

主桁と結合された床版の輪荷重点近傍の応力と断面力について

ON STRESSES AND RESULTANT FORCES OF DECK SLAB COMBINED WITH
STEEL GIRDERS IN THE NEIGHBORHOOD A WHEEL LOADING

干川達也*, 松尾和政*, 堀川都志雄**, 藤田琢也***

Tatsuya HOSIKAWA, Kazumasa MATSUO, Toshio HORIKAWA and Takuya FUJITA

*大阪工業大学大学院 (〒536-0022 大阪市城東区永田3-12-15)

**工博 大阪工業大学教授土木工学科 (〒536-0022 大阪市城東区永田3-12-15)

***シグマガル株式会社 (〒545-0011 大阪市阿倍野区昭和町1-3-28)

A hybrid method derived by combination of thick plate theory and ordinary thin plate theory is proposed to estimate severely displacements and stresses of concrete slab near a local load. A part of particular solution in hybrid method is consisted by thick plate theory to grasp local behaviors of slab and homogeneous solution to satisfy boundary conditions is appropriated by thin plate theory. Nextly an extension of this method is achieved to calculate local stresses in bridge deck slab composited with several girders by means of harmonic manner. Some illustrations of slab with free edges are shown variations of deflection and resultant forces accompanied with thickness of slab, and complex distributions of stresses about the thickness direction in the neighborhood of girder. Furthermore numerical values of PC deck slab supported by two girders are compared with experimental results of deflection and strains through running mode of wheel trucking load respectively.

*Key Words ; stress and resultant force of slab, wheel loading,
slab composite with girders*

1. はしがき

道路橋床版は周知の様に道路橋示方書の設計曲げモーメント式を用いて設計されている。これらの曲げモーメントは床版が一方向版の性状を呈するとの前提から、薄板理論¹⁾に基づいて算出されている。床版支間部では相対2辺が単純支持もしくは固定辺の境界条件を有し、また張出し部については一辺が自由で、残りの辺が固定の板を対象として、幅員方向に複数台の自動車荷重を載荷して解析が行われている。また、現行の道示では自動車荷重がT-20荷重からTL-25荷重へと格上げになり、自動車荷重を直接担う床版の負担はより増大していると指摘されている。一方、近年衆目を集めている少数主桁橋の構造形式ではPC床版の支間長が従来の最大値6mを越えて、8~10mに達するものもある。また、主桁の振り剛性が少ないため、荷重分配をたす床版には大きな期待が向けられている。長支間用床版の疲労寿命はこれまでのRC床版とは異なり、曲げモーメントが支配的になると予測されている。したがって、主桁の曲げ剛性や延び剛性を考慮した立体解析によって、発生する曲げモー

ントや横せん断力などの断面力、および輪荷重点近傍の局所応力を把握することは、床版の設計および維持管理する上で重要であると考えられる。

本研究では、輪荷重点直下や桁近傍の局所応力状態が掌握できる厚板理論²⁾を特解とし、幅員方向の境界条件を満足させるための同次解に薄板理論を用いるHybrid法(混合法)を提案する。まず、①等分布荷重を受ける相対2辺自由の板が板厚によってたわみや断面力がどのように影響されるのかを明らかにする。②調和解析法を用いて、桁と床版が結合される問題を取り上げ、桁近傍に部分荷重が作用する場合の局所応力を算定する。③少数主桁橋床版の実験モデルを制作し、輪荷重装置による走行中の挙動と本解析法による結果とを比較する。

2. 混合法の誘導

本研究では輪荷重直下や桁近傍の応力や変形を精密に求めるために、局所的な応力状態が把握でき、かつ板の境界条件が容易に扱える手法を提示する。本方法は3次元弾性論の変位関数に基づく厚板理論の全周単純支持解

を特解として用い、境界条件を満足させるための同次解に薄板理論を採用する。特解として用いられる級数解は薄板理論のNavier解と同じ形式であるので、薄板理論に取り込むことが可能である。

2.1 厚板理論による級数解

物体力のない場合のGalerkin vector f_3 とBoussinesqの関数 ϕ_3 の基礎式は次のように与えられる。

$$\Delta\Delta f_3 = 0, \quad \Delta\phi_3 = 0 \quad (1)$$

ここで、

$$\Delta = \partial^2 x + \partial^2 y + \partial^2 z \text{ (3次元ラプラシアン)}$$

変位 u, v, w と変位関数の関係式は以下のように示される。

$$\begin{aligned} 2\mu u &= -\partial x \partial z f_3 + \partial y \phi_3, \\ 2\mu v &= -\partial y \partial z f_3 - \partial x \phi_3, \\ 2\mu w &= \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[\partial^2 z + \frac{\lambda + 2\mu}{\mu} (\partial^2 x + \partial^2 y) \right] f_3 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 λ, μ : Laméの定数

