

第12章 アーチ

12.1 概 説

外力荷重に対して、主として軸圧縮力で抵抗することを意図した平面曲線構造（部材）を、一般にアーチと呼ぶ。アーチの不安定現象を、荷重-たわみ曲線の形で模式的に表すと、図12.1（面内問題）及び図12.2（面外問題）のようになる。両図において、（イ）（ロ）（ハ）の各場合の荷重の大小関係は、荷重条件や構造諸元により変る。また、荷重は、軸方向分布荷重が一般的であるが、図が複雑になるので単一集中荷重で模式的に表わしている。

軸線及び荷重が平面内にあって、かつ軸線の側面形状及び荷重がアーチクラウンの左右で対称なアーチにおいて

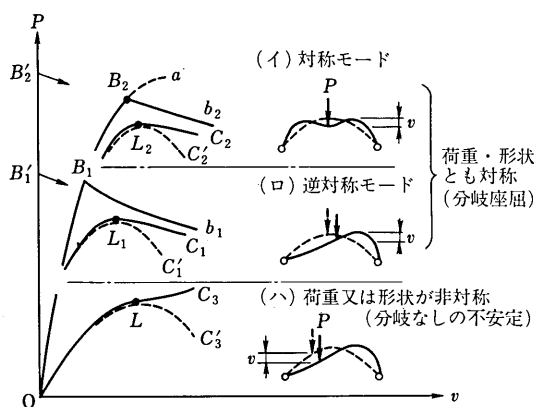


図12.1 アーチ面内不安定における荷重-面内たわみ関係

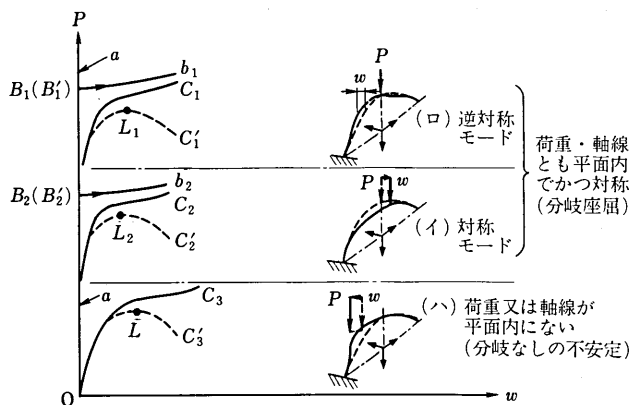


図12.2 アーチ面外不安定における荷重-面外たわみ関係

では、荷重が増加し軸圧縮力が限界に達するとつり合い状態は、荷重に従属な直接変形様式（曲線 a）から座屈変形様式（曲線 b_1 , b_2 ）に分岐する。この座屈変形がアーチの平面内で生じる場合とアーチの平面外へ曲げとねじりを連成して生じる場合があり、前者を面内座屈（図 12.1）、後者を面外座屈（図 12.2）という。

また、座屈変形は、クラウンに関して対称な場合（曲線 b_2 ）と逆対称の場合（曲線 b_1 ）があり、そのどちらがより小さな荷重で生じるかは構造形式に依存する。支間の途中で拘束のない 2-ヒンジアーチや固定アーチにおいては、面内では逆対称モードの座屈がより小さな荷重で生じ、面外では対称モードの座屈がより小さな荷重で生じるので、このふたつの座屈が実用上の関心事となる。

面内問題でアーチ軸線の形状または荷重がアーチクラウンの左右で非対称である場合（曲線 c_3 ）、あるいは対称なアーチでも非対称形の初期不整がある場合（曲線 c_1 , c_2 ）は、明確なつり合いの分岐が生じないまま変形が進行し崩壊に至る。これを屈服という。

また、支間-ライズ比が 0.1 以下であるような偏平なアーチが対称荷重を受ける場合、上に凸な形状で抵抗できる限界荷重を過ぎると下に凸な安定な形状へ急激に（動的に）変形する。この現象を特に飛移（snap-through）と呼び座屈と異なった不安定現象として扱われる（荷重-たわみ図の形としてはやはり図 12.1（イ）で表わされる）。

以上の不安定現象は、細長比の比較的大きい鋼アーチでは弾性域で生じ（図中、実線で表わした各曲線）、細長比の小さい鋼アーチでは非弾性域で生じる（図中、破線で表した各曲線）。

アーチの弾性座屈の研究については、本格的には 1930 年代に始まり、以後多くの人々により境界条件（アーチの形式）、アーチの軸線形状、荷重条件、軸方向の断面変化等が種々異なる場合について、定式化がなされ限界荷重が求められてきた。これらは主に座屈前の変形を無視した固有値解として、限界荷重（分岐点 B'_1 , B'_2 の荷重）を求めたり、座屈前の変位を考慮した固有値解析として限界荷重 B_1 , B_2 を求めて、最大荷重 L_1 , L_2 の近似値とするものである（ただし図 12.1 の B_1 , B_2 , B'_1 , B'_2 における分岐曲線の勾配は、支間-ライズ比が大きければ上向きに、通常のアーチ橋に用いられる支間-ライズ比では下向きになる）。1970 年頃までのこれらの研究成果は、文献 12.1）、12.2）に簡潔にまとめられているので、本章では弾性座屈については多くは触れない。

一方、1950 年代より 1970 年にかけては塑性ヒンジ理論をアーチにも適用して、塑性崩壊荷重を求める試みがなされた^{12.3)~12.8)}。これらは、アーチが座屈のような不安定現象を生じないように補剛されたり拘束された場合で、かつ集中荷重など曲げが支配的な荷重条件下における終局強度を求めるのに有効である。

土木・建築等で用いられる寸法諸元の実構造物の多くは非弾性域で不安定現象が生じて強度を失うと考えて良く、精度良く解析するためには、変位を有限と考えかつ塑性域の広がりやを考慮して強度を求める必要がある。そのような研究が可能になったのは、1970 年頃からで、電子計算機の発達に伴う汎用解法の確立が大きな力となった。

本章では、1970 年以降に行われたアーチの座屈・耐荷力に関する研究を中心にアーチの面内座屈と面外座屈及び面外力を受けるアーチの耐荷力について解説する。構造や荷重形式は一般的なアーチ橋梁を念頭に置いたものとし、二本のアーチリブが平行でないテーパのついたアーチの座屈^{12.9)}や、飛移現象が問題になるようなライズ-支間比が 0.1 以下の偏平なアーチ^{12.10), 12.11), 12.12)}は取扱わないことにする。そのような場合については、文献 12.1) または 12.2) に紹介されているので参照されたい。リングの座屈については、弾性範囲の限られた研究しかないが最後に一節を設けて解説した。

