

## II-10 鋼材の繰り返し弾塑性構成則とその応用

### 要旨

本節では、これまで名古屋大学構造力学研究室で開発した修正二曲面モデルを有限要素汎用プログラム FEAP および ABAQUS にユーザー定義の材料サブルーチンとして取り込むことにより、はり・柱、板および鋼製橋脚などの鋼構造部材を対象として繰り返し変形挙動解析を行う。そして、従来の完全弾塑性モデル、等方硬化モデル、移動硬化モデルによる解析結果と比較することにより、修正二曲面モデルの有効性を実証する。

### 10.1 序論

1995年1月17日に発生した兵庫県南部地震では、多くの尊い人命が奪われ、同時に多くの土木鋼構造物にも被害が生じた。これら鋼構造物および構造部材に兵庫県南部地震クラスの地震力が作用する場合の構造系全体または局部的な塑性変形挙動を詳細に把握することは、既存鋼構造物の耐震診断・評価のみならず、次世紀に向けた鋼構造物の耐震設計法および維持管理法を確立する上で重要課題の一つである。

それゆえ、繰り返し荷重を受ける鋼構造物の塑性変形挙動を評価する際に、有限要素法などの離散化手法を用いて鋼構造物の地震応答解析を実施する場合、鋼素材の繰り返し応力-ひずみ関係を工学的に意味のある範囲で精度良く再現できる構成則モデルの開発が急務となる。

繰り返し荷重を受ける鋼素材の構成モデルとしては、1967年に Mróz [1] および Iwan [2] がそれぞれ開発した多曲面モデルを挙げることが出来る。多曲面モデルとは、それぞれ異なった加工係数を有する複数の曲面群よりなり、特別な複合硬化則に従う多曲面の移動により、バウジング効果など鋼材の繰り返し特性を再現できる構成モデルである。しかし、有限要素法などによる数値解析に応用する場合、一般にモデルパラメータの数が増え複雑となる。

多曲面モデルに代わる構成モデルとして、内側に降伏曲面さらに外側に境界曲面の二曲面による Dafalias・Popov の二曲面モデル [3] が挙げられる。このモデルは降伏曲面上の応力点と境界曲面上までの距離を用いて塑性硬化係数を決定し、主にひずみ硬化域での金属材料の繰り返し挙動を予測するのに適している。

しかし、多曲面モデルおよび二曲面モデルを含めた、それまで提案された等方硬化型、移動硬化型、および複合硬化型構成モデルのほとんどがひずみ硬化域での応力-ひずみ関係の再現を対象としており、地震力などによって生ずる低ひずみ域（降伏棚からひずみ硬化域）での鋼構造部材の繰り返し変形挙動を予測するのには不向きであった。

それゆえ、1989年以来、名古屋大学構造力学研究室では複合応力下での構造用鋼材の比較的小さいひずみ領域での弾塑性挙動を表現するため、Dafalias・Popov による二曲面モデルを基に、修正二曲面モデルを提案してきた。まず、一軸応力下でのモデルの開発を行い [4, 5, 6]、それを一般応力状態でのモデルへと拡張した [7]。さらに、繰り返しねじり・圧縮実験を行い、二次元応力状態での修正二曲面モデルの有効性を確認した [8, 9, 10, 11, 12]。修正二曲面モデルは、降伏棚域からひずみ硬化域を含む範囲での構造用鋼材の弾塑性挙動を精度良く再現できることが確認されている。

本節では、名古屋大学構造力学研究室で開発した修正二曲面モデルを有限要素汎用プログラム FEAP [13] および ABAQUS [14] にユーザー定義の材料サブルーチンとして取り込むことにより、はり・柱、板および鋼製橋脚などの鋼構造部材を対象として繰り返し変形挙動解析を行い、従来の完全弾塑性モデル (EPP)、等方硬化モデル (IH)、および移動硬化モデル (KH) による有限要素プログラム MARC [15] の解析結果と比較することにより、修正二曲面モデルの適用性・有効性を実証する。

### 10.2 修正二曲面モデルの概要

Dafalias・Popov による二曲面モデルの一軸応力状態で説明すれば次のようである。

塑性域までの繰り返し応力を受ける鋼素材の一軸状態での応力  $\sigma$  - 塑性ひずみ  $\epsilon^p$  曲線は、Fig.10.1 に示すように、塑性ひずみが生じない弾性域（例えば、Fig.10.1 中の OA）、非線形な塑性域（AB），さら

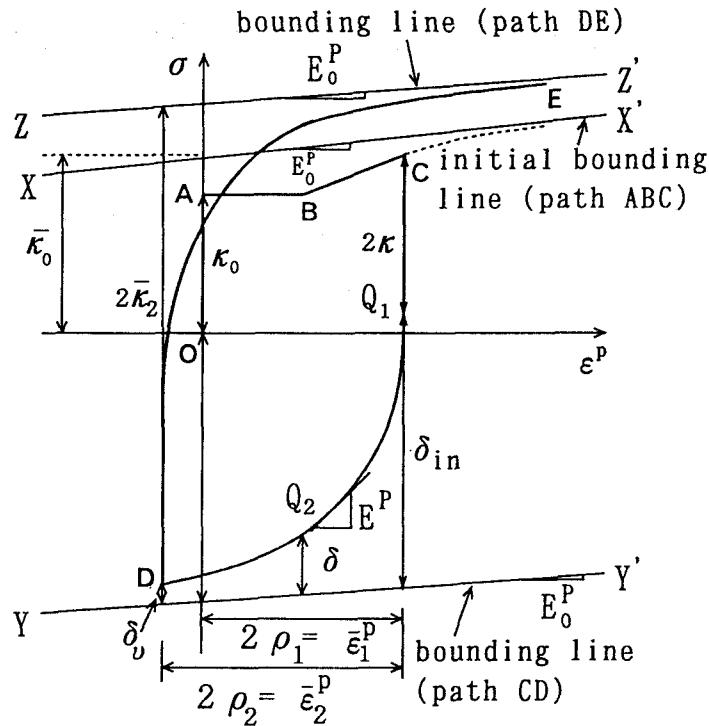


Fig.10.1 Two-surface Model in the Uniaxial Case

に定常状態の塑性域 ( $BX'$ ) に分けることができる。弾性域および定常状態の塑性域での鋼素材の挙動は、それぞれ弾性係数  $E$  および定常状態の塑性係数  $E_0^p$  (=応力増分  $d\sigma$  / 塑性ひずみ増分  $d\epsilon$ ) を用いて、一次関数で容易に表現できる。従って、Dafalias・Popov の二曲面モデルはこれらの両領域（遷移領域）の非線形曲線の接線剛性係数  $E^p$  を定義することに帰着する。

現応力点を Fig.10.1 中の ( $D$ ) 点とすると、弾性域から塑性域へと移行する時点の応力点 ( $C$  点) と境界線 ( $YY'$ ) との距離  $\delta_{in}$ 、現応力点 ( $D$  点) と境界線  $YY'$  との距離  $\delta$ 、形状パラメータ  $h$ 、さらに定常状態の塑性係数 (境界曲面の傾き)  $E_0^p$  を用いて、塑性係数  $E^p$  を次のように決定している。

$$E^p = \frac{d\sigma}{d\epsilon^p} = E_0^p + h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \quad (10.1)$$

名古屋大学構造力学研究室で開発した修正二曲面モデル [12] には、上述した Dafalias・Popov モデルに対して次のような修正および追加を施してある。

- 1) 累積相当塑性ひずみの概念の導入.
- 2) 累積相当塑性ひずみ量による降伏曲面の大きさの減少.
- 3) 降伏棚の長さの減少・消失を考慮することによる、降伏棚内での繰り返し変形挙動の再現.
- 4) 形状パラメータの修正.
- 5) 記憶曲面および仮想境界曲面の導入.
- 6) 境界曲面の大きさ、傾きおよび移動の考慮.

