

局部座屈を考慮した鋼製橋脚の弾塑性動的応答解析

奈良 敬*, 村上 茂之**, 玉利幸一***

*工博 岐阜大学工学部土木工学科 教授 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)

**工博 岐阜大学工学部土木工学科 講師 (〒501-1193 岐阜県岐阜市柳戸1-1)

***工修 (株)長大 構造計画部 (〒812-0013 福岡県福岡市博多区博多駅東2-13-34)

鋼製橋脚は、一般に補剛板で構成された構造となっている。このような補剛板構造に対しては、局部座屈や塑性履歴を考慮した動的応答解析を行い、その耐震性能を検討することが望ましい。著者らは、補剛板構造物の耐震性能の評価を目的として、骨組み要素と板要素の結合解析モデルを用いた弾塑性動的応答解析法の開発を行ってきた。本解析法では、局部変形の発生が予測される領域は板要素を用いたモデル化を行い、比較的局部変形が小さく、その影響を無視できる領域には骨組み要素を用いたモデル化を行っている。このモデル化によって、補剛板要素の局部変形の影響を考慮し、なおかつ数値計算に要する時間と記憶容量の増加を抑えた弾塑性動的応答解析が可能となった。本論文では、数値計算例を用いて、解析法の概要と妥当性および有用性について考察を加える。

Key Words : Steel bridge pier, Local buckling, Elasto-plastic dynamic analysis, Stiffened plate

1. はじめに

平成7年1月の兵庫県南部地震の発生により、構造物の耐震設計の重要性が再認識された。この流れの中で、平成8年に改訂された道路橋示方書(V 耐震設計編)に代表される設計基準あるいは設計指針においても、構造物の耐震性能確保とそれに係る耐震性能評価法の確立が求められている。

一般に、鋼製橋脚の設計においては、耐荷力の観点から、静的荷重による座屈に対する安全性あるいは地震荷重による座屈あるいは変形に関する安全性に主眼を置いた設計が行われている。このため、特に地震荷重に対しては、標準入力地震動を用いた構造物の動的応答解析を行い、構造物の耐震性能を照査することが薦められている。

鋼製橋脚が他の材料で構成された橋脚に対して有利な点として、靱性すなわち変形性能に優れている点が挙げられている。しかし、靱性に優れているが故に、脆性破壊を生じる可能性があるということも事実である。材料学的見地から脆性破壊に対する安全性を考えた場合、構造物に作用するひずみレベルが重要となる。以上の点を踏まえると、耐震性能に優れた鋼製橋脚の設計のためには、板要素やシェル要素などを用いてモデル化を行うことにより、局部座屈や局部変形あるいはひずみ履歴の影響を考慮した動的応答解析を行うこ

とが必要となってくる^{1) - 3)}。しかし、補剛断面においては、このような動的応答解析法は、一般に膨大な計算時間を要することが弱点とされている。一方、骨組み要素のみを用いた簡易的な動的解析法では、局部変形の影響を考慮するために不十分であることが予想される。

著者らは、この問題を解決する手法として、補剛断面柱の解析法⁴⁾を発展させ、板要素と骨組み要素の結合モデルを用いた弾塑性動的解析法の開発を試みてきた。本解析手法では、局部変形や大きな塑性ひずみの発生が予測される、橋脚基部などの領域には板要素を用いたモデル化を行い、比較的局部変形が小さく、その影響を無視できる領域には骨組み要素を用いたモデル化を行っている。このモデル化によって、板要素部における局部変形の影響を考慮し、なおかつ数値計算に要する時間と記憶容量の増加を抑えた弾塑性動的応答解析が可能となった。同時に、鋼製橋脚の耐震性能に対する板要素部における局部変形やひずみ履歴の影響について定量的な評価が可能となる。

2. 動的解析法における定式化

2.1 基礎方程式の誘導

動的応答解析の基礎方程式として、増分形振動方程式とNewmark- β 法を用いて誘導される動的等価剛性方程式を考える。以下に、動的等価剛性方程式の誘導過

程の概略を示す。

まず、時刻 $t = t_N$ における平衡状態 (N) での釣り合い方程式および時間増分 (Δt) 後の釣り合い方程式より、次式で示す増分形の振動方程式が誘導できる。

$$\Delta \mathbf{F}_m = \mathbf{M}_m \Delta \dot{\mathbf{d}}_m + \mathbf{C}_m \Delta \dot{\mathbf{d}}_m + \mathbf{K}_m \Delta \mathbf{d}_m \quad (1)$$

ここに、 \mathbf{M}_m : 変形状態 (m) での質量マトリックス、

\mathbf{C}_m : 変形状態 (m) での減衰マトリックス、

\mathbf{K}_m : 変形状態 (m) での剛性マトリックス、

$\Delta \mathbf{F}_m$: 変形状態 (m-1) からの増分荷重ベクトル、

$\Delta \mathbf{d}_m$: 変形状態 (m-1) からの増分変位ベクトル、

$\Delta \dot{\mathbf{d}}_m$: 変形状態 (m-1) からの増分速度ベクトル、

$\Delta \ddot{\mathbf{d}}_m$: 変形状態 (m-1) からの増分加速度ベクトル。

ここで、変形状態 (m) に至るまでの各増分ベクトル ($\Delta \mathbf{d}_m$, $\Delta \dot{\mathbf{d}}_m$, $\Delta \ddot{\mathbf{d}}_m$) の総和として、次式で与えられる、平衡状態 (N) からの変位ベクトル増分 (\mathbf{d}_m)、速度ベクトル増分 ($\dot{\mathbf{d}}_m$) および加速度ベクトル増分 ($\ddot{\mathbf{d}}_m$) について考える。

$$\mathbf{d}_m \text{ (or } \dot{\mathbf{d}}_m, \ddot{\mathbf{d}}_m) = \sum_{i=1}^m \Delta \mathbf{d}_i \text{ (or } \Delta \dot{\mathbf{d}}_i, \Delta \ddot{\mathbf{d}}_i) \quad (2)$$