12.2 面内座屈強度と耐荷力

12.2.1 弾性分岐座屈

作用荷重の連力線がアーチの軸線に一致している場合は、等断面アーチは近似的に軸圧縮力のみが生じている状態にあるので、座屈前にわずかな変位しか生じない。したがって、座屈前の変位を無視した固有値解析により、座屈荷重を求めることができる。求心等分布荷重を受ける円弧アーチ、支間方向単位長さ当りに等分布する荷重を受ける放物線アーチ、軸線単位長さ当りに等分布する荷重を受ける懸垂線（カタナリー）アーチ等がこの場合に相当する。Austin^{12.13)}は、Timoshenkoの著書^{12.14)}を参考にして、上記3種の純圧縮を受けるアーチについて、固定、2ヒンジ、3ヒンジのそれぞれの場合の座屈係数と有効長さ係数を与えている。すなわち、図12.3に示す記号を用いて、アーチの支間の1/4点の限界軸力 $N_{q,cr}$ 及び、限界水平反力 H_{cr} は次式で表わされる。

$$N_{q,cr} = \alpha_N EI / (0.5 S)^2 = \pi^2 EI / (0.5 k_N S)^2 \quad (12.1)$$

$$H_{cr} = \alpha_H EI / L^2 = \pi^2 EI / \gamma (k_H L)^2 \quad (12.2)$$

ここに、 α_N, α_H ：座屈係数， k_N, k_H ：有効長さ係数，

S, L ：アーチの軸線長及び支間長，

EI ：面内曲げ剛性，

$\gamma = \sqrt{1 + 4(f/L)^2}$ である。

ここで、限界水平反力 H_{cr} を用いずに、支間の1/4の軸力 $N_{q,cr}$ で表わした式(12.1)を用いると、純圧縮力を受けるアーチの座屈強度特性に関し、次の

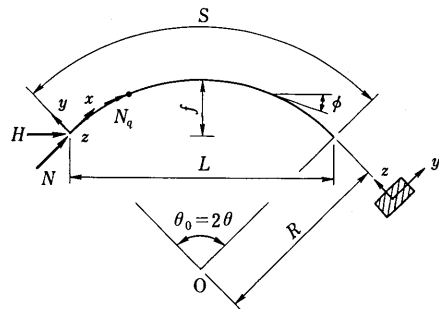


図12.3 座標系と記号

事項が明らかになる^{12.13)}。i) 固定アーチ、2ヒンジアーチ及び高いライズ-支間比 f/L の3ヒンジアーチの最小座屈荷重に対応する座屈モードは、クラウンの水平横移動を伴う逆対称形であり、低いライズ-支間比の3ヒンジアーチのみ対称形になる場合がある。ii) 境界条件が同じならば、アーチ軸線の形状にかかわらず有効座屈長係数 k_N はほぼ等しく（あるいは、アーチの軸線形状が $N_{q,cr}$ に及ぼす影響は小さく）、アーチの形式（境界条件）とライズ-支間比のみの関数と考えてよい。iii) これらの有効座屈長係数は、アーチ軸線長の半分（支点からクラウンまで）の長さを持ちクラウンにヒンジを有する直柱と考えた場合に対する有効座屈長係数にほぼ一致する。すなわち、固定アーチの場合、 $k_N = 0.68 \sim 0.78$ となって、固定-ヒンジ柱の有効座屈長係数0.7に対応し、2ヒンジアーチの場合、 $k_N = 1.0 \sim 1.15$ となり、両端ヒンジ柱の1.0によく対応する。ドイツの示方書 DIN では、アーチと柱のこの類似性に着目して、軸線長の半分 $S/2$ に対する有効座屈長係数を与え、弾性座屈、非弾性座屈を通じて、直柱と同じ設計式、許容応力度を用いることにしている。わが国の道路橋示方書においても、昭和55年^{12.15)}までは、この考え方をそのまま採用していた。

任意に断面変化するアーチの弾性座屈荷重の近似値は、それと等価な等断面アーチに置換して求めることができる。等価な等断面を求める方法として、次の二つの方法が考えられる。i) 変断面アーチの軸線長の半分（支点からクラウンまで）を直線に展開して得られる単純ばりの支点中央に集中荷重を載せ、たわみを計算した後、同じ条件下でそのたわみと同じたわみを生じる等断面単純ばりを求める。ii) 変断面アーチの半分（支点からクラウンまで）を直線に展開して得られる柱の座屈荷重を求め、それと等しい座屈荷重を持つ等断面柱を求める。この時の境界条件は、前述iii)の対応により、固定アーチは固定-ヒンジ柱とし、2ヒンジアーチは両端ヒンジ

柱等とする。Austin は、 $I=I_c \sec \phi$ と $I=I_c \sec^3 \phi$ の放物線アーチ ($f/L=0.4$) のそれぞれについて、上記の二つの方法による近似値が共に、理論値とよく一致することを示した。

以上述べた場合のようにアーチが純圧縮状態にあるのはむしろ特別の場合であり、実際に受けている荷重下では圧縮と曲げの両方が生じている。代表的な場合として、等分布する鉛直荷重を受ける円弧アーチに関する Austin と Ross の研究^{12,16)}とクラウンに集中荷重を受ける円弧アーチに関する Klöppel と Protte の研究^{12,17)}及び Dadeppo と Schmidt の研究^{12,18)}等があげられる。これらの研究の結果、対称荷重を受ける対称アーチの弾性座屈荷重は、細長比が大きいほど曲げ変形の影響を受け易いが、細長比が小さい領域（たとえば 200 以下）では、座屈前の変形を無視し、純圧縮を受けるアーチの弾性座屈荷重で近似できることが明らかになっている。

12.2.2 鋼アーチの面内耐力

(1) 鉛直等分布荷重を受ける放物線アーチ

図 12.4 に示すような荷重を受ける放物線アーチの限界水平反力は、限界時の等分布荷重強度を w_{cr} とすれば弾性一次理論の式

$$H_{cr} = w_{cr} L^2 (1 + 0.5 p/w) / 8 f \quad (12.3)$$

で表わされる^{12,19), 12,20), 12,21)}。これをアーチの平均断面積で除したものを限界応力 σ_{cr} とし、降伏応力度 σ_Y で無次元化すると

$$\sigma_{cr} / \sigma_Y = w_{cr} L^2 (1 + 0.5 p/w) / 8 f A \sigma_Y \quad (12.4)$$

となる。ここで等分布荷重が満載する場合は $p=0$ となる。図 12.5 は、正方形箱形断面からなる放物線アーチ

に等分布荷重が満載する場合 ($p=0$) の座屈強度を σ_{cr} / σ_Y を縦軸に細長比 $L/r = L\sqrt{A/I_a}$ を横軸にとって示したものである。図中の曲線に付した記号は、それぞれの曲線が次の意味を持つことを表す。