一軸応力状態および一般応力状態での修正二曲面モデルの詳細ならびに定式化については、文献 [4-12] を参照されたい。

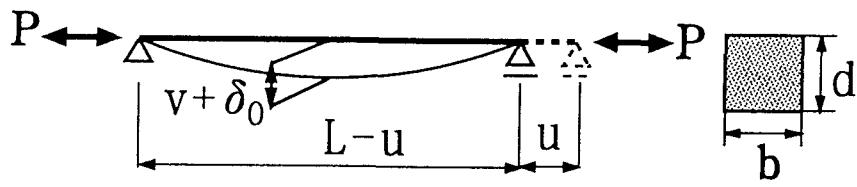


Fig.10.2 Pin-ended Prismatic Column

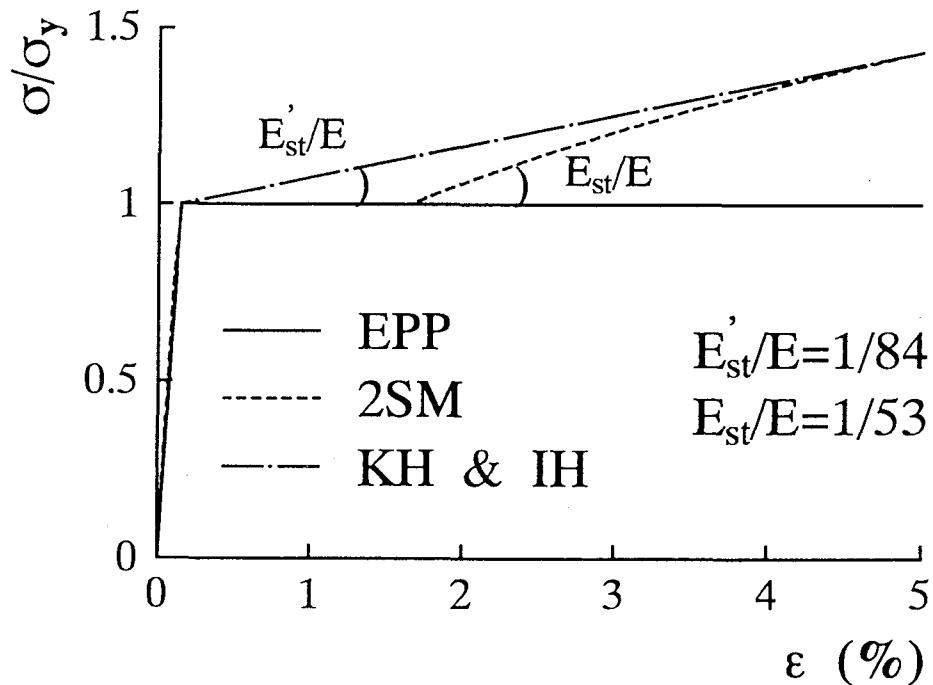


Fig.10.3 Uniaxial Stress-Strain Relationship for Bilinear Model

### 10.3 はりー柱の弾塑性有限変位解析

本節では、繰り返し軸力を受ける、両端単純支持柱および両端固定支持柱の有限要素解析結果 [12, 16] を示す。ただし、局部座屈は考えない。

#### 10.3.1 両端単純支持はりー柱

若林ら [17] が行った、繰り返し軸力を受ける両端単純支持はりー柱部材 (SS400 鋼材) の実験結果を基に以下のような有限変位解析を行った。

##### (A) 解析モデル

解析モデルの概要を Fig.10.2 に示す。解析モデルの各諸量は、次の通りである。部材長  $L$  は 174mm、断面寸法は  $b = 15.45\text{mm}$ ,  $d = 14.90\text{mm}$ 、細長比パラメータ  $\bar{\lambda}$  は 0.43 である。部材の初期不整形状を  $\delta(x) = \delta_0 \sin(\pi x/L)$  と仮定し、部材の中央の初期たわみ  $\delta_0$  を  $0.001L$  とした。本解析では、部材の長さ方向に 10 分割、断面方向に 14 分割した。まず、圧縮力を載荷し、それを正とする。

本解析で用いた構成モデルは、修正二曲面モデルの他に Fig.10.3 に示す、1) 完全弾塑性モデル (EPP)、

2) 等方硬化モデル(IH), および3) 移動硬化モデル(KH)である。修正二曲面モデルの12個のパラメータは、SS400鋼材の材料定数  $E = 206.7 \text{ GPa}$ ,  $\sigma_y = 229 \text{ MPa}$  を用いて文献12)より決定した。

### (B) 解析結果

実験結果[16], 修正二曲面モデルを用いたFEAPによる解析結果[12], およびバイリニア型構成モデル(完全弾塑性モデル, 移動硬化モデル, および等方硬化モデル)を用いたMARCによる解析結果[12]をFig.10.4に示す。Fig.10.4(a)は、無次元化軸力  $P/P_y$  と無次元化軸方向変位  $u/u_y$  との関係を, Fig.10.4(b)は、無次元化軸力  $P/P_y$  とスパン中央の横方向変位との無次元化量  $(v + \delta_0)/d$  の関係を示す。ここで、 $P_y$  は柱の全断面降伏軸力,  $u_y$  は引張方向における初期降伏変位, および  $d$  ははり高さを示す。

以上の結果より次の考察がなされる。

- 1) Fig.10.4(a)より、各モデルによる初期降伏荷重(解析結果)と比べて実験結果の方が多少高いのは、実験における境界条件(ヒンジ支点における実験の操作により生じる摩擦力)および解析における初期不整が原因であると考えられる。また、修正二曲面モデル(2SM)を除いた全てのモデルで、二サイクル目以降の座屈荷重および繰り返し挙動が実験結果と大きく異なるのは、完全弾塑性モデル(EPP), 等方硬化モデル(IH), および移動硬化モデル(KH)では塑性変形によって生ずる弾性域の減少を応力-ひずみ関係に考慮していないことが主な原因と考えられる。
- 2) 一方、Fig.10.4(b)に示す、軸力-スパン中央の横方向変位関係より、以下のことが分かる。繰り返し載荷においては、各サイクルでの引張載荷後の柱の横方向残留変位が、その後の座屈耐荷(圧縮)力、および、繰り返し挙動に与える影響が大きい。それゆえ、完全弾塑性モデル(EPP)および移動硬化モデル(IK)による解析では、一サイクル目の引張載荷後における柱の横方向の残留変位が殆どゼロであるため、二サイクル目の座屈耐力を大きく予測する原因となる。一方、等方硬化モデル(IH)による解析では、一サイクル目の引張載荷後の横方向の残留変位を実験結果よりも大きく再現しているにも拘わらず、弾性域の減少を正しく表現できないことから、完全弾塑性モデル(EPP)および移動硬化モデル(IK)による結果と同様、座屈耐力を大きく予測する結果となる。図より、修正二曲面モデルによる解析結果の方が他のモデルによる解析結果よりも実験結果に一番近い予測をすることが分かる。
- 3) Fig.10.5には、各構成モデルにより予測される各サイクル毎の圧縮耐力の変化と実験結果との比較を示す。図によれば、等方硬化モデル(IH)による解析結果の圧縮耐力の低下が一番鈍く、修正二曲面モデル(2SM)による解析結果が実験結果と良く一致することが分かる。

### 10.3.2 両端固定支持はりー柱

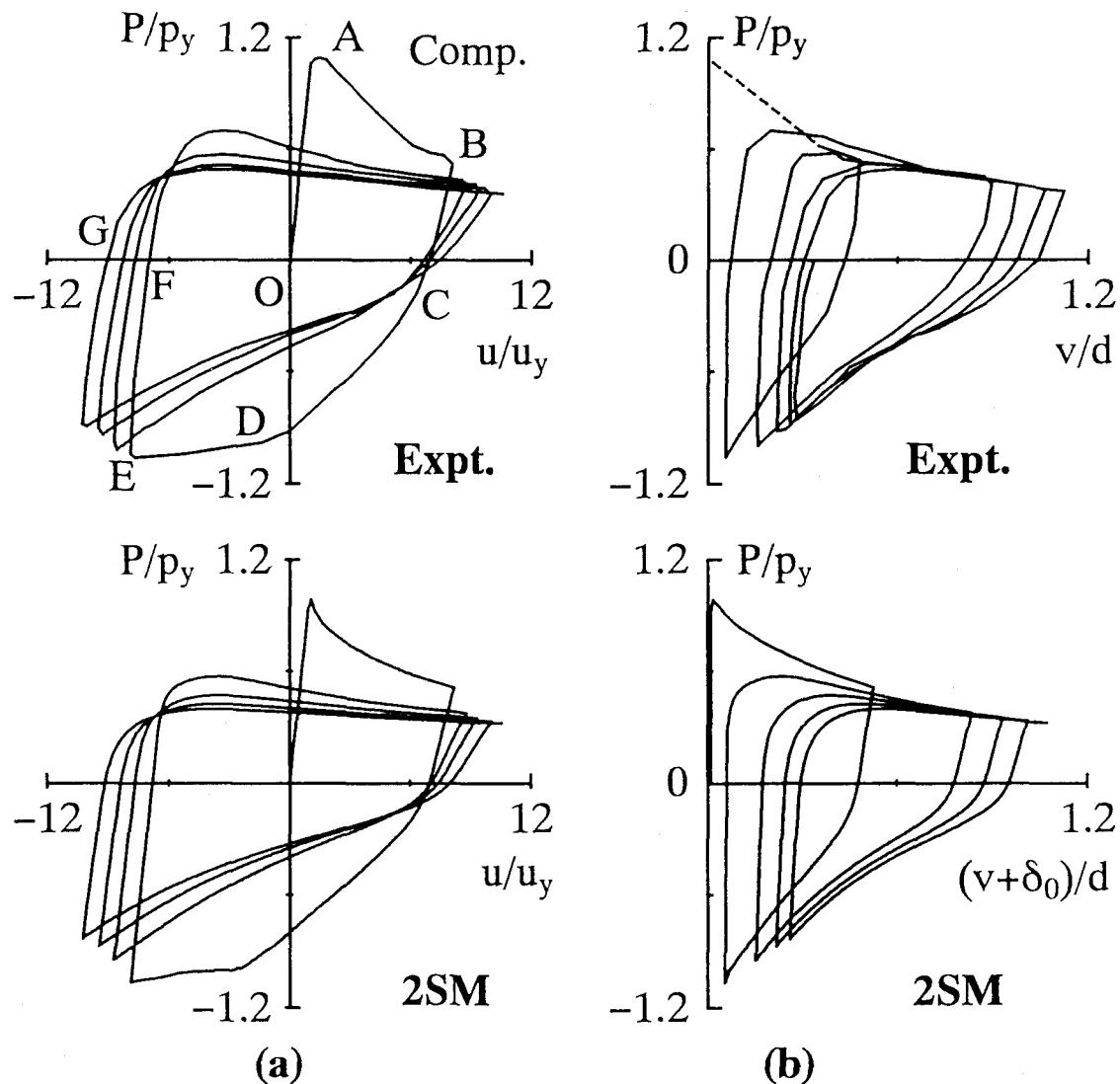
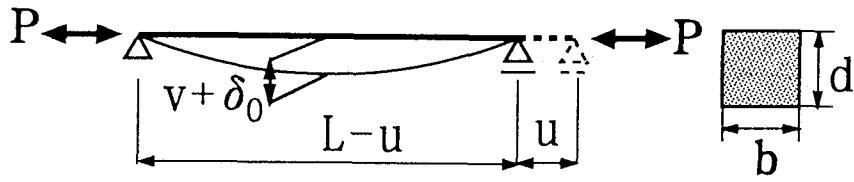
1980年にShermanら[18]が行った、一定横力  $Q = 0.2Q_y$  および繰り返し軸力  $P$  を受ける両端固定支持柱部材(SS400鋼材)の実験結果を基に有限要素解析を行った。ここで、 $Q_y$  ははりの初期降伏横力である。