変位関数 f_3 と ϕ_3 を三角級数に展開すれば

$$\begin{aligned} f_3 &= \sum_m \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \gamma z \text{ch}\gamma z + C_4 \gamma z \text{sh}\gamma z \right] \\ &\quad \sin \alpha_m x \sin \beta_n y', \\ \phi_3 &= \sum_m \sum_n \left[C_5 \text{ch}\gamma z + C_6 \text{sh}\gamma z \right] \\ &\quad \cos \alpha_m x \cos \beta_n y' \end{aligned} \quad (3)$$

ここで $\alpha_m = m\pi/a$, $\beta_n = n\pi/b$, a, b : x, y 方向のスパン
 $\text{ch}\gamma z = \cosh \gamma z$, $\text{sh}\gamma z = \sinh \gamma z$, $\gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2$
 $C_1 \sim C_6$: 板の上・下面の境界条件より決定される積分定数

式(3)を式(2)に代入すれば、例えば変位 u, w が得られる。

$$\begin{aligned} 2\mu u^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{sh}\gamma z + C_2 \text{ch}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 (\gamma z \text{sh}\gamma z + \text{ch}\gamma z) + C_4 (\gamma z \text{ch}\gamma z + \text{sh}\gamma z) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta_n}{\alpha_m \gamma} (C_5 \text{ch}\gamma z + C_6 \text{sh}\gamma z) \right] \\ &\quad \cdot \alpha_m \gamma \cos \alpha_m x \sin \beta_n y', \\ 2\mu w^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \{ (\gamma z \text{ch}\gamma z - 2(1-2\nu) \text{sh}\gamma z) \right. \\ &\quad \left. + C_4 \{ \gamma z \text{sh}\gamma z - 2(1-2\nu) \text{ch}\gamma z \} \right] \\ &\quad \cdot \gamma^2 \sin \alpha_m x \sin \beta_n y' \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、上添字 p は特解を意味する、 ν : ポアソン比
 式(4)をHookeの法則に代入することにより、応力が求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_y^p &= \sum_m \sum_n \left[C_1 \text{sh}\gamma z + C_2 \text{ch}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \left\{ \gamma z \text{sh}\gamma z + \left(1 + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} \right) \text{ch}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left\{ \gamma z \text{ch}\gamma z + \left(1 + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} \right) \text{sh}\gamma z \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m}{\beta_n \gamma} (C_5 \text{ch}\gamma z + C_6 \text{sh}\gamma z) \right] \\ &\quad \cdot \beta_n^2 \gamma \sin \alpha_m x \sin \beta_n y', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{sh}\gamma z + C_2 \text{ch}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 \{ \gamma z \text{sh}\gamma z - (1-2\nu) \text{ch}\gamma z \} \right. \\ &\quad \left. + C_4 \{ \gamma z \text{ch}\gamma z - (1-2\nu) \text{sh}\gamma z \} \right] \\ &\quad \cdot \gamma^3 \sin \alpha_m x \sin \beta_n y', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{yz}^p &= -\sum_m \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \\ &\quad \left. + C_3 (\gamma z \text{ch}\gamma z + 2\nu \text{sh}\gamma z) \right. \\ &\quad \left. + C_4 (\gamma z \text{sh}\gamma z + 2\nu \text{ch}\gamma z) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m}{2\beta_n \gamma} (C_5 \text{sh}\gamma z + C_6 \text{ch}\gamma z) \right] \\ &\quad \cdot \beta_n \gamma^2 \sin \alpha_m x \cos \beta_n y' \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)を板厚にわたって積分すれば、断面力が得られる。

$$\begin{aligned} M_y^p &= \sum_m \sum_n \left[C_1 (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left\{ \zeta^2 \text{sh}\zeta - \zeta \text{ch}\zeta + \text{sh}\zeta + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m}{\beta_n \gamma} C_6 (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) \right] \frac{2\beta_n^2}{\gamma} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y' \\ V_y^p &= \sum_m \sum_n \left[C_1 (\zeta \text{sh}\zeta - \text{sh}\zeta - \frac{\gamma^2}{\alpha_m^2} \text{sh}\zeta) \right. \\ &\quad \left. + C_4 \left\{ \zeta^2 \text{sh}\zeta - \zeta \text{ch}\zeta + \text{sh}\zeta \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\gamma^2}{\alpha_m^2} (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) - \frac{2\nu\gamma^2}{\alpha_m^2} \text{sh}\zeta \right\} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m^2 - \beta_n^2}{\alpha_m \beta_n \gamma} C_6 \left\{ \zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta - \frac{\gamma^2}{2(\alpha_m^2 - \beta_n^2)} \text{sh}\zeta \right\} \right] \\ &\quad \cdot \frac{2\alpha_m^2 \beta_n}{\gamma} \sin \alpha_m x \cos \beta_n y', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_y^p &= \sum_m \sum_n \left[C_2 \text{sh}\zeta + C_3 \left(\zeta \text{ch}\zeta + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} \text{sh}\zeta \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\alpha_m}{\beta_n \gamma} C_5 \text{sh}\zeta \right] 2\beta_n^2 \sin \alpha_m x \sin \beta_n y', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_{xy}^p &= \sum_m \sum_n \left[C_2 \text{sh}\zeta + C_3 \zeta \text{ch}\zeta - \frac{\alpha_m^2 - \beta_n^2}{\alpha_m \beta_n \gamma} C_5 \text{sh}\zeta \right] \\ &\quad \cdot 2\alpha_m \beta_n \cos \alpha_m x \cos \beta_n y' \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\zeta = \gamma h/2$, h : 板厚