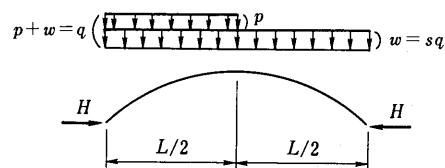


図 12.4 偏載荷重

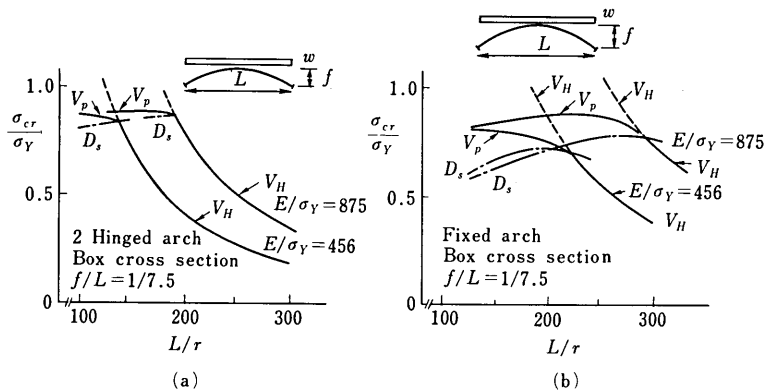


図 12.5 鉛直等分布荷重を受けるアーチの座屈曲線

V_H : 弾性分岐座屈として求められる座屈応力（前出式 (12.2) に対応）

V_P : 弾塑性分岐座屈として求められる座屈応力

D_S : 断面に生じる最大縁応力度が降伏応力度に達する時の限界応力

図中のこれらの曲線は、中心圧縮柱の座屈曲線に相当するもので細長比が小さくなると共に限界応力が増加す

ることが分る。図において V_H の曲線と D_s の曲線との交点に相当する細長比 L/r より小さいアーチでは、弾性座屈解は、耐荷力の基準とはならないことが分る。鋼アーチ橋に限定すれば、実橋のアーチの細長比は 200 以下である場合が多いことを考えると、弾塑性の取り扱いの必要性が認められる。また、2 ヒンジアーチでは、 V_p 曲線と D_s 曲線の差が小さいことから分るように、支間の 1/4 点と 3/4 点で降伏がほとんど同時に起り、座屈が起きるのに対して、固定アーチでは、固定点に降伏が生じてから座屈が生じるまでの荷重増が期待できることも理解できる。

(2) 初期不整と限界応力

図 12.6 に逆対称座屈変位に相当する正弦波形の初期たわみを有し等分布荷重を受ける放物線アーチ（箱形断面）の限界応力が示されている^{12,20)}。初期たわみの影響は直柱の場合と同様に弾性座屈と非弾性座屈の境界付近の細長比で最も大きく、初期たわみの最大値 e が支間の 1/2 000 の時に、初期たわみの無い場合に比べて 20 % 程度強度が低下している。

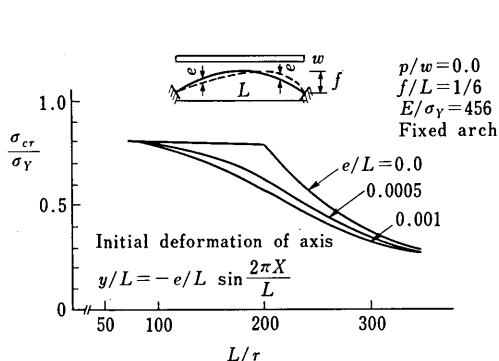


図 12.6 初期変形がアーチの耐荷力に及ぼす影響

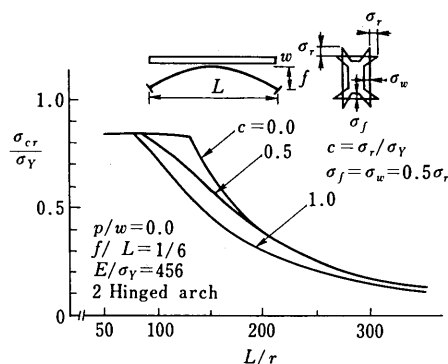


図 12.7 残留応力がアーチの耐荷力に及ぼす影響

図 12.7 は、箱形断面に台形分布した残留応力の限界応力に及ぼす影響を示したものである^{12,20)}。図より、初期たわみ同様、弾性座屈と非弾性座屈の境界付近となる細長比の時に、30 % 程度の強度低下があることが分る。

実際のアーチ橋等では、残留応力と初期たわみがともに存在するが、圧縮残留応力が $0.4 \sigma_Y$ を越えたり、 e/L が 1/1 000 を越えたりすることはまれであるので、強度の低下は高々 20～30 % と考えてよい。

(3) 非対称荷重を受ける放物線アーチの耐荷力

放物線アーチの最小座屈荷重に対する変形モードは、先に述べたようにクラウン部に節ができ、半支間が上方に他の支間が下方に変形する逆対称形である。そこでこの逆対称変形を増進させるように、非対称に荷重を載せると、アーチは弾性域でも最大荷重に達し耐荷力を失う。さらに降伏による剛性の低下が加わると急速に耐荷力の低下が起る。図 12.8 は、終局状態の塑性域の分布の一例を示している^{12,20)}。

図 12.9 は、荷重強度と支間 1/4 点の鉛直変位 v の関係を示したものである^{12,22)}。図の縦軸は、分布荷重強度 $(p + w)$ を弾性一次解析で支点に降伏軸力を生じる分布荷重強度 w_Y で無次元化したもので示している。アーチが弾性を保っている時は、Deutch が指摘した通り荷重の偏載の程度 p/w にかかわらず分布荷重の最大荷重強度 $(p + w)_{\max}$ には大きな差はない。すなわち、載荷し得る全荷重で考えると半載分布荷重の時は、全載分布荷重の約半分の耐荷力となる^{12,23)}。しかし、Deutch の実験的研究は弾性範囲のものであり、材料の降伏が生じる実構造

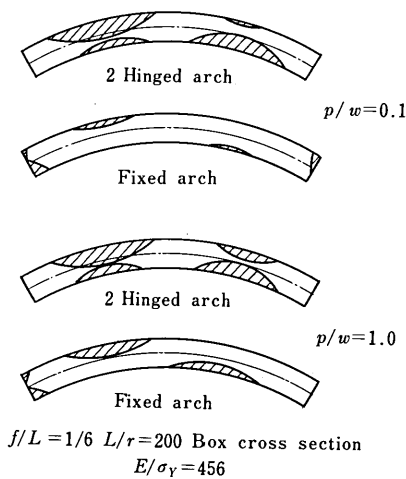


図 12.8 部分分布荷重半載時の非弾性域の分布状態 (終局状態)

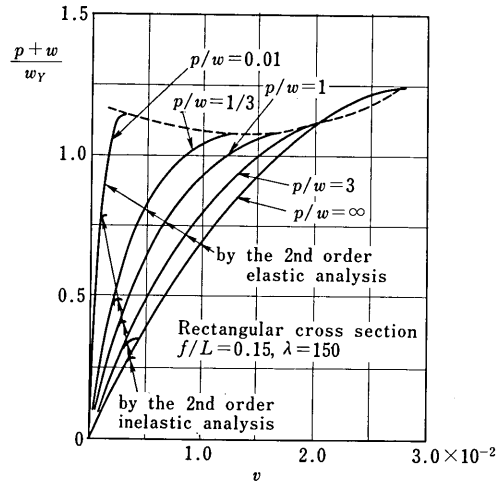


図 12.9 偏載荷重を受けるアーチの荷重-たわみ曲線

物の細長比では、断面に早期降伏が生じ、さらに耐荷力は低下する (図 12.8, 12.9)。

図 12.10 は、H 形断面や箱形断面のウェブを無視してモデル化したサンドイッチ断面を有する 2 ヒンジ放物線アーチの耐荷力を、 p/w をパラメータとして示したものである^{12, 22)}。図の横軸の細長比はアーチ軸線長 S に対して定義している。アーチの耐荷力は、細長比及び p/w が大きくなると低下することがわかる。 f/L と耐荷力は、 p/w が 1 より大きくなると f/L の増大と共に耐荷力は低下し、 p/w が 1 より小さくなると f/L の増大と共に耐荷力は増大する関係にある^{12, 22)}。