### (A) 解析モデル

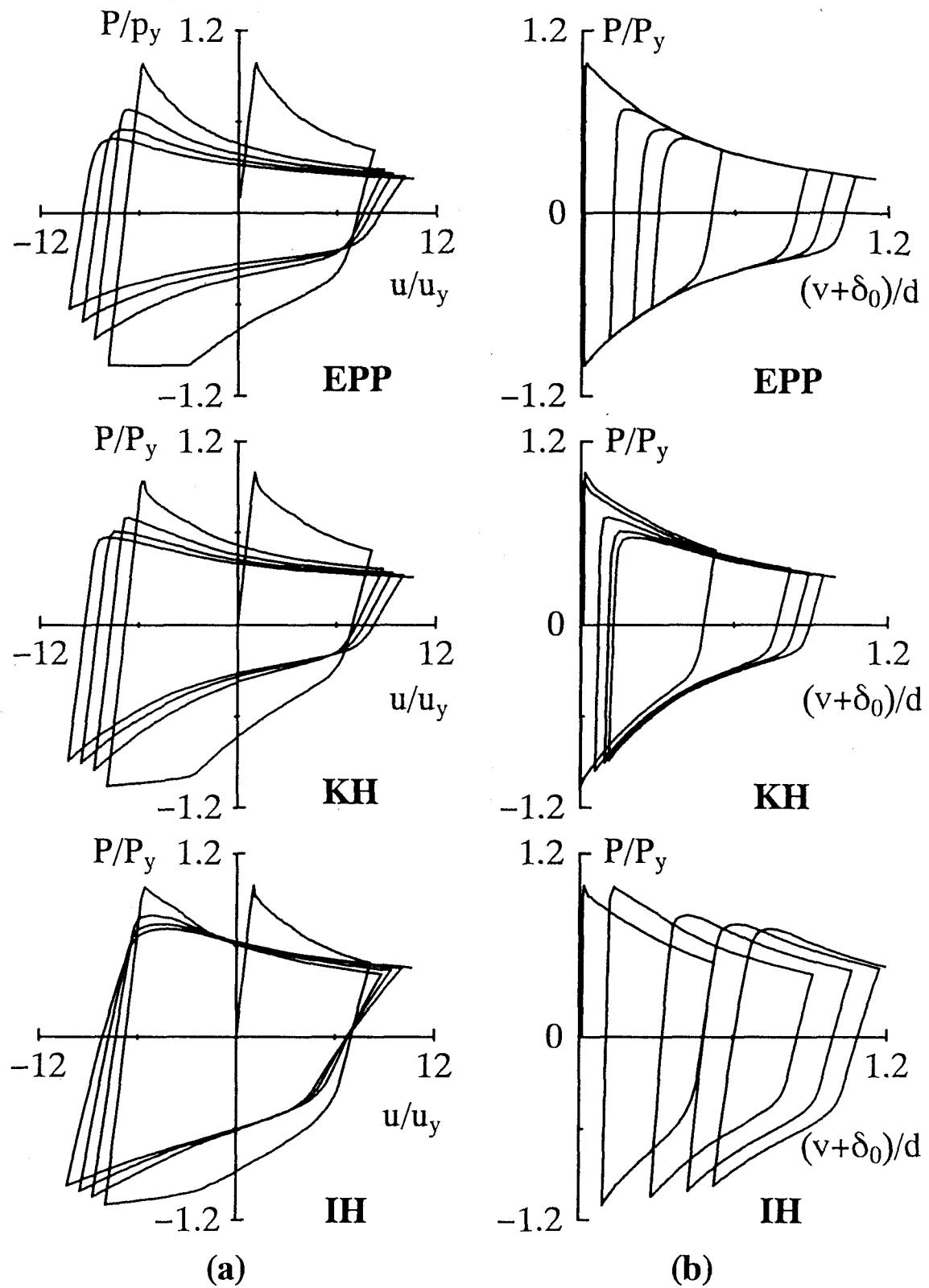
本解析で用いた構成モデルは、前節と同様である。解析モデル(Fig.10.6の挿入図)および各諸量は、細長比パラメータ  $\bar{\lambda} = 0.87$ , 部材長  $L = 5720 \text{ mm}$ , 外径  $D = 114 \text{ mm}$ , 板厚  $t = 2.3 \text{ mm}$ , ヤング係数  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\sigma_y = 289 \text{ MPa}$  である。解析では、はり部材の長さ方向に10分割、断面の板厚方向に3分割、円周方向に16分割した。最初の載荷を圧縮載荷とし、これを正方向とした。

### (B) 解析結果

実験結果[18], 修正二曲面モデルを用いたFEAPによる解析結果[12], およびバイリニア型構成モデル(完全弾塑性モデル, 移動硬化モデル, および等方硬化モデル)を用いたMARCによる解析結果[12]をFig.10.6に示す。Fig.10.6(a)は、無次元化軸力  $P/P_y$  と無次元化軸方向変位  $u/u_y$  との関係を, Fig.10.6



**Fig.10.4** Comparison between Experimental and Predicted Hysteretic Loops for A Prismatic Pin-ended Column : (a) Normalized Axial Load  $P/P_y$  - Axial Displacement  $u/u_y$ ; (b) Normalized Axial Load  $P/P_y$  - Midspan Deflection  $(v + \delta_0)/d$



**Fig.10.4 (Continued)** Comparison between Experimental and Predicted Hysteretic Loops for A Prismatic Pin-ended Column : (a) Normalized Axial Load  $P/P_y$  - Axial Displacement  $u/u_y$ ; (b) Normalized Axial Load  $P/P_y$  - Midspan Deflection  $(v + d_0)/d$

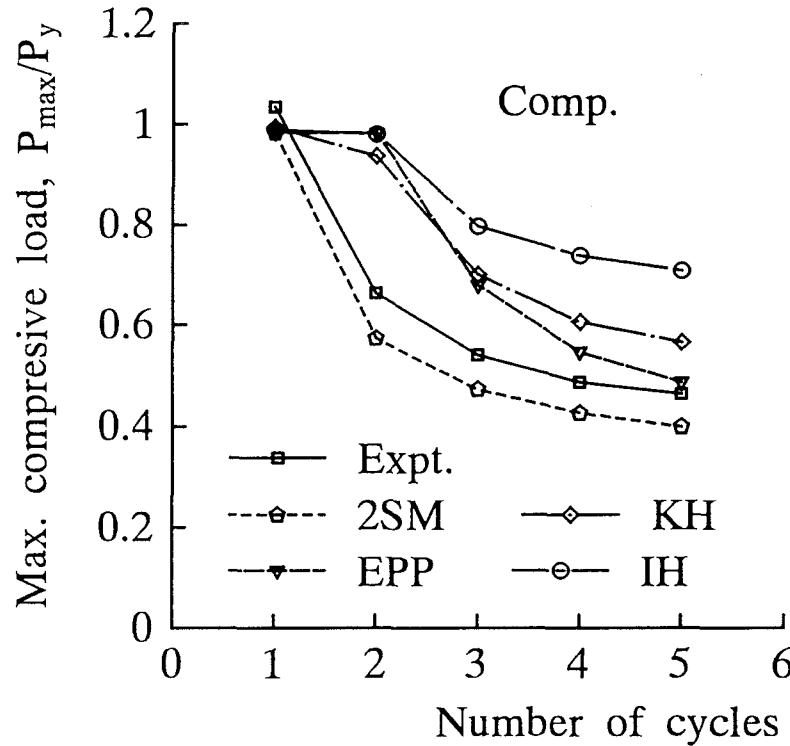


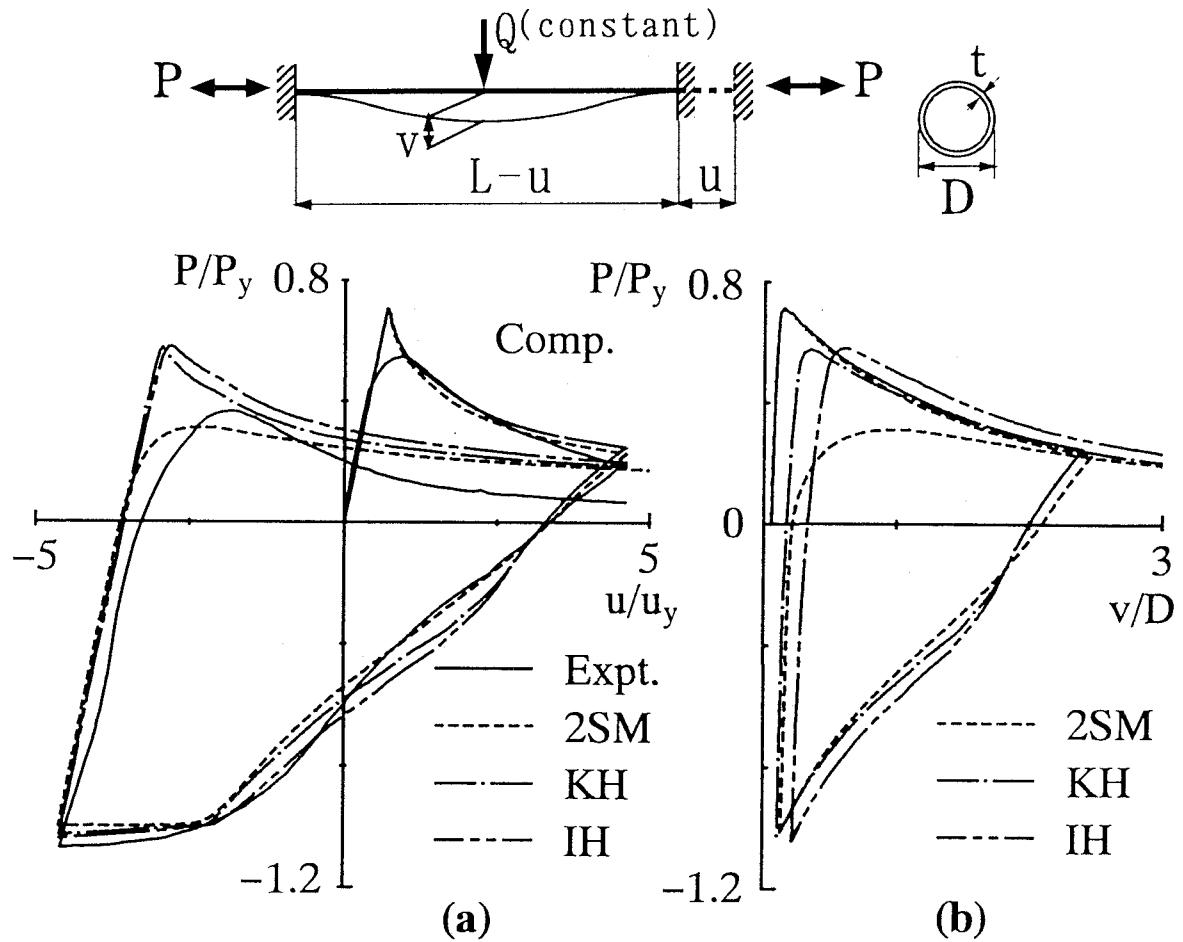
Fig.10.5 Change in Load Carrying Capacity During Cycles

