

混合法による少数主桁橋PC床版の解析

On Analysis for PC Slab with a Few Steel Girders by Hybrid Method

松尾和政*, 谷口義則**, 檜垣豊**, 堀川都志雄***

Kazumasa MATSUO, Yosinori TANIGUCHI, Yutaka HIGAKI, Toshio HORIKAWA

- * 大阪工業大学 工学部 土木工学科 研究生 (〒535-0002 大阪市旭区大宮5-16-1)
- ** 大阪工業大学大学院 工学研究科 (〒535-0002 大阪市旭区大宮5-16-1)
- *** 工博 大阪工業大学 工学部 土木工学科 (〒535-0002 大阪市旭区大宮5-16-1)

Recently, for an aim of shortening of construction period and labor costs, a precast prestressed concrete slab is widely applied to new bridge system with a few steel girders. In the result it will be expected that curtailment of economical cost in construction and maintenance, progress of performance and improvement of quality are brought to bridge system. A method of whole analysis for bridge system constituted of deck slab and some girders isn't clearly established still. In this paper, a new technique combined the hybrid method based on thick plate theory with harmonic analytical way is proposed and applied to a slab composed with two parallel girders by means of this technique. Numerical values calculated by this method are compared with experimental results, i.e. deflection of slab, strains on upper and lower concrete surfaces, obtained under a wheel running test.

Key Words ; Hybrid method, bridge deck slab with a few girders, wheel running test, composite condition of girder

1. はしがき

近年建設現場での省力化, および建設費の縮減化が叫ばれており, 少数主桁橋の構造形式に注目が集められている。日本道路公団を初めとして各監督官庁でも少数主桁橋梁が計画および実施段階に至っている。少数主桁橋の床版として主にプレキャストあるいは場所打ちのプレストレス床版(以下, PC床版という), および鋼・コンクリートからなる合成床版に関心が寄せられている。この床版の支間長や張出し長さは, 現行の道路橋方書に規定されている値に比べて大きな次元を有するため, 橋軸直角方向ならびに橋軸方向の作用曲げモーメントがともに卓越し, 輪荷重直下や主桁近傍に発生する変形や応力状態も複雑になることが推測されている。第一回鋼橋床版のシンポジウムにおいては, PC床版や合成床版の疲労耐久性を対象とした輪荷重下での走行試験の実績例

も数少なく, また, 少数主桁橋における床版の曲げモーメントの算定式についても, 系統的に整理する段階には至っていないとの報告であった。

本研究では, 先のシンポジウムで紹介した床版の擬似的な三次元解析が行える混合法, すなわち局所応力状態が把握できる厚板理論を特解に, 境界条件を満足するための同次解に薄板理論を用いる方法を少数主桁橋床版へ拡張することを試みる。混合法は調和解法を利用して展開されており, この手法をうまく工夫することによって, 床版と桁とが合成される有梁板の解析が可能となる。

本解析法の妥当性を検討するために, プレキャストPC床版の輪荷重走行繰返し試験での測定結果と計算値とを比較する。さらに輪荷重点下および主桁近傍での応力状態の算定を行い, これらの応力分布状態を明らかにする。

2. 混合法の誘導

混合法は3次元弾性論の変位関数に基づく厚板理論の全周単純支持解を特解として用い、境界条件を満足させるための同次解に取扱いの簡単な薄板理論を採用する。

特解として用いられる級数解は薄板理論のNavier解と同じ形式であるので、薄板理論に容易に取り組むことができる。

2.1 厚板理論による級数解

物体力を考慮しない場合の Galerkin vector f_3 と Boussinesq の関数 ϕ_3 の基礎式は次のように与えられる。

$$\Delta\Delta f_3 = 0, \quad \Delta\phi_3 = 0 \quad (1)$$

ここで、

$$\Delta = \partial^2 x + \partial^2 y + \partial^2 z$$

変位 u, v, w と変位関数の関係式は以下のように示される。

$$\begin{aligned} 2\mu u &= -\partial x \partial z f_3 + \partial y \phi_3, \\ 2\mu v &= -\partial y \partial z f_3 - \partial x \phi_3, \\ 2\mu w &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[\partial^2 z + \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} (\partial^2 x + \partial^2 y) \right] f_3 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 λ, μ : Lamé の定数