図-1に示されるように板の中央面に座標を設定し、板の上・下面に力 p_u, \dots, t_{xi} が作用しているときの境界条件は次のように示される。

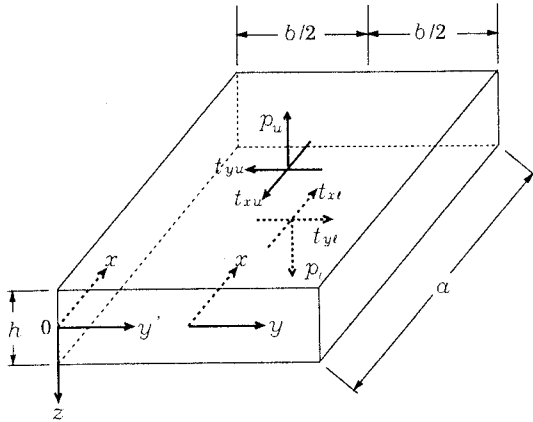


図-1 板の形状と寸法

$$\begin{aligned} z = h/2 ; \sigma_z = p_d, \tau_{xz} = t_{xd}, \tau_{yz} = t_{yd} \\ z = -h/2 ; \sigma_z = p_u, \tau_{xz} = t_{xu}, \tau_{yz} = t_{yu} \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)より、6つの積分定数が決定できる。

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\bar{p}_m}{2\gamma^3 \text{sh}\zeta} \frac{\zeta \text{tn}\zeta + 2\nu}{D_m} \\ &\quad - \frac{\alpha_m \bar{t}_{xp} + \beta_n \bar{t}_{yp}}{2\gamma^4 \text{ch}\zeta} \frac{\zeta \text{ct}\zeta - (1-2\nu)}{D_m}, \\ C_2 &= \frac{\bar{p}_p}{2\gamma^3 \text{ch}\zeta} \frac{\zeta \text{ct}\zeta + 2\nu}{D_p} \\ &\quad - \frac{\alpha_m \bar{t}_{xm} + \beta_n \bar{t}_{ym}}{2\gamma^4 \text{sh}\zeta} \frac{\zeta \text{tn}\zeta - (1-2\nu)}{D_p}, \\ C_3 &= -\frac{\bar{p}_p}{2\gamma^3 \text{ch}\zeta} \frac{1}{D_p} \\ &\quad + \frac{\alpha_m \bar{t}_{xm} + \beta_n \bar{t}_{ym}}{2\gamma^4 \text{sh}\zeta} \frac{1}{D_p}, \\ C_4 &= -\frac{\bar{p}_m}{2\gamma^3 \text{sh}\zeta} \frac{1}{D_m}, \\ &\quad + \frac{\alpha_m \bar{t}_{xp} + \beta_n \bar{t}_{yp}}{2\gamma^4 \text{ch}\zeta} \frac{1}{D_m}, \\ C_5 &= \frac{\alpha_m \bar{t}_{ym} - \beta_n \bar{t}_{xm}}{\gamma^3 \text{sh}\zeta}, \\ C_6 &= \frac{\alpha_m \bar{t}_{yp} - \beta_n \bar{t}_{xp}}{\gamma^3 \text{ch}\zeta} \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \text{tn}\zeta &= \tanh\zeta, \quad \text{ct}\zeta = \cosh\zeta, \\ D_p &= \zeta(\text{tn}\zeta - \text{ct}\zeta) - 1, \quad D_m = \zeta(\text{ct}\zeta - \text{tn}\zeta) - 1 \\ \bar{p}_p &= \bar{p}_t + \bar{p}_u, \quad \bar{p}_m = \bar{p}_t - \bar{p}_u \\ \bar{t}_{xp} &= \bar{t}_{xt} + \bar{t}_{xu}, \quad \bar{t}_{xm} = \bar{t}_{xt} - \bar{t}_{xu} \\ \bar{t}_{yp} &= \bar{t}_{yt} + \bar{t}_{yu}, \quad \bar{t}_{ym} = \bar{t}_{yt} - \bar{t}_{yu} \\ \bar{p}_t, \bar{p}_u, \dots, \bar{t}_{yt} &\text{は力 } p_t, p_u, \dots, t_{yt} \text{ のフーリエ係数} \end{aligned}$$