(b) は、無次元化軸力  $P/P_y$  とスパン中央の横方向変位の無次元化量  $v/D$  との関係を示す。ここで、 $P_y$  は柱の全断面降伏軸力、 $u_y$  は引張方向の初期降伏変位、および  $D$  は断面の直径を示す。これらの結果より以下のような考察がなされる。

- 1) Fig.10.6 (a) より、各モデルによる初期降伏荷重付近の曲線（解析曲線）と比べて実験結果の曲線の方が耐力が低くまた丸みを帯びているのは、円柱供試体断面内に軸方向に沿って存在する残留応力が主な原因であると考えられる。本解析では、残留応力の影響は考慮されていない。修正二曲面モデル(2SM)を除いた全てのモデルで、二サイクル目以降の座屈（圧縮）荷重が実験結果と大きく異なるのは、前節の両端単純はり一柱の例題と同様、完全弾塑性モデル(EPP)、等方硬化モデル(IH)、および移動硬化モデル(KH)では塑性変形によって生ずる弾性域の減少を応力-ひずみ関係に考慮していないことが原因と考えられる。
- 2) Fig.10.6 (b) に示す、軸力-スパン中央の横方向変位関係より、以下のが分かる。繰り返し載荷においては、各サイクルでの引張載荷後の柱の横方向残留変位が、その後の座屈耐荷力、および、繰り返し挙動に与える影響が大きい。他のモデルによる解析結果よりも修正二曲面モデルによる解析結果の方が実験結果に近い予測をすることが図より分かる。移動硬化モデル(IK)および修正二曲面モデル(2SM)による解析結果では、一サイクル目の引張載荷後における柱の横方向の残留変位が殆ど等しいが、移動硬化モデル(IK)の方が二サイクル目の座屈耐力を大きく予測する。一方、等方硬化モデル(IH)による解析では、一サイクル目の引張載荷後の横方向の残留変位を他のモデルよりも大きく再現しているにも拘わらず、弾性域の減少を正しく表現できないことから、座屈耐力を大きく予測する結果となる。

## 10.4 板の弾塑性有限変位解析

本節では、幾何学的非線形性と材料非線形性が問題となる板の弾塑性有限変位解析結果 [19] を示す。構成モデルとして、修正二曲面モデルおよび他のバイリニア型の構成モデルを用い、構成モデルの違いによる解析結果の比較・検討を行う。



**Fig.10.6** Comparison between Predicted and Experimental Results: (a) Normalized Axial Load  $P/P_y$  - Axial Displacement  $u/u_y$ ; (b) Normalized Axial Load  $P/P_y$  - Midspan Deflection  $v/D$

#### 10.4.1 解析モデル、パラメータおよび諸量

Fig.10.7 に示すような面外初期たわみと残留応力を考慮した4辺単純支持板が繰り返し圧縮力および引張力を受ける場合の解析を平板要素 [20] を用いて行った。本解析では、平面応力状態の下で修正二曲面モデルを用いた。定式化の際の積分に対しても、板厚方向に7層に分け、各層の値は層中央の値で代表して足し合わせる長方形則を用い、面積分は3点のガウス積分を用いて行った。

板の境界条件は、4辺単純支持で載荷辺の  $X = -l/2, l/2$  で  $w = \theta_x = \theta_z = 0$  であり、載荷辺は常に直線を保ち  $X$  軸方向の面内変位は一定とする。非載荷辺は、 $Y = 0, b$  で  $w = \theta_y = 0$  であり、面内変形は自由とする。板の初期たわみ  $\delta$  を  $\delta = \delta_0 \cdot \cos(\pi X/l) \cdot \sin(\pi Y/b)$  で与える (Fig.10.7 参照)。ここで、 $\delta_0 = b/450$  とした。非載荷辺の溶接によって生ずる溶接残留応力は  $X$  軸方向に一定とした。Fig.10.7 に示すように、引張残留応力  $\sigma_{rt}$  を降伏応力  $\sigma_y$ 、圧縮残留応力  $\sigma_{rc}$  を  $1/3\sigma_y$  と仮定した。

アスペクト比 ( $l/b$ ) を 0.7 とし、構造系の対称性から板の  $1/4$  部分を用いて、 $4 \times 4$  の要素分割で解析を行った。載荷辺の  $X$  軸方向の面内変位を制御し、Newton-Raphson 法により収束計算した。増分変位は  $1.0 \times 10^{-4} \times (l/2) \sim 5.0 \times 10^{-5} \times (l/2)$  とした。

他のモデルによる繰り返し載荷の解析は、汎用有限要素法プログラム MARC [15] に付属の要素タイプ 72 の 8 節点薄肉線形シェル要素を使用した。この要素を四角形要素（隅節点  $4 \times 3$  自由度、中間節点  $4 \times 1$  自由度）として用いた。