\mathbf{d}_m , $\dot{\mathbf{d}}_m$, $\ddot{\mathbf{d}}_m$ は、Newmark- β 法に基づく、平衡状態 (N) における変位、速度および加速度ベクトル

(\mathbf{d}_N , $\dot{\mathbf{d}}_N$ および $\ddot{\mathbf{d}}_N$) ならびに定数 β と γ を用いて、以下のように与えられる。

$$\mathbf{d}_m = \mathbf{d}_N \Delta t + \left(\frac{1}{2} \ddot{\mathbf{d}}_N + \beta \ddot{\mathbf{d}}_m \right) \Delta t^2 \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_m = (\dot{\mathbf{d}}_N + \gamma \ddot{\mathbf{d}}_m) \Delta t \quad (4)$$

$$\ddot{\mathbf{d}}_m = \frac{2\mathbf{d}_m - 2\dot{\mathbf{d}}_N \Delta t - \mathbf{d}_N \Delta t^2}{2\beta \Delta t^2} \quad (5)$$

式 (3) ~ (5) を式 (1) に代入して整理すると、

i) $m=1$ のとき

$$\left[\mathbf{M}_m \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \right) + \mathbf{C}_m \left(\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right) + \mathbf{K}_m \right] \Delta \mathbf{d}_m = \Delta \mathbf{F}_m + \mathbf{M}_m \left(\frac{\dot{\mathbf{d}}_N}{\beta \Delta t} + \frac{\ddot{\mathbf{d}}_N}{2\beta} \right) + \mathbf{C}_m \left\{ \frac{\gamma \dot{\mathbf{d}}_N}{\beta} - \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{\mathbf{d}}_N \Delta t \right\} \quad (6)$$

) $m \geq 2$ のとき

$$\left[\mathbf{M}_m \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \right) + \mathbf{C}_m \left(\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \right) + \mathbf{K}_m \right] \Delta \mathbf{d}_m = \Delta \mathbf{F}_m \quad (7)$$

なる、動的等価剛性方程式が求められる。

式 (6), (7) の右辺は、動的等価荷重ベクトルであり、全て既知ベクトルである。一方、左辺は材料学的非線形性や幾何学的非線形性の影響を考慮した動的等価接線剛性ベクトルと未知増分変位ベクトルからなる。本解析法では、非線形方程式の解法として、Newton-Raphson法に基づいた反復法を用いている。

2.2 ひずみ、応力の評価

反復法を用いた弾塑性解析では、ひずみおよび応力の評価が、降伏あるいは除荷の判定において大きく影響する。ひずみおよび応力は、変形状態 (m-1) から変形状態 (m) までの増分変位を用いて算出するのではなく、前平衡状態からの変位増分を用いて算出しなければならない^{5), 6)}。すなわち、変形状態 (m) において、ひずみ-変位マトリックスを \mathbf{S}_m 、応力-ひずみマトリックスを \mathbf{D}_m とした場合、ひずみ、応力はそれぞれ以下のように定義しなければならない。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \mathbf{S}_m \mathbf{d}_m \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_m = \mathbf{D}_m \boldsymbol{\varepsilon}_m = \mathbf{D}_m \mathbf{S}_m \mathbf{d}_m \quad (9)$$

2.3 収束判定

式 (6), (7) で与えられる振動方程式において、残差力 (\mathbf{T}_m) は次式で与えられる。

$$\mathbf{T}_m = \mathbf{F}_{N+1} - \mathbf{F}_N - (\mathbf{M} \ddot{\mathbf{d}}_m + \mathbf{C} \dot{\mathbf{d}}_m + \mathbf{K} \mathbf{d}_m) \quad (10)$$

ただし、 \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} は、平衡状態 (N) からの割線マトリックスである。

平衡状態 (N+1) を求める繰り返し計算過程において、次の条件を同時に満足した場合には収束したと判定する

- 1) 増分変位ベクトル ($\Delta \mathbf{d}_m$) のユークリッドノルムが十分に小さい
- 2) 残差力ベクトル (\mathbf{T}_m) のユークリッドノルムが十分に小さい

一方、収束と判定されなかった場合、式 (6), (7) における動的等価荷重ベクトルを、式 (10) で与えられる残差力ベクトルに置き換えて、再度繰り返し計算を行う。

2.4 板要素と骨組み要素によるモデル化

板要素および骨組み要素を用いたモデル化にあたり、以下の仮定が成り立つものとする。

(1) 板要素

- ・ 板要素でモデル化する領域は、三角形板要素の集合体とする。
- ・ 三角形板要素は、一般的に用いられる定ひずみ三角形要素 (CST要素) に、鈴木ら⁷⁾ が使用した micropolar理論によるmicro変形に対応した面内回転

