.00       | 1.00       | 1.00       | 0.80 | 0    | 1.00 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 使用限界状態 |            |            |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 組合せ 1  | 1.00       | 1.00       | 1.00       | 0.75 | 0.80 | 0.70 | 0    | 1.00 | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 終局限界状態 |            |            |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| 組合せ 1  | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ | $\alpha_P$ | 1.40 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 組合せ 2  | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ | $\alpha_P$ | 1.25 | 1.15 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 組合せ 3  | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ | $\alpha_P$ | 1.15 | 1.00 | 0.40 | 0.40 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 組合せ 4  | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ | $\alpha_P$ | 0    | 1.25 | 1.30 | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    | 0    |
| 組合せ 5  | $\alpha_D$ | $\alpha_E$ | $\alpha_P$ | 0    | 0    | 0.70 | 0    | 0    | 1.30 | 1.30 | 1.30 | 1.40 |

A 氷着荷重。

D 死荷重。

E 死荷重以外の土圧、静水圧。その他の荷重によって生じる超過荷重についても土圧として考慮する。

F 流水と氷圧による荷重。

H 衝突荷重。

K 支承の拘束効果および支承の摩擦、剛性を含む、全てのひずみ、変形、変位、およびそれらの効果。温度変化と温度差、コンクリートの乾燥収縮、収縮差およびクリープによるひずみおよび変形。ただし、弾性変形を除く。

L 活荷重。2-4.3 に定める全ての適用荷重。動的増幅率を適用する場合にはこれを含める。

P プレストレスの二次的効果。

Q 地震荷重。

S 基礎の不動沈下による荷重。

V 活荷重に作用する風荷重

W 構造物に作用する風荷重

Table 2-5.1(b) 荷重係数の最大値および最小値 (OHBDC)

| 死荷重                     | $\alpha_D$ の最大値 | $\alpha_D$ の最小値 |
|-------------------------|-----------------|-----------------|
| 木材を除く、工場製作の構造要素         | 1.10            | 0.95            |
| 場所打ちコンクリート、木材、すべての非構造要素 | 1.20            | 0.90            |
| 公称厚さもしくは規定厚さに基づく舗装      | 1.50            | 0.65            |
| 盛土、杭の負の摩擦力              | 1.25            | 0.80            |
| 水                       | 1.10            | 0.90            |
| 土圧および静水圧                | $\alpha_E$ の最大値 | $\alpha_E$ の最小値 |
| 受働土圧                    | 1.25            | 0.50            |
| 静止土圧                    | 1.25            | 0.80            |
| 主働土圧                    | 1.25            | 0.80            |
| 埋戻し圧                    | 1.25            | 0.80            |
| 静水圧                     | 1.10            | 0.90            |
| プレストレス                  | $\alpha_P$ の最大値 | $\alpha_P$ の最小値 |
| プレストレスの二次的効果            | 1.05            | 0.95            |

( ii ) AASHTO LRFD

3.4 荷重係数および組合せ

3.4.1 荷重係数および荷重の組合せ

全荷重効果の設計値は、次式とする。

$$Q = \eta \sum \gamma_i q_i \quad (3.4.1-1)$$

ここで、

$\eta$  : 1.3.2 で規定される荷重組合せ係数。

$q_i$  : 3.3.2 で規定される荷重効果。

$\gamma_i$  : Table 3.4.1-1、3.4.1-2 で規定される荷重係数。

各構造要素および要素の接合部は、以下の限界状態で規定されるそれぞれの荷重の組合せに対して、安全性を照査する。

|              |  |
|--------------|--|
| 耐力限界状態 I     | 風荷重を含まない標準的自動車荷重に関する基本荷重組合せ。   |
| 耐力限界状態 II    | 所有者が規定した特別な設計自動車荷重および特定の自動車荷重に関する組合せ荷重。風荷重を含まない。                     |
| 耐力限界状態 III   | 風速 25m/s を越える風荷重に曝される橋梁に関する組合せ荷重<br>(強風のもとでの走向は不安定となるため活荷重を考えていません。) |
| 耐力限界状態 IV    | 活荷重に対して死荷重の比率が極めて大きい場合の荷重組合せ。  |
| 耐力限界状態 V     | 風荷重(風速 25m/s) を含む標準的自動車荷重に関する荷重組合せ。                                  |
| 偶発的終局限界状態 I  | 地震荷重を含む荷重組合せ。  |
| 偶発的終局限界状態 II | 氷着荷重、船舶、自動車の衝突荷重に関する荷重組合せ。   |
| 使用限界状態 I     | 風荷重(風速 25m/s) および全ての荷重が公称値で作用する、通常使用状態に関する荷重組合せ。                     |
| 使用限界状態 II    | 活荷重による鋼構造の降伏、接合部のすべりの制御を目的とした荷重組合せ。                                  |
| 使用限界状態 III   | ひび割れ制御を目的としたプレストレスコンクリート構造のみに関する荷重組合せ。                               |
| 疲労限界状態 I     | 活荷重の繰り返し作用および動的応答に関する疲労および破壊の荷重組合せ。                                  |

・設計荷重の組合せを構成している、各種の荷重効果に対する荷重係数は Table 3.4.1-1 に規定される。これらの組合せから該当するもの全てを調べ、各々の組合せに対して設計要素に密接な関係のある荷重効果を考慮し、それぞれに適当な荷重係数を乗じる。次に、各荷重効果を足し合わせたものに、1.3.2 で規定される荷重組合せ係数を乗じる。

・各荷重の組合せに対して正の効果および負の効果を与える荷重効果を調査し、それぞれの条件に適応した荷重係数を選択し、全荷重効果の設計値を求める。

・荷重組合せにおいて、ある荷重効果が他の荷重効果を低減する効果があるときには、その荷重効果の最小値を用いる。永久荷重に対しては Table 3.4.1-2 に規定される荷重係数の最大および最小値の表から選択する。ある永久荷重が橋の構造安定性および荷重分担能力を増加させる場合については、その荷重効果に対する荷重係数の最小値を用いる。

・クリープ(CR)、乾燥収縮(SH)、温度変化(TU)に対して与えられている二つの値のうち、大きい値は変形の影響、小さい値はその他の影響を照査するときに用いる。

・温度勾配の影響による荷重係数  $\gamma_{TG}$ 、および地盤変動の影響による荷重係数  $\gamma_{SE}$  は、構造の仕様規定に基づいてそれぞれ決定する。偶発的終局限界状態 I における活荷重に対する荷重係数  $\gamma_{EO}$  は、構造の仕様規定に基づいて決定する。

Table 3.4.1-1 荷重の組合せと荷重係数 (AASHTO LRFD)

| 荷重の組合せ       | DC                | LL            | WA   | WS   | WL   | FR   | TU        | TG            | SE            | 一つの荷重組合せに<br>一つを選択 |      |      |      |
|--------------|-------------------|---------------|------|------|------|------|-----------|---------------|---------------|--------------------|------|------|------|
|              | DD                | IM            |      |      |      |      | CR        |               |               | EQ                 | IC   | CT   | CV   |
| 限界状態         | EV                | CE            |      |      |      |      | SH        |               |               |                    |      |      |      |
| 耐力限界状態 I     | $\gamma_p$        | 1.75          | 1.00 | -    | -    | 1.00 | 0.50/1.20 | $\gamma_{TG}$ | $\gamma_{SE}$ | -                  | -    | -    | -    |
| 耐力限界状態 II    | $\gamma_p$        | 1.35          | 1.00 | -    | -    | 1.00 | 0.50/1.20 | $\gamma_{TG}$ | $\gamma_{SE}$ | -                  | -    | -    | -    |
| 耐力限界状態 III   | $\gamma_p$        | -             | 1.00 | 1.40 | -    | 1.00 | 0.50/1.20 | $\gamma_{TG}$ | $\gamma_{SE}$ | -                  | -    | -    | -    |
| 耐力限界状態 IV    | $\gamma_p$<br>1.5 | -             | 1.00 | -    | -    | 1.00 | 0.50/1.20 | -             | -             | -                  | -    | -    | -    |
| 耐力限界状態 V     | $\gamma_p$        | 1.35          | 1.00 | 0.40 | 0.40 | 1.00 | 0.50/1.20 | $\gamma_{TG}$ | $\gamma_{SE}$ | -                  | -    | -    | -    |
| 偶発的終局限界状態 I  | $\gamma_p$        | $\gamma_{EQ}$ | 1.00 | -    | -    | 1.00 | -         | -             | -             | 1.00               | -    | -    | -    |
| 偶発的終局限界状態 II | 1.00              | 0.50          | 1.00 | -    | -    | 1.00 | -         | -             | -             | -                  | 1.00 | 1.00 | 1.00 |
| 使用限界状態 I     | 1.00              | 1.00          | 1.00 | 0.30 | 0.30 | 1.00 | 1.00/1.20 | $\gamma_{TG}$ | $\gamma_{SE}$ | -                  | -    | -    | -    |
| 使用限界状態 II    | 1.00              | 130           | 1.00 | -    | -    | 1.00 | 1.00/1.20 | -             | -             | -                  | -    | -    | -    |
| 使用限界状態 III   | 1.00              | 0.80          | 1.00 | -    | -    | 1.00 | 1.00/1.20 | $\gamma_{TG}$ | $\gamma_{SE}$ | -                  | -    | -    | -    |
| 疲労限界状態 I     | -                 | 0.75          | -    | -    | -    | -    | -         | -             | -             | -                  | -    | -    | -    |

### 非常時荷重、一時荷重

- BR 制動荷重  
 CE 遠心荷重  
 CR クリープの影響  
 CT 自動車衝突荷重  
 CV 船舶衝突荷重  
 EQ 地震の影響  
 FR 摩擦  
 IC 氷着荷重  
 IM 動的増幅率の影響  
 LL 活荷重  
 LS 活荷重超過の影響  
 PL 歩行者活荷重  
 SE 地盤変動の影響  
 SH 乾燥収縮の影響  
 TG 温度勾配の影響  
 TU 温度変化の影響  
 WA 水圧および流水圧  
 WL 活荷重に作用する風荷重  
 WS 構造物に作用する風荷重

### 常時荷重

- DD 浮力または揚圧力  
 DC 構造要素および非構造要素による死荷重  
 DW 補装および付属施設  
 EL 施工時荷重  
 EH 水平土圧  
 ES 盛土荷重  
 EV 盛土による鉛直圧

Table 3.4.1-2 永久荷重に対する荷重係数、 $\gamma_p$  (AASHTO LRFD)

| 荷重タイプ                 | 荷重係数 |      |
|-----------------------|------|------|
|                       | 最大値  | 最小値  |
| DC:構造要素および非構造要素による死荷重 | 1.25 | 0.90 |
| DD:浮力または揚圧力           | 1.80 | 0.45 |
| DW:舗装および付属施設          | 1.50 | 0.65 |
| EH:水平方向土圧             |      |      |
| ・主働土圧                 | 1.50 | 0.90 |
| ・静止土圧                 | 1.35 | 0.90 |
| EV:鉛直方向土圧             |      |      |
| ・総合評価                 | 1.35 | N/A  |
| ・揚壁                   | 1.35 | 1.00 |
| ・埋設剛構造物               | 1.30 | 0.90 |
| ・剛フレーム                | 1.35 | 0.90 |
| ・鋼製ボックスカルバート以外の埋設柔構造物 | 1.95 | 0.90 |
| ・鋼製ボックスカルバート          | 1.50 | 0.90 |
| ES:押え盛土による荷重          | 1.50 | 0.75 |

## (iii) Eurocode1

## 4.5 道路橋の活荷重グループ

## 4.5.1 組合せ荷重の特性値

(1) 4.3.2 (荷重モデル 1)、4.3.4 (荷重モデル 3)、4.3.5 (荷重モデル 4)、4.4 (水平方向荷重) で規定される荷重系および 5 章で規定される歩道に対する荷重の組合せは、特に断らない限り、Table 4.4 で規定される。互いに相いれない各荷重グループは、非活荷重との組合せに対する特性値を定めなければならない。また、4.3.3 で規定される 1 組の輪荷重は、他のモデルと同時に用いてはならない。

Table 4.4 活荷重のグループ評価 (Eurocode1)

|            |       | 車道       |       |              |       | 歩道および<br>自転車道 |           |
|------------|-------|----------|-------|--------------|-------|---------------|-----------|
| 荷重タイプ      |       | 鉛直方向荷重   |       | 水平方向荷重       |       | 鉛直方向荷重        |           |
| 参照項        |       | 4.3.2    | 4.3.4 | 4.3.5        | 4.4.1 | 4.4.2         | 5.3.2-(1) |
| 荷重系        | 主荷重   | 特殊車両     | 群集荷重  | 制動・加速度<br>荷重 | 遠心荷重  | 等分布荷重         |           |
| 荷重<br>グループ | グループ1 | 特性値      |       |              |       |               | 低減値       |
|            | グループ2 | 頻発値      |       |              | 特性値   | 特性値           |           |
|            | グループ3 |          |       |              |       |               | 特性値       |
|            | グループ4 |          |       | 特性値          |       |               | 特性値       |
|            | グループ5 | 4.3.4 参照 | 特性値   |              |       |               |           |

■ 荷重グループに関する主要荷重

## 4.5.1 その他の組合せ荷重の代表値

## 4.5.2.1 組合せ荷重の稀有値

(1) Table 4.4 における全ての特性値の代わりに付録 C で規定される稀有値を当てはめることで 4.5.1 と同じ原則が適用できる。

## 4.5.2.2 組合せ荷重の頻発値

(1) 特に断らない限り、頻発荷重は主荷重系の頻発値、もしくは 1 組の輪荷重モデル、もしくは歩道または自転車道の荷重の頻発値のみから成る。

\* 稀有値（再現期間＝約 1 年間） 頻発値（再現期間＝約 1 週間）

#### 4.5.3 一時荷重の荷重グループ

- (1) 4.5.1、4.5.1 で与えられる原則は、以下の修正によって適用できる。
- (2) 特に断らない限り、一時荷重の照査に対して、特性値  $\alpha_{Q_i} Q_{ik}$ （連行系）は付録 C で規定される稀有値と同等に扱われる。また、その他の特性値、稀有値、頻発値、準永久値および水平荷重は常時荷重として規定される。

#### 付録 C 設計の基礎－ENV1991-1 の補足

##### C1 一般

(1)この付録は荷重効果に対する部分安全係数、道路橋の活荷重、風荷重、雪荷重、温度影響の組合せ、および低減係数に対する原則を与える。その他の影響（地盤沈下、風水、土石流による不安定性、氷圧など下部構造に関する照査など）を考慮する場合には荷重の組合せに加えて考慮しなければならない。

##### C2 終局限界状態（疲労を除く）

###### C2.2 荷重の組合せ

(1) 各限界荷重ケースにおいて、荷重効果の設計値は、同時に生じる荷重効果の組合せから決定する。－ENV1991-1、9.4.2 を適用。

###### C2.3 道路橋の部分安全係数（疲労を除く）

(1)構造材料あるいは地盤の耐力に支配される照査において、終局限界状態での荷重に対する部分安全係数（常時、一時、偶発の各発現状態に対して）は表 C.1 で与えられる。

Table C.1 荷重効果の部分安全係数：道路橋の終局限界状態

| 荷重   | 記号                        | 状態        |           |
|--|---------------------------|-----------|-----------|
|  |                           | P/T       | A         |
| 永久荷重<br>：構造要素および非構造要素の自重、<br>地盤、地下水、自由水による永久荷重 |                           |           |           |
| 不利な効果  | $\gamma_{G_{\text{und}}}$ | 1.35      | 1.00      |
| 有利な効果  | $\gamma_{G_{\text{inf}}}$ | 1.00      | 1.00      |
| プレストレス   | $\gamma_P$                | 1.00      | 1.00      |
| 沈下   | $\gamma_{G_{\text{set}}}$ | 1.00      |           |
| 活荷重<br>不利な効果<br>有利な効果                          | $\gamma_Q$                | 1.35<br>0 | 1.00<br>0 |
| その他の不定荷重<br>不利な効果<br>有利な効果                     | $\gamma_Q$                | 1.50<br>0 | 1.00<br>0 |
| 偶発荷重   | $\gamma_A$                |           | 1.00      |

P：常時、T：一時、A：偶発

##### C2.4 道路橋の低減係数

(1) 特に断らない限り、道路橋に対する低減係数  $\psi$  は、表 C.2 で規定される。4.5 で規定される主たる荷重要素によって分けられる荷重グループにおいて、関連する活荷重に対してこれらを乗じる。

Table C.2 低減係数

| 荷重      | 記号                     | $\Psi_0$ | $\Psi'_1$ | $\Psi_1$ | $\Psi_2$ |
|---------|------------------------|----------|-----------|----------|----------|
| 活荷重     | Gr1(LM1)               | 0.75     | 0.80      | 0.75     | 0        |
|         | TS UDL                 | 0.40     | 0.80      | 0.40     | 0        |
|         | Single axle(LM2)       | 0        | 0.80      | 0.75     | 0        |
|         | gr2(Horizontal forces) | 0        | 0         | 0        | 0        |
|         | gr3(pedestrian loads)  | 0        | 0.80      | 0        | 0        |
|         | Gr4(LM4)               | 0        | 0.80      | 0        | 0        |
|         | Gr5(LM3)               | 0        | 1.00      | 0        | 0        |
| 鉛直荷重    |                        |          |           |          |          |
| 風荷重     | $F_{wk}$ or $F_{wn}$   | 0.3      | 0.6       | 0.5      | 0        |
|         | $F_w^*$                | 1.0      |           |          |          |
| 温度による影響 | $T_k$                  | 0        | 0.8       | 0.6      | 0.5      |

$\Psi_0$  : 荷重の組合せに対する低減係数（荷重組合せ係数）

$\Psi'_1$  : 稀有荷重に対する低減係数

$\Psi_1$  : 頻発荷重に対する低減係数

$\Psi_2$  : 準永久荷重に対する低減係数

gr<sub>i</sub> : グループ荷重

LM : 荷重モデル

TS : 荷重モデル 1 の連行系

UDL : 荷重モデル 1 の等分布荷重

$F_w^*$  : 活荷重に動じ作用する風荷重

$F_{wk}$  : 風荷重の特性値

$F_{wn}$  : 風荷重の公称値

$T_k$  : 温度による影響

### C3 使用限界状態

#### C3.3 部分安全係数

(1) 道路橋の使用限界状態において、常時および一時発現の荷重効果の部分安全係数は、特に規定しない限り、1.0 とする。

#### C3.4 道路橋の低減係数 $\Psi$

(1) 温度による影響に適用する $\Psi_0=0.6$ を除いて、低減係数特 $\Psi$ は、Table C.2 に示すとおりとする。

### (2) 耐力係数

ここでは、(1)で調査した各国基準を対象に、木材を主とした材料の耐力係数または部分安全係数について調査した。

限界状態設計法の材料の設計値 $R'$ は、一般に材料の公称値 $R$ に耐力係数 $\phi$ と修正係数 $k_m$ を乗じた次式で表される。

$$R' = k_m \phi R \quad (164)$$

OHBDC<sup>12)</sup>および AASHTO LRFD<sup>13)</sup>がこの設計式を採用しているのに対し、Eurocode<sup>16), 17)</sup>では部分安全係数で除した次式の形を採用している。

$$R' = k_m R / \phi \quad (165)$$

以下に各国基準に規定されている木質材料に関する耐力係数について示していく。ただし、アメリカの基準については、AASHTO<sup>13)</sup>が引用している LRFD for Engineering Wood Construction,

AF&PA/ASCE STANDARD 16-95<sup>15)</sup>を参考にした。なお、修正係数については、次節（2.4）で解説する。

( i ) OHBDC

9-4.4 耐力係数 $\phi$

木材に対する耐力係数は、Table 9-4.4.1 に示すとおりとする。

Table 9-4.4.1 耐力係数  $\phi$

| 材料                      | 荷重効果 |     |            |              |              |
|-------------------------|------|-----|------------|--------------|--------------|
|                         | 曲げ   | せん断 | 繊維方向<br>圧縮 | 繊維直角<br>方向圧縮 | 繊維直角<br>方向引張 |
| ディメンションランバー<br>(2x4 材等) | 0.9  | 0.8 | 0.9        | 1.0          | 0.9          |
| 製材                      | 0.9  | 0.8 | 0.9        | 1.0          | 0.6          |
| 集成材                     | 0.8  | 0.9 | 0.9        | 1.0          | 0.7          |
| 木杭                      | 0.9  | N/A | 0.9        | N/A          | N/A          |

( ii ) ASCE

ASCE では、耐力限界状態に関する規定（1.4.3）のなかで Table 1.4-1 として耐力係数 $\phi$ を以下の用に定めている。ただし、OHBDC のような材料による係数の使い分けは行っていない。

Table 1.4-1 耐力係数  $\phi$

| 荷重      | 記号       | 係数   |
|---------|----------|------|
| 圧縮      | $\phi_c$ | 0.90 |
| 曲げ      | $\phi_b$ | 0.85 |
| 座屈      | $\phi_s$ | 0.85 |
| 引張      | $\phi_t$ | 0.80 |
| せん断／ねじり | $\phi_v$ | 0.75 |
| 接合      | $\phi_z$ | 0.65 |

( iii ) Eurocode5

Eurocode5 では、Part2<sup>17)</sup>（木橋編）で材料に関する部分安全係数（2.3, Table 2.1）を定めている。ただし、木材の種類や荷重の種類による使い分けは行っていない。なお、Eurocode では上述のように、材料の設計値は公称値を部分安全係数 $\gamma_M$ で除す形で定義されている。したがって、 $\gamma_M$  の逆数が(i)、(ii)の耐力係数 $\phi$ に相当する。

Table 2.1 終局限界状態に対する基本的な組合せ時の材料特性に関する部分安全係数

|                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 木材および木質材料<br>一通常の照査<br>一疲労照査        | $\gamma_M = 1.3$<br>$\gamma_{M,fat} = 1.0$        |
| 接合部に使用される鋼材<br>一通常の照査<br>一疲労照査      | $\gamma_M = 1.1$<br>$\gamma_{M,fat} = 1.0$        |
| 複合部材に使用される鋼材                        | $\gamma_{M,s} = 1.15$                             |
| 複合部材に使用されるコンクリート                    | $\gamma_{M,c} = 1.5$                              |
| 複合部材に使用されるせん断継ぎ手<br>一通常の照査<br>一疲労照査 | $\gamma_{M,v} = 1.25$<br>$\gamma_{M,v,fat} = 1.0$ |
| プレストレス鋼材部品                          | $\gamma_{M,s} = 1.15$                             |