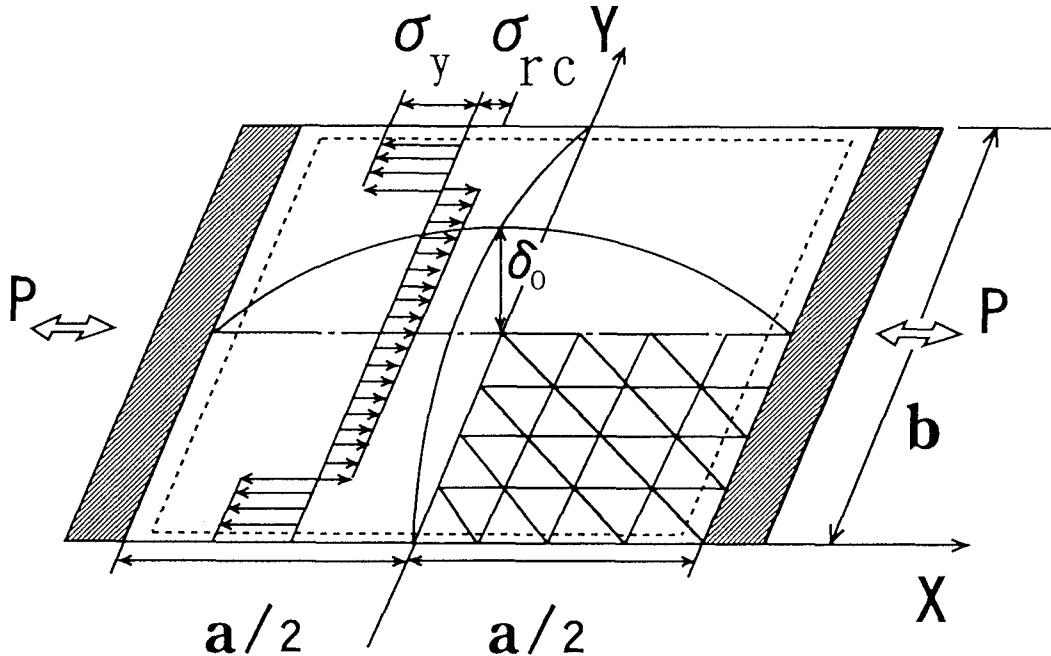


Fig.10.7 Simply Supported Rectangular Plate

#### 10.4.2 載荷経路

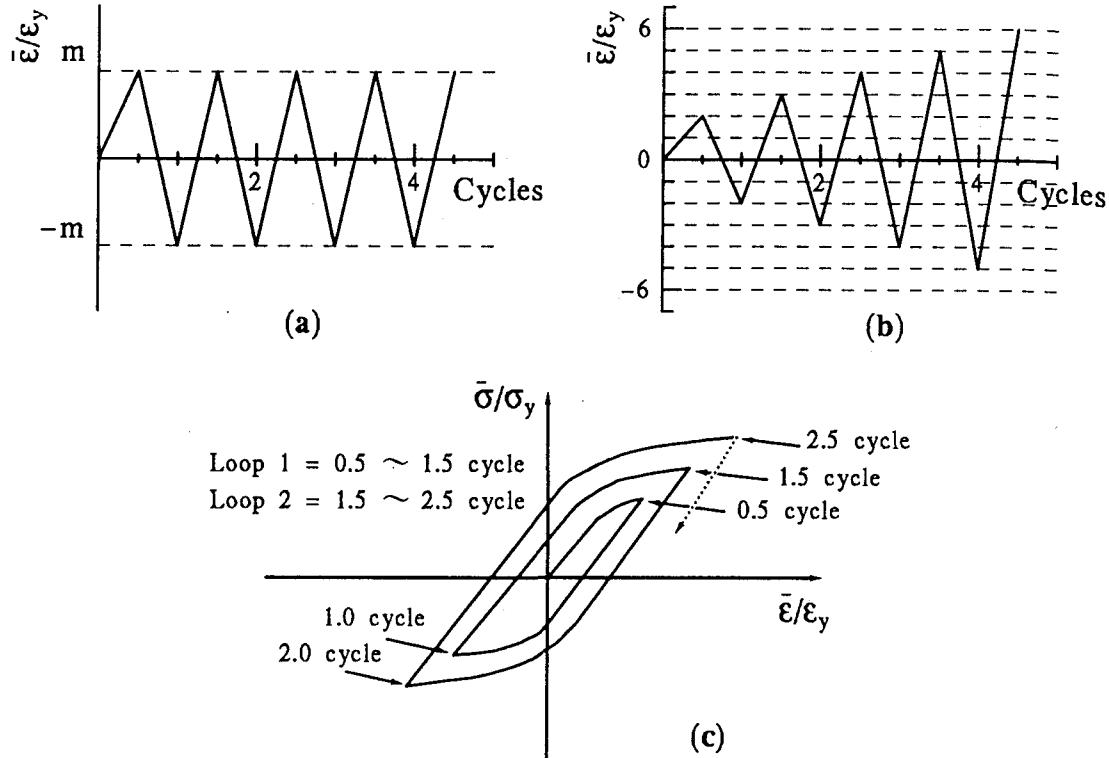
Fig.10.8 に示すような 2 種類の載荷経路を用いて、解析を行った。定振幅載荷は、Fig.10.8 (a) に示すように、まず圧縮力を載荷した。Fig.10.8 (a) のように、所定の平均ひずみ  $m\epsilon_y$  まで圧縮した時点を 0.5 サイクル、その後に除荷し、そのまま  $-m\epsilon_y$  まで引張った時点を 1.0 サイクル、さらに除荷、再圧縮し、平均ひずみが  $m\epsilon_y$  になった時点を 1.5 サイクルとし、以下同様に、2.0, 2.5, …, 4.5 と定義する (Fig.10.8 (c) 参照)。ここで、 $m = (\text{平均ひずみの最大値} \bar{\epsilon}_{\max}) / (\text{降伏ひずみ} \epsilon_y)$  である。

本解析では、定振幅載荷は、 $m = 4$  のパターンを対象とし、最大サイクル数は 4.5 とした。変動変位載荷は、定振幅載荷と同じように圧縮力をまず載荷するが、Fig.10.8 (b) のように振幅  $\bar{\epsilon}/\epsilon_y$  の最大値を 1 サイクルごとに 2, 3 …, 6 と増大させてゆく。最大サイクル数は 4.5 である。

#### 10.4.3 数値解析結果と考察：定変位振幅載荷

解析より得られた平均応力  $\bar{\sigma}$  - 平均ひずみ  $\bar{\epsilon}$  関係を Fig.10.9 (a) に示す。これらの量は、それぞれ降伏応力  $\sigma_y$  および降伏ひずみ  $\epsilon_y$  で基準化されている。ここで、平均応力  $\bar{\sigma}$  と平均ひずみ  $\bar{\epsilon}$  は、それぞれ  $\bar{\sigma} = P/bt$ ,  $\bar{\epsilon} = \Delta l/l$  で定義される。ここで、 $P$  は載荷辺の反力、 $b$  は板の幅、 $t$  は板厚、 $l$  は板の長さ、 $\Delta l$  は板の載荷辺の  $X$  軸方向の面内変位量である。なお、平均応力および平均ひずみは、すべて圧縮を正とする。一方、平均応力  $\bar{\sigma}$  - 板中央のたわみ  $(w + \delta_0)/t$  関係を Fig.10.9 (b) に示す。図には、各種モデルによる解析結果の比較が示されており、以下の考察がなされる。

- 1) 修正二曲面モデル以外のモデルによる解析結果は、互いに良く一致した形状の曲線を示す。各曲線は、引張側の最大平均ひずみから圧縮の最大平均ひずみに移るとき、修正二曲面モデルのような緩やかな曲線を描かず、弾性区間が長く、2 回目の圧縮耐荷力後の劣化の割合が大きい。等方硬化モデル (IH) は、2.5 サイクル目以降の最大圧縮耐荷力が大きくなり、他のモデルは最大耐荷力の低下の割合が小さくなる。修正二曲面モデル (2SM) は、2.5 サイクル以降、 $0.6\sigma_y$  程度の値に収束していく。
- 2) 圧縮側での挙動の特徴として、修正二曲面モデルを除いて各モデルは、0.5 サイクルより 1.5 サイクル目の方が耐荷力が大きくなっていることが挙げられる。0.5 サイクル目の圧縮耐荷力は残留応力の影響を大きく受け小さくなるが、それ以降の繰り返し載荷ではあまりその影響を受けないことが解析結果より分かっている。よって、修正二曲面モデル以外の構成モデルによる解析結果において、1.5



**Fig.10.8** Loading Programs: (a) Constant Displacement Amplitude; (b) Variable Displacement Amplitude; (c) Definition of Cycles and Loops

サイクル目の耐荷力の方が大きくなる理由として、次のことが考えられる。修正二曲面モデルはバウシンガー効果（弾性域の減少）が大きく表れ、1.5 サイクルでの強度劣化が大きく、残留応力の影響を受けて低下している 0.5 サイクルの圧縮耐荷力よりも、さらに小さな値となる。一方、他の構成モデルは、移動硬化以外バウシンガー効果が考慮されておらず、さらに移動硬化モデルにおいても修正二曲面モデルほどバウシンガー効果が再現されないので、残留応力などの影響を受けない 1.5 サイクル目の方が耐荷力が大きくなると考えられる。

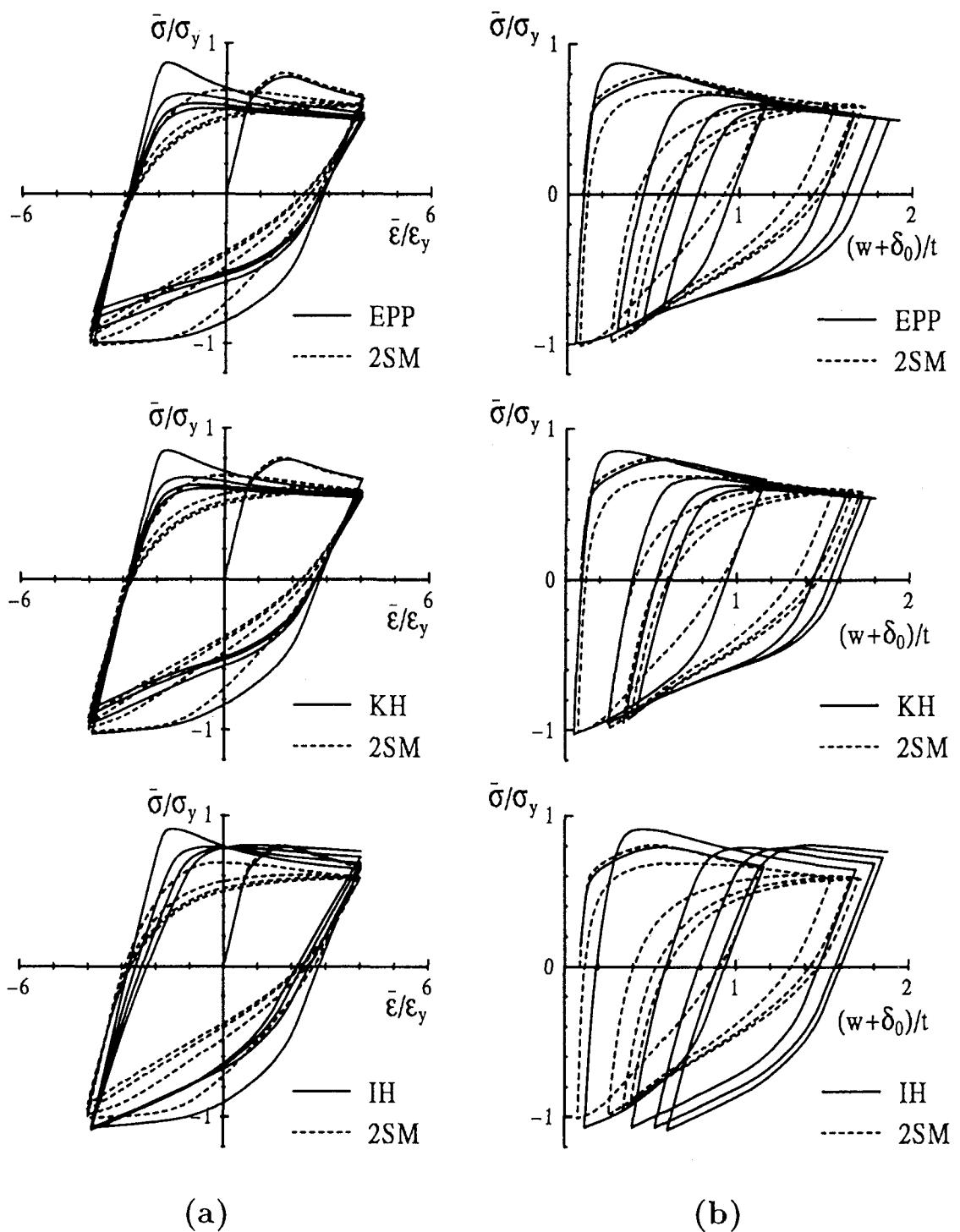
- 3) 引張側においては、局部座屈の進展 (Fig.10.9) による剛性の低下により、 $(\bar{\epsilon}/\epsilon_y) = -2$  の時の耐荷力が等方硬化を除いてサイクルごとに小さくなっている。等方硬化モデルでは、座屈が進展するものの、モデルの顕著な繰り返しひずみ硬化特性により、耐荷力は大きくなっている。
- 4) Fig.10.9 (b) の平均応力 – 板中央のたわみ関係は、局部座屈の進展する様子を表現している。各構成モデルによって局部座屈の進展の結果が異なっており、これは各サイクルの復元力特性に影響を与えるため重要である。