図-1の座標系をもとに、変位関数 f_3 と ϕ_3 を三角級数に展開すれば、

$$\begin{aligned} f_3 &= \sum_m \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \gamma z \text{ch}\gamma z + C_4 \gamma z \text{sh}\gamma z \right] \\ &\quad \cdot \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \\ \phi_3 &= \sum_m \sum_n \left[C_5 \text{ch}\gamma z + C_6 \text{ch}\gamma z \right] \\ &\quad \cdot \cos \alpha_m x \cos \beta_n y \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $\alpha_m = m\pi/a$, $\beta_n = n\pi/b$, $\gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2$;

a, b : x, y 方向の支間長;

$C_1 \sim C_6$: 板の上・下面の境界条件より決定される積分定数

式(3)を式(2)に代入すると、 x, y , および z 方向の変位 u, v , および w が得られる。例えば変位 w は次のように得られる。

$$\begin{aligned} 2\mu w^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \left\{ \gamma z \text{ch}\gamma z - 2(1 - 2\nu) \text{sh}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left\{ \gamma z \text{sh}\gamma z - 2(1 - 2\nu) \text{ch}\gamma z \right\} \right] \\ &\quad \cdot \gamma^2 \sin \alpha_m x \sin \beta_n y \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 ν : ポアソン比、上添字 p は特解を意味する。

式(4)を Hooke の法則に代入して、応力が求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_y^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{sh}\gamma z + C_2 \text{ch}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \left\{ \gamma z \text{sh}\gamma z + \left(1 + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} \right) \text{ch}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left\{ \gamma z \text{ch}\gamma z + \left(1 + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} \right) \text{sh}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m}{\beta_n \gamma} (C_5 \text{ch}\gamma z + C_6 \text{sh}\gamma z) \right] \\ &\quad \cdot \beta_n^2 \gamma \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \\ \tau_{yz}^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \left\{ \gamma z \text{ch}\gamma z + 2\nu \text{sh}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left\{ \gamma z \text{sh}\gamma z + 2\nu \text{ch}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m}{2\beta_n \gamma} (C_5 \text{sh}\gamma z + C_6 \text{ch}\gamma z) \right] \\ &\quad \cdot \beta \gamma^2 \sin \alpha_m x \cos \beta_n y \end{aligned} \quad (5)$$

また、式(5)を板厚にわたって積分すれば、モーメント M_y やせん断力 Q_y 等の断面力を得ることができる。

図-1に示される板の上・下面に力 q_u, \dots, t_{xl} が作用しているときの境界条件は次のように示される。

$$\begin{aligned} z = h/2 &; \quad \sigma_z = q_u, \tau_{xz} = t_{xl}, \tau_{yz} = t_{yl} \\ z = -h/2 &; \quad \sigma_z = q_l, \tau_{xz} = t_{xu}, \tau_{yz} = t_{yu} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、下添字 u, l は板の上面と下面を意味する。

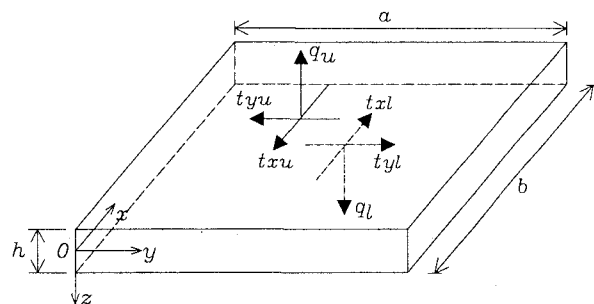


図-1 板の形状と寸法

式(6)より、積分定数 C_1, \dots, C_6 が決定される。これらの定数を代入することにより、それぞれの変位と応力が得られる。

2.2 薄板理論の級数解

一般に、薄板理論では曲げ問題と面内問題とは独立な項目として扱われる。薄板理論の曲げ問題に関する同次解を示すと、

$$Dw^h = \sum_m \left[A_m \operatorname{ch} \alpha_m y + B_m \operatorname{sh} \alpha_m y + C_m \alpha_m y \operatorname{ch} \alpha_m y + D_m \alpha_m y \operatorname{sh} \alpha_m y \right] \cdot \sin \alpha_m x \quad (7)$$