## 2.4 修正係数

限界状態設計法の材料の設計値は、2.3.4項で示したように、材料の公称値  $R$  に耐力係数  $\phi$  と修正係数  $k_m$  を乗じた形 (OHBDC<sup>12)</sup>, AASHTO LRFD<sup>13)</sup>)、もしくは耐力係数を乗じ、部分安全係数で除す形 (Eurocode) で表される。木材および木質材料における修正係数はについては、限界状態設計法および荷重係数設計法を採用している諸外国の基準においても、細かく規定されている。ここでは、これらの係数のうち代表的ないくつかの修正係数について諸外国の基準を参考に解説する。対象とする基準は、2.3.4項と同様に、OHBDC, AASHTO (もしくは AF&PA/ASCE 16-95), Eurocode5<sup>16)</sup> および「建築物の限界状態設計指針（案）」日本建築学会<sup>9)</sup>の4つとした。

### 2.4.1 時間影響係数

荷重持続時間 (DOL : Duration of Load) に応じて乗ずる修正係数を時間影響係数といい、荷重の組合せや持続時間等級に対してそれぞれ表-2.10 のように規定されている。ただし、AF&PA/ASCE 16-95 および建築学会指針における荷重の組合せ式は、建築構造物を対象としたものである。

表-2.10 時間影響係数

| OHBDC                         | AF&PA/ASCE 16-95  | Eurocode5   | 建築学会   |
|-------------------------------|---|---|--|
| $k_d$                         | $\lambda$   | $k_{\text{mod}}$  | $K_T$  |
| 死荷重のみ<br>土圧のみ<br>死荷重+土圧 } 0.7 | D 0.6<br>D + L + (L <sub>r</sub> or S or R) 0.7 <sup>*1</sup><br>0.8 <sup>*1</sup><br>1.25 <sup>*1</sup><br>D + (L or W) +(L <sub>r</sub> or S or R) 0.8<br>D + W + L + (L <sub>r</sub> or S or R) 1.0<br>D + E + L + S 1.0<br>D - (W or E) 1.0 | 永久荷重 0.50<br>長期荷重 0.55<br>中期荷重 0.65<br>短期荷重 0.70<br>瞬間荷重 0.90 | D+L 0.6<br>D+L+S 0.8<br>D+L+W 1.0<br>D+L+S+W 1.0<br>D+L+E 1.0<br>D+L+S+E 1.0 |
| その他の荷重ケース 1.0                 | D : 固定荷重, L : 常時積載荷重,<br>L <sub>r</sub> : 非常時積載荷重, S : 雪荷重<br>R : 雨水・氷着, W : 風荷重,<br>E : 地震荷重, *1 常時積載荷重の作用期間に応じて使い分ける。   | 使用等級 3 (木橋部材に適用)<br>での製材、集成材に対しての値。                           |  |

### 2.4.2 含水率影響係数

建築学会指針(案)では、木材の含水率に応じた含水率影響係数  $K_M$  を以下のように定めている。

平衡含水率が 15%以下では  $K_M=1.0$ 、20%以上にあるものは、 $K_M=0.85$ 、15~20%では、これらの値を直線補間して  $K_M$  を求める。直接雨露に曝される構造物では 0.85 (縦圧縮のみ 0.70) >  $K_M$  0.2 の範囲で状況に応じて定める。また、接合部においては平衡含水率が 20%以下と想定されても、施工時に未乾燥状態のときは  $K_M=0.7$  とする。

また、AF&PA/ASCE 16-95 では、木材が湿潤状態 (製材に対して 19%以上、集成材に対して 16%以上の含水率) である場合には、状況に応じて湿潤係数  $C_M$  を乗じるとしている。一方、OHBDC および Eurocode5 では含水率に対する修正係数は規定されていない。

### 2.4.3 寸法調整係数

材料の断面寸法に応じて乗じる修正係数を寸法調整係数といい、圧縮、引張、曲げ、せん断に対してそれぞれ規定されている。ここでは、このうち、曲げに対する寸法調整係数について各国の例を示す。OHBDC および AASHTO では、曲げに対する寸法修正係数を桁高に応じた形で表-2.11(a)、(b)のようそれぞれ定めている。これに対し Eurocode5 では、矩形断面に対して 0.7、その他の断面に対して 1.0 の値を採用している。ただし、Eurocode5 の場合、修正係数として定義されている訳ではなく、曲げの照査式に掛かる係数として上記の値が規定されている。また、係数の逆数 (1/0.7=1.43) が OHBDC、AASHTO などの修正係数に対応している。

表-2.11(a) 曲げに対する寸法調整係数  $k_{sb}$  (OHBDC)

| 桁高(mm)   | 89  | 140 | 184 | 235 | 286 | 337 | 389以上 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| $k_{sb}$ | 1.5 | 1.4 | 1.3 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 0.9   |

表 2.11(b) 曲げに対する寸法調整係数  $C_F$  (AASHTO)

| 幅<br>(mm) | 桁高 (mm)     |     |     |     |     |     |        |
|-----------|-------------|-----|-----|-----|-----|-----|--------|
|           | 51, 76, 102 | 127 | 152 | 203 | 254 | 305 | 356 以上 |
| 51, 76    | 1.5         | 1.4 | 1.3 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 0.9    |
| 102       | 1.5         | 1.4 | 1.3 | 1.3 | 1.2 | 1.1 | 1.0    |

また、建築学会指針（案）では、寸法調整係数 ( $K_s$ ) は、次式による。

$$K_s = (h_0/h)^a$$

ここで、 $h$ ：曲げ材の桁高、

$h_0$ ：曲げ材の標準桁高(mm)で、

製材 : 150

異等級構成集成材 : 300

同一等級構成集成材 : 100

構造用 LVL : 25

$a$  : 製材の場合 1/5、その他では 1/9 とする。

#### 2.4.4 横座屈影響係数

横座屈を起こす恐れのある桁高の大きい曲げ材では、横座屈影響係数を適用する。Eurocode5 にはこの係数の記述がなく、他の基準では、共に細長比や有効座屈長をパラメータに横座屈影響係数を求めている。ここでは、OHBDC および建築学会指針（案）について示しておく。

##### (1) OHBDC 9-6.3

横座屈係数  $k_l$  は、以下の表から求める。

| $d/b$       | $C_s$              | $k_l$                           |
|-------------|--------------------|---------------------------------|
| $d/b < 1.0$ | -                  | 1.0                             |
| $d/b > 1.0$ | $C_s < C_k$        | 1.0                             |
| $d/b > 1.0$ | $10.0 < C_s < C_k$ | $1 - 0.3(C_s/C_k)^4$            |
| $d/b > 1.0$ | $C_s > C_k$        | $(0.70E_{05}) / (C_s^2 f_{bu})$ |

ここで、 $b$ ：桁幅、 $d$ ：桁高である。 $C_s$ 、 $C_k$ はそれぞれ次式で計算する。

$$C_s = \sqrt{\frac{L_u d}{b^2}}$$

$$C_k = \sqrt{\frac{E_{05}}{f_{bu}}}$$

式中の、 $L_u$ は、有効座屈長であり、 $E_{05}$ は、曲げヤング係数の 5% 下限値である。プレストレス木床版の場合、あるいは効果的に横支持された桁の場合には、 $k_l$ は 1.0 を用いる。 $C_s < 30$  とする。

##### (2) 建築物の限界状態設計指針（案）7.5.5

横座屈係数  $K_B$  は、以下の表から求める。

| 横座屈細長比 $C_s$     | 横座屈影響係数 $K_B$                 |
|------------------|-------------------------------|
| $C_s < 10$       | 1.00                          |
| $10 < C_s < C_k$ | $1 - (C_s/C_k)^4/3$           |
| $C_k < C_s < 50$ | $1.2 E_{05} / C_s^2 / R_{BU}$ |
| $50 < C_s$       | 許容されない                        |

ここで、

$E_{yy}$  : 弱軸まわりの曲げヤング係数

$C_k$  : 横座屈係数で次式より算出。

$$C_k = 0.8 \sqrt{3E_{yy}/R_{BU}}$$

$R_{BU}$  : 曲げ強度

$C_s$  : 横座屈細長比で次式より算出。

$$C_s = \sqrt{L_e h / b^2}$$

$h$  : 材せい

$b$  : 材幅

$L_e$  : 有効横座屈長さで以下の表から求める。

| 桁の種類 | 横座屈長さ $L_o$ | 荷重の種類    | 有効横座屈長さ $L_e$ |
|------|-------------|----------|---------------|
| 単純梁  | 振れ止め材間の距離   | 任意       | 1.9 $L_o$     |
|      |             | 等分布      | 1.9 $L_o$     |
|      |             | 両端等モーメント | 1.85 $L_o$    |
|      |             | 中央集中     | 1.6 $L_o$     |
| 片持ち梁 | 支点より先端までの距離 | 任意       | 1.9 $L_o$     |
|      |             | 自由端集中    | 1.7 $L_o$     |
|      |             | 等分布      | 1.25 $L_o$    |

#### 2.4.5 荷重分担係数

3本以上の曲げ部材が並列し、かつ荷重が分配できる機能を持った構造に対して、耐力の割り増しを考慮するための荷重分担係数は、OHBDC、AASHTO および Eurocode5 Part2<sup>15)</sup>で規定されている。これらをまとめると表-2.12 のようになる。ただし、建築学会に関してこの規定はない。

主に、プレストレス木床版木橋の設計においてこの荷重分担係数が用いられる。AASHTO に関してはプレストレス木床版の設計基準 (Guide Specifications for the Design of stress-Laminated Wood Deck<sup>18)</sup>) に規定されている。

表-2.12 荷重分担係数

| OHBDC 9-5.6 |       |      | AASHTO   |     | Eurocode Part2  |                            |
|-------------|-------|------|----------|-----|---|----------------------------|
| 部材数<br>n    | $k_m$ |      | $C_{LS}$ |     | $k_{ls}$  |                            |
|             | 1級材   | 2級材  | 1級材      | 2級材 | 釘打ち積層床版   | プレストレス<br>木床版              |
| 2           | 1.17  | 1.13 | 1.5      | 1.3 | $n=1$ で 1.0<br>$n=8$ で 1.1  | $n=1$ で 1.0<br>$n=8$ で 1.2 |
| 3           | 1.27  | 1.21 |          |     |   |                            |
| 4           | 1.35  | 1.27 |          |     |   |                            |
| 5           | 1.41  | 1.32 |          |     |   |                            |
| 10          | 1.57  | 1.43 |          |     |   |                            |
| 15          | 1.65  | 1.49 |          |     |   |                            |
| 20          | 1.69  | 1.52 |          |     | $n=2\sim7$ の値は直線補間より求める。<br>$n$ : 有効幅当たりのラミナ数。<br>Eurocode 5 Part2 図 6.3 参照 |                            |

#### 2.5 設計例

##### 2.5.1 集成材桁の設計

ここでは、設計水準レベル1の限界状態設計法、すなわち荷重強度係数設計法 (LRFD 法) を用いた集成材桁の設計例を示す。2.3.4項で引用したアメリカの木質構造限界状態設計基準 (LRFD for Engineering Wood Construction, AF&PA/ASCE STANDARD 16-95) に準じた設計計算例集<sup>19)</sup>から、集成材桁の設計に関する問題を取り上げ、計算の流れを見ていく。ただし、この基準は建築構造物を対象としたものであり、道路橋の設計荷重および組合せについては規定されていない。したがって、設計例も建築物を対象とした荷重の組合せと荷重係数を用いた計算である。ただし、計

算の流れ自体は全く同じであり、木橋でも直接活荷重の影響を受けないような部材の設計を行う場合など参考になると思われる。

### [問題] 集成材桁の設計

図のような、固定荷重および積載荷重が作用する桁の設計。両支点と積載荷重点で横支持されている。また、支点の受圧面長さは、10cmである。

[解] ただし、右段は例題の解説である。

### 荷重の組合せと荷重係数

$$1.2D + 1.6L$$

$$D = 0.0146 \text{ kN/m}$$

$$L = 6.67 \text{ kN}$$

$$1.2D = 0.0175 \text{ kN/m}$$

$$1.6L = 10.67 \text{ kN}$$

$$M_u = 18.42 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_u = 11.11 \text{ kN}$$

### 材料特性の公称値と耐力係数

集成材等級：20F-E2

含水率条件：15%以下

曲げ強度

$$F_b = 35.0 \text{ MPa}$$

せん断強度

$$F_v = 3.07 \text{ MPa}$$

繊維直角方向圧縮

$$F_{c\perp} = 7.17 \text{ MPa}$$

曲げヤング係数（平均値）

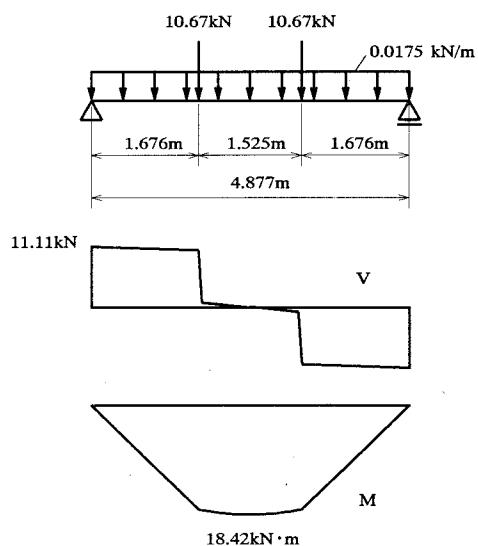
$$E = 11.0 \text{ GPa}$$

曲げヤング係数（5%下限値）

$$E_{05} = 9.65 \text{ GPa}$$

$$S_{req\_est} = \frac{M_u}{\lambda\phi_b F_b}$$

D：固定荷重、L：通常時積載荷重



時間影響係数

$$\lambda = 0.8$$

耐力係数

$$\text{曲げ} : \phi_b = 0.85$$

$$\text{圧縮} : \phi_c = 0.90$$

$$\text{座屈} : \phi_s = 0.85$$

$$\text{せん断} : \phi_v = 0.75$$

必要断面定数の算定

$$S_{req\_est} = \frac{18.42}{0.8 \times 0.85 \times 35000} \\ = 0.0007739 \text{ m}^3$$

$$Area_{req\_est} = \left(\frac{3}{2}\right) \frac{V_u}{\lambda \phi_b F_v}$$

$$Area_{req\_est} = \left(\frac{3}{2}\right) \times \frac{11.11}{0.8 \times 0.75 \times 3070} \\ = 0.009047 \text{ m}^2$$

$$Depth_{req\_est} = \frac{Area_{req\_est}}{0.0075} \\ = \frac{0.009047}{0.0075} = 0.121 \text{ m}$$

### 断面特性

125mm × 225mm (5in×9in) 断面を仮定。

支 間 :  $L = 4,877 \text{ mm}$

桁 高 :  $h = 225 \text{ mm}$

桁 幅 :  $b = 125 \text{ mm}$

断面積 :

$$A = 0.225 \times 0.125 = 0.02813 \text{ m}^2$$

断面 2 次モーメント

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \\ = \frac{0.125 \times 0.225^3}{12} = 118.7 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$I_y = \frac{hb^3}{12} \\ = \frac{0.225 \times 0.125^3}{12} = 36.62 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

断面 2 次半径

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \\ = \sqrt{\frac{118.7 \times 10^{-6}}{0.02813}} = 0.0649 \text{ m}$$

曲げに対しては、75mm×250mm (3in×10in)、125mm×225mm (3in×9in) あるいはそれ以上大きい断面が条件を満たす。

せん断力に対する必要断面積の算定

せん断に対しては、75mm×150mm (3in×6in) が条件を満たす。

$$r_x = \sqrt{\frac{I_y}{A}}$$

$$= \sqrt{\frac{36.62 \times 10^{-6}}{0.02813}} = 0.0361 \text{ m}$$

断面定数

$$S_x = \frac{bh^2}{6}$$

$$= \frac{0.125 \times 0.225^2}{6} = 1.055 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$S_y = \frac{hb^2}{6}$$

$$= \frac{0.225 \times 0.125^2}{6} = 0.5859 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

### 座屈長さの計算

$$L_u = 1.676 \text{ m}$$

$$L_u / h = 7.3$$

$$L_e = 1.68 L_u$$

横支持されていない区間の最大長さ。

支持条件と荷重条件によって決まる。  
(LRFD Table 5.2-1)

### 曲げに対する照査（座屈安定性照合む）

$$M_e = 2.40 E_{05} \frac{I_y}{L_e}$$

$$M_e = 2.40 \times 9.65 \times 10^6 \times \frac{36.62 \times 10^{-6}}{2.816}$$

$$= 301.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_x = S_x F_b C_M C_t$$

$$M_x = 1.055 \times 10^{-3} \times 35000 \times 1.0 \times 1.0$$

$$= 36.93 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\alpha_b = \frac{\phi_s M_e}{\lambda \phi_b M_x}$$

$$\alpha_b = \frac{0.85 \times 301.2}{0.8 \times 0.85 \times 36.93}$$

$$= 10.195$$

$$c_b = 0.95$$

$$C_L = \frac{1 + \alpha_b}{2c_b} - \sqrt{\left(\frac{1 + \alpha_b}{2c_b}\right)^2 - \frac{\alpha_b}{c_b}}$$

LRFD Standard Eq. 5.2-7

$C_M = 1.0$  : 含水率調整係数

$C_t = 1.0$  : 温度影響係数

LRFD Standard Eq. 5.2-5

$$C_L = \frac{1+10.195}{2 \times 0.95} - \sqrt{\left(\frac{1+10.195}{2 \times 0.95}\right)^2 - \frac{10.195}{0.95}} \\ = 0.908$$

$$M_x' = C_L S_x F_b C_M C_t$$

$$M_x' = 0.908 \times 1.055 \times 10^{-3} \times 35000 \times 1.0 \times 1.0 \\ = 33.53 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$\lambda \phi_b M_x' = 0.8 \times 0.85 \times 33.53 \\ = 22.80 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_u \leq \lambda \phi_b M_x'$$

$$M_u = 18.42 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

合格。

### せん断に対する照査

$$V' = \frac{2}{3} F_v A \\ = \frac{2}{3} \times 3070 \times 0.02813 \\ = 57.57 \text{ kN}$$

$$\lambda \phi_v V' = 0.8 \times 0.75 \times 57.57 \\ = 34.54 \text{ kN}$$

$$V_u \leq \lambda \phi_v V'$$

$$V_u = 11.11 \text{ kN m}$$

合格。

### 支点のめり込みの照査

$$l_b = 0.100 \text{ m}$$

$$P_\perp' = l_b b F_\perp \\ = 0.100 \times 0.125 \times 7170 \\ = 89.63 \text{ kN}$$

$$\lambda \phi_c P_\perp' = 0.8 \times 0.90 \times 89.63 \\ = 64.53 \text{ kN}$$

$$P_u \leq \lambda \phi_c P_\perp'$$

$$P_u = 11.11 \text{ kN}$$

合格。

以上。

## 2.5.2 プレストレス木床版橋の設計

ここでは、限界状態設計法による木橋の設計例について解説する。参考になる文献としてカナダ木協会が出版している Wood Highway Bridge<sup>20)</sup>があり、これには 2.3.4、2.4 で示したカナダオンタリオ州の基準 OHBDC<sup>12)</sup>についての詳しい解説や、同基準に従って設計したプレストレス木床版橋の設計例などが具体的に示されている。このうち、標準的なプレストレス木床版橋の設計例を以下に示す。この文献 20)の設計例においては、各計算に該当する規定番号（例：OHBDC 9-5.3）

が添えて示されているので、詳しい規定の内容についてはこちらを参照されたい。また、本文中に箱で囲んだ部分は、必要な補足説明を加えたたるものであり、原本にはない部分である。

### (1) 橋梁構造

下に断面図を示す。橋は単純支間 5.5m(支承中心間距離)で全長は 6.0m である。床版は、地覆位置の 50mm から道路中心で最大 120mm に変化するアスファルト舗装がされている。重要な領域(道路中心の近くとみなす)のアスファルトの平均厚は 100mm とする。床版は、ジャックパイン(2 級以上)38×286mm の板で構成されている。この支間に使用される、板の必要長さ 6m は、この樹種では容易に入手できる長さと桁高であり、バットジョイントは無いことに留意されたい。

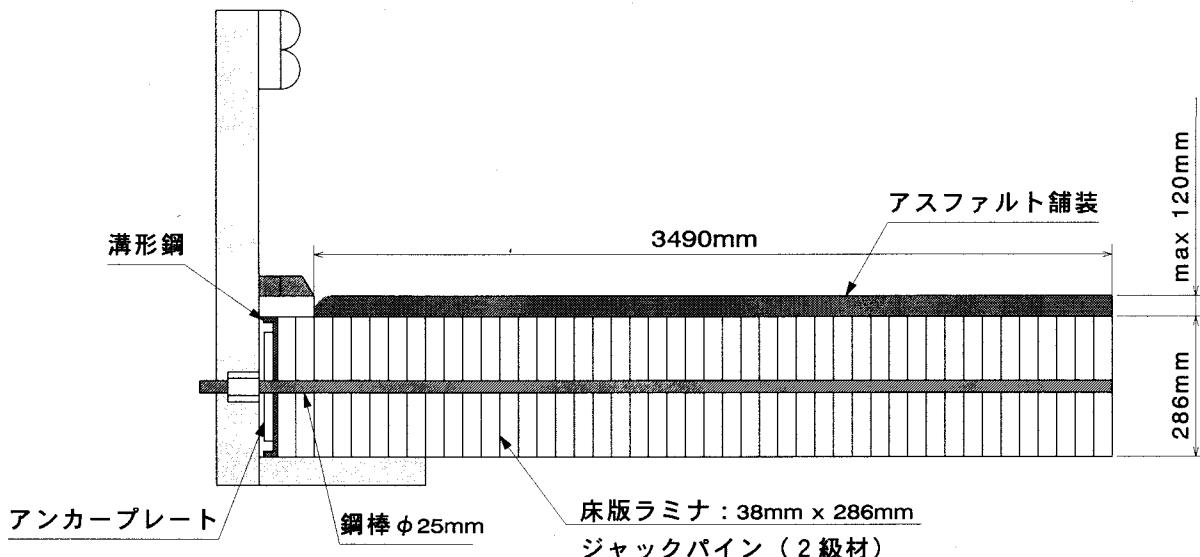


図 プレストレス木床版橋断面図

### (2) モーメントに対する床版の照査

#### (i) 終局限界状態

OHDBC 設計標準では、圧力積層木床版は終局限界状態としては曲げモーメントのみを考えて設計することとしている。(OHDBC 9-7.1)

抵抗モーメントは：

$$M_r = \phi f_{bu} S k_d k_f k_m k_{sb} \quad (\text{OHDBC 9-6.1})$$

ここに：

$$\phi = 0.9 \quad (\text{OHDBC 9-4.4})$$

抵抗係数、下表。

| 材の構成                      | 荷重 | 曲げ  | 鉛直せん断 | 圧縮   |            | 繊維方向<br>引張 |
|---------------------------|----|-----|-------|------|------------|------------|
|                           |    |     |       | 繊維方向 | 繊維直角<br>方向 |            |
| 厚さ 38~89mm<br>の製材 (板材)    |    | 0.9 | 0.8   | 0.9  | 1.0        | 0.9        |
| 最小寸法が 114m 以上<br>の製材 (角材) |    | 0.9 | 0.8   | 0.9  | 1.0        | 0.6        |
| 集成材                       |    | 0.8 | 0.9   | 0.9  | 1.0        | 0.7        |
| 杭                         |    | 0.9 | —     | 0.9  | —          | —          |

$$f_{bu} = 11.5 \text{ MPa}$$

(OHBDC 9-11.2a)

曲げ強度. ジャックパイン 1,2 等級の場合.  $11.5 \text{ N/mm}^2$  ( $\approx 115 \text{ kgf/cm}^2$ )

S は断面係数 (下記参照)

$$k_d = 1.0$$

(OHBDC 9-5.3)

持続荷重調整係数. 死荷重および土圧单独若しくは死荷重と土圧の組み合わせの場合は 0.7,  
その他は 1.0.

$$k_l = 1.0$$

(OHBDC 9-6.3)

横安定調整係数. 横倒れ座屈に対して, 桁幅, 桁高, 自由長, 危険率 5% 弹性係数および曲げ  
強度から算出される. 幅を鉛直方向にそろえた板材による積層床版については 1.0.

k<sub>m</sub> は荷重分担調整係数 (下記参照)

荷重分配性能. 抵抗幅 (床版のタイプにより異なる) および抵抗幅内の積層数をパラメーター  
としている.

$$k_{sb} = 1.0$$

(OHBDC 9-6.2)

寸法調整係数. 曲げモーメントに対する桁高による調整係数. 樹種および等級にかかわらず下  
表の値.

| 桁高(mm) |     |     |     |     |     |        |
|--------|-----|-----|-----|-----|-----|--------|
| 89     | 140 | 184 | 235 | 286 | 337 | 389 以上 |
| 1.5    | 1.3 | 1.2 | 1.1 | 1.0 | 0.9 | 0.8    |

荷重分担係数 k<sub>m</sub> は床版の抵抗幅 D<sub>e</sub> 内の構成要素数を基に計算する.