剛性を導入した1節点6自由度の要素である。

- ・ Kirchhoff-Loveの平面保持の仮定が成り立つ。
- ・ 質量マトリックスとして、分布質量マトリックスと集中質量マトリックスを併用する。

(2) 骨組み要素

- ・ 骨組み要素でモデル化する領域は、はり一柱有限要素の集合体とする。
- ・ 骨組み要素は、1節点6自由度とし、断面のそり変形は無視する。
- ・ Bernoulli-Eulerの平面保持の仮定が成り立つ。
- ・ 質量マトリックスとして、分布質量マトリックス⁴⁾を用いる。

(3) 板要素、骨組み要素共通

- ・ 材料はvon Misesの降伏条件およびPrandtl-Reussの塑性流れ則に従う。またこの時の構成則は、等方硬化則とZieglerの移動硬化則の混合則⁵⁾に基づく。
- ・ 減衰力は速度に比例し、また減衰マトリックスは質量マトリックスおよび剛性マトリックスに関係する。

2.5 板要素と骨組み要素の結合

板要素と骨組み要素の結合部には、面内剛性を除き剛性が無限大で与えられる剛板を仮定する。この剛板を介して、骨組み要素部と板要素部の節点変位および節点力を関連付けると同時に、全体剛性マトリックスを修正する。ここでは、図-1に示す骨組み要素と板要素の結合部における、節点変位と節点力の関係と、剛性マトリックスの修正について示す。

剛板と骨組み要素の結合点をPとし、P点における変位ベクトル (\mathbf{d}_P)、節点力ベクトル (\mathbf{f}_P) を、それぞれ以下のように与える。

$$\mathbf{d}_P^t = (u_P \ v_P \ w_P \ \theta_{x,P} \ \theta_{y,P} \ \theta_{z,P}) \quad (11)$$

$$\mathbf{f}_P^t = (f_{x,P} \ f_{y,P} \ f_{z,P} \ m_{x,P} \ m_{y,P} \ m_{z,P}) \quad (12)$$

剛板と板要素の結合点をそれぞれ点 a, b, c, ... と

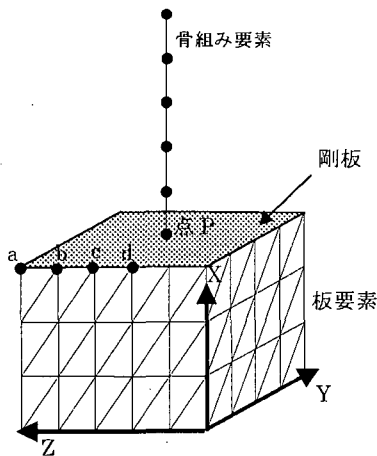


図-1 剛板による骨組み要素と板要素の結合

し、点Pと点 a, b, c...のY座標値およびZ座標値の差をそれぞれ $y_a, z_a, y_b, z_b, \dots$ とする。また、回転角は微小であると考えて、次式で近似すると、

$$\sin \theta = \theta \quad (13)$$

$$\cos \theta = 1 - \frac{1}{2} \theta^2 \quad (14)$$

剛板と板要素の結合点である点 a の変位が、次式で与えられる。

$$u_a = u_P + z_a \theta_{y,P} + y_a \theta_{z,P}^2 \quad (15)$$

$$v_a = v_P + z_a \theta_{x,P} - \frac{1}{2} y_a \theta_{x,P}^2 \quad (16)$$

$$w_a = w_P - y_a \theta_{x,P} - \frac{1}{2} z_a \theta_{x,P}^2 \quad (17)$$

このとき点Pの節点力は、板要素上の点群 a, b, ... の節点力を用いて、

$$f_{x(or\ y,z),P} = f_{x(or\ y,z),a} + f_{x(or\ y,z),b} + \dots \quad (18)$$

$$m_{x,P} = f_{y,a} z_a \sin \theta_{x,P} + f_{z,a} y_a \cos \theta_{x,P} + \dots \quad (19)$$

$$m_{y,P} = f_{x,a} z_a + f_{x,b} z_b + \dots \quad (20)$$

$$m_{z,P} = f_{x,a} y_a + f_{x,b} y_b + \dots \quad (21)$$

で与えられる。

板要素部と骨組み要素部、それぞれの平衡方程式から、次の全体系の平衡方程式が与えられる。各マトリックスの添え字“p”は板要素部、“b”は骨組み要素部を示す。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_p \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{bb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{pp} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_b \\ \mathbf{d}_p \end{pmatrix} \quad (22)$$

式 (15) ~ (21) を式 (22) に適用すると、剛板による骨組み要素と板要素の結合を考慮した、新たな平衡方程式が、次式で与えられる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{f}_b \\ \mathbf{f}_p \\ \mathbf{f}_c \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}'_{bb} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{bc} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}'_{pp} & \mathbf{K}_{pc} \\ \mathbf{K}_{cb} & \mathbf{K}_{cp} & \mathbf{K}_{cc} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_b \\ \mathbf{d}_p \\ \mathbf{d}_c \end{pmatrix} \quad (23)$$

ここに、添え字“c”は、剛板に関することを示す。式 (23) は、骨組み要素上の節点Pと板要素上の節点群 a, b, c...の節点変位および節点力の、剛板による結合条件を満足することによって式 (22) が修正されたものであり、従って式 (22) と等価である。