式(8)を式(4)と(5)に代入すれば、変位と応力が得られる。厚板理論では板の中央面が必ずしも中立面にならないので、一般に中央面では面内力が発生する。

2.2 薄板理論の級数解

薄板理論の曲げ問題に関する同次解を示すと

$$\begin{aligned} Dw^h &= \sum_m \left[A_m \cdot \text{ch}\alpha_m y + B_m \cdot \text{sh}\alpha_m y \right. \\ &\quad \left. + C_m \cdot \alpha_m y \text{ch}\alpha_m y + D_m \cdot \alpha_m y \text{sh}\alpha_m y \right] \\ &\quad \cdot \sin \alpha_m x \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 D ：板の曲げ剛性、 $\alpha_m = m\pi/a$

$A_m \sim D_m$ ：境界条件より決定される積分定数

式(9)から導かれる断面力のうち、曲げモーメントと換算せん断力を示せば次のようになる。

$$\begin{aligned} M_y^h &= (\nu - 1) \sum_m \left[A_m \text{ch}\alpha_m y + B_m \text{ch}\alpha_m y \right. \\ &\quad \left. + C_m \left(\alpha_m y \text{ch}\alpha_m y + \frac{2}{1-\nu} \text{sh}\alpha_m y \right) \right. \\ &\quad \left. + D_m \left(\alpha_m y \text{sh}\alpha_m y + \frac{2}{1-\nu} \text{ch}\alpha_m y \right) \right] \\ &\quad \cdot \alpha_m^2 \sin \alpha_m x, \\ V_y^h &= (1 - \nu) \sum_m \left[A_m \text{sh}\alpha_m y + B_m \text{ch}\alpha_m y \right. \\ &\quad \left. + C_m \left(\alpha_m y \text{sh}\alpha_m y - \frac{1+\nu}{1-\nu} \text{ch}\alpha_m y \right) \right. \\ &\quad \left. + D_m \left(\alpha_m y \text{ch}\alpha_m y - \frac{1+\nu}{1-\nu} \text{sh}\alpha_m y \right) \right] \\ &\quad \cdot \alpha_m^3 \sin \alpha_m x \end{aligned} \quad (10)$$

また、面内問題における変位関数とその級数展開の式は次のように示される。

$$\begin{aligned} \Delta \Delta \psi &= 0, \\ \psi &= \frac{1}{(1-\nu)H} \sum_m \left[I_m \text{ch}\alpha_m y + J_m \text{sh}\alpha_m y \right. \\ &\quad \left. + K_m \alpha_m y \text{ch}\alpha_m y + L_m \alpha_m y \text{sh}\alpha_m y \right] \cos \alpha_m x \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 H ：板の延び剛性

式(11)による面内力 N_y^h と N_{xy}^h は以下の式に示す。

$$\begin{aligned} N_y^h &= (1 + \nu) \sum_m \left[I_m \text{ch}\alpha_m y + J_m \text{sh}\alpha_m y \right. \\ &\quad \left. + K_m \left(\alpha_m y \text{ch}\alpha_m y + \frac{2}{1+\nu} \text{sh}\alpha_m y \right) \right. \\ &\quad \left. + L_m \left(\alpha_m y \text{sh}\alpha_m y + \frac{2}{1+\nu} \text{ch}\alpha_m y \right) \right] \alpha_m^3 \sin \alpha_m x, \\ N_{xy}^h &= (1 + \nu) \sum_m \left[I_m \text{sh}\alpha_m y + J_m \text{ch}\alpha_m y \right. \\ &\quad \left. + K_m \left(\alpha_m y \text{sh}\alpha_m y + \frac{3+\nu}{1+\nu} \text{ch}\alpha_m y \right) \right. \\ &\quad \left. + L_m \left(\alpha_m y \text{ch}\alpha_m y + \frac{3+\nu}{1+\nu} \text{sh}\alpha_m y \right) \right] \alpha_m^3 \cos \alpha_m x \end{aligned} \quad (12)$$