床版については

$$D_e = 1.75 \text{ m}$$

(OHBDC 9-5.6)

本件の床版を構成する板の厚さは 38mm. ゆえに :

$$n = 1750/38 = 46$$

ただし, OHBDC では n の上限を 20 にしている. ゆえに :

$$k_m = 1.69$$

(OHBDC 9-5.6)

断面係数 S は床版の単位幅 1m および積層材の高さ 286mm から計算される.

$$\begin{aligned} S &= bd^2/6 \\ &= 1000 \times 286^2/6 \\ &= 13.63 \times 10^6 \text{ mm}^3 \end{aligned}$$

(バットジョイントがある床版については, S は純断面をとらなければならないことに注意しな  
ければならない.)

抵抗曲げモーメント M<sub>r</sub> は:

$$\begin{aligned} M_r &= 0.9 \times 11.5 \times (13.63 \times 10^6) \times 1.69 \\ &= 238.4 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (\text{床版幅 } 1\text{m} \text{ 当り}) \end{aligned}$$

## (ii) 荷重効果と荷重係数

この床版に対する ULS(終局限界状態) も荷重組み合わせ 1 の荷重は死荷重および活荷重を含み,  
活荷重は動荷重影響(DLA : 動的増幅率)を含む. 計算は三つの部分に分けられる:

- 床版幅 1m 当りの死荷重モーメント
- 設計車両の片輪列による活荷重モーメント
- 1m 幅の床版に載荷される、活荷重の分配値。

#### (iii) 死荷重モーメントの荷重係数

この床版の死荷重は木床版の自重とアスファルト舗装である。OHDBC ではこれらの材料の単位重量(OHDBC 2-4.2.2)および荷重係数 (OHBDC2-5.1b) を下記のように規定している。

- 木構造—単位重量  $6.0 \text{ kN/m}^3$  および荷重係数 1.2
- アスファルト—単位重量  $23.5 \text{ kN/m}^3$  および 荷重係数 1.5

1m 幅の床版に作用する等分布荷重は：

$$W_D = 1.2 \times (0.286 \times 1.0) \times 6 + 1.5 \times (0.10 \times 1.0) \times 23.5 \\ = 5.58 \text{ kN/m} \quad (\text{幅 } 1\text{m} \text{ 当り})$$

支間中央の死荷重モーメントの最大値は：

$$M_D = \frac{W_D L^2}{8} \\ = \frac{5.58 \times 5.5^2}{8} \\ = 21.1 \text{ kN/m} \quad (\text{幅 } 1\text{m} \text{ 当り})$$

活荷重による最大曲げモーメントの位置は死荷重によるそれと一致しないが（支間中央近傍）、死荷重によるものは全モーメントのわずか 10%程度であるため、この近似は容認される。

#### (iv) 活荷重モーメントの荷重係数

本支間へ適用する OHDBC 活荷重は OHDBC 輪荷重(OHDBC 2-4.3.1.1)に決まっている。しかし、設計者は OHDBC 車線荷重が適用されないことを確認しなければならない。設計車両の最初の 3 軸のみが使われ、4 および 5 番目の軸重は他の軸重との組み合わせにて使用する(OHDBC 2-4.3.1.8)。OHDBC 輪荷重の片輪列上の輪荷重による活荷重モーメントは、設計車両の第 2 軸および第 3 軸の荷重により  $174.6 \text{ kN}\cdot\text{m}$  である。（計算は省略する）

片輪列上の輪荷重とは車両進行方向の輪荷重群のこと。本件では、第 2 軸と第 3 軸の荷重(何れも  $80 \text{ kN}$  で  $1.2\text{m}$  の間隔がある)を載荷した場合が最大曲げモーメントを生じる。最大曲げモーメントは、構造力学の教科書等に示されているように、支間中央を挟んで最大荷重と荷重群の重心とを等距離に置くような載荷状態にて、最大荷重載荷位置にて生じる。

本件の場合は第 1 軸と第 2 軸の荷重が等しいので、第 1 軸を  $5.5/2-1.2/2=2.45\text{m}$  の位置に置いた場合の第 1 軸の位置のモーメントである。

|          | 1 輪荷重 | 距離   | 支点反力  |
|----------|-------|------|-------|
| 第 1 軸    | 80    | 2.45 | 44.36 |
| 第 2 軸    | 80    | 3.65 | 26.91 |
| $\Sigma$ |       |      | 71.27 |

$$M = 71.27 \times 2.45 = 174.6 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

限界状態組み合わせ 1 の活荷重に対する係数は、1.4 (OHDBC 2-5.1a) で DLA にも適用される。2 輪の場合の DLA 係数は 0.3(OHBDC 2-4.3.2.3) そして、木構造に対して 0.7 の係数(OHBDC 2-4.3.2.7)により軽減される。

つまり、動荷重係数は 0.21 となる。したがって、動荷重の影響を考慮した活荷重の割増は 1.21 となる。

設計車両の片輪列による最大曲げモーメントは：

$$M_L = 1.4 \times 1.21 \times 174.6 \\ = 295.8 \text{ kN}\cdot\text{m} \quad (\text{設計車両の片輪列当り})$$

### (v) 活荷重の分布幅

OHBDC では、橋種別および荷重状態別に荷重分配幅および修正係数を表に示している(OHBDC 3-7.1.2.1). 終局限界状態において 2 車線の A 級道路で 10m 以下の分配幅は：

$$\begin{aligned} D_d &= 1.3 + (L/30) \text{ (単位:m)} && \text{(OHBDC 3-7.1.2.1)} \\ &\quad \text{修正係数なし } (C_f=0.0) \\ &= 1.48 \text{ m} \end{aligned}$$

ここに：

L は支間 (5.5m)

ゆえに、設計車両の片輪列の床版幅 1m に載荷される割合(OHBDC 3-7.1.2)は：

$$S/D_d = 1.0/1.49 = 0.676$$

記号 S は主桁間隔である。床版橋であるから原式そのものを  $1/D_d$  とした方が判りやすい。

### (vi) 全荷重効果

限界状態組み合わせ 1 の合計値は：

$$\begin{aligned} M_T &= M_D + M_L \\ &= 21.1 + 0.676 \times (295.8) \\ &= 221.1 \text{ kN}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

抵抗値は：

$$M_r = 234.8 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

ゆえに、床版は終局限界状態の要求を満足している。

### (3) たわみに関する使用限界状態の照査

OHDBC(OHDBC 9-4.2)は、木構造は死荷重および DLA の影響を除き、SLS1 (使用限界状態組合せ 1) 荷重下において静的たわみ最大値  $L/400$  を満足することを要求している。

最大の計算上のたわみは OHDBC 輪荷重第 2 軸および第 3 軸により決定される。SLS 1 の荷重係数 0.75(OHBDC2-5.1a)を使用した設計車両片輪列下の 1m 幅の床版の最大たわみ(計算は省略)は約 21mm である。

省略されているたわみの計算は下記のとおり。

$$\begin{aligned} P &= 0.75 \times 80 = 60 \text{ kN} \\ L &= 5.5 \text{ m} \\ a &= L/2 - 1.2/2 = 2.15 \text{ m} \\ E &= 9500 \text{ MPa} = 9.50 \times 10^6 \text{ kN/m}^2 \\ I &= 1.0 \times 0.286^3 / 12 = 1.95 \times 10^{-3} \text{ m}^4 \\ y_{\max} &= PL^2 a / (24EI) \times (3 - 4a^2/L^2) = 0.021 \text{ m} \end{aligned}$$

バットジョイントのある床版についてはバットジョイントによる剛性(EI)の低減補正(OHDBC 9-5.8)に注意しなければならない。

OHBDC 輪荷重の片輪列荷重による近似的な活荷重の分配はモーメントに対する幅と同じものを用いる。しかしながら、分配幅は一台の車両のみであるべきでかつ疲労限界状態の表(OHBDC 3-7.1.2.2)が適切である。もしも LSL のたわみの決定であれば、より詳細な解析を考える。

OHDBC は 2 車線上の単一車両のたわみの分配幅を示している。

$$\begin{aligned} D_d &= 1.7 + (L/30) \text{ (単位: m)} && \text{(OHBDC 3-7.1.2.2)} \\ &\quad \text{修正係数なし } (C_f=0.0) \\ &= 1.88 \text{ m} \end{aligned}$$

ここに：

L は支間(5.5m)

設計車両の片輪列の床版 1m 幅に対する率(OHDBC 3-7.1.2)は

$$S/D_d = 1/1.88 = 0.532$$

ゆえに、使用限界状態 1 荷重による最大たわみは：

$$= 0.532 \times 21 = 11 \text{ mm}$$

これは許容最大たわみ 13.75mm(L/400)よりも小さい。

よって、橋は使用限界状態のたわみについて満足する。

#### (4) ポストテンションシステムの設計

ポストテンションシステムの設計には同時に満足すべきいくつかの制限がある。

この例については、ポスティン用鋼棒の直径は与えられている。この変化できるものの確定は、反復計算を減少させ、鋼材間隔および定着具の設計を容易にする。本例はいくつかの設計手順のうちのひとつであり、設計者は異なる方法を用いることができる。

##### (i) 木材の圧縮力

木材に与える最小および最大の圧縮応力の制限があり、満足させなければならない。

締め付け時(初期)に加える最大許容圧縮応力  $N_i$  は：

$$N_i \leq 0.25 f_{ql} \quad (\text{OHDBC 9-22.3.2})$$

ジャックパインは：

$$f_{ql} = 5.0 \text{ MPa} \quad (\text{OHDBC 9-22.3.2})$$

ゆえに：

$$N_i = 1.25 \text{ MPa}$$

全損失後の最終最小圧縮力  $N_f$  は：

$$N_f \geq 0.35 \text{ MPa} \quad (\text{OHDBC 9-22.3.2})$$

OHDBC の必要事項が満たされるなら、寿命内の圧縮応力の損失は 60% を超えることはないと考えられる。ゆえに初期圧縮応力は次の値以下とすることはできない。

$$0.35 \text{ MPa}/0.4 = 0.875 \text{ MPa}$$

上記の全てを満足するするために

$$0.875 \text{ MPa} \leq N_i \leq 1.25 \text{ MPa}$$

##### (ii) ポストテンション用鋼棒

直径 25mm のデビダーグ鋼棒を使用、

$$A_s = 548 \text{ mm}^2$$

$$f_{pu} = 1034 \text{ MPa}$$

締め付け時の最大力は

$$P_{max} \leq 0.85 f_{pu} A_s \quad (\text{OHDBC 9-22.2.4})$$

製造業者(デビダーグ)は亜鉛メッキ PC 鋼棒について強度を 5% 低減することを要求している。

ゆえに：

$$\begin{aligned} P_{max} &= 0.95 \times 0.85 \times 1034 \times 548 \\ &= 457.6 \text{ kN} \end{aligned}$$

セットロスを 5% とすると、最大導入力  $P_{tr}$  は

$$\begin{aligned} P_{tr} &= 0.95 \times 457.6 \text{ kN} \\ &= 434.7 \text{ kN} \end{aligned}$$

##### (iii) ポストテンション鋼棒の間隔

鋼棒間隔の選定に影響するいくつかの要求があり、その一つは積層板の最小長と孔明けである。この例では、積層板が 6m であり、6m を均等に分割できる間隔が適当である。

連続版(通常はバットジョイントがある)では、一つ以上の共通の長さの積層板が使われるであろう。

鋼棒孔間隔について考慮し長さの種類を少なくすることは、積層板の製作と設置の単純化のため

に重要である。

OHBDC は床版厚による鋼棒間隔  $s$  の制限を明示している。

$$s \leq 6 \times d \text{ かつ } \leq 1500 \text{ mm} \quad (\text{OHBDC 9-22.4.4.3})$$

$$s \geq 2.5 \times d \quad (\text{OHBDC 9-22.4.4.3})$$

$$s \geq 15 \times D_h \quad (\text{OHBDC 9-22.4.4.3})$$

$D_h$  は鋼棒用の孔の径であり、次の値でなければならない。

$$D_h \leq 0.2 \times d \quad (\text{OHBDC 9-22.5.3})$$

床版の厚さは 286mm であるから、ゆえに：

$$D_h \leq 0.2 \times d = 0.2 \times 286 = 57.2 \text{ mm}$$

孔径を 50mm とすると、前記の制限は：

$$s \leq 6 \times d = 6 \times 286 = 1716 \text{ mm} \text{ (ただし } 1500 \text{ mm} \text{ が決定する)}$$

$$s \geq 2.5 \times d = 2.5 \times 286 = 715 \text{ mm}$$

$$s \geq 15 \times D_h = 15 \times 50 = 750 \text{ mm}$$

基本的な間隔の制限に加えて、方法の柔軟性のおよびクリープによる鋼棒力の損失の相殺能力の指標である鋼材-木断面比  $A_r$  も満たさなければならない。

$$A_r = 0.0016 \quad (\text{OHBDC 9-22.3.1})$$

ここに：

$$A_r = A_s/A_w$$

所与の：

$$A_s = 548 \text{ mm}^2$$

$$A_w = s \times d = s \times 286 \text{ mm} \quad (\text{OHBDC 9-3})$$

$s$  について解くと：

$$s \geq 548 / (286 \times 0.0016) = 1198 \text{ mm}$$

ゆえに  $s$  の範囲は：

$$1197 \text{ mm} \leq s \leq 1500 \text{ mm}$$

最大の鋼棒間隔 1500mm を選定した場合の床版の長期圧縮応力の照査をする。これは、前述の要求を全て満足し  $A_f$  0.0013 を与える。設計は  $A_f$  の最小値および  $N_i$  の最高値に到達することを試みる。これは床版の長期圧縮応力度を得る。

$$\begin{aligned} N_i &= P_{\max} / (s \times d) \\ &= 457600 / (1500 \times 286) \\ &= 1.07 \text{ MPa} \end{aligned}$$

これは 1.25MPa の最大許容応力度より小さい

遷移損失後、 $N_i$  は

$$\begin{aligned} N_i &= P_{tr} / (s \times d) \\ &= 434700 / (1500 \times 286) \\ &= 1.01 \text{ MPa} \end{aligned}$$

長期の損失後

$$N_f = 0.4N_i = 0.404 \text{ MPa} > 0.35 \text{ MPa} \quad (\text{OHBDC 9-22.3.2})$$

デビダーグ鋼棒径 25mm 間隔 1500mm により OHBDC の全ての要求は満足される。

#### (iv) 鋼支圧板

ポストテンションのための支圧は連続した鋼板の分配から成る。

OHBDC はこの例により設計される鋼板について容認できる設計基準を規定している(OHBDC 9-22.4.4)

#### (v) 曲げ抵抗係数

直接圧力作用を受ける板は  $R_r$  を超過しないポストテンション力であることが求められる。

$$R_r = \phi f_{ql} A_b \quad (\text{OHBDC 9-22.4.2})$$

ここに：

$$\phi = 1.0 \quad (\text{OHBDC 9-22.4.2})$$

$$f_{ql} = 5.0 \text{ MPa}$$

$$A_b = \text{直支圧面積}$$

$$= b_b \times L_b$$

(OHBD 9-22.3.2)

(OHBD 9-22.4.3)

$\phi$  : 抵抗係数  
 $f_{ql}$  : 繊維直角方向極限圧縮力, ジャックパイン=5.0MPa

ジャックパインの場合の最大鋼棒力は  $P_{max}$  (457.6kN)である。ゆえに：

$$P_{max} \leq R_f = \phi f_{dl} A_b$$

$A_b$ について解いて：

$$A_b \geq P_{max} / (\phi f_{ql}) = 457\,600 \text{ N} / (1.0 \times 5.0 \text{ MPa}) = 91\,520 \text{ mm}^2$$

ゆえに：

$$b_b \times L_b \geq 91\,520 \text{ mm}^2$$

#### (vi) 溝形鋼

溝形鋼は下記の必要事項に合致しなければならない(OHDBC 9-22.4.4.1):

- ・ チャンネルの高さ  $d_c \geq 0.85 \times d = 243 \text{ mm}$
- ・ 弱軸回りの断面二次モーメント  $\geq 1\,400\,000 \text{ mm}^4$
- ・ ウエブの厚さ  $t_w \geq 11.0 \text{ mm}$

AC250x37 は次の断面性能により、これらの要求を満足する：

$$d_c = 254 \text{ mm}$$

$$I_y = 1\,400\,000 \text{ mm}^4$$

$$t_w = 13.4 \text{ mm}$$

この溝形断面を使用すると、直支圧面積  $b_b$  は溝形鋼の  $d_c$  と等しい(OHDBC 9-22.4.4.4). ゆえに、したがって：

$$b_b \times L_b \geq 91\,520 \text{ mm}^2, \text{ ゆえに}$$

$$L_b = 91\,520 / 254 = 360 \text{ mm}$$

#### (vii) アンカープレート

溝形鋼のウェブの収まるアンカープレートの最大幅  $w$  は 200mm である。

アンカープレートの長さ  $L_p$  は次を満足しなければならない。

$$1.0 \leq L_p / w \leq 2.0 \quad (\text{OHDBC 9-22.4.4.2})$$

$$L_p \geq 360 \text{ mm} \text{ (上記より)}$$

$$L_p = L_p + 2w = L_p + 26.8 \text{ mm} \quad (\text{OHDBC 9-22.4.4.4})$$

$L_p$ について解いて

$$L_p \geq 360 - 26.8 = 333.2 \text{ mm}$$

プレートの厚さ  $t_p$  は下記を満足しなければならない。

$$t_p \geq L_p / 12 \quad (\text{OHDBC 9-22.4.4.2})$$

以上の要求を満足するために、アンカープレートは 200×340×30mm とする

## (5) 要 約

### (i) 床版

設計照査より、床版は安全である。

### ポストテンションシステム

ポストテンションシステムの設計は安全であり、下記が必要である。

- ・  $\phi 25 \text{ mm}$  のデビダーグ鋼棒、終局強度 1034MPa, 1500mm 間隔
- ・  $\phi 50 \text{ mm}$  の先孔に鋼棒を挿入する
- ・ C250×37 の連続した溝形鋼に 200×340×30mm のアンカープレートにて定着させる。
- ・ 鋼棒の引っ張り力は各 457.6kN,(OHDBC 9-22.3.3), OPS 建設標準の概要のとおり。

## 2.6 確率統計の基礎

### 2.6.1 破壊点まわりのテーラー展開による性能関数の線形化

以下の(1)～(4)において確率変数  $X_i$  ( $i=1 \sim n$ ) は、正規分布かつ互いに独立であると仮定する。

#### (1) 線形2変数のとき

性能関数  $Z$

$$Z = g(X_1, X_2) = X_1 - X_2 \geq 0 \quad (166)$$

ここで、

$X_1$ ：抵抗力

$X_2$ ：荷重効果

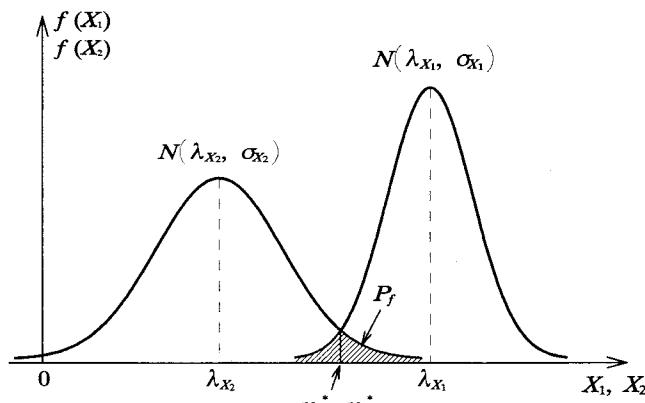


図-2.11 破壊確率

ある任意の点  $x^* = (x_1^*, x_2^*)$  まわりでテーラー展開すると、して、1次の項で打ち切ると、

$$Z = g(x_1^*, x_2^*) + \sum_{j=1}^2 (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \quad (167)$$