3. 数値計算例

3.1 断面の構造緒元と初期不整

2章で概略を示した動的応答解析法の妥当性を検証

するため、図-2に示す断面を有する鋼製橋脚を解析モデルとした数値計算を行った。解析モデルの構造緒元を表-1に示す。R7G1F8は、フランジ断面の幅厚比パラメータ $\lambda_{pf} = 0.7$ 、補剛材剛比パラメータ $\gamma/\gamma_N = 1.0$ 、橋脚の柱部材としての細長比パラメータ $\bar{\lambda} = 0.8$ としたモデルであり、橋脚基部の局部座屈が先行し、崩壊に至ると予想されるモデルである。一方、R3G5F8は、細長比パラメータは $\bar{\lambda} = 0.8$ でR7G1F8と同じであるが、フランジ断面の幅厚比パラメータ $\lambda_{pf} = 0.3$ 、補剛材剛比パラメータ $\gamma/\gamma_N = 5.0$ となっており橋脚基部に局部座屈が発生しないように設計された断面となっている。

鋼種はSM490Y(降伏応力度 388MPa)とし、等方移動硬化則に基づいたBi-linear型の構成則を用いた。なお、塑性領域の勾配(E_p)と弾性領域の勾配(E)との比(E_p/E)を1/100で与えた。

初期不整として、残留応力と初期たわみを考える。残留応力は、文献9)に基づき補剛板全体が自己平衡するような分布形を用いた。この時の残留応力分布を図-3に示す。

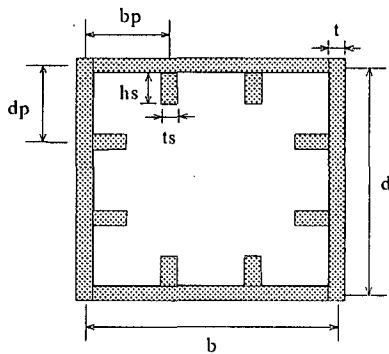


図-2 鋼製橋脚の断面形状

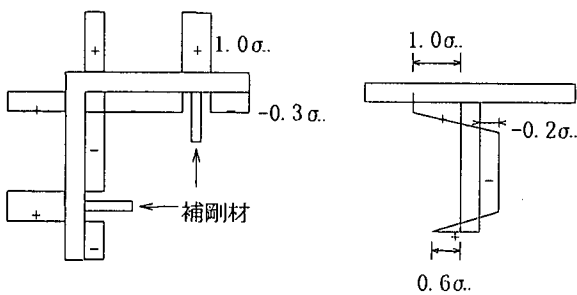


図-3 残留応力分布

柱部材の初期たわみとして、最大値 $W_{c0} = L_0/1000$ の正弦波(L_0 :橋脚高)で与えられる波形を考慮した。板要素を用いてモデル化した領域では、フランジおよびウェブの補剛板要素に対し図-4に示す初期たわみを考慮した。すなわち、補剛板全体の初期たわみを、最大値が $W_{0max,a} = V_{0max,a} = a/1000$ で与えられる正弦波(a :横補剛材間隔)として与え、さらに縦補剛材間において最大値がそれぞれ、 $W_{0max,p} = b_p/150$ 、 $V_{0max,p} = d_p/150$ で与えられる正弦波を重ねて導入した。

3.2 橋脚のモデル化および外力

図-5に要素分割を示す。橋脚基部から横補剛材間隔の1.5倍に相当する領域は、板要素を用いてモデル化を行った。橋脚頂部には、実績調査に基づき⁴⁾、橋脚断面の全断面降伏荷重の0.1倍に相当する軸力を作用させる集中質量を、上部構の死荷重に相当する荷重として考慮した。また入力地震動には、道路橋示方書V耐

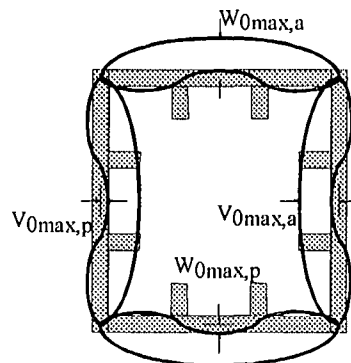


図-4 初期たわみ波形(板要素部)

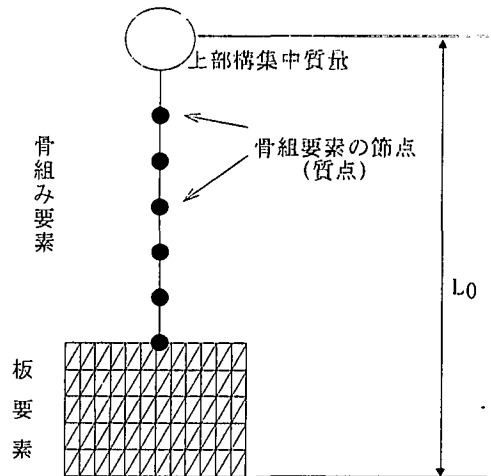
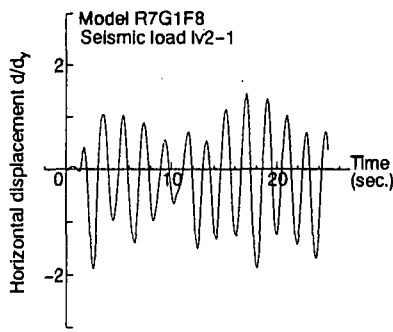