2.3 混合法の級数解

厚板理論による解を特解とし、同次解に薄板理論を用いる混合法の曲げ問題に関する断面力の級数解は次のように得られる。

$$\begin{aligned}
 D \cdot w &= D(w^p + w^h) \\
 &= \sum_m \left[\frac{h^3}{12(1-\nu)} \sum_n \left[C_1 \text{ch}\gamma z + C_2 \text{sh}\gamma z \right. \right. \\
 &+ C_3 \{ \gamma z \text{ch}\gamma z - 2(1-2\nu) \text{sh}\gamma z \} \\
 &+ C_4 \{ \gamma z \text{sh}\gamma z - 2(1-2\nu) \text{ch}\gamma z \} \\
 &\cdot \gamma^2 (d_c \sin \beta_n y + d_s \cos \beta_n y) \\
 &+ A_m \text{ch}\alpha_m y + B_m \text{sh}\alpha_m y + C_m \alpha_m y \text{ch}\alpha_m y \\
 &+ D_m \alpha_m y \text{sh}\alpha_m y \left. \right] \sin \alpha_m x, \\
 \\
 M_y &= M_y^p + M_y^h \\
 &= \sum_m \left[\sum_n \left[C_1 (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) \right. \right. \\
 &+ C_4 \left\{ \zeta^2 \text{sh}\zeta - \zeta \text{ch}\zeta + \text{sh}\zeta + \frac{2\nu\gamma^2}{\beta_n^2} (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) \right\} \\
 &- \frac{\alpha_m}{\beta_n \gamma} C_6 (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) \left. \right] \frac{2\beta_n^2}{\alpha_m^2 \gamma} (d_c \sin \beta_n y + d_s \cos \beta_n y) \\
 &- (1-\nu) \left[A_m \text{ch}\alpha_m y + B_m \text{sh}\alpha_m y \right. \\
 &+ C_m \left(\alpha_m y \text{ch}\alpha_m y + \frac{2}{1-\nu} \text{sh}\alpha_m y \right) \\
 &+ D_m \left(\alpha_m y \text{sh}\alpha_m y + \frac{2}{1-\nu} \text{ch}\alpha_m y \right) \left. \right] \alpha_m^3 \sin \alpha_m x, \\
 \\
 V_y &= V_y^p + V_y^h \\
 &= \sum_m \left[\sum_n \left[C_1 \left(\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta - \frac{\gamma^2}{\alpha_m^2} \text{sh}\zeta \right) \right. \right. \\
 &+ C_4 \left\{ \zeta^2 \text{sh}\zeta - \zeta \text{ch}\zeta + \text{sh}\zeta \right. \\
 &- \frac{\gamma^2}{\alpha_m^2} (\zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta) - \frac{2\nu\gamma^2}{\alpha_m^2} \text{sh}\zeta \left. \right\} \\
 &- \frac{\alpha_m^2 - \beta_n^2}{\alpha_m \beta_n \gamma} C_6 \left\{ \zeta \text{ch}\zeta - \text{sh}\zeta - \frac{\gamma^2}{2(\alpha_m^2 - \beta_n^2)} \text{sh}\zeta \right\} \left. \right] \\
 &\cdot \frac{2\beta_n}{\alpha_m \gamma} (d_c \cos \beta_n y - d_s \sin \beta_n y) \\
 &+ (1-\nu) \left[A_m \text{sh}\alpha_m y + B_m \text{ch}\alpha_m y \right. \\
 &+ C_m \left(\alpha_m y \text{sh}\alpha_m y - \frac{1+\nu}{1-\nu} \text{ch}\alpha_m y \right) \\
 &+ D_m \left(\alpha_m y \text{ch}\alpha_m y - \frac{1+\nu}{1-\nu} \text{sh}\alpha_m y \right) \left. \right] \alpha_m^3 \sin \alpha_m x
 \end{aligned} \tag{13}$$

ここで、 $d_c = \cos n\pi/2$, $d_s = \sin n\pi/2$

今、板の境界条件が $y=\pm b/2$ で自由端である場合、これらの辺では $M_y=V_y=0$ となる。式(13)を用いて、積分定数 $A_m \sim D_m$ を決定することができる。同様に、面内問題についても積分定数 $I_m \sim L_m$ も得ることができる。

3. 桁つき床版への適用

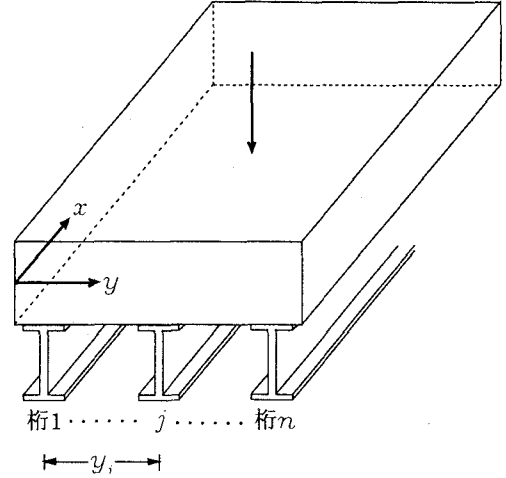


図-2 桁つき床版

床版の内部領域で桁と合成されている問題に適用できるように混合法の拡張を試みる(図-2)。実橋では、床版と桁とは離散的に配置されたスタッドジベル等のずれ止めを介して合成されている。ずれ止め近傍の局所的な応力状態を厳密に把握する場合には、桁との接合状態を忠実に考慮できる選点法などの解法によらねばならない。しかし、この方法によれば、桁と床版との間で授受される伝達力の数が多くなり、パソコンで処理することは困難になる。そこで、橋軸方向のみに対して調和解法を適用すれば、少量の伝達力に関する連立方程式に帰着することができる。以下にその手順を概略する。なお、桁の上フランジに作用する幅員方向のせん断力を無視し、床版に作用する面内力は橋軸方向のみとする。