ここで、

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 1, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = -1 \quad (168)$$

$Z$  の平均値  $\mu_Z$ 、標準偏差  $\sigma_Z$  はそれぞれ次式で表される。

$$\begin{aligned} \mu_Z &= g(x_1^*, x_2^*) + \sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ &= \sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ &= (\mu_{X_1} - x_1^*) \cdot 1 + (\mu_{X_2} - x_2^*) \cdot (-1) \\ &= \mu_{X_1} - \mu_{X_2} \quad (\because x_1^* - x_2^* = 0) \end{aligned} \quad (169)$$

$$\sigma_Z = \left\{ \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2} = (\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2)^{1/2} \quad (170)$$

$$= \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j} = \alpha_1 \sigma_{X_1} - \alpha_2 \sigma_{X_2}$$

ここで、

$$\alpha_1 = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_1}}{\left\{ \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2}} = \frac{\sigma_{X_1}}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} \quad (171)$$

$$\alpha_2 = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_2}}{\left\{ \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2}} = \frac{-\sigma_{X_2}}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} \quad (172)$$

(170)式の右辺へ代入すると、

$$\begin{aligned} \alpha_1 \sigma_{X_1} - \alpha_2 \sigma_{X_2} &= \frac{\sigma_{X_1}^2}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} + \frac{\sigma_{X_2}^2}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} \\ &= \frac{\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} \\ &= \left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2} = \sigma_Z \end{aligned} \quad (173)$$

となり、(170)式の左辺に一致する。 $\alpha_1$  と  $\alpha_2$  は互いに独立な係数である。  
未知数は

$$\begin{aligned} Z &= g(x_1^*, x_2^*) \\ &= x_1^* - x_2^* = 0 \end{aligned} \quad (174)$$

を満たす  $x_1^*, x_2^*$  であり、唯一個 ( $x_1^* = x_2^*$  より) である。

安全性指標  $\beta$  (図-2.12 参照) は、

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{\mu_Z - x_1^*}{\sigma_Z} = \frac{(\mu_{X_1} - x_1^*) - (\mu_{X_2} - x_2^*)}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} \\ &= \frac{(\mu_{X_1} - x_1^*) - (\mu_{X_2} - x_2^*)}{\alpha_1 \sigma_{X_1} - \alpha_2 \sigma_{X_2}} = \frac{\sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)}{\sum_{j=1}^2 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}} \end{aligned} \quad (175)$$

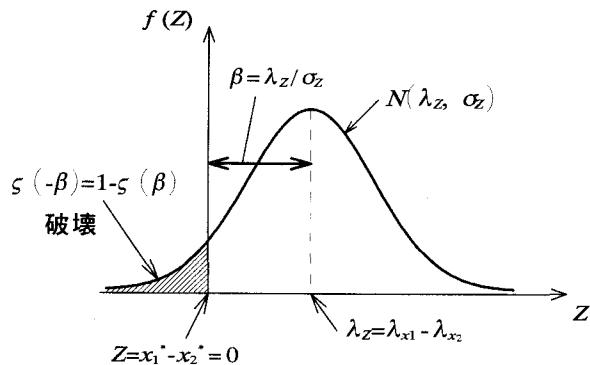


図-2.12 安全性指標  $\beta$  の意味

となり、分母を払えば、

$$\frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j} = \sum_{j=1}^2 \left( \mu_{X_j} - x_j^* \right) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \quad (176)$$

移項して、整理すれば、

$$\sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \left( \mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \right) = 0 \quad (177)$$

ここで、2つの括弧内の値はそれぞれ独立である。

従って、

$$x_j^* = \mu_{X_j} - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \quad (178)$$

$j=1$  のとき、

$$\begin{aligned} x_1^* &= \mu_{X_1} - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_1} \\ &= \left( 1 - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}} \right) \mu_{X_1} = \left( 1 - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_1} \right) \frac{\mu_{X_1}}{\mu_{X_{1,0}}} \cdot \mu_{X_{1,0}} \\ &= \gamma_1 \cdot \mu_{X_{1,0}} \end{aligned} \quad (179)$$

ここで、 $\mu_{X_{1,0}}$  は公称値（5%下限値など）。 $\gamma_1$  は、係数（設計点／公称値）であり、

$$\gamma_1 = \frac{x_1^*}{\mu_{X_{1,0}}} \quad (180)$$

#### [例題4]

抵抗力  $X_1$ 、荷重効果  $X_2$  の確率分布がそれぞれ

$$X_1 = R = N(\mu_{X_1}, \sigma_{X_1}) = N(60 \text{ tf}, 6 \text{ tf})$$

$$X_2 = L = N(\mu_{X_2}, \sigma_{X_2}) = N(40 \text{ tf}, 6 \text{ tf})$$

であるとき、安全性指標  $\beta$  および設計点  $x_1^*$ ,  $x_2^*$  を求めよ。

解) 性能関数  $Z$

$$Z = g(X_1, X_2) = X_1 - X_2$$

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 1, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = -1$$

(171) 式、(172) 式より、

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{\sigma_{X_1}}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} \\ &= \frac{6}{(6^2 + 6^2)^{1/2}} = \frac{6}{8.49} = 0.707 \\ \alpha_2 &= \frac{-\sigma_{X_2}}{\left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 \right)^{1/2}} = -\frac{6}{8.49} = -0.707 \\ (\therefore \alpha_1^2 + \alpha_2^2 &= 1.0) \end{aligned}$$

(169) 式より、

$$\begin{aligned}
\mu_Z &= (\mu_{X_1} - x_1^*) - (\mu_{X_2} - x_2^*) \\
&= \mu_{X_1} - \mu_{X_2} - (x_1^* - x_2^*) \\
&= \mu_{X_1} - \mu_{X_2} \quad (\because x_1^* - x_2^* = 0) \\
&= 60 - 40 = 20 \text{ (tf)}
\end{aligned}$$

(170)式より、

$$\sigma_Z = \left\{ \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_x \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2} = 8.49 \text{ (tf)}$$

これを、(175)式に代入して、

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{20}{8.49} = 2.36$$

設計点は、(179)式より、

$$\begin{aligned}
x_1^* &= \mu_{X_1} - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_1} \\
&= 60 - 0.707 \times 2.36 \times 6.0 \\
&= 60 - 10 = 50.0 \text{ (tf)} \\
x_2^* &= 40 + 0.707 \times 2.36 \times 6.0 \\
&= 40 + 10.0 = 50.0 \text{ (tf)} \\
(x_1^* - x_2^*) &= 0 \text{ を満たす}
\end{aligned}$$

すなわち、線形問題の場合には、後述の繰り返し計算は不要である。

## (2) 線形3変数のとき

性能関数  $Z$

$$Z = g(X_1, X_2, X_3) = X_1 - X_2 - X_3 \geq 0 \quad (181)$$

ここで、

$$\begin{aligned}
X_1 &\quad : \text{抵抗力} \\
X_2, X_3 &\quad : \text{荷重効果}
\end{aligned}$$

破壊点を  $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$  とすると、

$$Z = g(x_1^*, x_2^*, x_3^*) + \sum_{j=1}^3 (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_x \quad (182)$$

ここで、

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 1, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = \frac{\partial g}{\partial x_3} = -1 \quad (183)$$

また、

$$g(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = x_1^* - x_2^* - x_3^* = 0 \quad (184)$$

である。

平均値  $\mu_Z$ 、標準偏差  $\sigma_Z$  は、

$$\begin{aligned}
\mu_Z &= g(x_1^*, x_2^*, x_3^*) + \sum_{j=1}^3 (\mu_{X_j} - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_x \\
&= \sum_{j=1}^3 (\mu_{X_j} - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_x \\
&= \mu_{X_1} - \mu_{X_2} - \mu_{X_3}
\end{aligned} \quad (185)$$

$$\sigma_Z = \left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2 \right)^{1/2} = \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j} \quad (186)$$

ここで、

$$\alpha_j = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}}{\sigma_Z} \quad (187)$$

安全性指標 $\beta$ は、

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\sum_{j=1}^3 (\mu_{X_j} - x_j^*) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)}{\sum_{j=1}^3 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}} \quad (188)$$

となり、分母を払えば、

$$\frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \sum_{j=1}^3 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j} = \sum_{j=1}^3 (\mu_{X_j} - x_j^*) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \quad (189)$$

移項して、整理すれば、

$$\sum_{j=1}^3 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \left( \mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \right) = 0 \quad (190)$$

したがって、

$$x_j^* = \mu_{X_j} - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \quad (191)$$

$j=1$  のとき、

$$\begin{aligned} x_1^* &= \mu_{X_1} - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_1} \\ &= \left( 1 - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}} \right) \mu_{X_1} = \left( 1 - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}} \right) \mu_{X_{1,0}} \\ &= \gamma_1 \cdot \mu_{X_{1,0}} \end{aligned} \quad (192)$$

以上より、

$$\sigma_Z = \left( \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2 \right)^{1/2} \quad (193)$$

$$\mu_Z = \mu_{X_1} - \mu_{X_2} - \mu_{X_3} \quad (194)$$

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{X_1}}{\sigma_Z} \quad (195)$$

から  $x_1^*$  を決定する。

### [例題 5]

抵抗力  $R$ 、死荷重効果  $D$ 、活荷重効果  $L$  の確率分布がそれぞれ

$$X_1 = R = N(\mu_{X_1}, \sigma_{X_1}) = N(60 \text{tf}, 6 \text{tf})$$

$$X_2 = D = N(\mu_{X_2}, \sigma_{X_2}) = N(25 \text{tf}, 5 \text{tf})$$

$$X_3 = L = N(\mu_{X_3}, \sigma_{X_3}) = N(16 \text{tf}, 4 \text{tf})$$

であるとき、安全性指標 $\beta$ および設計点を求めよ。

解) 性能関数  $Z$

$$Z = g(X_1, X_2, X_3) = X_1 - X_2 - X_3$$

(193)式、(194)式より、

$$\begin{aligned}\sigma_Z &= \left(\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2\right)^{1/2} \\ &= \left(6^2 + 5^2 + 4^2\right)^{1/2} = \sqrt{77} = 8.77 \text{ (tf)} \\ \mu_Z &= \mu_{X_1} - \mu_{X_2} - \mu_{X_3} \\ &= 60 - 25 - 16 = 19 \text{ (tf)}\end{aligned}$$

したがって、安全性指標  $\beta$  は、

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{19}{8.77} = 2.17 \\ \alpha_1 &= \frac{\sigma_{X_1}}{\sigma_Z} = \frac{6}{8.77} = 0.684 \\ \alpha_2 &= -\frac{\sigma_{X_2}}{\sigma_Z} = -\frac{5}{8.77} = -0.570 \\ \alpha_3 &= -\frac{\sigma_{X_3}}{\sigma_Z} = -\frac{4}{8.77} = -0.456 \\ (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 &= 0.468 + 0.325 + 0.208 \approx 1.00)\end{aligned}$$

以上より、(192) 式を用いて、

$$\begin{aligned}x_1^* &= \mu_{X_1} - \alpha_1 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_1} \\ &= 60 - 0.684 \times 2.17 \times 6 \\ &= 60 - 8.91 = 51.1 \text{ (tf)}\end{aligned}$$

同様にして、

$$\begin{aligned}x_2^* &= \mu_{X_2} - \alpha_2 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_2} \\ &= 25 + 0.570 \times 2.17 \times 5 \\ &= 25 + 6.18 = 31.2 \text{ (tf)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_3^* &= \mu_{X_3} - \alpha_3 \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_3} \\ &= 16 + 0.456 \times 2.17 \times 4 \\ &= 16 + 3.96 = 20.0 \text{ (tf)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}g &= x_1^* - x_2^* - x_3^* \\ &= 51.1 - 31.2 - 20.0 \\ &= -0.1 \approx 0\end{aligned}$$

この場合も線形問題であるから設計点は一時的に決まる。

### (3) 非線形 2 変数のとき

性能関数  $Z$

$$Z = g(X_1, X_2) = \frac{X_1}{X_2} - 1 \quad (196)$$

とする。ここで、

$X_1$  : 抵抗力

$X_2$  : 荷重効果

破壊点を  $x^* = (x_1^*, x_2^*)$  とすると、

$$Z = g(x_1^*, x_2^*) + \sum_{j=1}^2 (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \quad (197)$$

ここで、

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = \frac{1}{x_2}, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = -\frac{x_1}{x_2^2} \quad (198)$$

$Z$  の平均値  $\mu_Z$  は、

$$\begin{aligned} \mu_Z &= g(x_1^*, x_2^*) + \sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ &= \frac{x_1^*}{x_2^*} - 1 + (\mu_{x_1} - x_1^*) \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*} + (\mu_{x_2} - x_2^*) \frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_{x^*} \\ &= \frac{x_1^*}{x_2^*} - 1 + (\mu_{x_1} - x_1^*) \left( \frac{1}{x_2^*} \right) + (\mu_{x_2} - x_2^*) \left( -\frac{x_1^*}{x_2^*} \right) \end{aligned} \quad (199)$$

(199)式より、 $\frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*}$ ,  $\frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_{x^*}$  は他の項とは独立な値である。すなわち、 $g(x)$  は既知であっても、

その微分は独立な値であり、 $g(x)$  と  $\partial g / \partial x$  には相関がない。また、確率密度関数も一般には不明である。この場合の  $Z = X_1 / X_2 - 1$  も単純な密度関数にはならず、解析的に表すことは不可能である。よって、 $x_1^*, x_2^*$  も未知である。つまり、

$$g = \frac{x_1^*}{x_2^*} - 1 = 0 \quad (200)$$

を満たす  $x_1^*, x_2^*$  は不明である。

$Z$  の標準偏差  $\sigma_Z$  は、

$$\begin{aligned} \sigma_Z &= \left\{ \sum_{j=1}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2} = \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j} \\ &= \alpha_1 \left( \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_1} + \alpha_2 \left( \frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_2} \end{aligned} \quad (201)$$

ここで、

$$\alpha_j = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}}{\sigma_Z} \quad (202)$$

である。つまり、

$$\alpha_1 = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_1}}{\sigma_Z} = \frac{\frac{1}{x_2^*} \sigma_{X_1}}{\sigma_Z} \quad (203)$$

$$\alpha_2 = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_2}}{\sigma_Z} = \frac{-\frac{x_1^*}{x_2^*} \sigma_{X_2}}{\sigma_Z} \quad (204)$$

係数  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  もまた未知数である。

#### \* 檢算

(203), (204)を(201)式の右辺に代入すると、

$$\begin{aligned}
& \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_1}\right|_{x^*}\right)^2 \sigma_{X_1}^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial x_2}\right|_{x^*}\right)^2 \sigma_{X_2}^2}{\sigma_Z} = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_1}\right|_{x^*}\right)^2 \sigma_{X_1}^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial x_2}\right|_{x^*}\right)^2 \sigma_{X_2}^2}{\sigma_Z} \\
& = \frac{\sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*}\right)^2 \sigma_{X_j}^2}{\sigma_Z} \\
& = \frac{\sigma_Z^2}{\sigma_Z} = \sigma_Z
\end{aligned}$$

となり、(201)式の左辺に一致する。

安全性指標 $\beta$ は、

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*}}{\sum_{j=1}^2 \alpha_j \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*} \sigma_{X_j}}
\quad (205)$$

ここで、 $g(x_1^*, x_2^*) = 0$  を満たすとしている。(205)式の分母を払えば、

$$\frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*} \sigma_{X_j} = \sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*}
\quad (206)$$

移項して、整理すれば、

$$\sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*} \left( \mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \right) = 0
\quad (207)$$

ここで、前述のように、 $\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*}$  と、 $\mu_{X_j}, x_j^*, \alpha_j, \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}, \sigma_{X_j}$  は独立である。

すなわち、(207)式が成り立つためには、

$$\mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} = 0 \quad (j=1,2)
\quad (208)$$

でなければならない。以上より、

$$g(x_1^*, x_2^*) = \frac{x_1^*}{x_2} - 1 = 0
\quad (209)$$

$$x_j^* = \mu_{X_j} - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \quad (j=1,2)
\quad (210)$$

$$\alpha_j = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*} \sigma_{X_j}}{\sigma_Z} \quad (j=1,2)
\quad (211)$$

の計 5 式、未知数は、 $x_1^*, x_2^*, \alpha_1, \alpha_2, \beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$  の計 5 個。

これらを仮定して、繰り返し計算する。ただし、(210)式から得られる $x_1^*, x_2^*$  は、 $g(x_1^*, x_2^*) = 0$  を満たさないので、(199)式、つまり、

$$\mu_Z = g(x_1^*, x_2^*) + \sum_{j=1}^2 (\mu_{X_j} - x_j^*) \left(\frac{\partial g}{\partial x_j}\right|_{x^*}
\quad (199)'$$

及び

$$\sigma_Z = \sum_{j=1}^2 \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial X_j} \Big|_x \right) \sigma_{X_j} \quad (201)'$$

を(210)式の  $\mu_Z, \sigma_Z$  の評価に用いる。

これら未知数が収束した後に、

$$\begin{aligned} x_j^* &= \mu_{X_j} - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \\ &= \left( 1 - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \frac{\sigma_{X_j}}{\mu_{X_j}} \right) \mu_{X_j} = \left( 1 - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \frac{\sigma_{X_j}}{\mu_{X_j}} \right) \frac{\mu_{X_j}}{\mu_{X_{j,0}}} \cdot \mu_{X_{j,0}} \\ &= \gamma_j \cdot \mu_{X_{j,0}} \end{aligned} \quad (212)$$

より、係数を決定する。

### [例題 6]

図の単純梁において荷重  $P$  及び  $w_d$  が作用している。  $P$  及び  $w_d$  による曲げモーメントの平均値、変動係数はそれぞれ以下とする。

$$\overline{M_d} = \mu_{X_2} = \frac{\overline{w_d} l^2}{8} = 12 \text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$\overline{M_p} = \mu_{X_3} = \frac{\overline{P}l}{4} = 18 \text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$\sigma_{M_d} = \sigma_{X_2} = 1.2 \text{ tf}$$

$$\sigma_{M_p} = \sigma_{X_3} = 1.8 \text{ tf}$$

この梁の抵抗値は、

$$\overline{R} = \mu_{X_1} = 1000 \text{ tf/m}^2$$

$$\sigma_R = \sigma_{X_1} = 100 \text{ tf/m}^2$$

断面係数は、

$$\overline{W} = \mu_{X_4} = 0.040 \text{ m}^3$$

$$\sigma_W = \sigma_{X_4} = 0.0020 \text{ m}^3$$

とする。

このときの梁の設計点と破壊確率を求めよ。

解) 限界状態方程式  $Z$  は、

$$Z = g = X_1 - (X_2 + X_3)/X_4$$

となる。ただし、

$$X_1=R, X_2=M_d, X_3=M_p, X_4=W$$

とおく。

初期値：

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1$$

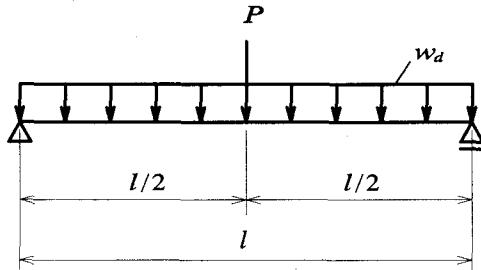
において、 $n=4$  であり、 $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4$  と仮定すると、

$$\alpha_i = \sqrt{1/n} = \sqrt{1/4} = 0.5$$

また、安全性指標  $\beta$  を

$$\beta = 3.0$$

とする。設計点の初期値は(210)式より、



$$\begin{aligned}
x_1^* &= \mu_{X_1} - \alpha_1 \beta \sigma_{X_1} \\
&= 1000 - 0.5 \times 3.0 \times 100 = 850 \text{ tf/m}^2 \\
x_2^* &= 12 - 0.5 \times 3.0 \times 1.2 = 10.2 \text{ tf·m} \\
x_3^* &= 18 - 0.5 \times 3.0 \times 1.8 = 15.3 \text{ tf·m} \\
x_4^* &= 0.040 - 0.5 \times 3.0 \times 0.0020 = 0.0370 \text{ m}^3
\end{aligned}$$

次に、偏微分係数を求める。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial g}{\partial x_1} &= 1 & \rightarrow \quad \left. \frac{\partial g}{\partial x_1} \right|_{x^*} &= 1 \\
\frac{\partial g}{\partial x_2} &= -\frac{1}{x_4} & \rightarrow \quad \left. \frac{\partial g}{\partial x_2} \right|_{x^*} &= -\frac{1}{0.0370} = -27.03 \text{ /m}^3 \\
\frac{\partial g}{\partial x_3} &= -\frac{1}{x_4} & \rightarrow \quad \left. \frac{\partial g}{\partial x_3} \right|_{x^*} &= -27.03 \text{ /m}^3 \\
\frac{\partial g}{\partial x_4} &= -\frac{x_2 + x_3}{x_4^2} & \rightarrow \quad \left. \frac{\partial g}{\partial x_4} \right|_{x^*} &= -\frac{10.2 + 15.3}{0.0370^2} = 18,630 \text{ tf·m}^{-5}
\end{aligned}$$

(201)式より、

$$\begin{aligned}
\sigma_Z &= \left\{ \sum_{j=1}^2 \left( \left. \frac{\partial g}{\partial x_j} \right|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2} \\
&= \left\{ (1 \times 100)^2 + (-27.0 \times 1.2)^2 + (-27.0 \times 1.8)^2 + (18,630 \times 0.0020)^2 \right\}^{1/2} \\
&= (10,000 + 1050 + 2362 + 1388)^{1/2} \\
&= \sqrt{14,800} = 122 \text{ tf/m}^2
\end{aligned}$$

(202)式より、

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= \frac{\left( \left. \frac{\partial g}{\partial x_1} \right|_{x^*} \right) \sigma_{X_1}}{\sigma_Z} = \frac{1 \times 100}{122} = 0.820 \\
\alpha_2 &= \frac{-27.0 \times 1.2}{122} = -0.266 \\
\alpha_3 &= \frac{-27.0 \times 1.8}{122} = -0.398 \\
\alpha_4 &= \frac{18,630 \times 0.0020}{122} = 0.305 \\
\left( \sum \alpha_i^2 \right) &= 0.820^2 + 0.266^2 + 0.398^2 + 0.305^2 \\
&= 0.672 + 0.071 + 0.158 + 0.093 \\
&= 0.994 \approx 1
\end{aligned}$$