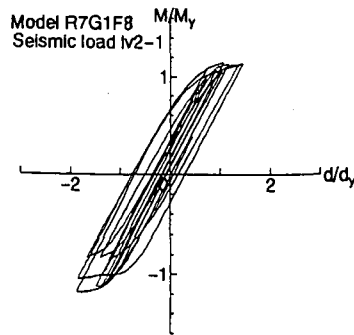
図-5 要素分割

表-1 構造諸元(SM490Y)

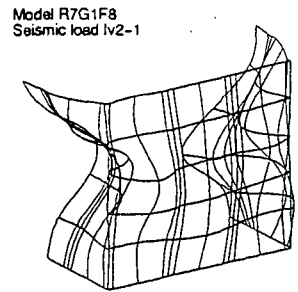
モデル	b	b _p	t	b _p /t	h _s	t _s	L ₀
	(cm)	(cm)	(cm)		(cm)	(cm)	(cm)
R3G5F8	144.0	48.0	3.66	13.13	21.53	3.65	1621.06
R7G1F8	144.0	48.0	1.57	30.65	10.50	1.78	1665.98



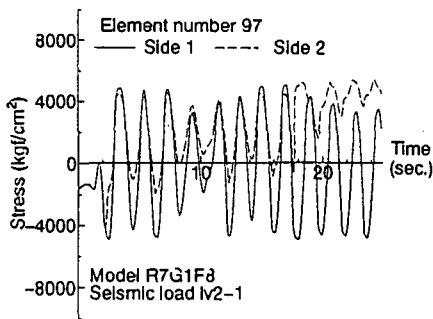
(a) 橋脚頂部の水平変位応答



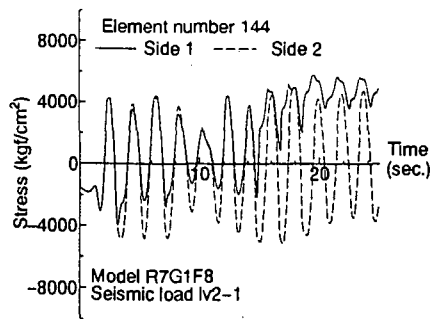
(b) $M/M_y-d/d_y$ 曲線



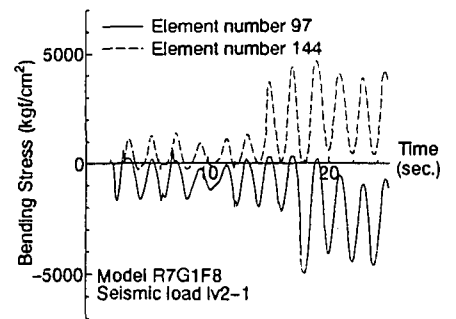
(c) 変形図



(d) 作用応力

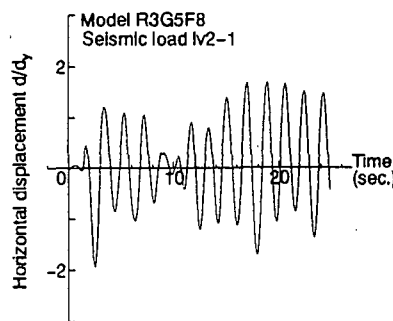


(e) 作用応力

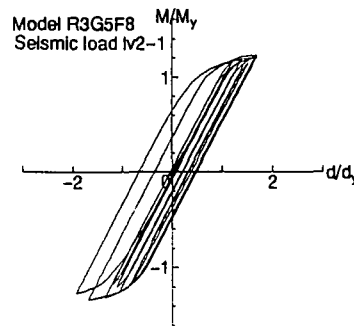


(f) 作用応力

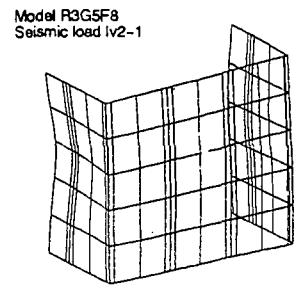
図—6 MODFEL R7G1F8 (lv2-1)



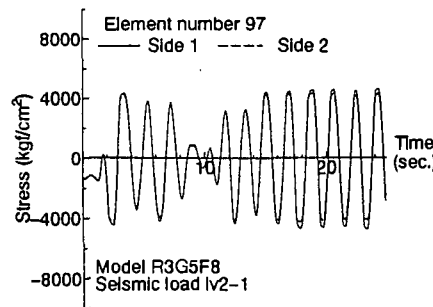
(a) 橋脚頂部の水平変位応答



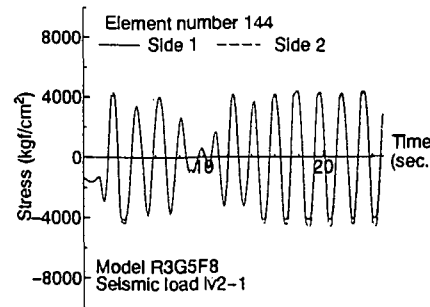
(b) $M/M_y-d/d_y$ 曲線



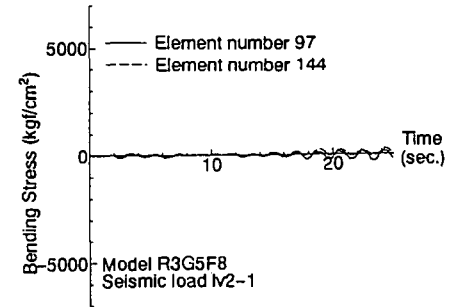
(c) 変形図



(d) 作用応力



(e) 作用応力



(f) 作用応力

図—7 MODFEL R3G5F8 (lv2-1)