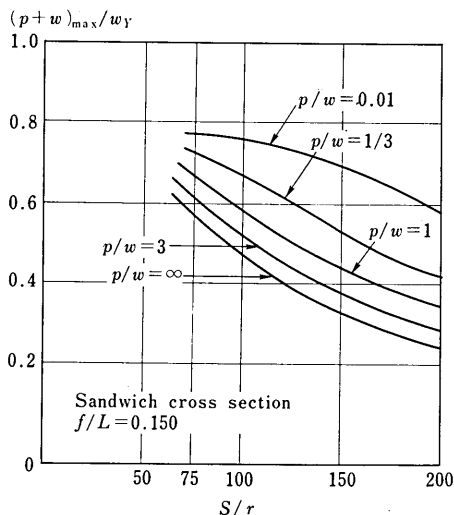


図 12.10 偏載荷重を受けるアーチの耐荷力

p/w が大きくなると、荷重により生じるたわみの影響のほうがより大きくなり、元たわみの影響は小さくなる^{12, 20)}。また、残留応力の影響による強度低下は 9 % 程度のものであり、しかも圧縮残留応力の最大値が $0.4 \sigma_Y$ より大きくなっても耐荷力の低下はわずかであること等が明らかになっている^{12, 24)}。さらに、細長比 (L/r) 及

び荷重比 (p/w) が大きいほど終局時のたわみが大きいこと、固定アーチは2-ヒンジアーチに比べて小さい変位の時に終局状態に達すること、また、補剛桁のないアーチリブのみの場合、ひずみ硬化の影響はほとんどないことも明らかになっている^{12, 22)}。固定アーチについても、支点近くの断面変化の大きさや断面変化させる長さや強度の関係および塑性ヒンジの形成過程も大略明らかになっている^{12, 20), 12, 21), 12, 25)}。

(4) 補剛桁を有するアーチの耐荷力

補剛桁を有するアーチの耐荷力はアーチリブの水平反力を補剛桁に取りさせる構造かどうかで性質を大きく異にする。タイドアーチや下路式ランガー桁、下路式ローゼ桁のような自旋式アーチリブでは、タイまたは桁に生じる引張力が持つ復元力がアーチの座屈しようとする力と常に釣り合うため弾性座屈荷重は非常に大きくなる^{12, 11)}。このような形式のアーチでは座屈は大きな問題にはならない。補剛桁に軸力が生じずアーチリブと共同して曲げに抵抗する上路式のアーチ橋、ランガー桁橋、ローゼ桁橋等の場合については、座屈に対する抵抗はアーチと補剛桁の曲げ剛性の和に関係するので、逆対称モードの弾性座屈に対する限界水平反力 H_{cr} は、次式またはこれと類似の形で与えられる^{12, 26), 12, 27), 12, 28)}。

$$H_{cr} = \alpha_c (EI_a + EI_\theta) / L^2 \quad (12.5)$$

実構造物ではアーチ単体以上に面内曲げ剛性が大きいので当然弾塑性状態で耐荷力を失う。図12.11は、補剛桁をアーチクラウンの高さに有する2-ヒンジ放物線アーチの耐荷力曲線である^{12, 26)}。図中、横軸 $\bar{\lambda}_T$ は $(1/\pi) \sqrt{\sigma_Y/E} (L/\sqrt{(I_a + I_\theta)/A_a})$ を、 $\bar{\lambda}_A$ は $(1/\pi) \sqrt{\sigma_Y/E} (L/\sqrt{I_a/A_a})$ を表す。この図より細長比を $\bar{\lambda}_T$ で表せば、2-ヒンジ放物線アーチ単体の耐荷力曲線とほとんど一致することが分る。このことは、荷重の偏載比 p/w が変化しても言える。図において細長比が小さい範囲では補剛アーチの耐荷力曲線は水平に近くなっているが、これはアーチリブが格間で座屈したことによる。図12.12は最大荷重に近い状態での補剛桁及びアーチリブの曲げモーメント図である^{12, 26)}。ここで、 $M_{Y\theta}$ 、 M_{Ya} は、それぞれの補剛桁及びアーチリブの降伏曲げモーメントである。アーチリブは放物線の軸線に合せて連続的に湾曲させて作られているため、この影響をうけ格間の元たわみによる曲げモーメントが局部的に生じ、格間での座屈が生じ易くなる。このことについては後に述べる。

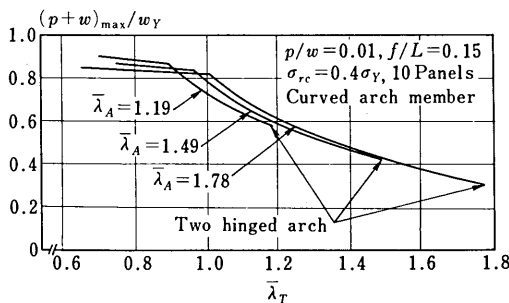


図 12.11 補剛桁を有するアーチの耐荷力

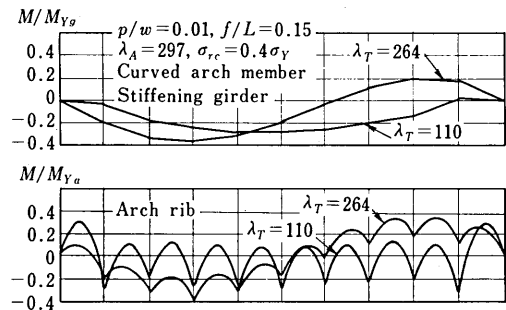


図 12.12 補剛桁を有するアーチの曲げモーメント図

12.2.3 面内終局強度の評価法

(1) 概 説

これまでの研究の結果、アーチの面内強度は主にその細長比、ライズ-支間比及び荷重分布形状をパラメーターとして表現されるといえる。細長比は、アーチ全軸線長と断面2次半径との比、支間長との比、あるいは、それらの半分の長さとの比を取ることににより表現することができる。

アーチは、全載荷重に対し非対称に半載荷された荷重が大きくなるにしたがい、支間の1/4点付近の断面に生じる応力が大きくなり、その断面に降伏が起こり全体として崩壊に至るので、一般に支間の半分に分布荷重等が作用する場合が検討すべき主たる荷重条件となる。一方、軸圧縮力が最大となるのは、対称に近い全載荷重の場合で、端部の格間の部材座屈等には、この荷重条件が問題となることにも配慮する必要がある。集中荷重（幅員方向線荷重）が強度に及ぼす影響に関する研究は少ないが、支間が長くなるほど分布死荷重の影響が大きく、集中荷重の影響は小さくなると考えられる^{12, 26), 12, 29)}。影響が大きいと考えられる場合は、分布荷重におきかえて強度に及ぼす影響を近似的に評価できる^{12, 30)}。

さて、アーチリブ全体をひとつの部材と考えれば、曲げと軸力を受ける部材として、次式のような道路橋示方書の部材の強度照査式と同じ形式の強度評価式が考えられる。

$$(\sigma_c/\sigma_{ca}) + (\sigma_b/\sigma_{ba}) / \{1 - (\sigma_c/\sigma_E)\} < 1 \quad (12.6)$$