次に平均値を(199)'式から求めると、

$$\begin{aligned}
\mu_Z &= g(x_1^*, x_2^*, x_3^*, x_4^*) + \sum_{j=1}^4 \left( \left. \frac{\partial g}{\partial x_j} \right|_{x^*} \right) (\mu_{X_j} - x_j^*) \\
&= 850 - (10.2 + 15.3)/0.0370 + 1 \cdot (1,000 - 850) + (-27.0) \times (12 - 10.2) \\
&\quad + (-27.0) \times (18 - 15.3) + 18,630 \times (0.040 - 0.037) \\
&= 161 + 150 - 49 - 73 + 56 \\
&= 245
\end{aligned}$$

$$\therefore \beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{245}{122} = 2.01$$

第2回目：

(210)式より、新設計点：

$$\begin{aligned}x_1^* &= \mu_{X_1} - \alpha_1 \beta \sigma_{X_1} \\&= 1000 - 0.820 \times 2.01 \times 100 = 835 \text{ tf/m}^2 \\x_2^* &= 12 + 0.820 \times 2.01 \times 1.2 = 12.6 \text{ tf}\cdot\text{m} \\x_3^* &= 18 + 0.398 \times 2.01 \times 1.8 = 19.4 \text{ tf}\cdot\text{m} \\x_4^* &= 0.040 - 0.305 \times 2.01 \times 0.0020 = 0.0388 \text{ m}^3\end{aligned}$$

偏微分係数：

$$\begin{aligned}\left. \frac{\partial g}{\partial x_1} \right|_{x^*} &= 1 & \left. \frac{\partial g}{\partial x_2} \right|_{x^*} &= -\frac{1}{0.0388} = -25.8 \text{ /m}^3 \\ \left. \frac{\partial g}{\partial x_3} \right|_{x^*} &= -25.8 \text{ /m}^3 & \left. \frac{\partial g}{\partial x_4} \right|_{x^*} &= \frac{12.6 + 19.4}{0.0388^2} = 21,260 \text{ tf}\cdot\text{m}^{-5}\end{aligned}$$

標準偏差：

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \sqrt{(1 \times 100)^2 + (-25.8 \times 1.2)^2 + (-25.8 \times 1.8)^2 + (21,260 \times 0.0020)^2} \\&= \sqrt{10,000 + 959 + 2157 + 1808} \\&= \sqrt{14,924} = 122 \text{ tf/m}^2\end{aligned}$$

係数  $\alpha_i$  :

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \frac{1 \times 100}{122} = 0.820 \\ \alpha_2 &= \frac{-25.8 \times 1.2}{122} = -0.254 \\ \alpha_3 &= \frac{-25.8 \times 1.8}{122} = -0.381 \\ \alpha_4 &= \frac{21,260 \times 0.0020}{122} = 0.349 \\ \left( \sum \alpha_i^2 \right) &= 0.672 + 0.065 + 0.145 + 0.122 \\&= 1.004 \approx 1\end{aligned}$$

平均値：

$$\begin{aligned}\mu_z &= 835 - (12.6 + 19.4)/0.0388 + 1 \cdot (1,000 - 835) + (-25.8) \times (12 - 12.6) \\&\quad + (-25.8) \times (18 - 19.4) + 21,260 \times (0.040 - 0.0388) \\&= 10 + 165 + 15 + 36 + 26 \\&= 252 \text{ tf/m}^2\end{aligned}$$

安全性指標：

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{252}{122} = 2.07$$

以下同様にして、第3回目へ進行する。結果のみを記すと以下のようである。

$$\begin{aligned}\sigma_z &= 119 \text{ tf/m}^2 \\ \mu_z &= 250 \text{ tf/m}^2 \\ \beta &= \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{250}{119} = 2.10\end{aligned}$$

これを収束値と見なすと、梁の破壊確率  $P_f$  は以下となる。

$$\begin{aligned}
 P_f &= 1 - \Phi(\beta) = 1 - \Phi(2.10) \\
 &= 1 - 0.9821 \\
 &= 0.0179
 \end{aligned}$$

つまり、100 本の梁のうち、1.79 本あるいは 10000 本の梁のうち、179 本が破壊する可能性があるということになる。この値をもっと小さくするには、断面係数の平均値 ( $\mu_{X_4} = 0.040 \text{m}^3$ ) を大きくするか、抵抗値の平均値 ( $\mu_{X_1} = 1000 \text{tf/m}^2$ ) を大きくするのいずれかである。

### 補遺

1) 変数  $X_i$  を正規化した場合の係数  $\alpha_i$

$X_i$  の座標変換

$$X_i' = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}} \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (213)$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_j} = \frac{\partial g}{\partial X_j'} \cdot \frac{\partial X_j'}{\partial X_j} = \frac{\partial g}{\partial X_j'} \cdot \frac{1}{\sigma_{X_j}} \quad (214)$$

$\alpha_i$  の定義に代入して、

$$\alpha_i = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_i}}{\left[ \sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right]^{1/2}} = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x'^*} \right)}{\left[ \sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x'^*} \right)^2 \right]^{1/2}} = \alpha_i^* \quad (215)$$

となり、 $\alpha_i$  の値は不变である。

$$2) \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1$$

証明：(211)式より、

$$\begin{aligned}
 \alpha_1^2 + \alpha_2^2 &= \frac{1}{\sigma_z^2} \left\{ \left( \frac{\partial g}{\partial x_1} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_1}^2 + \left( \frac{\partial g}{\partial x_2} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_2}^2 \right\} \\
 &= \frac{1}{\sigma_z^2} \cdot \sigma_z^2 = 1
 \end{aligned} \quad (216)$$

$n$  変数の場合も  $\sum_{i=1}^n \alpha_i^2 = 1$  となる。

### (4) 抵抗係数と荷重係数

(i)  $g = R - S$  の場合

$R = X_1$  : 抵抗

$S = X_2$  : 荷重効果

設計点で、

$$g(x_1^*, x_2^*) = x_1^* - x_2^* = 0$$

である。 $Z = g$  とおくと、

$$Z = g(x_1^*, x_2^*) + \sum \left( X_j - x_j^* \right) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*}$$

$$= \sum \left( X_j - x_j^* \right) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*}$$

ここで、

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 1, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = -1$$

$Z$  の平均値は、

$$\mu_Z = \sum \left( \mu_{X_j} - x_j^* \right) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*}$$

$$= (\mu_{X_1} - x_1^*) \cdot 1 + (\mu_{X_2} - x_2^*) \cdot (-1)$$

$$= \mu_{X_1} - \mu_{X_2}$$

$Z$  の標準偏差は、

$$\sigma_Z = \left\{ \sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2}$$

$$= \sum \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}$$

ここで、

$$\alpha_j = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}}{\sigma_Z}$$

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 1, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = -1$$

を代入すると、

$$\sigma_Z = (\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2)^{1/2}$$

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{X_1}}{\sigma_Z}$$

$$\alpha_2 = -\frac{\sigma_{X_2}}{\sigma_Z}$$

となる。ここで、 $\alpha_i$  を方向余弦という。

安全性指標 $\beta$ は、

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\sum \left( \mu_{X_j} - x_j^* \right) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)}{\sum \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}}$$

分母を払って、整理すると、

$$\sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \left( \mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \right) = 0$$

ここで、両者は互いに独立であるから、

$$\mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_z}{\sigma_z} \cdot \sigma_{X_j} = 0$$

したがって、

$$\begin{aligned} x_j^* &= \mu_{X_j} - \alpha_j \cdot \frac{\mu_z}{\sigma_z} \cdot \sigma_{X_j} \\ &= \left(1 - \alpha_j \cdot \frac{\mu_z}{\sigma_z} \cdot \frac{\sigma_{X_j}}{\mu_{X_j}}\right) \cdot \frac{\mu_{X_j}}{\mu_{X_{j,0}}} \cdot \mu_{X_{j,0}} \end{aligned}$$

ここで、 $\mu_{X_{j,0}}$  は公称値（5%下限値など）。

$j=1$ に対して、 $\beta = \mu_z / \sigma_z$  とおいて（正規分布を仮定）、

$$\begin{aligned} \phi &= \left(1 - \alpha_1 \beta \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}}\right) \frac{\mu_{X_1}}{\mu_{X_{1,0}}} = \frac{\left(1 - \alpha_1 \beta \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}}\right) \mu_{X_1}}{\mu_{X_{1,0}}} \\ &= \frac{x_1^*}{\mu_{X_{1,0}}} \end{aligned} \quad (217)$$

ここで、 $\phi$ ：抵抗係数＝設計点／公称値  
 $j=2$ に対しても同様に、

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\left(1 - \alpha_1 \beta \frac{\sigma_{X_2}}{\mu_{X_2}}\right) \mu_{X_2}}{\mu_{X_{2,0}}} \\ &= \frac{x_2^*}{\mu_{X_{2,0}}} \end{aligned} \quad (218)$$

が定まり、これを荷重係数という。結局  
係数＝設計点／公称値

となっている。この問題は設計点  $x_1^*, x_2^*$  および安全性指標  $\beta = \mu_z / \sigma_z$  だけを求めることが要求されている。実際に、

$$\left. \begin{array}{l} \mu_z = \mu_{X_1} - \mu_{X_2} \\ \sigma_z = (\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2)^{1/2} \\ \alpha_1 = \frac{\sigma_{X_1}}{\sigma_z} \\ \alpha_2 = \frac{-\sigma_{X_2}}{\sigma_z} \end{array} \right\}$$

より、

$$\begin{aligned} x_1^* &= \left(1 - \alpha_1 \beta \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}}\right) \mu_{X_1} \\ &= \left(1 - \frac{\sigma_{X_1}}{\sigma_z} \cdot \frac{\mu_z}{\sigma_z} \cdot \frac{\sigma_{X_1}}{\mu_{X_1}}\right) \mu_{X_1} \\ &= \left\{1 - \frac{(\mu_{X_1} - \mu_{X_2}) \sigma_{X_1}^2}{(\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2) \mu_{X_1}}\right\} \mu_{X_1} \end{aligned}$$

などの設計点  $x_i^*$  を求めることができる。よってこれを公称値で除して抵抗係数  $\phi$  も定まる。

逆に、安全性指標  $\beta$  (もしくは破壊確率) を与えると、これは全く別の問題となる。つまり、

$$\beta = \beta_T, \mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \sigma_{X_1}, \sigma_{X_2}$$

を与えて  $\phi$  と  $\gamma$  を求めよ、という問題になる。また、設計点も本来の解  $x_i^*$  とずれた値となる。これが限界状態設計法のレベル 3 と言われる由縁である。

(ii)  $g = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i$  の場合

例えば梁の設計の問題、

$$g_1 = R - [D + L_s + L_e] \times \frac{wl^2}{8Z}$$

$$g_2 = \frac{l}{300} - [D + L_s] \times \frac{5wl^4}{384EI}$$

ここで、

$D$  : 固定荷重 (正規分布)

$L_s(t)$  : 常時積載荷重 (対数正規分布)

$L_e(t)$  : 非常時積載荷重 (グンベル分布)

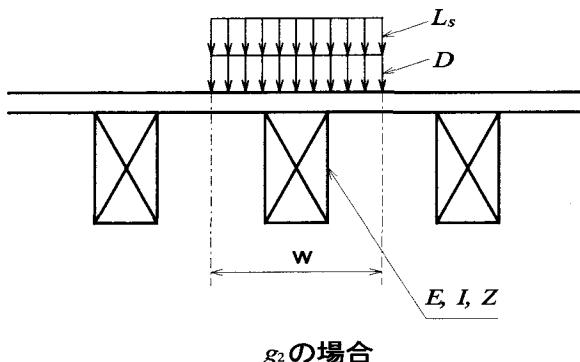
$R$  : 強度分布

$E$  : ヤング係数分布

$W$  : 荷重負担幅

$Z$  : 断面係数

$I$  : 断面 2 次モーメント



$g_2$  の場合

目的:

$\beta$  を与えて、 $Z, I, D, L_s, L_e, R, E$  を求め  
る。

$$R = \frac{M}{Z} = \frac{pl^2}{8Z} = \frac{kwl^2}{8Z}$$

では、構造性能  $w, Z, I$  が確定しており、ヤング係数  $E$  も確定値とした場合がこれに相当する。  
 $R$  は  $X_1$  に、 $I/300$  は  $a_0$  に相当する。変数  $X_i$  は正規分布とする。

前節と同様に、

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{\mu_{X_{i,0}}} = \left( 1 - \alpha_i \beta \frac{\sigma_{X_i}}{\mu_{X_i}} \right) \frac{\mu_{X_i}}{\mu_{X_{i,0}}}$$

ここで、

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

具体的には、 $\frac{\partial g}{\partial x_i} = a_i$  より、

$$\begin{aligned} Z &= g_1(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ &= \sum (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ &= \sum (X_j - x_j^*) \cdot a_j \end{aligned}$$

$$\mu_Z = E[Z] = \sum (\mu_{X_j} - x_j^*) \cdot a_j$$

$$= \sum \mu_{X_j} a_j - \sum x_j^* a_j$$

$$= \sum \mu_{X_j} a_j + a_0$$

$$\begin{aligned}\sigma_Z &= \left\{ \sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j})^2 \right\}^{1/2}\end{aligned}$$

ゆえに、

$$\begin{aligned}\alpha_i &= \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}}{\sigma_Z} \\ &= \frac{a_i \sigma_{X_i}}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j})^2 \right\}^{1/2}}\end{aligned}$$

係数  $\gamma_i$  は、

$$\begin{aligned}\gamma_i &= \left( 1 - \alpha_i \beta \frac{\sigma_{X_i}}{\mu_{X_i}} \right) \frac{\mu_{X_i}}{\mu_{X_{i,0}}} \\ &= \left[ 1 - \frac{a_i \sigma_{X_i}}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j})^2 \right\}^{1/2}} \cdot \beta \frac{\sigma_{X_i}}{\mu_{X_i}} \right] \frac{\mu_{X_i}}{\mu_{X_{i,0}}}\end{aligned}\tag{219}$$

また、文献(21)では、

$$\Omega_{X_i} = \frac{\sigma_{X_i}}{\mu_{X_i}} = \text{変動係数}$$

としている。なお、 $\beta$  の理論値は

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{a_0 + \sum a_i \mu_{X_i}}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j})^2 \right\}^{1/2}}$$

である。 $\beta = \beta_T$ 、および  $\mu_{X_i}, \sigma_{X_i}$  を与えれば、 $\gamma_i$  を計算できる。すると、設計点は

$$x_i^* = \gamma_i \times \mu_{X_{i,0}}$$

となり、本来の値とずれた値となる。

(iii)  $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  の場合

$$\begin{aligned}Z &= g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \\ &= \sum (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*}\end{aligned}\tag{220}$$

$$\mu_Z = \sum \left( \mu_{X_j} - x_j^* \right) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*}\tag{221}$$

$$\begin{aligned}\sigma_Z &= \left( E[Z^2] - E[Z]^2 \right)^{1/2} \\ &= \left\{ \sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)^2 \sigma_{X_j}^2 \right\}^{1/2}\end{aligned}\tag{222}$$

ここで、唯一の仮定は各変数  $X_i$  が独立であること。 $cov=0$  であること。

$$= \sum \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}$$

ここで、

$$\alpha_j = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)}{\sigma_Z} \quad (j=1,2,\dots,n) \quad (223)$$

は、方向余弦。

安全係数の定義

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\sum (\mu_{X_j} - x_j^*) \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right)}{\sum \alpha_j \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \sigma_{X_j}} \quad (224)$$

ここで唯一の仮定は Z が正規分布であること。

分母を払って整理すると、

$$\sum \left( \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \right) \left( \mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} \right) = 0$$

ゆえに、

$$\mu_{X_j} - x_j^* - \alpha_j \cdot \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \cdot \sigma_{X_j} = 0 \quad (j=1,2,\dots,n)$$

設計点は、 $j \rightarrow i$  として

$$x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i} \quad (225)$$

ただし、 $\alpha_i$  を  $\alpha_i^*$  と記す ( $\alpha_i$  は設計点での方向余弦であるから)。

係数  $\gamma_i$  の導入

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{\mu_{X_{i,0}}} = \left( 1 - \alpha_i^* \beta \Omega_{X_i} \right) \frac{\mu_{X_i}}{\mu_{X_{i,0}}} \quad (j=1,2,\dots,n) \quad (226)$$

これはまた、

$$x_i^* = \gamma_i \cdot \mu_{X_{i,0}}$$

であるから、 $g(x^*) = 0$  は、

$$g(\gamma_1 \mu_{X_{1,0}}, \gamma_2 \mu_{X_{2,0}}, \dots, \gamma_n \mu_{X_{n,0}}) = 0$$

となり、係数  $\gamma_i$  を陽に出すことができる。

以上で、独立な未知数は

$$x_i^* (n 個), \alpha_i^* (n 個), \beta (個)$$

の計  $(2n+1)$  個。方程式は (55) 式に 1 本、(58) 式に  $n$  本、(60) 式に  $n$  本の計  $(2n+1)$  本。

いま  $\beta$  を与えて設計点  $x_i^*$  ( $n$  個)、 $\alpha_i^*$  を求めることを考える。

- 1)  $x_i^* = (i = 1, 2, \dots, n)$  を仮定する。
- 2)  $\frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x^*}$  を求める。
- 3)  $\sigma_Z$  ((57) 式) を求め、 $\alpha_i^*$  (式(2)) を求める。
- 4) 設計点  $x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i}$  ((60) 式) を求め直す。
- 5) 1) ~ 4) を繰り返す。

収束した後に、(226)式によって  $\gamma_i$  を求める。

例えば文献 21) [例題 6.20] の問題、

$$\phi R_n \geq \gamma_D D_n + \gamma_L L_n$$

の係数、 $\phi, \gamma_D, \gamma_L$  を決定する問題を見てみる。

ここで、添字の  $n$  は公称値を表す。

平均値： $\bar{R}, \bar{D}, \bar{L}$  とすると、

$$\nu_R = \frac{R_n}{\bar{R}}, \nu_D = \frac{D_n}{\bar{D}}, \nu_L = \frac{L_n}{\bar{L}}$$

を、バイアス係数という。

問  $\beta=2.5$  で設計がなされるような  $\phi, \gamma_D$  および  $\gamma_L$  を決定せよ。ただし、

$$\frac{\bar{L}}{\bar{D}} = 2.0$$

かつ、

$$\Omega_R = \frac{\sigma_R}{R} = 0.11$$

$$\Omega_D = \frac{\sigma_D}{D} = 0.10$$

$$\Omega_L = \frac{\sigma_L}{L} = 0.25$$

および、

$$\nu_R = 0.95, \nu_D = 0.95, \nu_L = 1.18$$

と仮定する。

解説；各変数は正規分布としている。平均値と標準偏差は直接与えられていないので、上の情報をこれらに対応させる。また、設計点を求めなければ、 $\phi, \gamma_D, \gamma_L$  は定まらない。関数は

$$g(X) = R - D - L$$

である。 $R$  は荷重に換算した抵抗係数と解釈する。例えば文献 8) の中村の問題、

$$g_1 = R - [D + L_s + L_e] \times \frac{wl^2}{8Z}$$

で全体に  $8Z/wl^2$  を乗じると

$$g_1 \times \frac{wl^2}{8Z} = \frac{wl^2}{8Z} \cdot R - [D + L_s + L_e]$$

つまり、左辺を  $g$ 、右辺第 1 項を改めて  $R$  と書き直すと、

$$g = R - D - L_s - L_e$$

となる。

偏微分係数は、

$$\frac{\partial g}{\partial R} = 1, \frac{\partial g}{\partial D} = -1, \frac{\partial g}{\partial L} = -1$$

となる。

$g$  の平均は、

$$\mu_Z = \bar{R} - \bar{D} - \bar{L}$$

標準偏差は

$$\sigma_Z = (\sigma_R^2 + \sigma_D^2 + \sigma_L^2)^{1/2}$$

設計点では、

$$g(x^*) = R^* - D^* - L^* = 0$$

信頼性指標 $\beta$ は、

$$\beta = \frac{\mu_z}{\sigma_z} = \frac{\bar{R} - \bar{D} - \bar{L}}{\sqrt{(\sigma_R)^2 + (\sigma_D)^2 + (\sigma_L)^2}} = 2.5$$

ここで、

$$\bar{L} = 2\bar{D}$$

$$\sigma_D = \Omega_D \bar{D} = 0.1\bar{D}$$

$$\sigma_L = \Omega_L \bar{L} = 0.25\bar{L} = 0.5\bar{D}$$

$$\sigma_R = \Omega_R \bar{R} = 0.11\bar{R}$$

より、

$$\frac{\bar{R} - \bar{D} - 2\bar{D}}{\sqrt{(\bar{R})^2 + (\bar{D})^2 + (0.5\bar{D})^2}} = 2.5$$

つまり、独立な未知数は $\bar{R}, \bar{D}$ である。分母を払って2乗すると、

$$\begin{aligned} (\bar{R} - 3\bar{D})^2 &= \left(\frac{5}{2}\right)^2 \left\{ 0.11^2 \bar{R}^2 + (0.1^2 + 0.5^2)^2 \bar{D}^2 \right\} \\ &= \frac{25}{4} (0.0121 \bar{R}^2 + 0.26 \bar{D}^2) \\ &= 0.076 \bar{R}^2 + 1.625 \bar{D}^2 \\ &= \bar{R}^2 - 6\bar{R}\bar{D} + 9\bar{D}^2 \\ \therefore 0.924 \bar{R}^2 - 6\bar{R}\bar{D} + 7.375 \bar{D}^2 &= 0 \end{aligned}$$

より、

$$\bar{R}^2 - 6.494 \bar{R}\bar{D} + 7.982 \bar{D}^2 = 0$$

したがって、

$$\begin{aligned} \bar{R} &= 3.247\bar{D} \pm \sqrt{(3.247\bar{D})^2 - 7.982\bar{D}^2} \\ &= 3.247\bar{D} \pm 1.600\bar{D} \\ \left\{ \begin{array}{l} = 4.847\bar{D} \rightarrow \text{採用} \\ = 1.647\bar{D} \rightarrow \text{不採用 } (\bar{R} - \bar{D} - 2\bar{D} < 0) \end{array} \right. \end{aligned}$$

これで、

$$\left. \begin{array}{l} \bar{L} = 2\bar{D} \\ \bar{R} = 4.847\bar{D} \end{array} \right\}$$