ここで、 D ：板の曲げ剛性、 $\alpha_m = m\pi/a$ 、

$A_m \sim D_m$ ：境界条件より決定される積分定数、

上添字 h は同次解を示す。

また、面内問題における変位関数とその級数形式、および橋軸方向の変位の同次解は次のように示される。

$$\begin{aligned} \Delta \Delta \psi &= 0, \\ \psi &= \frac{1}{(1-\nu)H} \sum_m \left[I_m \operatorname{ch} \alpha_m y + J_m \operatorname{sh} \alpha_m y + K_m \alpha_m y \operatorname{ch} \alpha_m y + L_m \alpha_m y \operatorname{sh} \alpha_m y \right] \cdot \cos \alpha_m x, \\ u^h &= \frac{1+\nu}{(1-\nu)H} \sum_m \left[I_m \operatorname{ch} \alpha_m y + J_m \operatorname{sh} \alpha_m y + K_m \left(\alpha_m y \operatorname{ch} \alpha_m y + \frac{4}{1+\nu} \operatorname{sh} \alpha_m y \right) + L_m \left(\alpha_m y \operatorname{sh} \alpha_m y + \frac{4}{1+\nu} \operatorname{ch} \alpha_m y \right) \right] \cdot \alpha_m^2 \cos \alpha_m x \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 H ：板の伸び剛性

式(7)と式(8)より同次解系の断面力が導びかれる。

2.3 混合法の級数解

混合法の曲げ問題における級数解、例えば変位 w と u は以下のように得られる。

$$\begin{aligned} D \cdot w &= D(w^p + w^h) \\ &= \sum_m \left[-\frac{h^3}{12(1-\nu)} \sum_n \left\{ C_1 \operatorname{ch} \gamma z + C_2 \operatorname{sh} \gamma z + C_3 \left\{ \gamma z \operatorname{ch} \gamma z - 2(1-2\nu) \operatorname{sh} \gamma z \right\} + C_4 \left\{ \gamma z \operatorname{sh} \gamma z - 2(1-2\nu) \operatorname{ch} \gamma z \right\} \right. \right. \\ &\quad \cdot \gamma^2 (d_c \sin \beta_n y + d_s \cos \beta_n y) \\ &\quad + A_m \operatorname{ch} \alpha_m y + B_m \operatorname{sh} \alpha_m y + C_m \alpha_m y \operatorname{ch} \alpha_m y \\ &\quad \left. \left. + D_m \alpha_m y \operatorname{sh} \alpha_m y \right\} \right] \cdot \sin \alpha_m x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D \cdot u &= D(u^p + u^h) \\ &= -\sum_m \left[\frac{h^3}{12(1-\nu)} \sum_n \left[C_1 \operatorname{sh} \zeta + C_2 \operatorname{ch} \zeta + C_3 (\zeta \operatorname{sh} \zeta + \operatorname{ch} \zeta) + C_4 (\zeta \operatorname{ch} \zeta + \operatorname{sh} \zeta) + \frac{\beta_n}{\alpha_m \gamma} (C_5 \operatorname{ch} \zeta + C_6 \operatorname{sh} \zeta) \right] \right. \\ &\quad \cdot \gamma (d_c \sin \beta_n y + d_s \cos \beta_n y) \\ &\quad + z \cdot \left[A_m \operatorname{ch} \alpha_m y + B_m \operatorname{sh} \alpha_m y + C_m \alpha_m y \operatorname{ch} \alpha_m y + D_m \alpha_m y \operatorname{sh} \alpha_m y \right] \\ &\quad - \frac{(1+\nu)h^2}{12(1-\nu)} \left[I_m \operatorname{ch} \alpha_m y + J_m \operatorname{sh} \alpha_m y + K_m \left(\alpha_m y \operatorname{ch} \alpha_m y + \frac{4}{1+\nu} \operatorname{sh} \alpha_m y \right) \right. \\ &\quad \left. \left. + L_m \left(\alpha_m y \operatorname{sh} \alpha_m y + \frac{4}{1+\nu} \operatorname{ch} \alpha_m y \right) \right] \alpha_m \right] \cdot \alpha_m \cos \alpha_m x \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $d_c = \cos n\pi/2$ 、 $d_s = \sin n\pi/2$