しかし、この形の式でアーチの強度評価を行うには $1/(1 - \sigma_c/\sigma_E)$ の形の曲げ応力の割増し係数が多様なアーチ構造に精度良く適用できないこと、アーチの場合は純曲げ状態が生じないので許容曲げ圧縮応力度（または、終局曲げ圧縮応力度）の合理的な定義が難しいこと等の問題がある。そこで先に述べた終局強度解析の結果を用いた、いくつかの強度評価法が提案されている。

(2) 代表断面の終局軸力のみを用いて照査する方法^{12, 27), 12, 31)}

有効座屈長の概念を拡張して、アーチの耐力力曲線を両端ヒンジの中心圧縮材の耐力力曲線に変換し、支間長の1/4点の断面の終局軸応力度を中心圧縮材の基準耐力力式から定める。ここで、支間長の半分に分布荷重が附加されている場合は、半載荷重強度 p と満載荷重強度 w の比 p/w によって終局軸応力度を低減する。照査式は以下の表現となる。

$$\left. \begin{aligned} N_q/A &< \sigma_a \\ \sigma_a &= \Phi \sigma_{u,0} / \nu \end{aligned} \right\} \quad (12.7)$$

ここに、

N_q : 設計荷重を載せた場合の一次理論によるアーチの1/4点の軸方向力

$$= \sqrt{1 + 4(f/L)^2} (1 + 0.5 p/w) w L^2 / 8 f$$

A : アーチ部材の総断面積のアーチの長さにわたる平均値

Φ : 半載荷重による耐力力の減少率

$$\Phi = 1 - [2.2(f/L) + 0.018 \sqrt{E/\sigma_Y} - 0.19 - 4K(L/r - 6K \sqrt{E/\sigma_Y})^2 \times 10^{-6}] \sqrt{p/w}$$

2-ヒンジアーチの時 $K=1.0$ 、固定アーチの時 $K=1.7$

ν : 安全率

$\sigma_{u,0}$: 直線中心圧縮材の耐力力算定式から求められる終局軸応力度

$$\bar{\lambda} \leq 1.0 \text{ の時 } \sigma_{u,0}/\sigma_Y = 1 - 0.136 \bar{\lambda} - 0.3 \bar{\lambda}^2$$

$$\bar{\lambda} > 1.0 \text{ の時 } \sigma_{u,0}/\sigma_Y = 1/(0.773 + \bar{\lambda}^2)$$

$$\bar{\lambda} = (1/\pi) \sqrt{\sigma_Y/E} (L_e/r) = (L/r) / \sqrt{\gamma \alpha E/\sigma_Y}$$

α : 弾性座屈係数

$$\gamma = \sqrt{1 + 4(f/L)^2}$$

r : アーチ部材の断面2次半径の長さにわたる平均値、軸力を生じない補剛桁を有する場合

$$\sqrt{(I_g + I_d)/A}$$

σ_Y : アーチ部材の降伏点応力度のアーチの長さにわたる平均値

アーチの場合、荷重の分布形状とその大きさを定めれば、アーチリブに働く軸力は弾性一次理論を用いて一義的に定まるので、この方法は軸力の形で照査しているが、終局荷重の照査にもなっている。この照査式は、種々のアーチに対してアーチの全長にわたって平均化した断面積と材料強度を有する仮定の部材からなる等断面アーチとして取り扱うことを意味しており、パラメータの範囲の制約はあるが、軸方向の断面変化や鋼種の変化のある2-ヒンジ放物線アーチ、固定放物線アーチ、さらに補剛桁を有するアーチの耐荷力に対しても、かなり良い精度の照査ができることが示されている。

(3) 軸力と曲げに対する許容値（断面力、応力度）で照査する方法

倉西は^{12,32)}、サンドウィッチ断面を持つ2-ヒンジ放物線アーチについて、定められたパラメータの範囲で終局強度解析を行い、得られた終局荷重に対して弾性一次解析により軸応力度 σ_n^{1st} と曲げ応力度 σ_m^{1st} を求め、曲げ応力度の最大値が生じる断面に対して、次式の形で許容応力度を与えている。

$$\sigma_n^{1st}/\sigma_a^{1st} + k\sigma_m^{1st}/\sigma_a^{1st} \leq \nu \quad (12.8)$$

ここに、

$$\sigma_a^{1st} = \{0.51 + 4(f/L) - 10(f/L)^2 - 0.1(\sigma_Y/2400) - 0.5 \times 10^{-5}(\sigma_Y/2400)\lambda^2\} \times \sigma_Y/\nu$$

$$k = 0.55 + (2400/\sigma_Y)/4$$

$$\lambda = S/\sqrt{I/A}$$

$$\sigma_Y = \text{kgf/cm}^2 \text{ で表した材料の降伏点応力度}$$

この式は、理想化した断面形について得られたものであるが、実際の断面形については安全側の値を与えるものと考えられる。この式をさらに発展させた形として、箱形断面を有する2-ヒンジ放物線アーチの1/4点断面に対して次式のような形の許容断面力式も提案されている^{12,29)}。

$$N_{\max}^{1st}/N_Y \geq n_{cr} \text{ の時}$$

$$a\{M_{\max}^{1st}/M_Y\}^2 + b\{M_{\max}^{1st}/M_Y\} + c\{N_{\max}^{1st}/N_Y\} = 1 \quad (12.9)_1$$

$$N_{\max}^{1st}/N_Y < n_{cr} \text{ の時}$$

$$a\{M_{\max}^{1st}/M_Y\} + \beta\{N_{\max}^{1st}/N_Y\} = 1 \quad (12.9)_2$$

これは、終局強度解析の結果として得られる終局荷重に対して、弾性一次解析により計算した支間1/4点の断面力 $M_{\max}^{1st}$ と $N_{\max}^{1st}$ の相関曲線を、1/4断面の軸力 $N_{\max}^{1st}$ が一定値 n_{cr} より大きい時は2次式で、小さい時は1次式で近似したものである。 n_{cr} , a , b , c , α , β は標準化細長比、ライズ-支間比により定まる定数であるが、詳細は原論文にゆずる。上式を応力度により表現することも可能であるが、その場合には終局強度解析で使用した標準断面と設計断面との間での換算を行う必要がある^{12,29)}。

これらの照査式は、荷重分布形状が与えられており、アーチリブがほぼ一定断面の場合には簡単に精度の良い終局強度を与える。しかし、1/4点以外の断面を合理的に決定できないこと、アーチの構造形状が多様であることを考えると、未だ十分な情報とは言えない。特に、固定アーチのスプリング付近、支間中央付近、補剛桁の断面の設計に問題を残している。

アーチの構造形状が多様であること、その崩壊が材料の降伏によって起こることを考えると縁応力の降伏を基準とした強度照査式も有用であろう。倉西は、サンドイッチ断面のアーチの弾性2次解析により求めた縁応力が降伏点に達する荷重により、終局荷重を精度良く評価できることを示している。さらに降伏点の90%をとれば2-ヒンジ放物線アーチの強度は、ほとんど安全側で評価できるとしている^{12,32)}。これを式で表わせば次式となる。

$$\sigma_c^{2nd} + \sigma_b^{2nd} \leq \sigma_Y = \nu\sigma_{ta} \text{ or } 0.9\sigma_Y \quad (12.10)$$