と、 $\bar{L}, \bar{R}$ は $\bar{D}$ で表された。 $\sigma_R$ も、

$$\begin{aligned} \sigma_R &= 0.11\bar{R} = 0.11 \times 4.847\bar{D} \\ &= 0.533\bar{D} \end{aligned}$$

となり、標準偏差もすべて $\bar{D}$ で表された。方向余弦は、

$$\alpha_R = \frac{\sigma_R}{\sigma_z}, \alpha_D = \frac{-\sigma_D}{\sigma_z}, \alpha_L = \frac{-\sigma_L}{\sigma_z},$$

である。ここで $\sigma_z$ は、

$$\begin{aligned}
\sigma_Z &= \left( \sigma_R^2 + \sigma_D^2 + \sigma_L^2 \right)^{1/2} \\
&= \left( 0.0121 \bar{R}^2 + 0.260 \bar{D}^2 \right)^{1/2} \\
&= \left( 0.0121 \times 4.847^2 + 0.260 \right)^{1/2} \cdot \bar{D} \\
&= 0.738 \bar{D}
\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}
\alpha_R &= \frac{0.533 \bar{D}}{0.738 \bar{D}} = 0.722 \\
\alpha_D &= -\frac{0.1 \bar{D}}{0.738 \bar{D}} = -0.136 \\
\alpha_L &= -\frac{0.5 \bar{D}}{0.738 \bar{D}} = -0.678
\end{aligned}$$

で与えられる。よって、公称値に対する係数はそれぞれ、

$$\begin{aligned}
\gamma_1 = \phi &= \frac{\bar{R}}{R_n} (1 - \alpha_R \beta \Omega_R) \\
&= \frac{1}{\nu_R} (1 - \alpha_R \beta \Omega_R) \\
&= \frac{1}{0.95} (1 - 0.722 \times 2.5 \times 0.11) = 0.84 \\
\gamma_2 = \gamma_D &= \frac{\bar{D}}{D_n} (1 - \alpha_D \beta \Omega_D) \\
&= \frac{1}{\nu_D} (1 - \alpha_D \beta \Omega_D) \\
&= \frac{1}{0.95} (1 + 0.136 \times 2.5 \times 0.10) = 1.09 \\
\gamma_3 = \gamma_L &= \frac{\bar{L}}{L_n} (1 - \alpha_L \beta \Omega_L) \\
&= \frac{1}{\nu_L} (1 - \alpha_L \beta \Omega_L) \\
&= \frac{1}{1.18} (1 + 0.678 \times 2.5 \times 0.25) = 1.21
\end{aligned}$$

ゆえに、

$$0.84 R_n \geq 1.09 D_n + 1.21 L_n$$

となる。設計点は、

$$\begin{aligned}
R^* &= \bar{R} (1 - \alpha_R \beta \Omega_R) \\
&= 4.847 \bar{D} (1 - 0.722 \times 2.5 \times 0.11) \\
&= 3.88 \bar{D} \\
D^* &= \bar{D} (1 - \alpha_D \beta \Omega_D) \\
&= \bar{D} (1 + 0.136 \times 2.5 \times 0.10) \\
&= 1.03 \bar{D} \\
L^* &= \bar{L} (1 - \alpha_L \beta \Omega_L) \\
&= 2.0 \bar{D} (1 + 0.678 \times 2.5 \times 0.25) \\
&= 2.85 \bar{D}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore g(x^*) &= R^* - D^* - L^* \\ &= 3.88\bar{D} - 1.03\bar{D} - 2.85\bar{D} \\ &= 0\end{aligned}$$

を満たしている。

(付録)

全荷重に対する荷重係数および安全率を求める。

$$1.09D_n + 1.21L_n = \gamma_n(D_n + L_n)$$

とおく。つまり、

$$\begin{aligned}\gamma_n &= \frac{1.09D_n + 1.21L_n}{D_n + L_n} \\ &= \frac{1.09 + 1.21L_n/D_n}{1 + L_n/D_n}\end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}\frac{L_n}{D_n} &= \frac{\nu_L \bar{L}}{\nu_D \bar{D}} = \frac{\nu_L}{\nu_D} \times 2.0 = \frac{1.18}{0.95} \times 2.0 = 2.48 \\ \therefore \gamma_n &= \frac{1.09 + 1.21 \times 2.48}{1 + 2.48} = 1.17\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}0.84R_n &\geq \gamma_n(D_n + L_n) \\ &= 1.17(D_n + L_n) \\ \therefore R_n &\geq \frac{1.17}{0.84}(D_n + L_n) \\ &= 1.39(D_n + L_n)\end{aligned}$$

ここで、 $\theta_n = 1.39$  を安全率という。

## (5) 非相関非正規変数

### (i) 等価正規分布への変換

破壊点  $x_i^*$  における累積確率を等しい（下図において斜線の面積）とおく。

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i^N}}{\sigma_{X_i^N}}\right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (227)$$

これより、

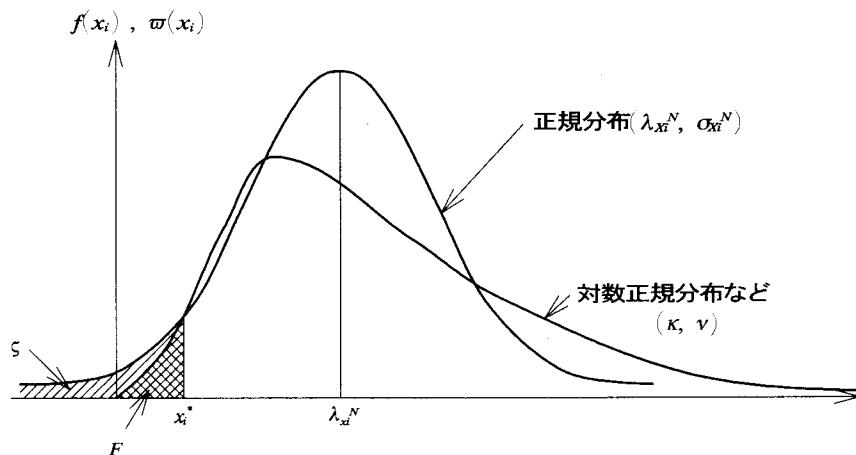


図-2.13 正規近似

$$\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (228)$$

または、

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \cdot \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (229)$$

ここで、標準偏差  $\sigma_{X_i}^N$  は未定である。そこで、 $x_i^*$  における確率密度も等しいとおく。

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (230)$$

ここで、

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \quad (231)$$

は、標準正規分布。

(228)式を(230)式に代入して、

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi[\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]] = f_{X_i}(x_i^*) \quad (232)$$

ゆえに、

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi[\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]]}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (233)$$

以上で非正規分布を設計点  $x_i^*$  で等価な正規分布  $\phi(\mu_{X_i}^N, \sigma_{X_i}^N)$  に置き換えることができた。

したがって、

$$g = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i X_i$$

の場合、方向余弦  $\alpha_i$  は、

$$\alpha_i = \frac{a_i \sigma_{X_i}^N}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j}^N)^2 \right\}^{1/2}} \quad (234)$$

信頼性指標  $\beta$  は、

$$\beta = \frac{a_0 + \sum a_j \mu_{X_j}^N}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j}^N)^2 \right\}^{1/2}} \quad (235)$$

設計点は、

$$\begin{aligned} x_i^* &= \gamma_i \times \mu_{X_i,0}^N \\ &= \mu_{X_i}^N - \alpha_i \beta \sigma_{X_i}^N \end{aligned} \quad (236)$$

ここで、 $\mu_{X_i,0}^N$  は、規準化したときの  $\mu_{X_i,0}$  (公称値) の値。以上で重要なのは、非正規分布の平均値と標準偏差は、正規分布のときの平均値と標準偏差に等しいということ。他の分布ではこれらのパラメータ (例えば対数正規分布の  $\lambda, \zeta$ ) に対応する。

## (ii) 対数正規分布の場合

確率密度関数

$$f(x, \lambda, \zeta) = \frac{1}{x \zeta \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right] \quad (237)$$

ここで、

$$\xi = \sqrt{\ln \left\{ 1 + \left( \frac{\sigma}{\mu} \right)^2 \right\}} \quad (238)$$

$$\lambda = \ln \left[ \frac{\mu}{\sqrt{1 + (\sigma/\mu)^2}} \right] = \ln \mu - \frac{\xi^2}{2} \quad (239)$$

または、逆関数

$$\sigma = \mu \sqrt{\exp \xi^2 - 1} \quad (240)$$

$$\mu = \exp \left( \lambda + \frac{\xi^2}{2} \right) \quad (241)$$

また、累積密度関数は、

$$F(x) = \Phi \left( \frac{\ln x - \lambda}{\xi} \right)$$

である。(233)式、(237)式より、

$$\begin{aligned} \sigma_x^N &= \frac{1}{f(x^*)} \phi \left\{ \Phi^{-1} \left[ \Phi \left( \frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) \right] \right\} \\ &= \frac{1}{f(x^*)} \phi \left( \frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) \\ &= x^* \xi \end{aligned} \quad (242)$$

ここで、

$$\phi \left( \frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right)^2 \right] \quad (243)$$

である。

また、(229)式より、

$$\begin{aligned} \mu_x^N &= x^* - \sigma_x^N \Phi^{-1} \left[ \Phi \left( \frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) \right] \\ &= x^* - x^* \xi \left( \frac{\ln x^* - \lambda}{\xi} \right) \\ &= x^* (1 - \ln x^* + \lambda) \end{aligned} \quad (244)$$

以上より、設計点  $x^*$  における平均値と標準偏差  $\mu_x^N, \sigma_x^N$  を決定できる。

[例] 対数正規分布の変動係数が

$$\Omega_R = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sigma_R}{R} = 0.110$$

で与えられているとき、パラメータ  $\xi$  は、

$$\xi = \sqrt{\ln \left\{ 1 + 0.110^2 \right\}} = 0.110 \doteq \Omega_R$$

つまり、 $\xi$  は変動係数にほぼ等しい。また、パラメータ  $\lambda$  は、

$$\begin{aligned}
\lambda &= \ln \left[ \frac{\bar{R}}{\sqrt{1 + (\sigma_R/\bar{R})^2}} \right] \\
&= \ln \bar{R} - \frac{1}{2} \ln \left\{ 1 + \left( \frac{\sigma_R}{\bar{R}} \right)^2 \right\} \\
&= \ln \bar{R} - \frac{\xi^2}{2} \\
&\doteq \ln \bar{R}
\end{aligned}$$

つまり、 $\lambda$ は平均値の対数 :  $\ln(\text{平均値})$ にほぼ等しい。

### (iii) ガンベル分布（最尤値分布）の場合

確率密度関数および累積密度関数は、

$$f(x, \lambda, \xi) = \alpha \exp[-\alpha(x-u) - e^{-\alpha(x-u)}] \quad (245)$$

$$F(x) = \exp[-e^{-\alpha(x-u)}] \quad (246)$$

ここで、パラメータと  $\mu, \sigma$  の関係は、

$$\mu = u + \frac{\gamma_0}{\alpha} \quad (\gamma_0 = 0.577215) \quad (247)$$

$$\sigma = \frac{\pi}{\alpha \sqrt{6}} \quad (248)$$

以下、対数正規分布と同様に、(229), (233)式および(245), (246)式より、設計点  $x^*$  における平均値と標準偏差  $\mu_x^N, \sigma_x^N$  は、

$$\mu_x^N = x^* - \sigma_x^N \Phi^{-1} \left\{ \exp \left[ -e^{-\alpha(x^*-u)} \right] \right\} \quad (249)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x^N &= \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} \left[ \exp(-e^{-\alpha(x^*-u)}) \right] \right\}}{\alpha \exp[-\alpha(x^*-u) - e^{-\alpha(x^*-u)}]} \\
&= \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} \left[ \exp(-e^{-\alpha(x^*-u)}) \right] \right\}}{\alpha e^{-\alpha(x^*-u)} \exp[-e^{-\alpha(x^*-u)}]}
\end{aligned} \quad (250)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} \left[ \exp(-e^{-\alpha(x^*-u)}) \right] \right\}}{\alpha e^{-\alpha(x^*-u)} \exp[-e^{-\alpha(x^*-u)}]}
\end{aligned} \quad (250)$$

[例] ガンベル分布の変動係数が

$$\Omega_R = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sigma_D}{D} = 0.25$$

で与えられているとき、パラメータ  $\alpha$  は、

$$\alpha = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sigma_D} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{0.25D} = \frac{5.13}{D}$$

$$u = \mu - \frac{\gamma_0}{\alpha} = D - \frac{0.577}{\alpha}$$

$$= D \left( 1 - \frac{0.577}{5.13} \right) = 0.888D$$

### [例題 7] (文献(21) [例題 6.21])

次の限界状態設計法における設計式において、信頼性指標  $\beta = 2.5$  で設計がなされるような、公称値に対する耐力係数  $\phi$ 、および荷重係数  $\gamma_D, \gamma_L$  を決定せよ。

$$\phi R_n \geq \gamma_D D_n + \gamma_L L_n$$

ここで、添字の  $n$  は耐力および荷重の公称設計値であることを示す。平均値に対するこれら公称値の比はそれぞれ、

$$\frac{R_n}{R} = 0.95, \quad \frac{D_n}{D} = 0.95, \quad \frac{L_n}{L} = 1.18$$

であり、各設計変数の確率分布はそれぞれ  $R$ ：対数正規分布、 $D$ ：正規分布、 $L$ ：ガンベル分布とする、変動係数はそれぞれ

$$\Omega_R = 0.11, \quad \Omega_D = 0.10, \quad \Omega_L = 0.25$$

とする。また、活荷重、死荷重の平均値の比を  $\bar{L}/\bar{D} = 2.0$  とする。

解) 抵抗  $R$  のパラメータを  $\lambda, \xi$  とすると、(5) (ii) より  $x^* \rightarrow r^*$  として、

$$\begin{aligned}\sigma_R^N &= r^* \xi_R \\ \mu_R^N &= r^* (1 - \ln r^* + \lambda_R) \\ \Omega_R &= \sigma_R / \mu_R = \sigma_R / \bar{R} = 0.11 \text{ より,} \\ \xi_R &= \sqrt{\ln \{1 + 0.11^2\}} = 0.11 \\ \lambda &= \ln \left[ \frac{\bar{R}}{\sqrt{1 + (\sigma_R / \bar{R})^2}} \right] \\ &= \ln \bar{R} - \frac{\xi^2}{2} \doteq \ln \bar{R}\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}\mu_R^N &= r^* (1 - \ln r^* + \ln \bar{R}) \\ &= r^* \left( 1 - \ln \frac{r^*}{\bar{R}} \right)\end{aligned}$$

活荷重  $L$  に対しては、(5) (iii) の(249)式、(250)式より、

$$\begin{aligned}\mu_L^N &= l^* - \sigma_L^N \Phi^{-1} \left\{ \exp \left[ -e^{-\alpha(l^* - u)} \right] \right\} \\ \sigma_L^N &= \frac{\phi \Phi^{-1} \left[ \exp(-e^{-\alpha(l^* - u)}) \right]}{\alpha e^{-\alpha(l^* - u)} \exp \left[ -e^{-\alpha(l^* - u)} \right]}\end{aligned}$$

さらに、パラメータの関係は (5) (iii) の [例] より、

$$\Omega_L = \frac{\sigma}{\mu} = \frac{\sigma_L}{\bar{L}} = 0.25$$

と同じであるから、

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sigma_L} = \frac{\pi}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{0.25\bar{L}} \\ &= \frac{\pi}{\sqrt{6} \times 0.25 \times 2.0\bar{D}} = \frac{2.565}{\bar{D}} \\ u &= \bar{L} - \frac{\gamma_0}{\alpha} = 2\bar{D} - \frac{0.5772\bar{D}}{2.565} \\ &= 1.775\bar{D}\end{aligned}$$

第1回目； $R$  と  $L$  の設計点を以下のように仮定する。

$$r^* = 0.838\bar{R}$$

$$l^* = 3.579\bar{D}$$

(これは、例題 6.20 の  $r^* = R^* = \bar{R}(1 - \alpha_R \beta \Omega_R) = \bar{R}(1 - 0.722 \times 2.5 \times 0.11) = 0.801\bar{R}$ ),  $l^* = L^* = 2.85\bar{D}$

に近いが、少し異なっており、仮定値の根拠は不明である。) 設計点  $r^*$  における平均値と標準偏差  $\mu_R^N, \sigma_R^N$  は、

$$\begin{aligned}\sigma_R^N &= r^* \xi_R = 0.838\bar{R} \times 0.11 = 0.092\bar{R} \\ \mu_R^N &= r^* \left( 1 - \ln \frac{r^*}{\bar{R}} \right) = 0.838\bar{R} \left[ 1 - \ln \frac{0.838\bar{R}}{\bar{R}} \right] = 0.986\bar{R}\end{aligned}$$

これで、 $R$  を正規化したときの標準偏差と平均値が決まった。

活荷重  $L$  に関して

$$\begin{aligned}e^{-\alpha(r^*-u)} &= e^{-(2.565/\bar{D})(3.579\bar{D}-1.775\bar{D})} \\ &= e^{-4.627} = 0.00978\end{aligned}$$

したがって、標準偏差、

$$\sigma_L^N = \frac{\phi \Phi^{-1}[\exp(-0.0098)]}{\frac{2.565}{\bar{D}} \times 0.0098 \times \exp(-0.0098)}$$

ここで、 $\exp(-0.00978) = 0.9903$

$$\therefore \Phi^{-1}[0.9903] \approx 2.34$$

$$\begin{aligned}\phi(2.34) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{2.34^2}{2}\right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-2.74) \\ &= \frac{0.0646}{2.51} = 0.0257\end{aligned}$$

$$\therefore \sigma_L^N = \frac{0.0257}{2.565 \times 0.00978 \times 0.9903} \bar{D} = 1.035\bar{D}$$

平均値、

$$\mu_L^N = (3.579 - 1.015 \times 2.35)\bar{D} = 1.194\bar{D}$$

これで、 $L$  を正規化近似したときの標準偏差と平均値が決まった。

以上で、変数はすべて正規化されたので

$$g(x) = R - D - L$$

に対応する信頼性指標  $\beta$  は、

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R^N - \mu_D^N - \mu_L^N}{\left\{ (\sigma_R^N)^2 + (\sigma_D^N)^2 + (\sigma_L^N)^2 \right\}^{1/2}} = 2.5$$

上式に結果を代入すると、

$$\frac{0.986\bar{R} - \bar{D} - 1.194\bar{D}}{\left\{ (0.092\bar{R})^2 + (0.10\bar{D})^2 + (1.015\bar{D})^2 \right\}^{1/2}} = 2.5$$

これを、例題 6.20 と同様に解いて、

$$\bar{R} = 6.533\bar{D}$$

(234)式より、方向余弦は、

$$\begin{aligned}
\alpha_R^* &= \frac{\sigma_R^N}{\left\{(\sigma_R^N)^2 + (\sigma_D^N)^2 + (\sigma_L^N)^2\right\}^{1/2}} \\
&= \frac{0.092 \times 6.533 \bar{D}}{\left\{0.092 \times 6.533 \bar{D}^2 + (0.10 \bar{D})^2 + (1.015 \bar{D})^2\right\}^{1/2}} \\
&= 0.508 \\
\alpha_L^* &= \frac{-\sigma_L^N}{\left\{(\sigma_R^N)^2 + (\sigma_D^N)^2 + (\sigma_L^N)^2\right\}^{1/2}} \\
&= \frac{-1.015 \bar{D}}{\left\{0.092 \times 6.533 \bar{D}^2 + (0.10 \bar{D})^2 + (1.015 \bar{D})^2\right\}^{1/2}} \\
&= -0.857
\end{aligned}$$

新たな設計点は(236)式より、

$$\begin{aligned}
r^* &= \mu_R^N - \alpha_R^* \beta \sigma_R^N \\
&= 0.986 \bar{R} - 0.508 \times 2.5 \times 0.092 \bar{R} \\
&= 0.869 \bar{R} \\
l^* &= \mu_L^N - \alpha_L^* \beta \sigma_L^N \\
&= 1.194 \bar{D} + 0.857 \times 2.5 \times 1.015 \bar{D} \\
&= 3.369 \bar{D}
\end{aligned}$$

第2回目；上の $r^*, d^*, l^*$ を用いて第1回目と全く同様に進行する。

抵抗  $R$ ；

$$\begin{aligned}
\sigma_R^N &= r^* \zeta_R = 0.869 \bar{R} \times 0.11 = 0.0956 \bar{R} \\
\mu_R^N &= r^* \left(1 - \ln \frac{r^*}{\bar{R}}\right) = 0.869 \bar{R} \left[1 - \ln \frac{0.869 \bar{R}}{\bar{R}}\right] = 0.991 \bar{R}
\end{aligned}$$

荷重  $L$ ；

$$e^{-\alpha(l^* - u)} = e^{-(2.565/\bar{D})(3.369 \bar{D} - 1.775 \bar{D})}$$

$$= e^{-4.089} = 0.0168$$

$$\exp(-0.0168) = 0.9833$$

$$\therefore \Phi^{-1}[0.9833] \approx 2.13$$

$$\begin{aligned}
\phi(2.13) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{2.13^2}{2}\right] \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-2.27) \\
&= \frac{0.103}{2.51} = 0.0410
\end{aligned}$$

標準偏差、

$$\therefore \sigma_L^N = \frac{0.0410}{2.565 \times 0.0168 \times 0.983} \bar{D} = 0.967 \bar{D}$$

平均値、

$$\mu_L^N = (3.369 - 0.967 \times 2.13) \bar{D} = 1.309 \bar{D}$$

信頼性指標 $\beta$ ；

$$\begin{aligned}
 \beta &= \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} = \frac{\mu_R^N - \mu_D^N - \mu_L^N}{\left\{(\sigma_R^N)^2 + (\sigma_D^N)^2 + (\sigma_L^N)^2\right\}^{1/2}} \\
 &= \frac{0.991\bar{R} - \bar{D} - 1.309\bar{D}}{\left\{(0.0956\bar{R})^2 + (0.10\bar{D})^2 + (0.967\bar{D})^2\right\}^{1/2}} \\
 &= \frac{0.991\bar{R} - 2.309\bar{D}}{\left(0.00914\bar{R}^2 + 0.945\bar{D}^2\right)^{1/2}} \\
 &= 2.5 \\
 \therefore (0.991\bar{R} - 2.309\bar{D})^2 &= 2.5^2 \left(0.00914\bar{R}^2 + 0.945\bar{D}^2\right)^{1/2} \\
 0.926\bar{R}^2 - 4.576\bar{R}\bar{D} - 0.575\bar{D}^2 &= 0 \\
 \bar{R}^2 - 4.942\bar{R}\bar{D} - 0.621\bar{D}^2 &= 0 \\
 \bar{R} &= 2.471\bar{D} \pm \sqrt{(2.471\bar{D})^2 + 0.621\bar{D}^2} \\
 &= 2.471\bar{D} \pm \sqrt{6.727\bar{D}} \\
 &= (2.471\bar{D} \pm 2.594)\bar{D} \\
 &= 5.065\bar{D}
 \end{aligned}$$