今、板の境界条件が $y = \pm b/2$ で自由端である場合、換算せん断力を V_y とすると、これらの辺では $M_y = V_y = 0$ となり、式(9)より未定定数 $A_m \sim D_m$ を決定することができる。同様に、面内問題についても積分定数 $I_m \sim L_m$ を得ることができる。

3. 桁と結合される床版への適用

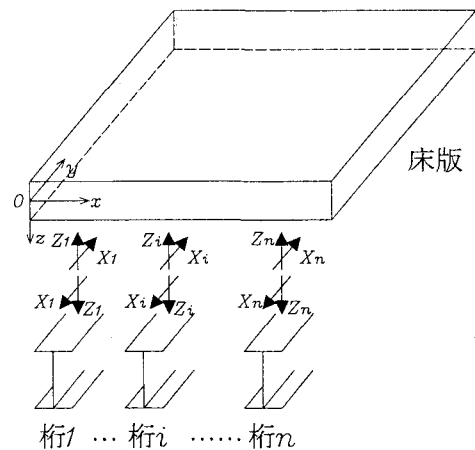


図-2 桁と結合される床版

図-2に示される n 本の桁と結合される床版を考える。実橋では、床版と桁とは離散的に配置されたスタッドジベルなどのずれ止めを介して合成されている。従来、この種の解析方法の代表的なものとして選点法が挙げられる。この方法では桁と床版との間で授受される鉛直、

および水平方向の伝達力に関する大次元の連立方程式を解く必要があり、少容量の作業領域のパソコンで精度良く処理することは多大の労力が必要となる。そこで橋軸方向のみに対して調解析法を適用し、少数の伝達力に関する連立方程式に帰着させる。例えば、床版と桁*i*との変位の連続条件は以下の様に示される。なお、本手法においては主桁の上フランジに作用する橋軸直角方向の伝達力を無視する。

- ① 床版下面と桁*i*の上フランジとの間で授受される鉛直、および橋軸方向の伝達力をそれぞれ以下のように表す。

$$\begin{aligned} Z_i &= \sum_m \bar{Z}_i \left(\sum_n \rho_{zi} \right) \sin \alpha_m x, \\ X_i &= \sum_m \bar{X}_i \left(\sum_n \rho_{xi} \right) \cos \alpha_m x \end{aligned} \quad (10)$$

- ② 外荷重および伝達力を用いて、曲げ問題や面内問題での板の境界条件を満足させるように、積分定数 $A_m \sim D_m$ および $I_m \sim L_m$ を決定する。
- ③ 床版下面に配置された桁*i*の位置での床版下面 ($z = h/2$) の鉛直変位 w_{pi} と橋軸方向の水平変位 u_{pi} 、また桁*i*の上フランジにおける鉛直変位 w_{bi} と水平変位 u_{bi} をはり理論より求める。
- ④ 床版と桁の変位はそれぞれ連続するので、床版と桁の変位をそれぞれ橋軸方向のフーリエ級数の各項 m ごとに成立させて、伝達力 Z_i と X_i を求める。例えば、2本の桁と結合される床版の連続式は以下のように得られる。

$$[A] [X] = [B] \quad (11)$$

ここで、

[A] : 伝達力 \bar{Z}_i 、 \bar{X}_i に関する柔性マトリックス

[B] : 床版と桁に作用する外荷重に関する
列マトリックス

$$[X] = [\bar{Z}_1, \bar{Z}_2, \bar{X}_1, \bar{X}_2]^T$$

桁との結合条件が非合成の場合には、式(11)のマトリックスは \bar{X}_1 と \bar{X}_2 を無視した縮小形に置換される。

4. 走行実験による結果と計算値との比較

幅3.4m × 長さ1m × 版厚18cmのせん断キー継ぎ手を有するPC床版を12体並べて設置し(図-3)、大型輪荷重装置による床版の挙動と計算値を比較する。以下に実験、および解析に関する概略を示す。