震設計編に示されるI種地盤用の鉄筋コンクリート橋脚の地震時保有水平耐力照査用加速度応答スペクトルに対応するレベル2の波形を用いた。

3.3 数値解析結果

図-6 (a) ~ (f) にモデルR7G1F8の解析結果を、図-7 (a) ~ (f) にモデルR3G5F8の解析結果を示す。図-6 (a), 7 (a) は橋脚頂部の水平変位応答であり、横軸は時刻歴、縦軸は降伏変位 (d_y) で無次元化された頂部の水平変位である。ここで、降伏変位とは、上部構重量による付加軸力と橋脚基部の作用曲げモーメントにより断面に降伏が生じるときの、頂部の水平変位である。図-6 (b), 7 (b) は、頂部の水平変位と柱基部の曲げモーメントの関係を示した図である。横軸は降伏変位で無次元化された水平変位であり、縦軸は降伏モーメントで無次元化された基部の作用曲げモーメントである。図-6 (c), 7 (c) は、地震終了時の板要素部の変形形状である。ただし、変位は10倍に拡大した。図-6 (d), (e) および図-7 (d), (e) は、図-8に示す要素での軸応力成分の時刻歴応答であり、図-6 (f), 7 (f) は同要素での板曲げ応力の時刻歴応答である。

図-6 (a), 7 (a) では、どちらの解析モデルも、最大水平変位応答が降伏変位の約1.8倍であり、発生時刻もほぼ一致しているが、 $t=20$ 秒あたりから振幅に差が若干生じ始める。また図-6 (b), 7 (b) とを比較すると、両モデルの曲げモーメント-水平変位関係は酷似している。無次元化された曲げモーメント-水平変位関係等から求められる変形性能あるいはエネルギー吸収能を用いて耐震性能を評価した場合には、両者は入力地震波に対してほぼ等しい耐震性能を有していると考えられる。しかし、図-6 (c) と図-7 (c) の変形形状を見ると、モデルR7G1F8では局部座屈に伴う大きな変形が生じているが、モデルR3G5F8には顕著な変形は認められない。このことは、図-6 (d) ~ (f) および図-7 (d) ~ (f) を比較することでも確認できる。つまり、両モデルは、地震エネルギーの吸収方法において大きな差異がある。

モデルR7G1F8は、橋脚基部に発生した局部座屈とそれに伴う塑性変形によって地震エネルギーを吸収している。つまり繰り返し地震力が作用することによって、フランジ中央部に変形が集中し大きな塑性ひずみが発生する。このような挙動を示すモデルでは、更に変形が進行すると、過度な塑性ひずみが生じる可能性がある。また、局部座屈の進行により、これ以上のエネルギー吸収は見込めない。一方、モデルR3G5F8には局所的な変形の集中が生じず、基部の補剛フランジ全体が

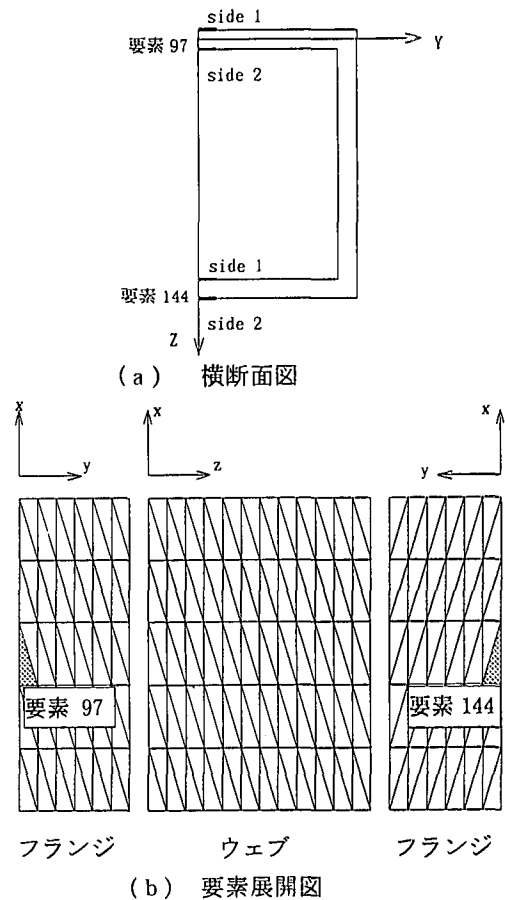


図-8 応力成分の着目要素 配置図

ほぼ均等に塑性化することによって地震力エネルギーを吸収している。このような挙動を示すモデルでは、塑性変形が局所的に集中することが無いため、一層のエネルギー吸収を期待できる。

4. まとめ

本研究では、局部座屈の影響を考慮した弾塑性動的応答解析手法の簡素化を目的とし、剛板を用いた板要素と骨組み要素の結合解析法を、従来から用いられてきた動的応答解析に導入した。その結果、橋脚基部に生じる局所変形の影響を考慮した鋼製橋脚の弾塑性動的応答解析が可能であることを示した。

単柱鋼製橋脚に限らず鋼構造物の耐震性能の評価方法を確立するためには、局部座屈や塑性ひずみ履歴が構造物の動的応答に与える影響を定量的に評価する必要がある。本解析手法は、このような目的に対して、有効な手法の一つと考えられる。

参考文献

- 1) 土木学会関西支部：大震災に学ぶ，第1巻，1998年，6月。
- 2) 中村秀治：鋼製円筒橋脚の動的弾塑性座屈解析，

土木学会論文集, No. 549 / I-37, pp. 205-219, 1996年, 10月.