方向余弦は

$$\alpha_R^* = \frac{\sigma_R^N}{\sigma_Z}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 \alpha_Z^2 &= (\sigma_R^N)^2 + (\sigma_D^N)^2 + (\sigma_L^N)^2 \\
 &= (0.0956 \times 5.065\bar{D})^2 + (0.10\bar{D})^2 + (0.967\bar{D})^2 \\
 &= (0.234 + 0.010 + 0.935)\bar{D}^2 \\
 &= 1.179\bar{D}^2 \\
 \therefore \sigma_Z &= \sqrt{1.179\bar{D}} = 1.086\bar{D}
 \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}
 \alpha_R^* &= \frac{0.0956 \times 5.065\bar{D}}{1.086\bar{D}} = 0.446 \\
 \alpha_D^* &= \frac{-\sigma_D}{\sigma_Z} = \frac{-0.10\bar{D}}{1.086\bar{D}} = -0.092 \\
 \alpha_L^* &= \frac{-\sigma_L^N}{\sigma_Z} = \frac{-0.967\bar{D}}{1.086\bar{D}} = -0.890
 \end{aligned}$$

新設計点は

$$\begin{aligned}
 r^* &= \mu_R^N - \alpha_R^* \beta \sigma_R^N \\
 &= 0.991\bar{R} - 0.446 \times 2.5 \times 0.0956\bar{R} \\
 &= 0.884\bar{R} \\
 d^* &= \mu_D - \alpha_D^* \beta \sigma_D \\
 &= \bar{D} + 0.092 \times 2.5 \times 0.1\bar{R} \\
 &= 1.023\bar{R}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 l^* &= \mu_L^N - \alpha_L * \beta \sigma_L^N \\
 &= 1.309 \bar{D} + 0.890 \times 2.5 \times 0.0967 \bar{R} \\
 &= 3.461 \bar{D}
 \end{aligned}$$

これで、収束したものとみなす。公称値に対する抵抗係数および荷重係数は

$$\begin{aligned}
 \phi &= \frac{\bar{R}}{R_n} (1 - \alpha_R * \beta \Omega_R) \\
 &= \frac{1}{0.95} (1 - 0.446 \times 2.5 \times 0.11) \approx 0.92 \\
 \gamma_D &= \frac{\bar{D}}{D_n} (1 - \alpha_D * \beta \Omega_D) \\
 &= \frac{1}{0.95} (1 + 0.092 \times 2.5 \times 0.10) \approx 1.08 \\
 \gamma_L &= \frac{\bar{L}}{L_n} (1 - \alpha_R * \beta \Omega_R) \\
 &= \frac{1}{1.18} (1 + 0.890 \times 2.5 \times 0.25) \approx 1.32
 \end{aligned}$$

よって、

$$0.92R_n \geq 1.08D_n + 1.32L_n$$

### 2.6.2 Poisson過程

$$N(t) = n$$

となる確率を  $P_{\{N\}}(n, t)$  とすれば、これは時間  $t$  で  $n$  回の事象が生起する確率を表す。

「 $\lambda$ =単位時間に 1 回起こる確率」とすると、時間  $(t, t+dt)$  に 1 回起こる確率は、 $\lambda dt$  である。最終的に、

$$P_{\{N\}}(n, t) = e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^n}{n!} \quad (251)$$

は、時間  $t$  に  $n$  回事象が生起する確率を表し、Poisson 分布という。

時刻によらず、 $r$  分に 1 回生起するとすると（図-2.14）、

$$\lambda = \frac{1}{r} \quad [/\text{min}] \quad (252)$$

は、1 分辺りに 1 回生起する確率を表す。図-2.14 は空港の到着ロビーに入ってくる人の時間間隔とその人の体重の時系列である。

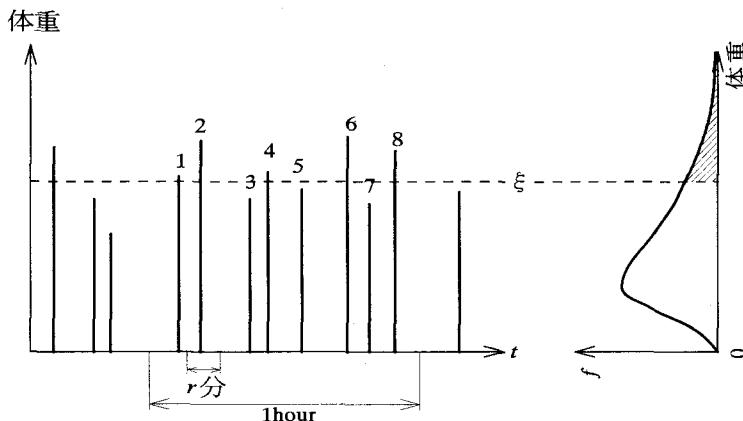


図-2.14 空港口ロビーへの乗客の到着状況と確率分布

体重  $\xi$  kgf 以上に限定すると (図-2.14)、 $\lambda$  は、 $\lambda'$  に変わり、

$$\lambda = \frac{1}{r'} \quad [/\text{min}] \quad (252)'$$

となり、 $\lambda$  の値は変わる。 $\lambda$  は、超過確率の関数となる。

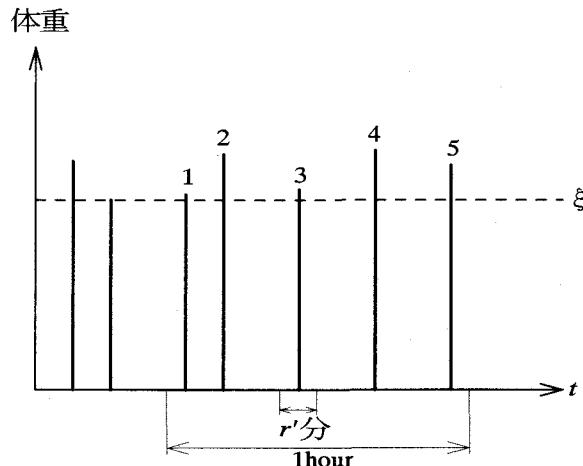


図-2.15  $\xi$  kgf 以上の乗客の到着状況

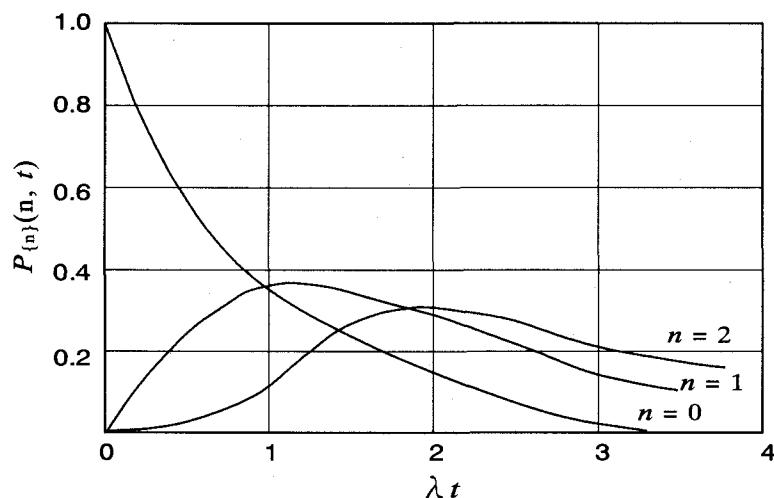


図-2.16 Poisson 分布と生起回数  $n$

$r$  年間に少なくとも 1 年は越える可能性がある最大値  $X_{\max}(r)$  を “ $r$  年再現期待値” という。この場合、

$$\lambda = \frac{1}{r} \quad [\checkmark \text{年}]$$

期待横断率  $E[N'_+(\xi)]$  を、

$$v_X^+(\xi) = E[N'_+(\xi)] \leq 1 \quad [\text{回}/\text{年}] \quad (253)$$

と書く。

$$v_X^+(\xi) = \lambda(\xi)$$

である。すると、

$$P_{rob} (\max X(t) < \xi, t \in [0; T]) \approx v_X^+(\xi) \cdot T \quad (254)$$

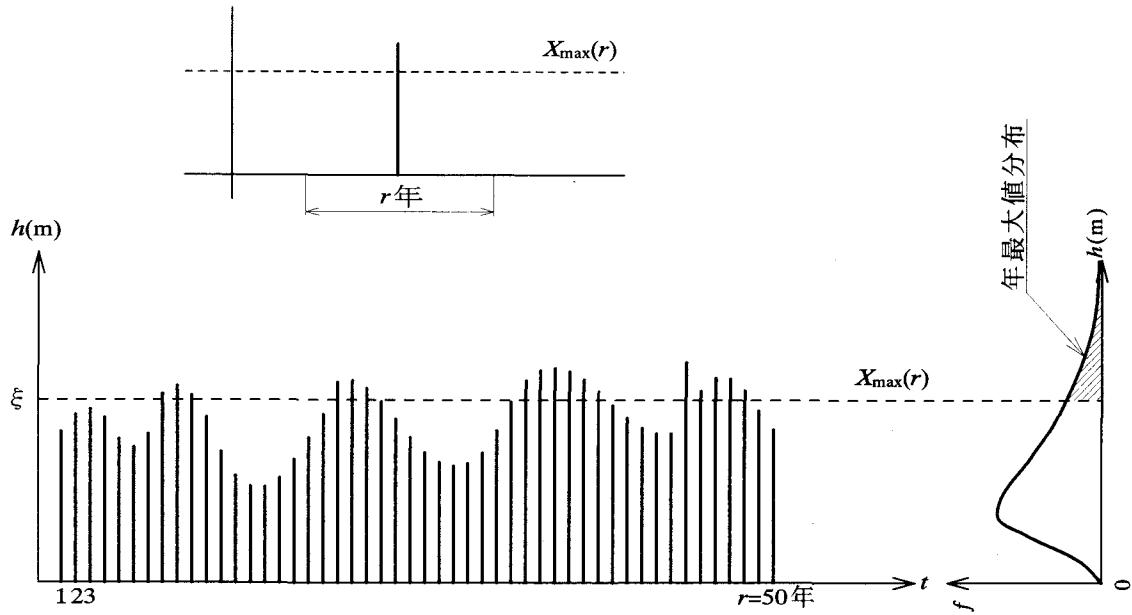


図-2.17 50年間の積雪深データと最大値分布

Poisson 分布で  $n=0$  とおくと (図-2.18)、

$$P_{\{n\}}(0, T) = e^{-v_X^+(\xi)T} \quad (255)$$

は、 $T$  年間に  $\xi$  を越えることが 1 回でも生じない確率を表す。

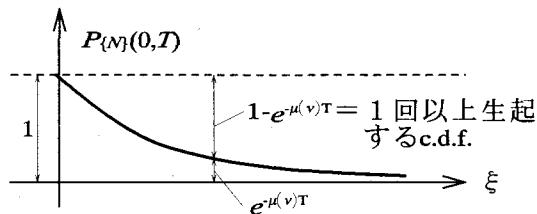


図-2.18 Poisson 分布 ( $n=0$ )

文献 22) では、

$$F_{\max, X(t)}(\xi) \approx \exp \left\{ -v_X^+(\xi)T \right\} \quad (256)$$

と表されている。

一般に、 $W(t)$  に対して、

$$v_W^+(w^*) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P_{rob}[W(t) < w^*, W(t + \Delta t) > w^*] \quad (257)$$

と、定義される。すると、期間  $T_s$  に対して、

$$F_{\max, W(w)}(w) = \exp \left\{ -v_W^+(w)T_s \right\} \quad (258)$$

は、 $T_s$  期間に  $W(t)$  が  $w$  を越えることが 1 回でも生じない確率を表す (図-2.19)。

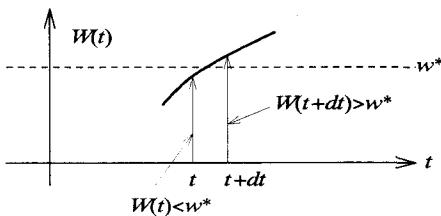


図-2.19

( i ) 再生矩形パルス過程 (R-R-P)  
(renewal rectangular pulse process)

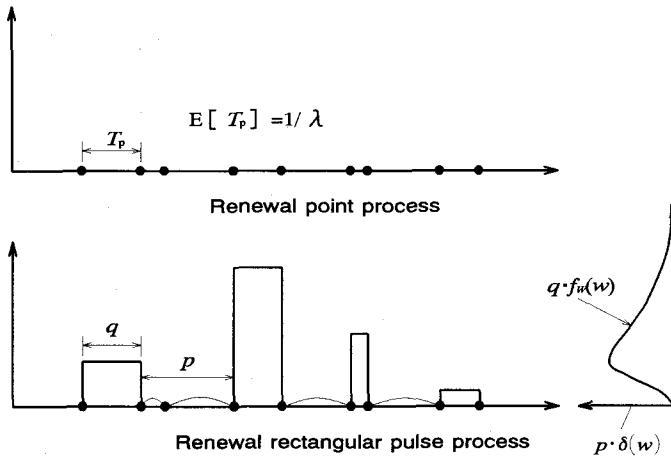


図-2.20 再生矩形パルス過程

1)  $T_p$  は継続時間とする、

$$E[T_p] = \mu_d$$

は、期待継続時間を表す。その逆数、

$$\lambda_p = \frac{1}{E[T_p]} = \frac{1}{\mu_d}$$

は、単位時間当たりに生ずるパルスの期待生起率 ( $= E[N'(t)]$ ) を表す。

2)  $p, q$  は各パルスの状態確率とする。確率  $p$  でパルスが生起し、確率  $q$  で生起しないとする。

3) 実パルスの期待生起率は、

$$\lambda_a = q \cdot \lambda_p$$

4)  $\int p \delta(w) dw = p$  ( $\delta(w)$ =Dirac のデルタ関数、 $N(\mu, \sigma)$  で  $\mu=0, \sigma \rightarrow 0$ )

であるから、任意時刻における  $w(t)$  の確率密度関数 (p.d.f.) は、

$$\tilde{f}_w(w) = p \cdot \delta(w) + q \cdot f_w(w) \quad (259)$$

以上より、再生矩形パルス過程に対しては、

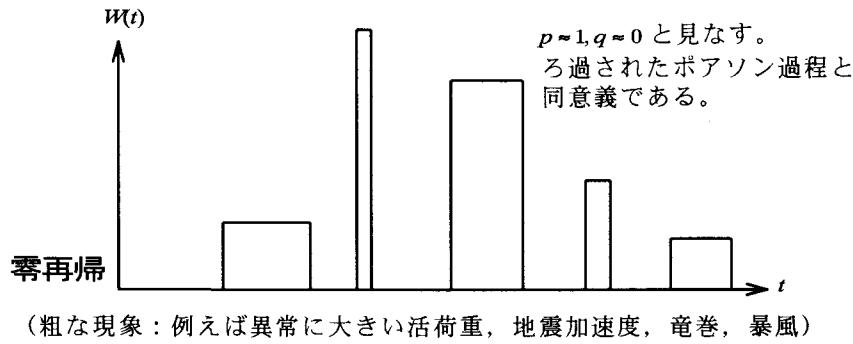
$$P_{rob}[W(t) < w^*, W(t + \Delta t) > w^*] = \int_0^{w^*} \tilde{f}_w(w) \cdot \lambda_p \Delta t \cdot \left\{ 1 - \tilde{F}_w(w^*) \right\} dw \quad (260)$$

|               |       |             |
|---------------|-------|-------------|
| $w^*$ 以下となる確率 | 期待生起率 | $w^*$ 以上の確率 |
|---------------|-------|-------------|

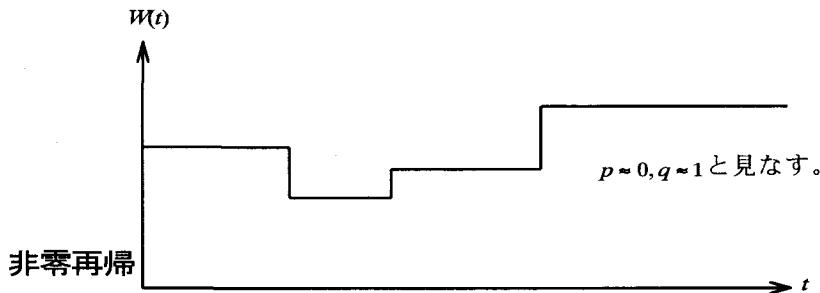
図-2.19 参照。

$$\therefore v_W^+(w^*) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_0^{w^*} \tilde{f}_w(w) \lambda_p \Delta t \left\{ 1 - \tilde{F}_w(w^*) \right\} dw = \int_0^{w^*} \tilde{f}_w(w) \lambda_p dw \left\{ 1 - \tilde{F}_w(w^*) \right\} \quad (261)$$

これは、文献 23) で与えられている。



(粗な現象: 例えば異常に大きい活荷重, 地震加速度, 竜巻, 暴風)



(密な現象: 例えば通常の活荷重, 機械の稼働による荷重)

図-2.21 零再起、非零再起

5)  $p, q$  の意味についての補足

$$\tilde{f}_w(w) = p \cdot \delta(w) + q \cdot f_w(w)$$

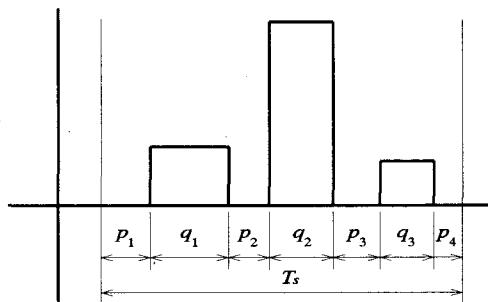


図-2.22

$$\begin{aligned} \sum q_i + \sum p_i &= T_s \\ \frac{\sum q_i}{T_s} + \frac{\sum p_i}{T_s} &= 1 \end{aligned}$$

ここで、

$$q = \sum q_i / T_s, \quad p = \sum p_i / T_s$$

とおくと、 $p+q=1$  で、 $p, q$  は期間  $T_s$  に対する、生起率を表す (図-2.22 参照)。

すると、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_w(w) dw &= \int_{-\infty}^{\infty} p \delta(w) dw + \int_{-\infty}^{\infty} q f_w(w) dw \\ &= p + q = 1 \end{aligned} \tag{262}$$

$0 \leq w$  なら、

$$\int_0^w \tilde{f}_w(w) dw = \tilde{F}_w(w) \tag{263}$$

として、

$$\int_0^w p \delta(w) dw = p$$

$$\int_0^w q f_W(w) dw = q F_W(w)$$

$$\therefore \tilde{F}_W(w) = p + q \cdot F_W(w)$$

$$1 - \tilde{F}_W(w) = 1 - p - q \cdot F_W(w)$$

$$= q \{1 - F_W(w)\}$$

$\lambda_a = q \cdot \lambda_p$  である。

$$\mu_d = \frac{1}{\lambda_p} = \frac{q}{\lambda_a}$$

$$\therefore q = \lambda_a \mu_d$$

よって、

$$v_W^+(w^*) = \int_0^{w^*} \tilde{f}_W(w) \lambda_p \cdot dw \{1 - \tilde{F}_W(w^*)\} \quad (264)^{(22)}$$

$$= \int_0^{w^*} \tilde{f}_W(w) dw \cdot \lambda_p q \{1 - F_W(w^*)\} \quad (265)^{(22)}$$

$$= \{p + q F_W(w^*)\} \cdot \lambda_a \{1 - F_W(w^*)\}; \text{ 非零再帰のとき} \cdots$$

$$= \lambda_a \{1 - F_W(w^*)\}; \text{ 零再帰のとき } (p \approx 1, q \approx 0) \cdots$$

インパルス

### (ii) ポアソン矩形波過程 (R-R-W) (Poisson rectangular wave process)

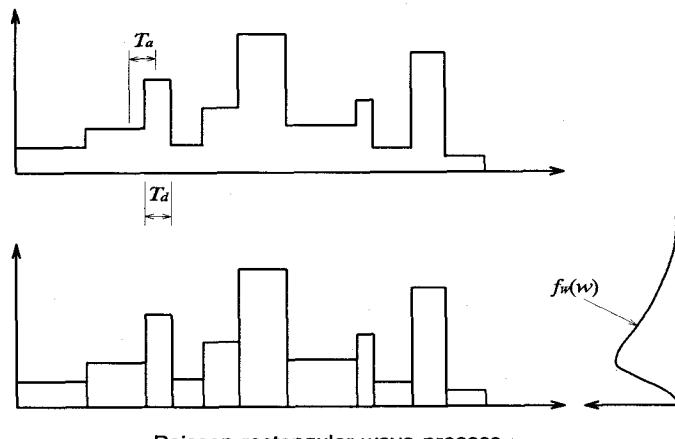


図-2.23 ポアソン矩形波過程

$$E[T_a] = \frac{1}{\lambda_a}$$

Ta は指数分布

$$E[T_d] = \mu_d = \frac{1}{\lambda_a}$$

途切れることなく生起する場合のみ。

$$v_W^+(w^*) = \lambda_a F_W(w^*) \{1 - F_W(w^*)\} \quad (266)^{(22)}$$

これは、(264)式で  $p=0, q=1$  に対応する。

各矩形パルスが零再帰のとき(265)式と同様に

$$v_W^+(w^*) = \lambda_a \{1 - F_W(w^*)\} \quad (267)^{(22)}$$

このとき、 $p \approx 1, q \approx 0$  であり、 $\mu_d \neq \frac{1}{\lambda_a}$  である。

### (iii) 矩形パルス過程 (R-P)

(rectangular pulse process)