① 床版下面と桁*i*の上フランジとの間で授受される鉛直および橋軸方向の伝達力をそれぞれ

$$\begin{aligned}
 Z_i &= \sum_m \bar{Z}_i \left(\sum_n \rho_{zi} \right) \sin \alpha_m x, \\
 X_i &= \sum_m \bar{X}_i \left(\sum_n \rho_{xi} \right) \cos \alpha_m x
 \end{aligned}$$

② 外荷重および伝達力を用いて、曲げ問題や面内問題での板の境界条件を満足させるように、積分定数 $A_m \sim B_m$ および $I_m \sim L_m$ を決定する。

③ 床版下面に配置された桁*j*の位置での床版下面($z=h/2$)の鉛直変位 w_{pj} と橋軸方向の水平変位 u_{pj} を、また桁*j*への上フランジにおける鉛直変位 w_{bj} と水平変位 u_{bj} を求める。

④ 床版と桁の変位をそれぞれ橋軸方向のフーリエ級数の各項ごとに連続させて、伝達力 Z_i と X_i を解く。例えば、桁*j*の位置での鉛直変位に関する式は次のように得られる。

$$\begin{aligned}
& \sum_m \left[Z_j \left[\frac{h^3}{12(1-\nu)} \sum_n \rho_{xi}(\nu-1) \left(\frac{\tan \zeta}{D_p} + \frac{\text{ct} \zeta}{D_m} \right) \right. \right. \\
& \quad \cdot \frac{1}{\gamma} (d_c \sin \beta_n y_j + d_s \cos \beta_n y_j) \\
& \quad + \tau_s^j (h_{21}^i - h_{22}^i) + \tau_a^j (h_{21}^i + h_{22}^i) \\
& \quad \left. - \delta_{ij} \frac{D a}{EI_j} \left(\frac{b_{bj}}{a} \right) \frac{1}{\alpha_m^2} \right] \\
& \quad + X_j \left[\frac{h^3}{12(1-\nu)} \sum_n \rho_{xi} \left\{ 1 + (1-\nu) \left(\frac{1}{D_p} + \frac{1}{D_m} \right) \right\} \right. \\
& \quad \cdot \frac{\alpha_m}{\gamma^2} (d_c \sin \beta_n y_j + d_s \cos \beta_n y_j) \\
& \quad + \tau_s^j (h_{11}^i - h_{12}^i) + \tau_a^j (h_{11}^i + h_{12}^i) \\
& \quad \left. - \delta_{ij} \frac{D \cdot a}{EI_j} \left(\frac{b_{bj}}{a} \right) \frac{h_{bj}}{2\alpha_m^2} \right] \\
& = \sum_m \left[\left[\frac{h^3}{12(1-\nu)} \sum_n p_0(1-\nu) \left(\frac{\tan \zeta}{D_p} - \frac{\text{ct} \zeta}{D_m} \right) \right. \right. \\
& \quad \cdot \frac{1}{\gamma} (d_c \sin \beta_n y_j + d_s \cos \beta_n y_j) \\
& \quad \left. \left. - \tau_s^j (h_{01} - h_{02}) - \tau_a^j (h_{01} + h_{02}) \right] \right] \quad (14)
\end{aligned}$$