ここで、 σ_c^{2nd} , σ_b^{2nd} はそれぞれ弾性2次解析による軸および曲げ応力度、 ν は安全率、 σ_{ta} は鋼材の許容軸方向引

張強度（道示）である。さらに曲げと軸力を受ける部材の強度照査式とに対応させ、アーチに軸力のみが生じている状態での座屈強度とも整合性を持たせると次式の表現となる。

$$\sigma_c^{2nd}/\sigma_{c,cr} + \sigma_b^{2nd}/\sigma_{b,cr} \leq 1.0 \quad (12.11)$$

ここで、 $\sigma_{c,cr}$ 、 $\sigma_{b,cr}$ はアーチの軸圧縮および曲げ限界応力度（降伏応力度 σ_Y ）である。この表現を取ると式 (12.10) よりは第1項が大きくなるだけ安全側となる。

道路橋示方書では、アーチに最も不利になるように載荷された死荷重と衝撃も含めた活荷重との和の1.7倍の荷重に対して、弾性2次解析をして得られた応力が、アーチの如何なる断面でも許容軸方向引張応力度 σ_{ta} の1.7倍（＝降伏応力度）及び局部座屈の許容応力度 σ_{cal} の1.7倍を越えないことを定めている^{12,15)}。すなわち、

$$\sigma_c^{2nd} + \sigma_b^{2nd} \leq 1.7 \sigma_{ta} \text{ or } 1.7 \sigma_{cal} \quad (12.12)$$

12.2.4 断面決定法と終局強度

(1) アーチの非線形性

長大アーチ橋では、アーチリブの変形により幾何学的非線形性が現われて、変位や応力が微少変位理論による値よりも大きくなることは良く知られている。Hardesty や Beskin は、レインボウアーチ橋に関連した研究において、細長いアーチの曲げモーメントやたわみの近似値は、微少変位理論の計算値に、次式で定義される割増係数を乗じればよいという考え方を示した^{12,13)}。

$$N_E/(N_E - N) \quad (12.13)$$

ここに、 N は作用軸方向力で、 N_E はオイラーの限界軸方向力である。現行の道路橋示方書では、上式を水平反力の形で表現した式を用いて、変位の影響によるアーチ部材、補剛桁の応力度の増加が微少変位理論による応力度の10%を越えることがないような等分布死荷重強度を定め、それ以上の荷重を受ける場合は、有限変位理論を用いることを規定している。その後、前田・林^{12,28), 12,33), 12,34)}は、等断面の固定アーチまたは2-ヒンジアーチ及び桁に軸方向力が生じない各種の補剛アーチ（図12.13参照）について、有限変位理論を用いた膨大なパラメータ解析を行い、曲げモーメントとたわみに生じる非線形性状を明らかにした。その結果、微少変位理論を用いても良い限界値として、活荷重の影響も考慮した次式を提案している。（単位は ton, m）

$$\left. \begin{array}{l} \text{無補剛アーチに対して} \quad w/w_0 + p/w < 1 \\ \text{補剛桁に軸方向力が生じない補剛アーチ} \\ \quad 1.3 w/w_0 + p/w < 1 \end{array} \right\} \quad (12.14)$$

ここに、 w ：設計死荷重

p ：衝撃を含む設計等分布活荷重

w_0 ：基準荷重 $= \alpha (EI/L^3)(f/L)$

I ：片側アーチ部材の水平軸まわりの断面2次モーメントの平均値、補剛アーチの場合はアーチ部材と補剛桁の和 $I_a + I_g$ とする。

α ：それぞれの形式の面内弾性座屈係数（表12.1参照）

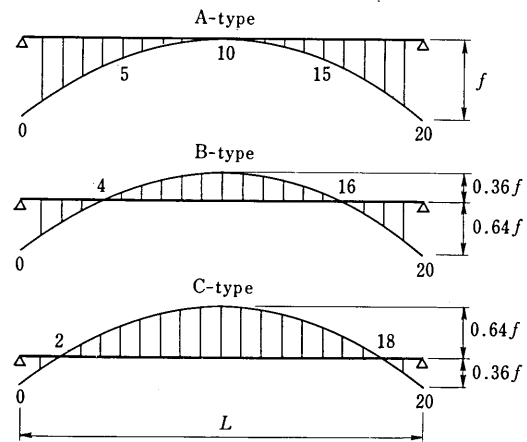


図 12.13 補剛アーチの構造形式

表 12.1 補剛アーチの座屈係数 α

a) 2 ヒンジ式アーチ

 $(A_s/A_g=1/1, \lambda=200)$

Type	I_s/I_g	f/L			
		0.1	0.15	0.2	0.3
H	1/0	36.4	32.9	28.9	20.7
A	3/1	36.5	33.2	29.3	21.5
	1/1	36.7	33.6	30.0	22.6
	1/3	36.9	34.0	30.6	23.6
B	3/1	36.5	33.3	29.4	21.7
	1/1	36.7	33.7	30.1	22.8
	1/3	36.9	34.1	30.7	23.8
C	1/3	36.7	33.5	29.8	22.0
	1/1	36.9	34.0	30.4	23.2
	1/3	37.1	34.4	31.1	24.2

b) 固定式アーチ

 $(A_s/A_g=1/1, \lambda=200)$

Type	I_s/I_g	f/L			
		0.1	0.15	0.2	0.3
F	1/0	76.1	70.9	64.4	50.0
A	3/1	73.9	68.6	62.2	48.2
	1/1	69.9	64.6	58.2	44.7
	1/3	61.7	56.4	50.4	38.1
B	3/1	74.2	69.0	62.6	48.5
	1/1	70.6	65.4	59.2	45.7
	1/3	62.8	57.7	51.7	39.4
C	3/1	75.2	70.8	65.2	52.2
	1/1	72.0	67.6	62.1	49.5
	1/3	64.4	60.0	54.5	42.5

式 (12.14) を満足しない場合、弾性有限変位解析によって部材の設計を行うことになるが、その時の $L/4$ 点近傍の曲げモーメントに対する精度の良い近似式として次式が与えられている^{12, 34)}。ただし、部材の軸方向力は微少変位理論で求めてよい。

$$M = M_0(1 + 0.01 \delta) \quad (12.15)$$

ここに、 M ：アーチの変形を考慮した部材の曲げモーメント (t・m)

M_0 ：微少変位理論によって求めた曲げモーメント (t・m)、死荷重、活荷重及び衝撃による曲げモーメントの和

δ ：割増し係数

2-ヒンジアーチ及び 2-ヒンジ補剛アーチの場合

$$\delta = \{10(p/w)(w/w_0) + 13\} \{ (w/w_0) - \{(\sqrt{w/w_0} - 0.4)/(p/w + 0.05)\} \cdot [(f/L)L\sqrt{A/I}/30 - 1.5]^2 + 1.25 \} \quad (12.16)_1$$