#### 10.4.4 数値解析結果と考察：変動変位載荷

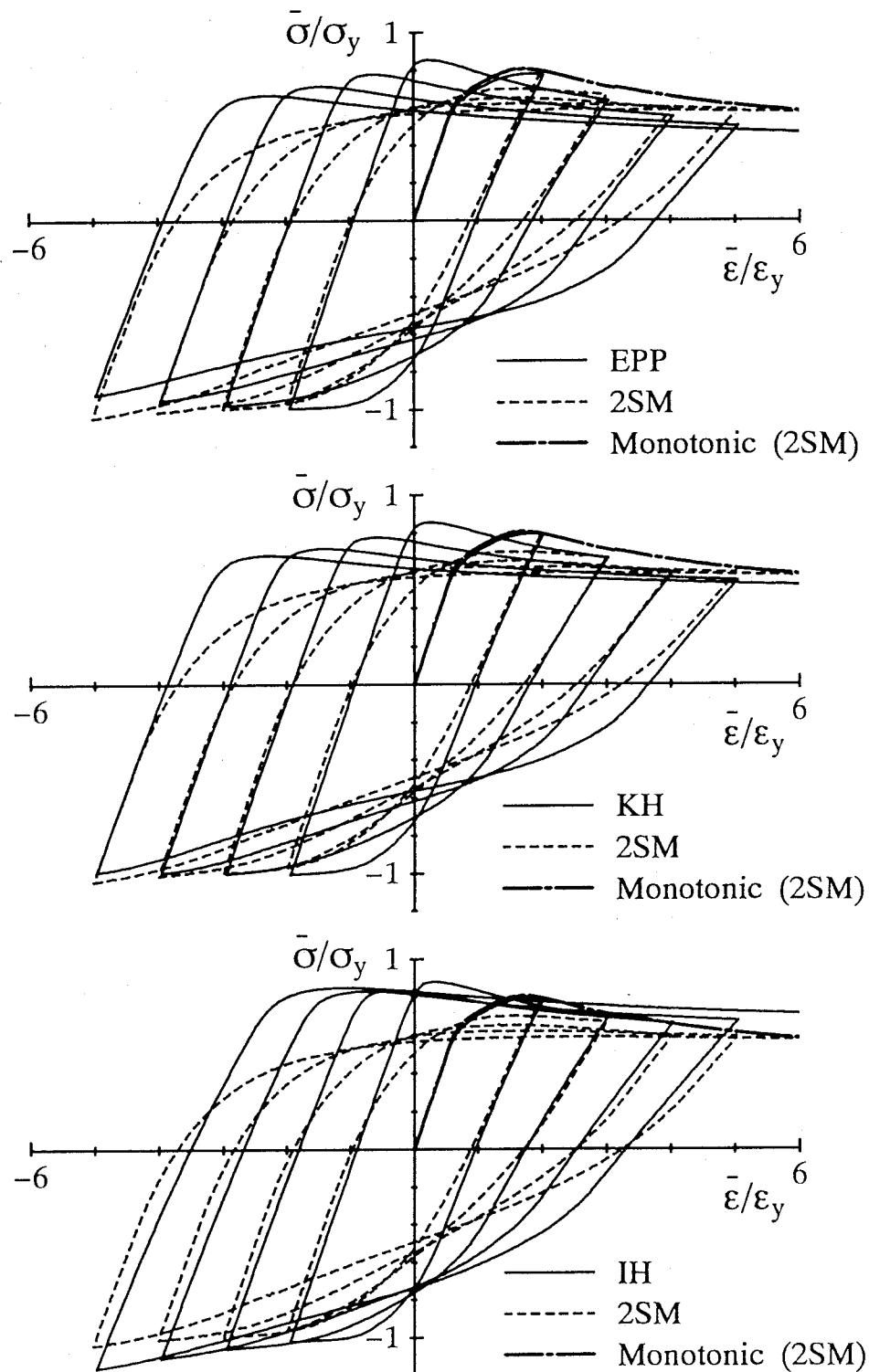
Fig.10.10 に変動変位振幅載荷の平均応力  $\bar{\sigma}$  – 平均ひずみ  $\bar{\epsilon}$  関係を示す。また、図中には強度劣化の様子を比較するために、修正二曲面モデル (2SM) による単調圧縮載荷曲線も描かれている。

解析結果より以下のことが分かる。

- 1) Fig.10.10 の各サイクルの圧縮側の最大平均ひずみ時の平均応力を、修正二曲面モデルの単調圧縮載荷の結果と比較すると、各モデルの最大圧縮強度後の劣化の状態がよく分かる。完全弾塑性モデル (EPP) による単調圧縮耐力は、修正二曲面モデル (2SM) による耐力より低い値を示しており、ひずみ硬化がないので、大きな平均ひずみでは、他のモデルと比べると劣化が大きい。移動硬化モデル (KH)



**Fig.10.9** Comparison between Two-surface Model and Other Models (Constant Displacement Amplitude,  $m=4$  and  $b/t=40$  Plate)



**Fig.10.10** Comparison between Two-surface Model and Other Models (Variable Displacement Amplitude,  $m=4$  and  $b/t=40$  Plate)

は、修正二曲面モデルの変動変位載荷(2SM)と良く一致した値であるが、修正二曲面モデルの繰り返しひずみ硬化現象により、平均ひずみが大きな領域では修正二曲面モデルの方が大きな値となっている。等方硬化則モデル(IH)では、弾性域が大きくなるため、大きな平均ひずみでは、単調載荷より大きな値となる。

- 2) 修正二曲面モデル(2SM)による変動変位載荷曲線と単調圧縮載荷曲線とを比べると、平均応力は、 $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 4$ までは、変動変位載荷の方が低い値となっている。これは、板全体における塑性域の進展や座屈による剛性低下の影響であると考えられる。変動変位載荷については $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 5$ で、劣化があまりなくなり、 $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 6$ で、単調載荷の耐荷力とほぼ同じ値となる。

## 10.5 鋼製橋脚の弾塑性有限変位解析

兵庫県南部地震では、橋梁構造物に大きな被害が発生し、比較的じん性の高いとされてきた鋼製橋脚にも多くの損傷があったことが報告されている。これらの損傷の多くは、橋脚に軸圧縮力と繰り返し曲げが作用したことにより、発生したとされている。この現象を実験的、解析的に解明することは、今後の耐震設計および構造物形式の決定に大きく貢献する。それゆえ、本節では、修正二曲面モデルの構造解析の応用として、軸圧縮力と横力を受ける、比較的厚肉で局部座屈の影響が無視できる無補剛箱形断面片持柱の繰り返し載荷モデルを用いた解析結果[21]を示す。

### 10.5.1 解析モデル

1991年に宇佐美ら[22]が行った、Fig.10.11(i)に示す自由端に一定軸荷重 $P$ と漸増水平荷重 $H$ を受ける片持柱の実験を解析の対象とした。解析モデルの断面は、Fig.10.11(ii)に示すような無補剛箱形断面である。

本解析で用いた構成モデルは、前節と同様である。解析モデルの各諸量は、有効部材長 $h = 853mm$ 、フランジ幅 $B = 177mm$ 、ウェップ幅 $D = 127mm$ 、板厚 $t = 10.5mm$ 、ヤング係数 $E = 200GPa$ 、 $\sigma_y = 289MPa$ である。また、フランジ板の幅厚比パラメータ $R_f = 0.4$ 、細長比パラメータ $\bar{\lambda} = 0.4$ 、軸力比 $P/P_y = 0.2$ である。

本解析では、はり部材の長さ方向に10分割、フランジ板厚方向に8分割、ウェップ高方向に17分割し、FEAPを用いてはり要素により解析した。なお、初期不整および残留応力の影響は考慮していない。

### 10.5.2 繰り返し変形挙動

Fig.10.12に修正二曲面モデルによる解析結果および名古屋大学で行われた実験結果[22]の比較を示す。図中、 $H/H_{y0}$ は軸力が作用せず水平力のみが作用した場合の初期降伏荷重 $H_{y0}$ で無次元化した横荷重、 $\delta/\delta_{y0}$ は横方向初期降伏荷重によって生ずる横方向変位 $\delta_{y0}$ で無次元した横方向変位、 $\epsilon/\epsilon_y$ は降伏ひずみ $\epsilon_y$ で基準化したひずみ量である。 $H_{y0}$ および $\delta_{y0}$ は、それぞれ、 $H_{y0} = M_y/h$ と $\delta_{y0} = H_{y0}H^3/(3EI)$ で定義される。ここで、 $M_y$ ：降伏モーメント、 $I$ ：断面2次モーメントである。