ここで、

EI_j : 桁 j の曲げ剛性 b_{bj} : 桁 j の上フランジ幅
 h_{bj} : 桁 j の高さ

$$\begin{aligned}
\tau_s^j &= -\frac{1}{2(1-\nu)} \left\{ \frac{\text{ch} \alpha_m y_j \lambda \text{tn} \lambda + \frac{2}{1-\nu}}{\text{sh} \lambda} \frac{1}{\Delta p} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\alpha_m y_j \text{sh} \alpha_m y_j}{\text{ch} \lambda} \frac{1}{\Delta p} \right\} \\
\tau_a^j &= -\frac{1}{2(1-\nu)} \left\{ \frac{\text{sh} \alpha_m y_j \lambda \text{ct} \lambda + \frac{2}{1-\nu}}{\text{ch} \lambda} \frac{1}{\Delta^m} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\alpha_m y_j \text{ch} \alpha_m y_j}{\text{ch} \lambda} \frac{1}{\Delta^m} \right\} \\
h_{01} &= \sum_n \frac{p_0}{2\gamma^3} \left\{ \frac{2\nu(1-\zeta \text{ct} \zeta)}{D_m} \right. \\
& \quad \left. - \left(1 + \frac{\gamma^2}{\alpha_m^2} \right) \frac{2\beta_n}{\alpha_m \gamma} \cos n\pi \right\} \\
h_{21}^i &= \sum_n \left(-\frac{\rho_{xi}}{2\gamma^3} \left\{ \frac{2\nu(1-\zeta \text{ct} \zeta)}{D_m} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \left(1 + \frac{\gamma^2}{\alpha_m^2} \right) \frac{2\beta_n}{\alpha_m \gamma} \cos n\pi \right\} \right)
\end{aligned}$$

4. 数値計算例

4.1 相対2辺が自由、残りの2辺が単純支持された正方形板 ($\nu=0.3$) に等分布荷重 (荷重強度: q) が作用する場合の板中央点および自由辺でのたわみと曲げモーメントを表-1と2に示す。なお、表中での本解法によるたわみは板中央面 ($z=0$) での値を示している。本解法は特解として厚板理論が採用されているため、たわみや断面力は厚板に影響されていることが分かる

表-1 板中央のたわみと曲げモーメント

h/a	$w \cdot D/qa^4$	Mx/qa^2	My/qa^2
薄板	0.01304	0.1221	0.02719
0.05	0.01309	0.1221	0.02724
0.1	0.01321	0.1221	0.02739
0.2	0.01370	0.1221	0.02797

表-2 自由辺中央のたわみと曲げモーメント

h/a	$w \cdot D/qa^4$	Mx/qa^2	My/qa^2
薄板	0.01493	0.1304	0.0
0.05	0.01492	0.1303	0.0
0.1	0.01489	0.1301	0.0
0.2	0.01480	0.1294	0.0

4.2 相対する2つの自由辺と平行に、板の中央線にそって桁 (EI_∞) で支持された正方形板に部分荷重 q が桁近傍に作用する問題を取り上げる (図-3)。橋軸直角方向の直応力 σ_y とせん断応力 τ_{yz} の板厚方向の分布形状を図-4に示す。本解法による値は「平面保持の仮定」からなる薄板理論の値と大きく異なっていることが分かる。また、本解法の結果によれば、最大せん断応力の発生する位置でも直応力が存在するため、主応力に帰因する斜ひびわれの発生箇所は床版の中央面 ($z=0$) に限定されないことを示唆している。

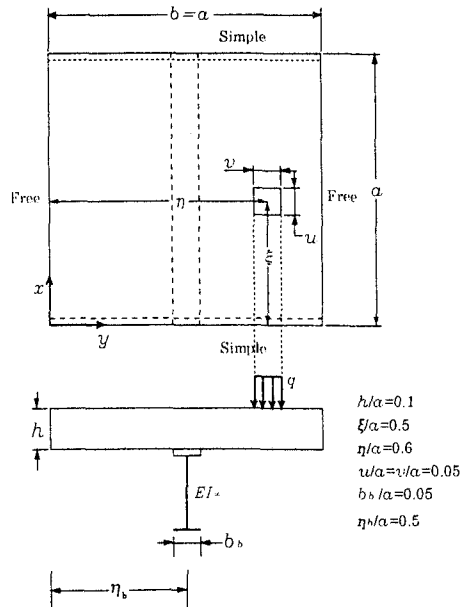


図-3 板の形状・寸法

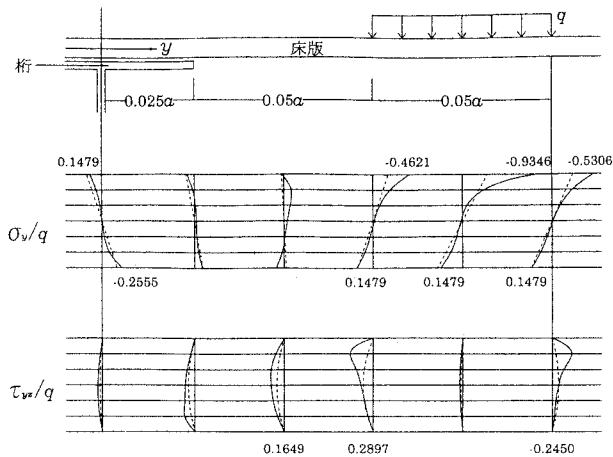


図-4 桁近傍の応力図

4.3 幅3.4m×長さ1m×版厚18cmのPC版がせん断キーを介して計12枚が連結されている実験供試体が、大型輪荷重装置による走行荷重を受ける場合の挙動を以下に概略する。