固定アーチおよび固定補剛アーチの場合

$$\delta = \{12(p/w)(w/w_0) + 11\} \{ (w/w_0) - [0.5(w/w_0)^2 + 0.2] / (p/w + 0.3) \} \cdot [(f/L)L\sqrt{A/I}/15 - 2] \{ (f/L)L\sqrt{A/I}/25 - 3 \} \quad (12.16)_2$$

ただし、上式が適用可能なのは、下記のパラメータの範囲である。

$$0.5 \leq w/w_0 \leq 2.0, 0.1 \leq p/w \leq 0.4, w/w_0 + p/w \leq 2.0$$

$$0.1 \leq f/L \leq 0.2, 150 \leq L\sqrt{A/I} \leq 300$$

(2) 断面決定法と部分及び全体の終局強度

先に述べたようにアーチリブ全体をひとつの曲線部材と考えれば、式 (12.8), (12.10), (12.11), (12.12) を用いて、所要の終局強度を持ったアーチの断面を決定することが理屈の上では可能であるが、現時点では、断面決定法としては十分な検討がされておらず、そのように設計された例はない。もしそのように断面決定した場合は、格点間の部分の部材の座屈強度について、別途照査する必要がある。この格点間の座屈は、軸力が支配的な荷重状態でかつアーチリブの細長比が大きいくほど、また支点に近い端部格間ほど生じ易い。倉西ら^{12,26)}はパラメータ解析の結果より、格点間の軸線が直線の場合は格間長を有する両端ヒンジ柱の基準強度で、曲線の場合はその 85% の強度で照査すればよいとしている。新家らも同様の研究を行い格間部材の強度照査式を提案している^{12,27)}。

現時点で考えられる断面設計法としては、全体構造解析で得られた断面力に対してアーチリブの格点間を軸力と曲げを受けるひとつの部材として式 (12.6) を満足するよう断面決定し、その後前出の諸式 (12.7)~(12.12) のいずれかで構造全体の終局強度を照査する方法が実用的である。現行の道路橋示方書は、この立場で書かれている。ここで注意すべきは、全体構造解析においては、荷重と応力との間の非線形性を考慮する必要があることと、式 (12.6) 中の許容圧縮応力度を定める際の有効座屈長のとり方である。前者については先の (1) 項で説明したが、後者については特に研究がない。道路橋示方書の解説では、格点間の長さを有効座屈長とするよう述べている。また、強度照査式としては諸式の内、代表断面で照査する式 (12.7) または (12.9) が簡便であるが、照査を満足しなかった場合は、代表断面 ($L/4$ 点) の変更だけではなく、他の照査式の意味する所を考えてアーチリブ全体について適切な設計変更をするのが望ましい。

12.3 面外座屈強度と耐荷力

12.3.1 単一アーチの座屈強度

(1) 弾性分岐座屈

面外座屈に関係する因子としては、先に面内座屈で考えた因子以外に、アーチ断面の面外曲げ剛性 EL_y と面外曲げに関する細長比、サンプナンのねじり剛性 GL_x 、曲げねじり剛性 EC_w があり、荷重についても、作用形態だけでなくアーチの面外変位にともなう作用方向の変化も重要な因子となる。弾性分岐座屈に関する研究は多く発表されているが、個々の紹介は文献 12.1), 12.2) に譲るとして、単一アーチの基本座屈性状のみ要約すると次のようになる。

a) ねじり剛性と曲げねじり剛性：求心等分布（静水圧）荷重 p を満載する円弧アーチの限界軸力は、次式で表すことができる（図 12.3 参照）。

$$N_{cr} = p_{cr} R = \alpha_R EL_y / R^2 = \alpha_S EL_y / S^2 \quad (12.17)$$

ここで、 α_R 、 α_S は座屈係数、 p_{cr} は限界時の求心等分布荷重、 EL_y は y 軸まわりの（面外）曲げ剛性である。両支点のすべての変位を固定した場合の座屈係数 α_S はサンプナンのねじり剛性の代表値 m と曲げねじり剛性の代表値 n の関数として図 12.14 のように得られる^{12,35)}。 m の値は I 型、H 型等の開断面では、一般に $10^{-4} \sim 10^{-2}$ 、閉断面あるいは中実断面では、 $10^{-1} \sim 10$ の範囲にあり、 n の値は、通常の断面形および寸法のアーチでは、 $0 \sim$

10^{-3} の範囲内にある。ちなみに、内実円断面、パイプ断面および等板厚の正方形箱形断面では、 $m=0.5\sim 1.0$ 、 $n=0$ である。図から分るように、 m が小さいほど n の影響が大きくなる。またその逆も成り立つ。すなわち、一般に閉断面 ($m>0.1$) では、曲げねじり剛性の効果は無視することができ、開断面に対しては曲げねじり剛性の影響は大きい。

m あるいは n のどちらか一方がある程度以上大きくなり、面外曲げ剛性に比較してねじり剛性が大きくなると、面外への曲げ変形が支配的になりねじり変形の影響は小さくなる、そして、極限では横曲げ座屈になる。中心角 θ_0 が 0 の時は、当然ながら、座屈係数 α_s は、両端固定の直柱の座屈係数 $4\pi^2$ に等しくなり、 θ_0 が大きくなるにつれほぼ直線的に減少し、半円弧 ($\theta_0=\pi$) の時に $\alpha_s=27$ となる。

b) 荷重の作用方向の変化：荷重が当初の方向を変えない上記の結果 (Case I) に対して、荷重が変形前の曲率中心に向かう場合 (Case II) とアーチがねじれた後も荷重が断面の主軸方向に向かう場合 (Case III) をくらべると、 m によってその増加率は異なるが、後二者の座屈荷重は、Case I にくらべてかなり増加する。これは、荷重が面外変位を引きもどす分力を持つことによるものである。横方向に剛な補剛桁を有するアーチ橋では、荷重が吊材または支柱を介してアーチリブに作用する場合にも同じことが生じる (図 12.15 参照)。この効果を最初に指摘したのは Stussi(1943) であるが、Shukla と Ojalvo^{12, 35)} は、放物線アーチが傾斜荷重を受ける場合の座屈係数を次式の形で計算した。

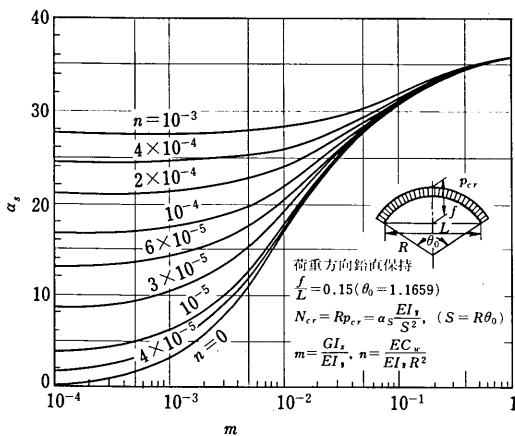
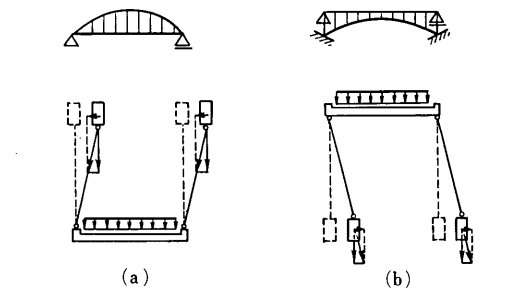