- ① 床版(支間長2.5m)は2本の平行な桁とスタッドジベルを介して結合されている。② 床版相互の橋軸方向の接合部はせん断継ぎ手を用いており、曲げモーメントやせん断力は各パネル間で十分に伝達されている。③ 材料定数は $E_c = 32.4 \text{ kN/mm}^2$ 、 $\nu_c = 0.19$ である。④ PC床版を等方性版として扱い、床版と桁の結合状態が合成時、および非合成時の計算値を算出した。

4.1 走行実験の結果

走行する輪荷重の大きさ(設定荷重値98.1kN)は試験装置固有の特性、供試体の設置状況、床版の不陸等により、±15%程度変動する。そこで、床版に作用する輪荷重を図-4に示す5ヶ分の平均値となるように約160分割された柱状の荷重値に置換する。これらの値を用いて輪荷重の走行中に生ずるFパネル中央部でのたわみ(図-5)や、床版下面の橋軸直角方向、および橋軸方向のコンクリートひずみの挙動を図-6や図-7で比較する。なお、計算は全断面有効時の応力状態としている。



図-3 実験供試体

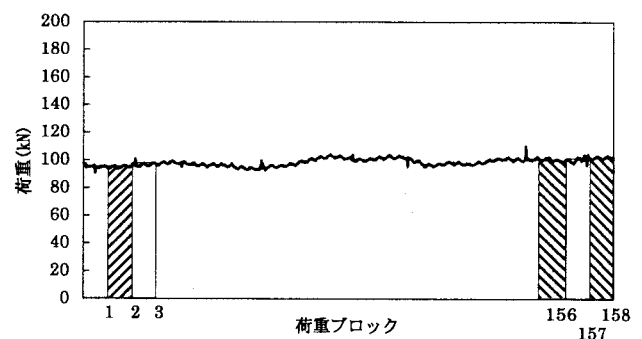


図-4 走行荷重の柱状化

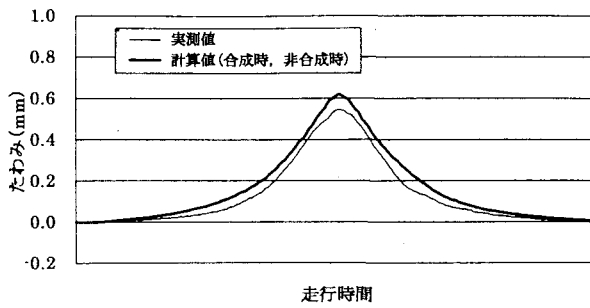


図-5 床版のたわみ

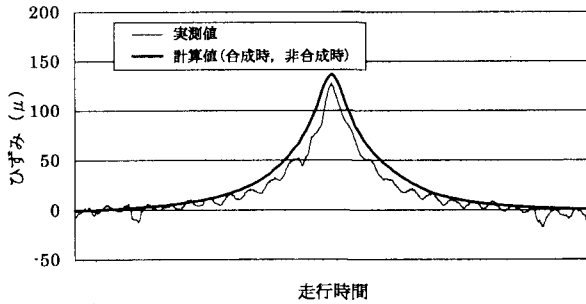


図-6 床版下面のコンクリートひずみ(橋軸直角方向)

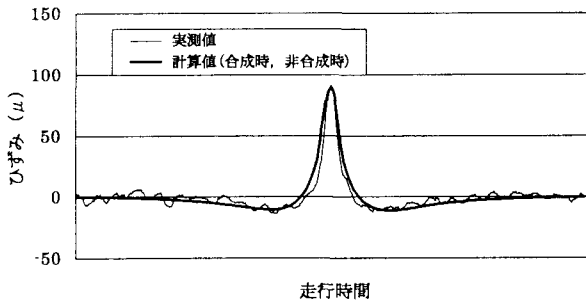


図-7 床版下面のコンクリートひずみ(橋軸方向)