① 床版(支間長2.5m)は2本の平行な桁とスタッドジベルを用いて結合されている。② 走行する輪荷重の大きさ(設定荷重値10tf)は床版の不陸等によって、一定ではなく約15%程度の変動を受ける、そこで、床版に作用する輪荷重を図-5に示すように5ヶ分の平均値となるように約160分割された柱状の荷重に置換する。③ これらの値を用いて輪荷重の走行中に生ずるパネルF中央点でのたわみや、床版下面の橋軸直角方向および橋軸方向のコンクリートひずみの挙動を全断面有効時の計算値と比較する。なお、材料定数 $E_c=30 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $\nu_c=0.167$ からなるPC床版を等方性版として扱っている。

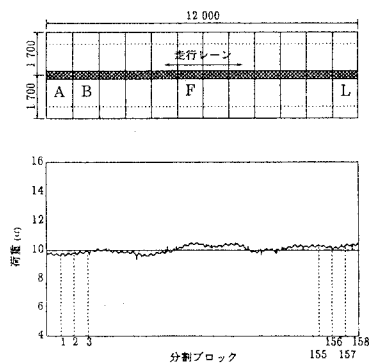


図-5 走行荷重の柱状化

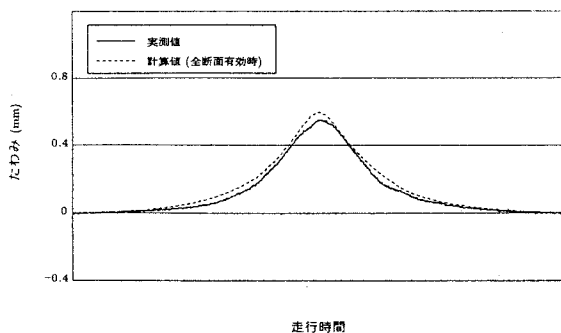


図-6 床版のたわみ

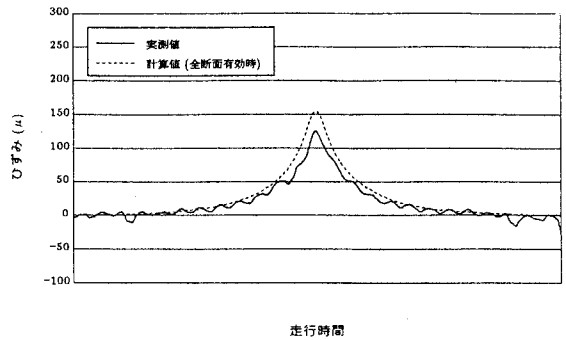


図-7 床版下面のコンクリートひずみ(主筋方向)

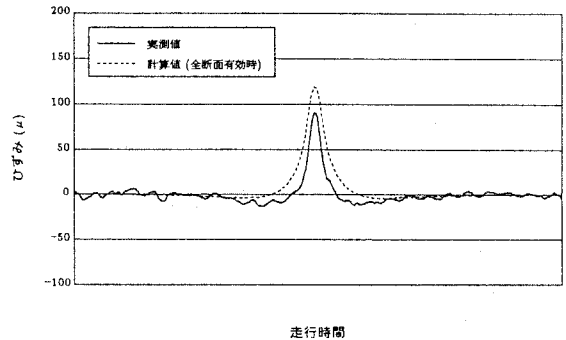


図-8 床版下面のコンクリートひずみ(配力筋方向)

計算値と実測値の形状は、たわみおよびコンクリートひずみともほぼ一致しているが、それぞれの最大値を比較すれば実測値に対して計算値の方がたわみで約1.1倍、ひずみで約1.2~1.3倍程度大きくなっている。

本解析法の結果は床版と桁との連続条件が非合成の条件で算出されており、実際と異なっていることが原因であると考えられる。実験床版ではずれ止めによる合成効果の影響が現れていると推察される。

5. あとがき

厚板理論を特解にもつ混合法は、他の境界条件を有する板の解析にも容易に適用することができる。また、輪荷重のような局所荷重点近傍の3次元的な応力や変形の特長も把握できる。少数主桁橋に採用される床版の支間長は大きく、支間内には複数台の車両が存在することが想定されるので、床版に発生する応力は煩雑なものになると予想される。また、主桁1本あたりの分担力も従来の構造形式に比べて大きくなるため、桁近傍には大きなせん断応力の発生が見込まれる。床版に作用する応力の最大値とその作用位置を探索する際には、本混合法の有用性が発揮できると推量される。

6. 参考文献

- 1) Timoshenko, S.P. and Woinowsky-Krieger, S., Theory of Plates and shells, 2nd ed., McGraw-Hill, co..
- 2) 堀川都志雄, 直交異方性厚板の弾性理論とその応用に関する研究, 大阪市立大学学位請求論文, 1984年5月。