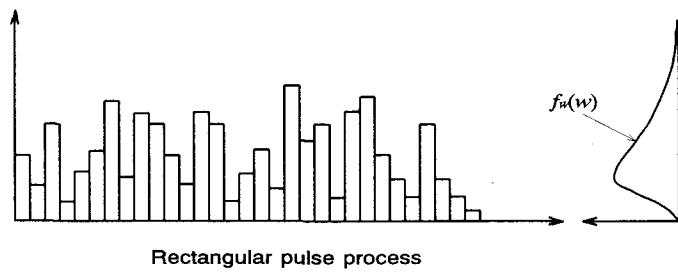


図-2.24 矩形パルス過程

$$\lambda_a = 1 \quad (= \text{生起率、1年1回必ず生起するから})$$

であるから、

$$v_W^+(w^*) = 1 - F_W(w^*)$$

ただし、

$$0 < \hat{\mu}_d \leq 1$$

とする。

(iv) ポアソンパルス及びポアソンインパルス過程 (P-P, P-I)

(Poisson pulse process, Poisson impulse process)

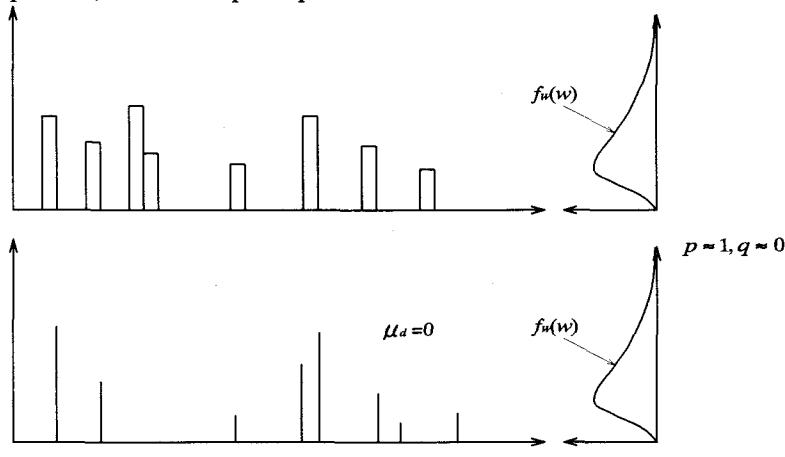


図-2.25 ポアソンパルス及びポアソンインパルス過程

$$v_W^+(w^*) = \lambda_a \{1 - F_W(w^*)\}$$

[例]

ある路線のある地点の日交通量と年交通量  $n$  との関係は

$$n = \text{日交通量} \times 365$$

である。輪荷重  $x(\text{tf})$  のこの地点における累積分布関数 (c.d.f.) を正規分布とすると、 $x(\text{tf})$  以上の輪荷重が年間当たり生起する回数  $v_T^+(x)$  は

$$n \left\{ 1 - \Phi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right\} = v_T^+(x) \quad (268)$$

と表すことができる。

(v) 濾波された矩形パルス過程 (F-R-P)

(filtered rectangular pulse process)

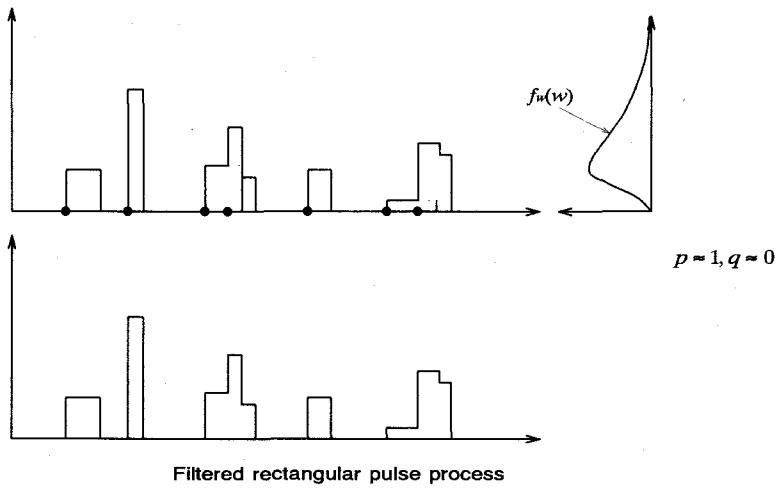


図-2.26 濾波された矩形パルス過程

$$v_W^+(w^*) \approx \lambda_a \{1 - F_W(w^*)\}$$

以上より、

$$F_{\max, W}(w) = \exp \left\{ - v_W^+(w) \cdot T_s \right\} \quad (269)$$

は、 $W(t)$ が期間  $T_s$  に亘って値  $w$  を一度も超えない確立を表す。

初期時刻状態を考慮する場合は、

$$F_{\max, W}(w) = {}_0 F_W(w) \exp \left\{ - v_W^+(w) \cdot T_s \right\} \quad (270)$$

となる。 ${}_0 F_W(w)$  は、初期時刻での非超過確率。

R-P 過程では、一定時間 ( $\tau$ ) ごとに生起するから、

$$N = \frac{T_s}{\tau} \quad (\text{整数回数})$$

$N$  回 (年) に亘って  $w$  を越えない ( $w$  より小) 確率は、

$$F_{\max, W}(w) = \left\{ F_W(w) \right\}^N = \left\{ F_W(w) \right\}^{T_s} \quad (\tau=1 \text{ のとき}) \quad (271)$$

### 2.6.3 Turkstra の方法

#### (1) 概要

$$g = R_u - \sum_{k=1}^m C_{uk} \cdot W_k(t) \quad (272)$$

において、

$R_u$  : 抵抗

$W_k$  : 荷重

$C_{uk}$  : 荷重変換係数 (確定値)

$$S(t) = \sum C_{uk} \cdot W_k(t) \quad (273)$$

の  $T_u$  年間最大値  $\max_{T_u} S(t)$  の近似値は、

$$\max_{T_u} S(t) = \max_j \left\{ \max_{T_u} (C_{uj} \cdot W_j(t)) + \sum_{k \neq j} C_{uk} \cdot W_k(t) \right\} = \tilde{S}_j(t) \quad (274)$$

で与えられるとする。具体的には  $C_{uk}$  を省略して  $S_j = C_{uj} \cdot W_j(t)$  とおくと、

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{1(t)} &= \max S_D + S_S + S_W + S_E + S_L \\ \tilde{S}_{2(t)} &= S_D + \max S_S + S_W + S_E + S_L \\ \tilde{S}_{3(t)} &= S_D + S_S + \max S_W + S_E + S_L \\ \tilde{S}_{4(t)} &= S_D + S_S + S_W + \max S_E + S_L \\ \tilde{S}_{5(t)} &= S_D + S_S + S_W + S_E + \max S_L\end{aligned}\tag{275}$$

のうちの最大値を調べて、 $g \geq 0$  となればよいということである。ここで、

$S_D$  : 死荷重効果 (時間変動を考えない)

$S_S$  : 雪荷重効果

$S_W$  : 風荷重効果

$S_E$  : 地震荷重効果

$S_L$  : 活荷重効果

である。 $S_D$  を除くと全て時間的に挙動する荷重と考える。しかし、上記は全くまたはほとんど降雪のない地域に対しては不適であり、他の組合せも考えられる。また、 $S_W + S_E$  を  $S_T$  (温度変化) 1つにする組合せもある。

さらに、Turkstra は、

$$\tilde{S}_j(t) = \max_{T_u} C_{uj} \cdot W_j(t) + \sum_{k \neq j} C_{uk} \cdot W_k(t^*)\tag{276}$$

とし、第1項は  $W_j(t)$  の  $T_u$  期間最大値、 $W_k(t^*)$  は任意時刻における荷重強さとしている。後者は雪と風では年最大値、 $W_E$ 、 $W_L$  はこれに準じる値としている。

## (2) 荷重の公称値

$$W = L_1 L_2 \cdots L_p Y^q$$

ここで、

$Y$  : 積雪深、風速、地震加速度、死荷重、活荷重など

$L_i$  :  $Y$  を  $W$  へ変換するパラメータ (風の場合、抵抗係数、ガストファクターなど)

$q$  : 風の場合  $q=2$ 、その他は  $q=1$

これらは確率変数とする。平均と変動係数は、

$$\begin{aligned}\bar{W} &\approx \bar{L}_1 \cdot \bar{L}_2 \cdots \bar{L}_p \cdot \bar{Y}^q \\ V_W &= \sqrt{\sum_{k=1}^p \bar{V}_k^2 + (q \bar{V}_Y)^2}\end{aligned}$$

公称値は、

$$W_n = \bar{L}_1 \cdot \bar{L}_2 \cdots \bar{L}_p \cdot \hat{Y}_{50}^q$$

ここで、

$\hat{Y}_{50}^q$  : 積雪深 (snow depth)、風速 (wind speed)、地震加速度 (earthquake acceleration) の 50 年再現期待値 (100 年の場合もあり得る)。

$W_n$  は一般に数値で与えられる。例えば風速の場合、

$$W_{win} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_d \cdot G \cdot \hat{Y}_{50}^2 \text{ (kgf/m}^2\text{)}\tag{277}$$

ここで、

$$\rho = 0.125 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$$

プレートガーダーでは、

$$C_d = \begin{cases} 2.1 - 0.1(B/D) & (1 \leq B/D < 8) \\ 1.3 & (8 \leq B/D) \end{cases}$$

$G=1.9$  (標準値、平均値)

$$\hat{Y}_{50}^2 = 40 \text{ m/s} \quad (\text{これを越えない確率が } 0.6, \text{ 図-2.27 参照})$$

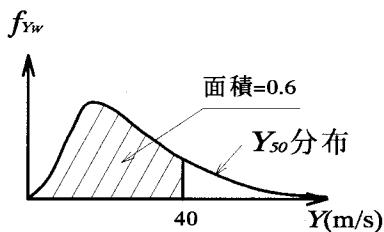


図-2.27 風荷重の確率分布

以上より、プレートガーダーに対して以下のようになっている<sup>24)</sup>。

表-2.14 プレートガーダーの風荷重

| 断面形状             | 風荷重 (kgf/m)                 |
|------------------|-----------------------------|
| $1 \leq B/D < 8$ | $[400 - 20(B/D)]D \geq 600$ |
| $8 \leq B/D$     | $240D \geq 600$             |

以上で、 $B$ ：橋の総幅 (m),  $D$ ：橋の総高 (m)

### (3) 荷重の確率過程

$Y$ は、マクロ時間変動過程としてモデル化される。荷重の確率過程モデルはしたがって、

$$W(t) = L_1 L_2 \cdots L_p Y^q(t)$$

ここで、

- $Y(t) = Y_S(t)$  : 積雪深 (snow depth)
- $= Y_W(t)$  : 風速 (wind speed)
- $= Y_E(t)$  : 地震 (earthquake)
- $= Y_L(t)$  : 活荷重 (live load)

とする。 $Y_L(t)$ は、建築学会に準じて

$$Y_L(t) = Y_{Ls}(t) + Y_{Le}(t)$$

とし、

- $Y_{Ls}(t)$  : 持続的な活荷重 ( $p_1, p_2$  活荷重)
- $Y_{Le}(t)$  : 一時的集中荷重 (特別な大型活荷重)

と見立てられる。

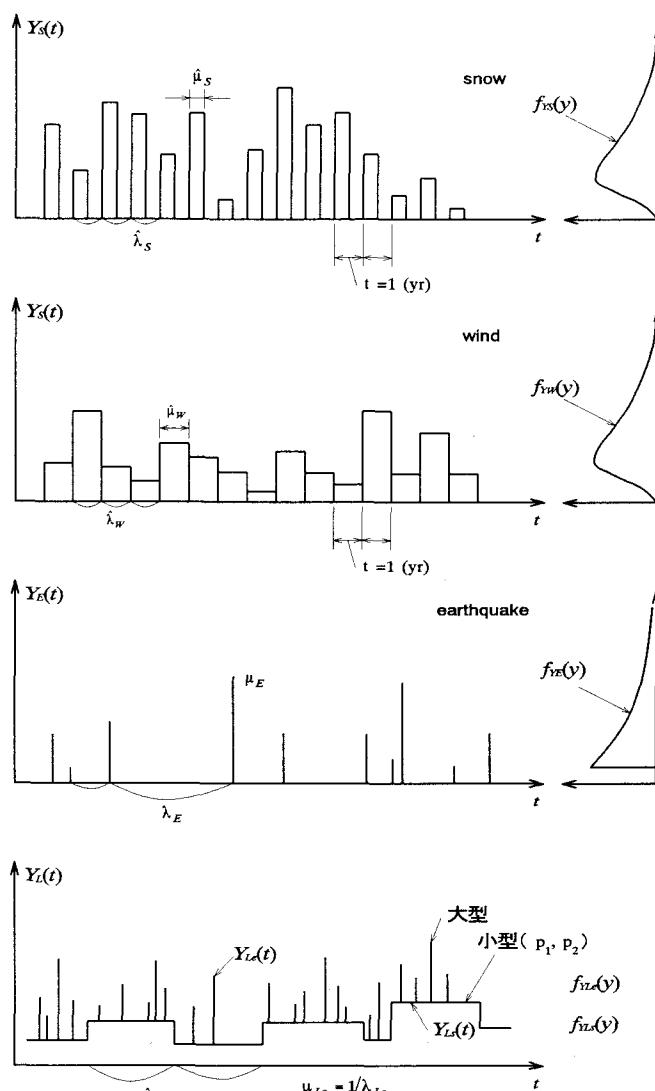


図-2.28 荷重と確率過程モデル

表-2.14 確率過程モデルと生起率

| 確率過程        | $Y(t)$   | 生起率  | 持続時間  | 強さ分布関数                       | 備考             |
|-------------|----------|--|---|------------------------------|----------------|
| 積雪深<br>多雪地域 | $Y_S(t)$ | $\hat{\lambda}_S = 1/\text{yr.}$                                   | $\hat{\mu}_S = 1/3 \text{ yr.}$                                 | 年最大値<br>$F_{YS}(y)$          | 年周期事象          |
| 風速          | $Y_W(t)$ | $\hat{\lambda}_W = 1/\text{yr.}$                                   | $\hat{\mu}_W = 1 \text{ yr.}$                                   | 年最大値<br>$F_{YW}(y)$          | 年周期事象          |
| 地震動         | $Y_E(t)$ | $\lambda_E = 1/\text{yr.}$   | $\mu_E \approx 0 \text{ yr.}$                                   | $y \geq y_0$<br>$F_{YE}(y)$  | ボアソン生起         |
| 物品・人間<br>載荷 | $Y_L(t)$ | $\lambda_{Ls} = 1/8 / \text{yr.}$<br>$\lambda_{Le} = 1/\text{yr.}$ | $\mu_{Ls} = 1/\lambda_{Ls}$<br>$\mu_{Le} \approx 0 \text{ yr.}$ | $F_{YLs}(y)$<br>$F_{YLe}(y)$ | 常時載荷<br>一時集中載荷 |

上図で、 $\lambda_X$ : 期待生起率（1年当たりに生じる回数または確率）

$\mu_X$ : 期待持続時間

$Y_X$ : 強さ

$\lambda_X$  は、 $\lambda_a$  に相当する ( $\lambda_a = q \cdot \lambda_p$  : ただし、常時載荷の場合のみ)。

$$Y_X(t) \geq \hat{y}_X$$

となる。

期待超過率 ( $\hat{y}_X$  を単位時間当たりに超過する回数の期待値 =  $E[N'(\hat{y}_X)] = v_{Y_X(t)}^+(\hat{y}_X)$ ) は、前項より、

$$v_{Y_X(t)}^+(\hat{y}_X) = \lambda_X \left\{ 1 - F_{Y_X}(\tilde{y}_X) \right\}$$

よって、

$$\begin{aligned} F_{\max_T Y_X(t)}(y) &= \exp \left\{ -v_{Y_X(t)}^+(y) \cdot T \right\} \\ &= \exp \left\{ -\lambda_X T \left( 1 - F_{Y_X}(y) \right) \right\} \end{aligned} \quad (278)$$

は、期間  $T$  年間にレベル  $y$  を 1 度も越えない確率を表す。ただし、 $Y_X(t)$  は零再帰の場合。

荷重  $W_j$  による荷重効果を  $S_j$  とし、

$$S_j = C_{uj} \cdot W_j(t)$$

$T_u$  期間最大値  $W_{jM}$  による荷重効果を  $S_{jM}$  とする、

$$S_{jM} = \max_{T_u} C_{uj} \cdot W_{jM}(T) \quad (279)$$

そして、例えば、

$$F_{W_{jM}}(w_j) = \exp \left\{ -\lambda_{wj} \left( 1 - F_{W_j}(w_j) \right) T_u \right\}$$

ここで、 $W_{jM}(t)$  が、零再帰過程の場合とする。

$$Z = g \left( R_u, S_{ju}, \sum_{j \neq k} S_k \right) > 0$$

より、設計点において、

$$R_u^* \geq S_{jM}^* + \sum_{j \neq k} S_k^*$$

ここで、

$$\begin{aligned} S_{jM}^* &= C_{uj} \cdot W_{jM}^* \\ S_k^* &= C_{uk} \cdot W_k^* \quad (j \neq k) \end{aligned}$$

であるから上式は、

$$\phi R_{un} \geq C_{uj} \gamma_{wj} W_{jn} + \sum_{j \neq k} C_{uk} \gamma_{wk} W_{kn} \quad (280)$$

と表せる。 $W_{kn}$  ( $k=1, 2, \dots, m$ ) などは、公称値である。

上の証明)

$$\begin{aligned} g &= R_u - C_{uj} W_{jn} - \sum_{j \neq k} C_{uk} W_k \\ &= \sum_{i=1}^n a_i X_i \end{aligned}$$

とおける。例えば、

$$\begin{aligned} a_1 &= 1, \quad X_1 = R_{11} \\ a_2 &= C_{uj}, \quad X_2 = W_{jM} \\ a_k &= C_{uk}, \quad X_k = W_k \quad (j \neq k) \end{aligned}$$

のように対応している。

$$\alpha_i^* = \frac{a_i \sigma_{X_i}^N}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j}^N)^2 \right\}^{1/2}}$$

$$\beta = \frac{\sum a_j \mu_{X_j}^N}{\left\{ \sum (a_j \sigma_{X_j}^N)^2 \right\}^{1/2}} = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z}$$

$$x_i^* = \mu_{X_i}^N - \alpha_i \beta \sigma_{X_i}^N$$

$$= \gamma_i \times \mu_{x_i, n}$$

ここで、 $\mu_{x_i, n}$  は公称値である。

$$\gamma_i = \frac{x_i^*}{\mu_{X_i, n}}$$

$$= \left( 1 - \alpha_i \beta \frac{\sigma_{X_i}^N}{\mu_{X_i}^N} \right) \frac{\mu_{X_i}^N}{\mu_{x_i, n}}$$

以上で、

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \cdot \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]$$

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]\}}{f_{X_i}(x_i^*)}$$

は、変数  $x_i$  (c.d.f. =  $F_{X_i}(x_i)$ , p.d.f. =  $f_{X_i}(x_i)$ ) を正規分布に変換したときの平均と標準偏差。

以上より、

$$g = \sum_{i=1}^n a_i X_i \geq 0$$

は、

$$a_1 X_1^* = a_2 X_2^* + \sum_{i=3}^n a_i X_i^*$$

となり、

$$a_1 = 1, \quad x_1^* = \gamma_1 \cdot \mu_{X_{1,0}}^N$$

$$= \phi_u \cdot R_{un}$$

$$a_2 = C_{uj}, \quad x_2^* = \gamma_2 \cdot \mu_{X_{2,0}}^N$$

$$= \gamma_{Wj} \cdot W_{jn}$$

$$a_k = C_{uk}, \quad x_k^* = \gamma_k \cdot \mu_{X_{k,0}}^N$$

$$= \gamma_{Wk} \cdot W_{kn}$$

つまり、

$$\phi R_{un} \geq C_{uj} \gamma_{Wj} W_{jn} + \sum_{j \neq k}^n C_{uk} \gamma_{Wk} W_{kn}$$

を得る（証明終り）。上式で、右辺第1項は  $T_u$  年間最大荷重であり、「主たる荷重」という。第2項は「従の荷重」を表す。

## 参考文献

- 1) 日本建築学会：木質構造設計規準・同解説，1995.
- 2) (社)日本道路協会他：限界状態設計法分科会荷重検討班第一次報告書，1986.11.
- 3) 薄木征三：集成材を利用した橋梁の設計と施工，団製作と架設，土木施工，30巻11号，1989.11.
- 4) 土木研究所資料：鋼橋の強度係数および荷重係数に関する信頼性解析，第1225号，1977.3.
- 5) (社)日本道路協会他：限界状態設計法分科会荷重検討班第二次報告書，1989.3.
- 6) 日本建築学会構造委員会：建築物の限界状態設計指針（案）第2版同試設計例，2000.10
- 7) 坂本 順：限界状態設計法における荷重係数について，日本建築学会構造系論文報告集，第393号，1988.11.
- 8) 日本建築学会木質構造限界状態設計法小委員会：木質構造の限界状態設計，1999.12.
- 9) 日本建築学会構造委員会：建築物の限界状態設計指針（案）第1版，1999.3.
- 10) 薄木征三：集成材を利用した橋梁の設計と施工，団わが国の設計例，土木施工，30巻10号，1989.10.
- 11) 林野庁監修：平成10年度林道必携，技術編，日本林道協会，1998.
- 12) OHBDC (Ontario Highway Bridge Design Code), 3<sup>rd</sup> edition, 1991.
- 13) AASHTO: AASHTO LRFD Bridge Design Specification, 1994.
- 14) CEN: Eurocode 1 Basis of design and actions on structures Part 3: Traffic loads on bridges, 1995.
- 15) ASCE: Standard for LRFD for Engineered Wood Construction, AF&PA/ASCE STANDARD 16-95, 1996.
- 16) CEN: Eurocode5 Design of timber structures Part1.1: General rules and rules for buildings, 1993.
- 17) CEN: Eurocode5 Design of timber structures Part2: Bridges, 1995.
- 18) AASHTO: Guide Specifications for the Design of stress-Laminated Wood Deck, 1991.
- 19) AF&PA, WCTA: LRFD Solved example problems for wood structures, 2000.
- 20) Canadian Wood Council: Wood Text Series 2, Wood Highway Bridges, 1992.
- 21) A., H-S. Ang, W., H., Tang 著，伊藤学，亀田弘行訳：「土木建築のための確率・統計の応用」，丸善，1988.
- 22) 坂本 順：荷重の確率過程モデルについて，日本建築学会構造系論文報告集，第393号，1988.11.
- 23) Larrabee, R. O., and Cornell, C. A.: Combination of Various Load Processes, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.103, No.ST5, January, 1981.
- 24) (社)日本道路協会：道路橋示方書・同解説，I共通編，1994.

(執筆者：薄木征三、佐々木貴信、久保田努)