- 3) 中川知和, 大谷修, 森脇清明: 阪神・淡路大震災で被災した鋼製円筒橋脚の非線形動的応答解析, 鋼製橋脚の非線形数値解析と耐震設計に関する論文集, pp. 31-35, 1997年, 5月.
- 4) 奈良敬, 早川慎治, 森脇良一: 残留応力を考慮した補剛鋼箱形断面柱の弾塑性地震応答解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第18巻, pp. 331-336, 1994年, 7月.
- 5) 小松定夫, 北田俊行, 宮崎清司: 残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, No. 244, pp. 1-14, 1975年, 12月.
- 6) S. KOMATSU, S. NARA and T. KITADA: Elastoplastic Analysis of Orthogonally Stiffened Plates With Initial Imperfections Under Uniaxial Compression, Computers & Structures, Vol. 11, pp. 429-437, 1980.
- 7) 鈴木敏郎, 金子洋文: 有限要素法による部材構成要素の座屈および座屈後挙動の大変形解析, 日本建築学会論文報告集, 第316号, pp. 9-17, 1982年, 6月.
- 8) 奈良敬, 服部松利, 森脇良一: 繰り返し軸方向荷重を受ける鋼板の弾塑性解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム論文集, 第19巻, pp. 177-182, 1995年, 3月.
- 9) 小松定夫, 牛尾正之, 北田俊行: 補剛板の溶接残留応力および初期たわみに関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第285号, pp. 25-35, 1977年, 9月.

APPENDIX

A1. 面内回転に対する剛性を考慮した板要素の質量マトリックス

面内回転に対する剛性を考慮した6自由度の三角形板要素の質量マトリックス (\mathbf{m}_p) を求める. 面内回転成分を除いた5自由度系の質量マトリックスとして, 一般的に用いられている分布質量マトリックス (\mathbf{m}_{s+b}) を用いる. 6自由度系の三角形板要素の質量マトリックス (\mathbf{m}_p) は, 縦振動と横振動を考慮した分布質量マトリックス (\mathbf{m}_{s+b}) と面内回転成分に対する質量マトリックス (\mathbf{m}_{sz}) を合成することにより求められる. 本解析手法では, 面内回転成分に対する質量マトリックスとして, 次式で与えられる集中質量マトリックスを考慮した.

$$\mathbf{m}_{sz} = \frac{\alpha \cdot I_0}{g} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (\text{A1})$$

ここに, ρ : 板要素の単位体積質量,
 t : 板厚,
 I_0 : 面内回転軸まわりの慣性モーメント,
 g : 重力加速度.

A2. 骨組み要素の分布質量マトリックス

簡略化のため, 骨組み要素の自由度を (u, w, θ) の3自由度とする. また, 骨組み要素の単位体積質量 (γ) と断面積 (A) は, 一定とする. 軸方向変位を

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x \quad (\text{A2})$$

で定義すると, 要素の節点変位ベクトル (\mathbf{d}_u) は,

$$\mathbf{d}_u = \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & \ell \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{A3})$$

で与えられる. この時, 縦振動に対する分布質量マトリックス ($\mathbf{m}_{x,b}$) は次式で与えられる.

$$\mathbf{m}_{x,b} = \frac{\gamma A \ell}{g} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (\text{A4})$$

ただし, ℓ : 骨組み要素の長さ.

次に, 曲げ振動に対する分布質量マトリックス ($\mathbf{m}_{z,b}$) を考える. たわみを,

$$w = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \quad (\text{A5})$$

で定義すると, 節点変位ベクトル (\mathbf{d}_w) は,

$$\mathbf{d}_w = \begin{Bmatrix} w_i \\ w'_i \\ w_j \\ w'_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & \ell & \ell^2 & \ell^3 \\ 0 & 1 & 2\ell & 3\ell^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{Bmatrix} \quad (\text{A6})$$

で与えられる. この時, 一般化された座標系に対する分布質量マトリックス ($\bar{\mathbf{m}}$) は次式で与えられる.