表-1 たわみ, コンクリートひずみの最大値

	最大たわみ	コンクリートのひずみ	
		橋軸直角方向	橋軸方向
合成	0.621	137	89
非合成	0.619	136	89
実測値	0.549	146	96

計算値と実測値の形状はたわみ, およびコンクリートのひずみともほぼ一致している. しかし, 実測値と計算値の最大値を比較すれば, たわみと橋軸直角方向のコンクリートのひずみの計算値のほうが, 実測値よりも約1.2倍程度大きい値となっている. また, 床版と主桁の

結合状態が合成時(鉛直方向の力 Z_i と橋軸方向のせん断力 X_i の両方を考慮する), および非合成時(鉛直方向の力 Z_i のみ考慮する)の計算値を比較すると, 表-1のように示される. 若干の数値の差はあるがほぼ同じ値となった.

4.2 橋軸直角方向のコンクリートひずみの分布

図-8に示す位置での総走行回数が6万回(98.1kN)と19万回(196.2kN)時における, Fパネル下面におけるコンクリートの弾性ひずみ(98.1kN換算)の分布を図-9, および図-10に示す. 床版と桁の結合状態が合成時, および非合成時における計算値の比較を表-2に示す.

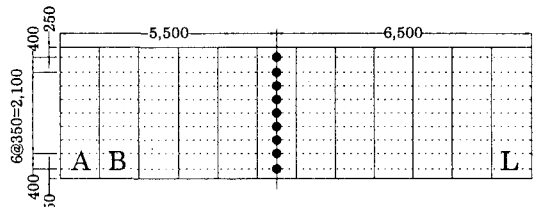


図-8 コンクリートのひずみの計測位置

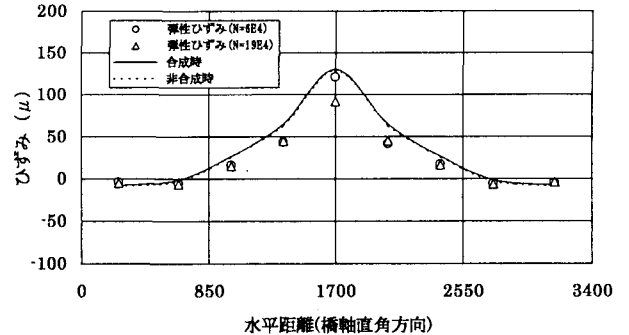


図-9 橋軸直角方向のひずみ分布

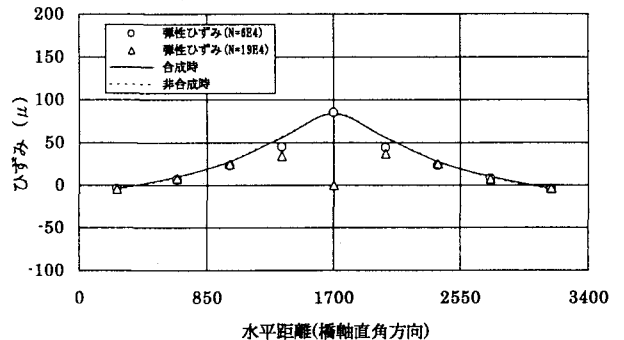


図-10 橋軸方向のひずみ分布

表-2 桁の結合条件によるひずみとたわみの比較

水平距離(橋軸直角方向) 単位: mm		250	1000	1700	2400	3150
橋軸方向のひずみ 単位: μ	合成	-4	28	84	28	-4
	非合成	-5	28	84	28	-5
橋軸直角方向のひずみ 単位: μ	合成	-8	27	130	27	-8
	非合成	-9	26	129	26	-9
たわみ 単位: mm	合成	-0.112	0.331	0.587	0.331	-0.112
	非合成	-0.111	0.328	0.585	0.328	-0.111

表-1に示すように床版と主桁の結合状態が合成時と非合成時での計算値にはほとんど差異がなく、ほぼ一致した値となっている。図-8と図-9より、実測値は計算値よりも低い値に留まっており、初期時に導入されたブレストレスによる圧縮ひずみを考慮すれば、実験床版にひびわれを発生させる程度のひずみには至っていない。実際に走行繰返し試験終了後(最大荷重;196.2kN)、ひびわれ検査を行ったが、床版下面にはひびわれが発生しておらず、本床版の劣化は進行していなかった。