解析より以下の考察がなされる。

- 1) Fig.10.12より分かるように、修正二曲面モデル(2SM)を用いた予測結果は実験結果と比べ、全体的に良い一致を示すが、強度的には多少低い。この理由としては、(1)実験供試体の溶接部分での材料強度が高い;(2)隅角部周辺の材料の降伏棚の初期長さが溶接によって生ずる塑性変形により短くなってしまい、硬化域に入り易い(すなわち、強度が高くなる)。このことは、Fig.10.12(b)に示されるように、曲線OABの降伏棚の長さを比較することにより理解できる。この解析で特記すべきことは、軸力一定の下で水平荷重を繰り返し作用させることにより圧縮軸ひずみが増加する現象(ratcheting)を修正二曲面モデルは詳細に再現できている点である。
- 2) 一方、Fig.10.13より分かるように、完全弾塑性モデル(EPP)、移動硬化モデル(KH)、および等方硬化モデル(IH)を用いた予測結果は、実験結果さらには修正二曲面モデルの結果と比較してかなり異なったものとなっている。

$$P = 0.2 P_y (\text{Constant})$$

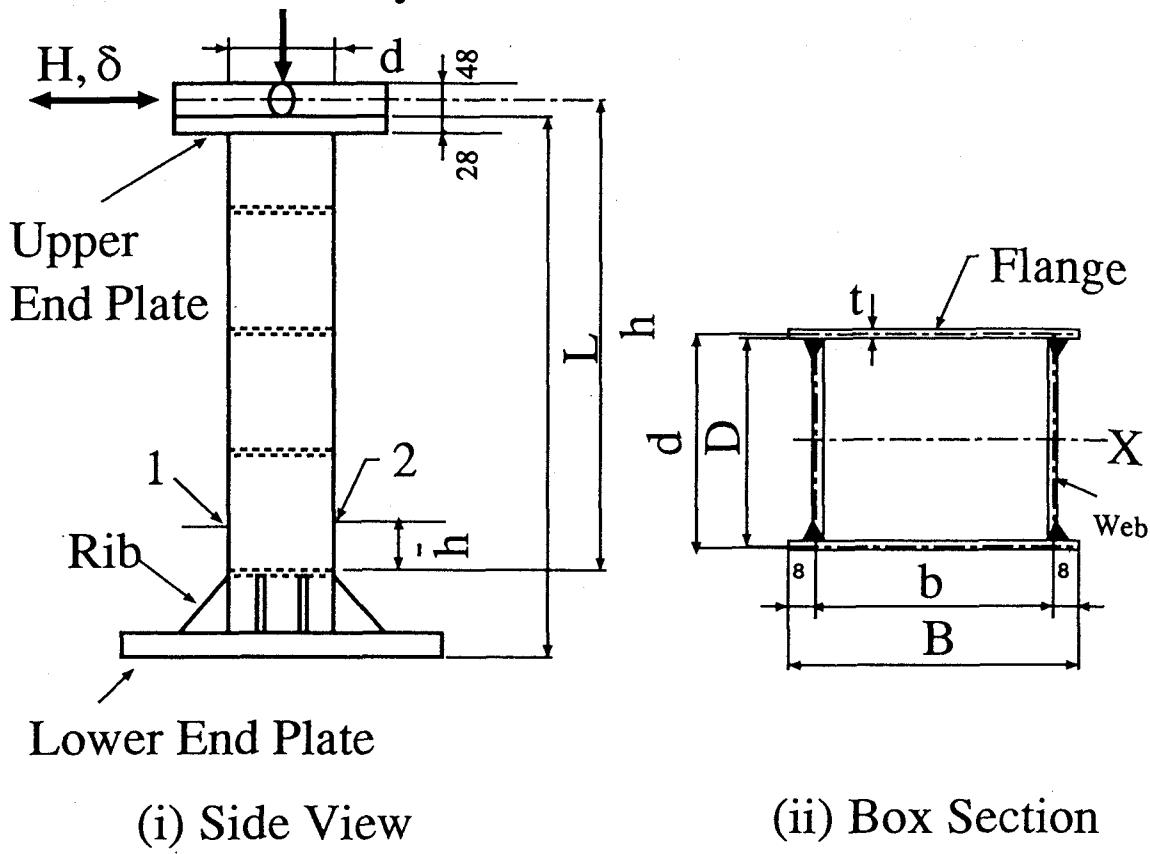


Fig.10.11 Test Specimen UU11

### 10.5.3 エネルギー吸収能

各モデルによる予測曲線から計算した吸収エネルギー量の比較を Fig.10.14 に示す。縦軸には無次元化蓄積吸収エネルギー量  $\bar{E}$  を、横軸には半サイクル数  $n$  を示す。ここで、無次元化蓄積吸収エネルギー量は次式で定義される。

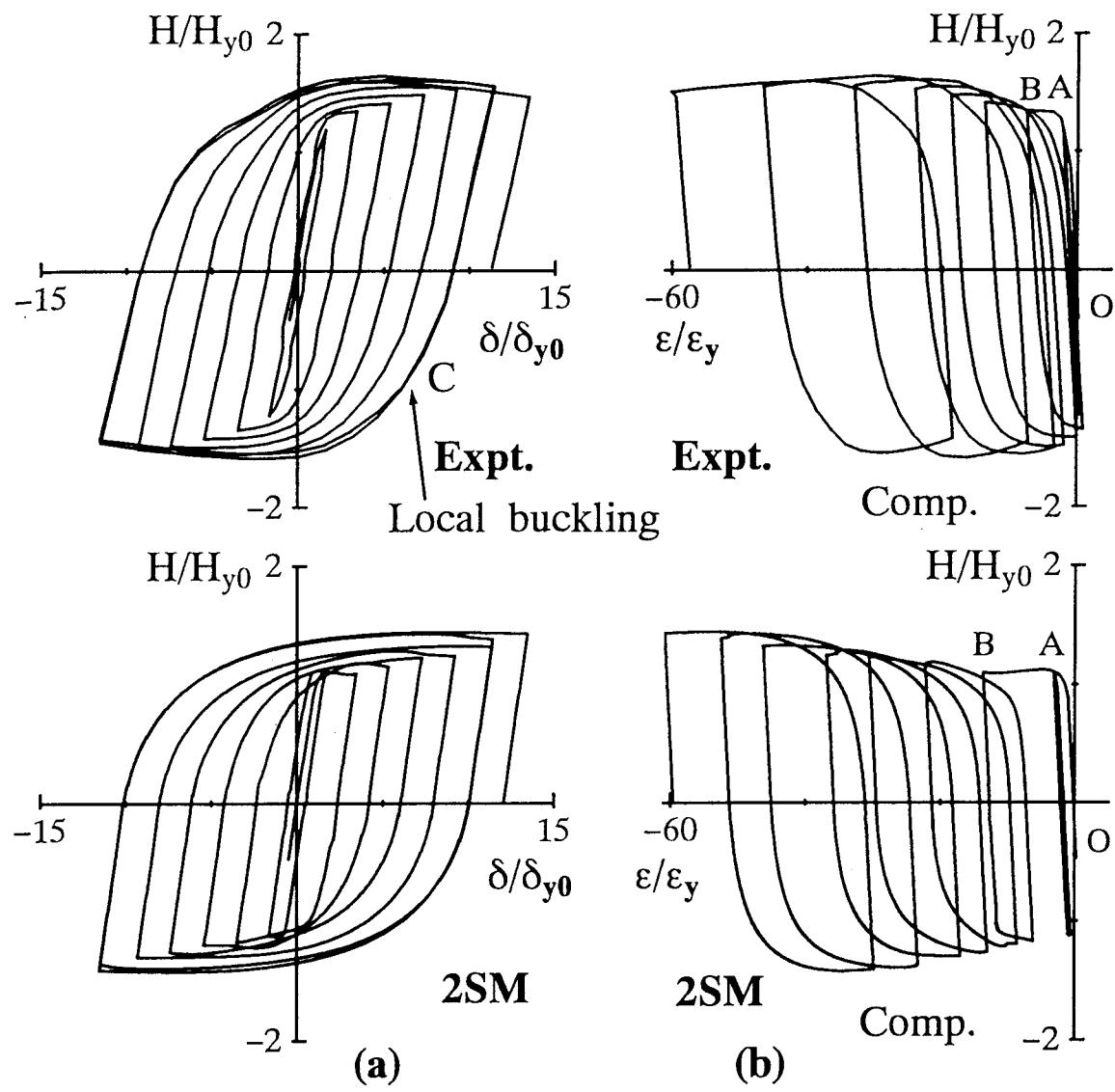
$$\bar{E} = \frac{1}{E_{y0}} \sum_{i=1}^n E_i \quad (10.2)$$

$$E_{y0} = \frac{1}{2} H_{y0} \delta_{y0} \quad (10.3)$$

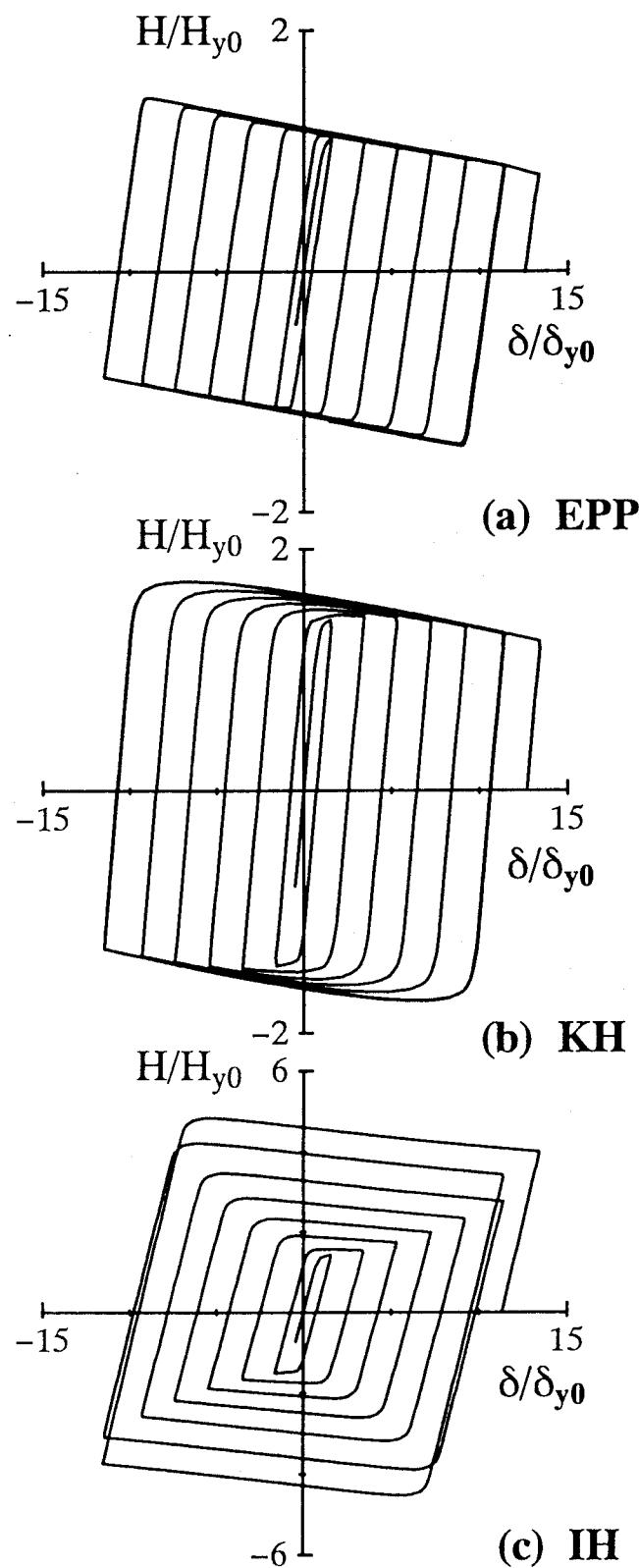
図より理解されるように、等方硬化モデル (IH) および移動硬化モデル (KH) は吸収エネルギー量を過大評価する。一方、修正二曲面モデル (2SM) は実験結果と比較して、かなり良い一致を示す。図中には示していないが、完全弾塑性モデル (EPP) による吸収エネルギーの予測結果は修正二曲面モデルと同様、実験結果に近い結果を示すことが分かった。しかし、Fig.10.13 より分かるように、完全弾塑性モデル (EPP) による繰り返し挙動は非現実的なものであることを再度明記しておきたい。