$$\bar{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \bar{m}_0 & \bar{m}_1 & \bar{m}_2 & \bar{m}_3 \\ & \bar{m}_2 & \bar{m}_3 & \bar{m}_4 \\ & & \bar{m}_4 & \bar{m}_5 \\ \text{Sym.} & & & \bar{m}_6 \end{bmatrix} \quad (\text{A7})$$

$$\bar{m}_0 = \frac{\gamma A}{g} \ell,$$

$$\bar{m}_1 = \frac{\gamma A}{g} \frac{1}{2} \ell^2,$$

$$\bar{m}_2 = \frac{\gamma A}{g} \frac{1}{3} \ell^3,$$

$$\text{ここに, } \bar{m}_3 = \frac{\gamma A}{g} \frac{1}{4} \ell^4, \quad (\text{A8})$$

$$\bar{m}_4 = \frac{\gamma A}{g} \frac{1}{5} \ell^5,$$

$$\bar{m}_5 = \frac{\gamma A}{g} \frac{1}{6} \ell^6,$$

$$\bar{m}_6 = \frac{\gamma A}{g} \frac{1}{7} \ell^7.$$

曲げ振動に対する分布質量マトリックス ($\mathbf{m}_{z,b}$) は、この一般化された質量マトリックスを用いると、次式で与えることができる。

$$\mathbf{m}_{z,b} = \begin{bmatrix} m_{11} & & & \text{Sym.} \\ m_{21} & m_{22} & & \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

ただし、

$$\begin{aligned} m_{11} &= \bar{m}_0 - \frac{6\bar{m}_2}{\ell^2} + \frac{4\bar{m}_3}{\ell^3} + \frac{9\bar{m}_4}{\ell^4} - \frac{12\bar{m}_5}{\ell^5} + \frac{4\bar{m}_6}{\ell^6} \\ m_{21} &= \bar{m}_1 - \frac{2\bar{m}_2}{\ell} - \frac{2\bar{m}_3}{\ell^2} + \frac{8\bar{m}_4}{\ell^3} - \frac{7\bar{m}_5}{\ell^4} + \frac{2\bar{m}_6}{\ell^5} \\ m_{22} &= \bar{m}_2 - \frac{4\bar{m}_3}{\ell} + \frac{6\bar{m}_4}{\ell^2} - \frac{4\bar{m}_5}{\ell^3} + \frac{\bar{m}_6}{\ell^4} \\ m_{31} &= \frac{3\bar{m}_2}{\ell^2} - \frac{2\bar{m}_3}{\ell^3} - \frac{9\bar{m}_4}{\ell^4} + \frac{12\bar{m}_5}{\ell^5} - \frac{2\bar{m}_6}{\ell^6} \\ m_{32} &= \frac{3\bar{m}_3}{\ell^2} - \frac{8\bar{m}_4}{\ell^3} + \frac{7\bar{m}_5}{\ell^4} - \frac{2\bar{m}_6}{\ell^5} \\ m_{33} &= \frac{9\bar{m}_4}{\ell^4} - \frac{12\bar{m}_5}{\ell^5} + \frac{4\bar{m}_6}{\ell^6} \\ m_{41} &= -\frac{\bar{m}_2}{\ell} + \frac{\bar{m}_3}{\ell^2} + \frac{3\bar{m}_4}{\ell^3} - \frac{5\bar{m}_5}{\ell^4} + \frac{2\bar{m}_6}{\ell^5} \\ m_{42} &= -\frac{\bar{m}_3}{\ell} + \frac{3\bar{m}_4}{\ell^2} - \frac{3\bar{m}_5}{\ell^3} + \frac{\bar{m}_6}{\ell^4} \\ m_{43} &= -\frac{3\bar{m}_4}{\ell^3} + \frac{5\bar{m}_5}{\ell^4} - \frac{2\bar{m}_6}{\ell^5} \\ m_{44} &= \frac{\bar{m}_4}{\ell^2} - \frac{2\bar{m}_5}{\ell^3} + \frac{\bar{m}_6}{\ell^4} \end{aligned}$$

(A10)

式 (A10) に (A8) を代入して (A9) を整理すれば、

$$\mathbf{m}_{z,b} = \frac{\gamma A \ell}{g} \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & & & \text{Sym.} \\ \frac{11}{210} \ell & \frac{1}{105} \ell^2 & & \\ \frac{9}{70} & \frac{13}{420} \ell & \frac{13}{35} & \\ -\frac{13}{420} \ell & -\frac{1}{140} \ell^2 & -\frac{11}{210} \ell & \frac{1}{105} \ell^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A11})$$

となる。

骨組み要素の分布質量マトリックス (\mathbf{m}_b) は、(A4) と (A11) を合成することによって求めることができる。

$$\mathbf{m}_b = \frac{\gamma A \ell}{g} \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & & & & & \\ 0 & \frac{13}{35} & & & \text{Sym.} & \\ 0 & \frac{11\ell}{210} & \frac{\ell^2}{105} & & & \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & & \\ 0 & \frac{9}{70} & \frac{13\ell}{420} & 0 & \frac{13}{35} & \\ 0 & -\frac{13\ell}{420} & -\frac{\ell^2}{140} & 0 & -\frac{11\ell}{210} & \frac{\ell^2}{105} \end{bmatrix} \quad (\text{A12})$$

(1998年8月17日受付)

ELASTO-PLASTIC DYNAMIC ANALYSIS OF STEEL BRIDGE PIERS CONSIDERING THEIR LOCAL BUCKLING BEHAVIOR UNDER SEISMIC LOAD

Satoshi NARA, Shigeyuki MURAKAMI and Koichi TAMARI

A hybrid finite element method is applied to elasto-plastic dynamic response analysis of steel structures. This method consists of plate elements and beam ones in order to consider local buckling behaviors of stiffened plates of the structures. Such modification shows that the method has much effect on savings both of the computational time and the storage capacities in seismic analysis. Moreover, a few numerical simulations of steel bridge piers are demonstrated and the proposed analytical method is examined for the local buckling of the stiffened plates.