4.3 輪荷重点および主桁近傍の応力状態

本床版の輪荷重作用下での輪荷重点、および主桁近傍における応力状態を本解析手法を用いて算出した。橋軸直角方向の直応力 σ_y とせん断応力 τ_{yz} の版厚方向の分布形状を図-11に示す。なお、計算値は床版と主桁の結合状態が合成時のものである。

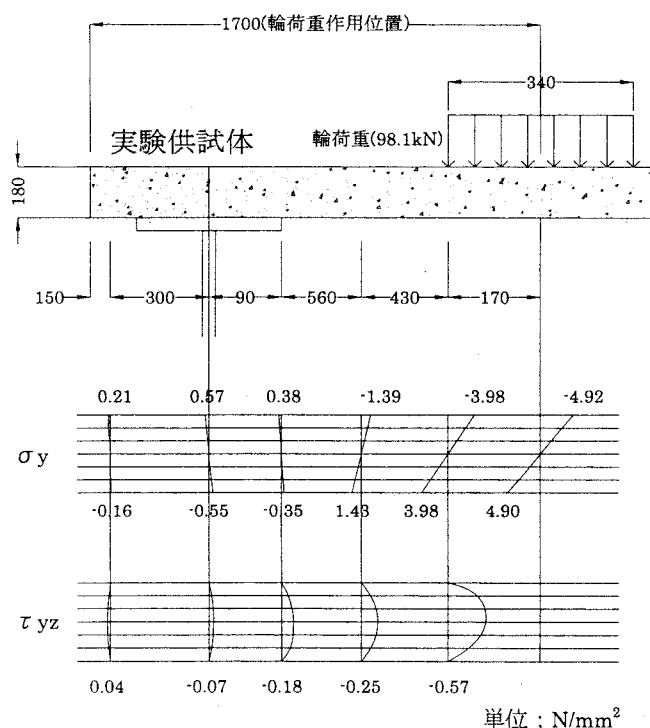


図-11 桁近傍の版厚方向の応力分布

5. あとがき

得られた結果を以下に示す。

- ① 少数主桁橋に採用される床版にはプレキャストPC

床版などを代表とする長支間用床版が採用される場合が多く、支間方向には複数台の車両が存在することが想定されるので、床版内に発生する応力は煩雑なものになる。混合法は他の境界条件を有する板の解析にも容易に適用することができ、混合法によれば輪荷重のような局所荷重近傍の3次元応力や変形も把握することができる。

- ② また、床版の大型化に伴い橋梁の張出し部においても長支間化が進んでいる。張出し部の輪荷重作用下における走行実験の数は少なく、張出し部における疲労特性を明らかにすることは今後の大きな課題である。
- ③ さらに、少数主桁橋では主桁1本当たりの分担力も従来の構造形式に比べて大きくなるため、桁近傍には大きなせん断応力が発生することに注意しなければならない。
- ④ 主桁と床版の結合状態が合成時、および非合成時の解析値に若干の差異しか見られなかったのは、主桁のフランジ幅が床版の支間に比べて小さいためと考えられる。

実際の構造形式では床版と桁は離散的に配置されたずれ止めを介して結合されているので、より実用的な解析を行うには選点法等の適用が望まれる。

6. 参考文献

- 1) Timoshenko, S.P and Woinowsky-Krieger, S. : Theory of Plates and shells, 2nd ed., McGraw-Hill, co..
- 2) 千川達也, 松尾和政, 堀川都志雄, 藤田琢也 : 主桁と結合された床版の輪荷重点近傍の応力と断面力について, 第1回鋼橋床版シンポジウム, 平成10年11月
- 3) 木曾収一郎, 堀川都志雄, 佐藤大輔, 松尾和政 : せん断キーを用いた接合部を有するプレキャスト床版の疲労耐久性について, 土木学会第53回年次学術講演会講演概要集, 平成10年10月.