## 10.6 まとめ

名古屋大学構造力学研究で開発した修正二曲面モデルを、汎用有限要素プログラム FEAP に材料サブルーチンとして取り込むことにより、繰り返し荷重を受けるはり一柱、板、および鋼製橋脚の弾塑性有限変位解析を行った。修正二曲面モデルおよび他の構成モデルを用いた有限変位解析結果と実験結果とを比較する



**Fig.10.12** Comparison between Two-surface Model and Experiment: (a) Normalized Lateral Load - Lateral Displacement; (b) Normalized Lateral Load - Axial Strain



**Fig.10.13** Comparison between Analytical Results by Other Models and Experiment:  
Normalized Lateral Load - Lateral Displacement

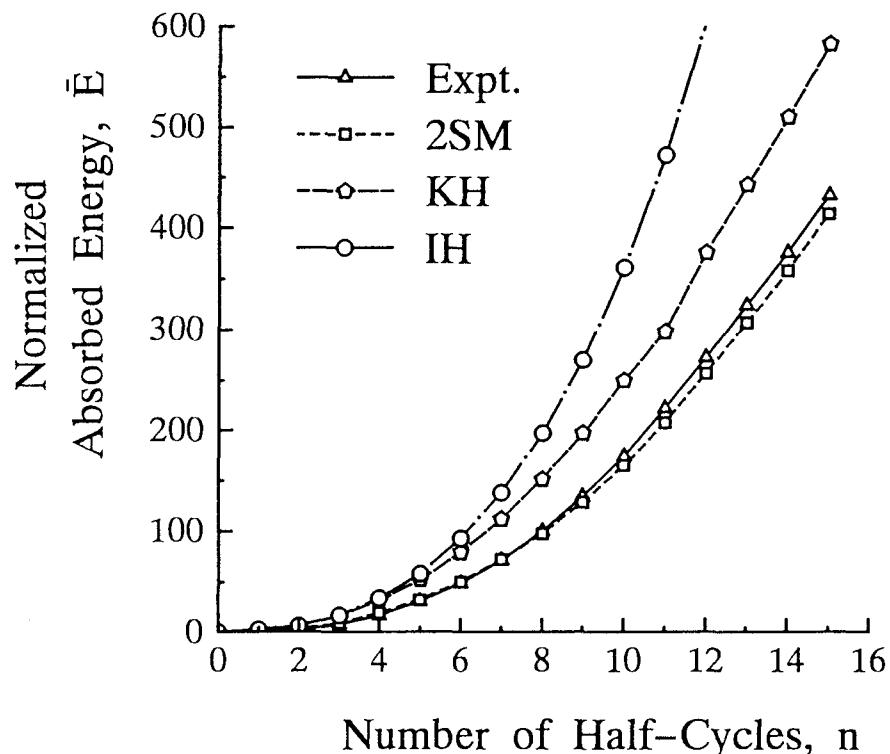


Fig.10.14 Comparison between Analytical Results and Experiment

ことにより、繰り返し荷重を受ける鋼構造物の有限変位解析に修正二曲面モデルを応用する場合の有効性について検討した。本研究より得られた結果をまとめると、以下のようなになる。

- 1) 一軸応力状態の修正二曲面モデルを有限要素プログラム FEAP に取り入れて、境界条件の異なるはり一柱の解析を行い、他のバイリニア型の構成モデル（完全弾塑性モデル (EPP)、等方硬化モデル (IH) および移動硬化モデル (KH)）による結果と比較した。その結果、修正二曲面モデルが実験結果に極めて近い挙動を再現できることを確認した。
- 2) 平面応力状態の修正二曲面モデルを有限要素プログラム FEAP に取り入れて、残留応力および初期たわみを考慮した板の解析を行った。さらに、繰り返し水平力を受ける鋼製橋脚の有限要素解析を行った。その結果、修正二曲面モデルによる変形挙動および吸収エネルギーの解析が他のモデルによる解析結果と比較して一番精度の良い結果を与えることを確認した。
- 3) 繰り返し荷重を受ける鋼構造物の変形挙動を検討するに際し、修正二曲面モデルを用いた有限要素解析は、従来の構成モデルなどによる解析と比較してより重要な情報を提供することが分かった。

## 参考文献

- [1] Mróz, Z.: On the Description of Anisotropic Work Hardening, J. Mech. Phys. Solids, Vol.15, pp.163-175, 1967.
- [2] Iwan, W.D. : On a Class of Model for the Yielding Behavior of Continuous and Composite System, Trans., ASME, J. Appl. Mech., pp.612-617, Sept., 1967.
- [3] Dafalias, Y.F. and Popov, E.P. : A Model of Nonlinear Hardening Materials for Complex Loading, Acta Mech., pp.173-192, 1975.

- [4] 田中良二, 水野英二, 沈赤, 宇佐美勉 : 降伏棚を有する鋼材の繰り返し弾塑性モデル – 二曲面塑性モデルの開発 –, 構造工学論文集, vol.37A, pp.1-14, 1991年3月
- [5] Shen, C., Tanaka, Y., Mizuno, E. and Usami, T. : A Two-Surface Model for Steels with Yield Plateau, Structural Eng. / Earthquake Eng., Proc. of JSCE, Vol.8, No.4 11(179s)-20(188s), Jan., 1992.
- [6] Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : Further Study on Two-Surface Model for Structural Steels under Uniaxial Cyclic Loading, Structural Eng. / Earthquake Eng., Proc. of JSCE, Vol.9, No.4, 59-62, Jan., 1993.
- [7] Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : A Generalized Two-Surface Model for Structural Steel under Cyclic Loading, Structural Eng. / Earthquake Eng., Proc. of JSCE, Vol.10, No.2, 23(59s)-33(69s), July, 1993.
- [8] 水野英二, 沈赤, 宇佐美勉 : 鋼部材の繰り返しへじり実験と二曲面モデルによる数値シミュレーション, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.221-234, 1993年3月.
- [9] 水野英二, 沈赤, 宇佐美勉 : 鋼素材に対する修正二曲面モデルの一般定式化, 構造工学論文集, vol.40A, pp.235-248, 1994年3月
- [10] Mamaghani, I. H. P., Shen, C., Mizuno, E., Usami, T. : Cyclic Behavior of Structural Steels. I: Experiments. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.121, No.11, 1158-1164. 1995a.
- [11] Shen, C., Mamaghani, I. H. P., Mizuno, E. and Usami, T. : Cyclic Behavior of Structural Steels. II: Theory. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.121, No.11, 1165-1172. 1995b.
- [12] Mamaghani, I. H. P. : Cyclic Elastoplastic Behavior of Steel Structures : Theory and Experiments. *A Doctoral Dissertation submitted to the Faculty of the Civil Engineering Department, Nagoya University, Nagoya*, March, 1996.
- [13] O.C.Zienkiewicz : The Finite Element Method Third edition, McGRAW-HILL, 1977.
- [14] Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc.:ABAQUS Example User's Manual version 5.4 Vol.1 - Vol.2, 1995.
- [15] 日本マーク社編 : 非線形構造解析 FEM プログラム MARC K-4 Volume A 編～E 編, 1992.
- [16] Mamaghani.I.H.P , Mizuno, E. and Usami, T. : Inelastic Large Deflection Analysis of Steel Members under Cyclic Loading, Engineering Structures, United Kingdom, 1995.
- [17] Wakabayashi, M., Nonaka, T., Koshiro, O., and Yamamoto, N. : An Experiment on the Behavior of a Steel Bar under Repeated Axial Loading. Disaster Prevention Research Institute Annuals, Kyoto University, Kyoto, Japan. 14A: 371-381, (in Japanese). 1971.
- [18] Sherman, D. R. : Post Local Buckling Behaviour of Tubular Strut Type Beam-Columns: An Experimental Study. Report to Shell Oil Company, University of Wisconsin-Milwaukee. 1980.
- [19] 坂野 茂, 宇佐美勉, 水野英二 : 修正二曲面モデルによる板要素の繰り返し圧縮・引張弾塑性有限変位解析, 土木学会論文集 No.525/I-33, 1-15, 1995.
- [20] 加藤正宏 : 離散キルヒホッフ要素による板・殻構造物の弾塑性有限変位解析, 名古屋大学工学研究科, 土木工学科専攻, 修士論文, 1989.
- [21] Mamaghani.I.H.P, Usami, T., and Mizuno, E. : Cyclic Elasto-Plastic Large Displacement Analysis of Steel Compression Members, Jurnal of Structural Engineering Vol.42A, 135-145, March 1996.
- [22] Usami, T., Itoh, Y., Mizutani, S., and Aoki, T. : Experimental Study on the Ductility of Steel Bridge Piers under Cyclic Loading. Research Report, Dept. of Civil Engineering, Nagoya University, 1991.