図 12.14 アーチの曲げねじれ座屈係数 α_s の値



(a) 引きもどす成分を持つ (b) 押出す成分を持つ上落式
下路式橋梁の吊材荷重 橋梁の支柱荷重

図 12.15 傾斜荷重の面外座屈に及ぼす効果

$$\alpha_L = wL^3/EI_y \quad (12.18)$$

その結果、表 12.2 のように、吊材荷重の場合の座屈荷重は、鉛直荷重に比べて 150 % 以上増加し、支柱荷重の場合は、鉛直荷重に比べて、30~40 % 低下することを示した。支柱荷重の場合の強度低下は、支柱を介してアーチリブに作用する荷重が、アーチの面外変位に伴って、面外変位を助長する成分を生じることによるものである。しかし、ここで言う増減は、弾性的取り扱いで、かつ荷重方向変化のみ考えた場合であり、後に述べるように、材料の降伏や補剛桁、対傾構等を有する現実の構造では、その影響は異なることに注意を要する。

c) 鉛直等分布荷重に対する円弧アーチの挙動：重力荷重を受ける円弧アーチには曲げが生じる。しかし、求心等分布荷重の限界値 p_{cr} が求まれば、鉛直等分布荷重の限界値 w_{cr} は、全荷重が相等しいと考えて、近似的に、 $w_{cr} \approx p_{cr} S/L$ として求め、 $f/L < 0.2$ であればその誤差は数%以下である (表 12.3 参照)^{12, 35), 12, 37)}。また、放

表 12.2 荷重様式による面外座屈係数 α_L の変化 ($n=0$)

f/L	様式 m	鉛直荷重 ^{12.35)}		吊材荷重 ^{12.36)}		支柱荷重 ^{12.36)}	
		0.01	0.8	0.01	0.8	0.01	0.8
0.1		16.4	27.9	39.4	70.4	11.8	18.4
0.2		15.3	39.8	34.9	113.0	11.8	29.8
0.3		12.7	38.1	28.5	121.6	9.8	33.4
0.4		(11.0)	31.5	24.0	109.8	8.1	32.4
0.5		9.2	24.9	(20.0)	(92.9)	(6.0)	(29.5)

注) () 内の値は、線形補間により求めた。

表 12.3 面外座屈係数 α_r と α_v の関係 ($n=0$)

f/L	係数 m	α_v ^{12.37)}		$\alpha_v \cdot L/S$		α_r ^{12.35)}	
		0.01	1.0	0.01	1.0	0.01	1.0
0.1		24.5	39.4	23.8	38.4	23.0	37.7
0.2		14.5	39.0	13.1	35.3	12.0	34.0
0.3		9.5	38.8	7.8	31.7	7.0	30.2
0.4		7.5	38.4	5.4	27.8	3.8	29.5
0.5		6.0	37.6	3.8	24.0	2.7	25.0

ここに、 $\alpha_v = \omega RL^2 / EI_y$ (ω : 鉛直等分布荷重)

$\alpha_r = \rho RL^2 / EI_y$ (ρ : 求心等分布荷重)

物線アーチに鉛直等分布荷重が作用する場合の座屈係数も計算されているが、求心等分布荷重を受ける円弧アーチの座屈係数と比較して、大きく相違することはないと考えてよい^{12.38)}。すなわち、弾性座屈に関しては、はりの場合と同様、面外座屈に対しては面内曲げの影響は小さいと言える。

(2) 鋼アーチの面外座屈強度

実際のアーチは通常非弾性域で面外座屈を起こすような寸法をもって設計されている。箱形断面のリブアーチでは面外座屈に伴うねじれによるせん断応力が生じ、これが曲げ応力に加わり材料の塑性化に影響を与えるが、本質的には箱形断面を持つ柱の強度が受ける影響と大きく変わることはない^{12.39)}。図 12.16 に示すような曲げねじりの影響が小さい正方形に近い箱形断面を有し、軸線形状が放物線または円弧の単一アーチが満載等分布荷重を受ける場合の面外座屈強度については、次のことがわかっている^{12.40), 12.41), 12.42)}。図 12.17 は、強度曲線の一例であるが、縦軸に終局応力度 σ_u 、横軸に細長比 $\lambda_y = S/r_y$ をとって示している。終局応力度 σ_u は、求められた限界荷重に対して弾性一次理論により計算された支点軸力 N_u を降伏軸力 $A\sigma_y$ で無次元化した式 $\sigma_u = N_u / A\sigma_y$ で与えられる。図より細長比が小さいほど強度は増加するが、材料の降伏の影響を受け弾性分岐座屈解より低い値となる。溶接による最大圧縮残留応力が $0.4\sigma_y$ で台形分布するとした場合及び最大値が $L/1000$ で正弦半波形状の面外元たわみを有する場合の単一アーチの強度の低下は、初期不整がないアーチの強度に比べて、それぞれ最大で 20 % と 15 % 程度である。また、円弧アーチでは、面内曲げの影響で早期降伏が生じ f/L が大きいほど耐力は低下する。また、ライズ・支間比は、実橋の範囲である 0.1～0.2 では、耐力に大きな影響を与えない（これは、面内問題の所でも述べたように、軸方向力 N と軸線長 S で整理しているためである）。さらに、面内支持条件の相違も影響が小さいこと等が明らかになっている。

図 12.18 は吊材荷重の場合の耐力を示したものであるが^{12.40)}、先に示した鉛直載荷と比較して最大 100 % 耐力は増加している。ところが、鉛直載荷の強度曲線の横軸を 65 % 縮尺すると、吊材載荷の場合の曲線とほぼ

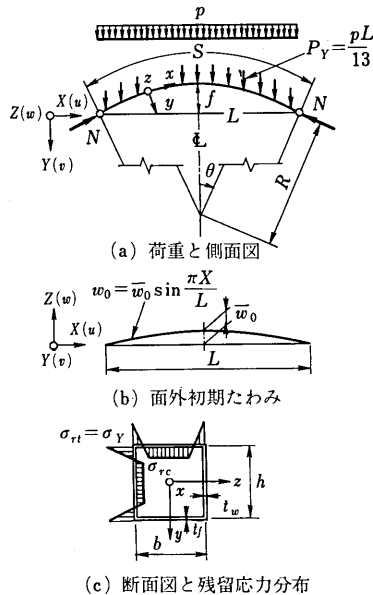


図 12.16 単弦アーチの数値モデル

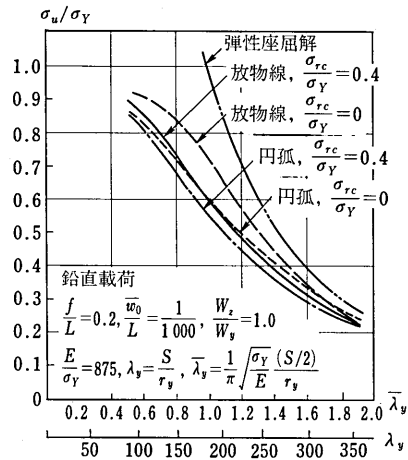


図 12.17 単弦アーチの面外座屈耐力

一致することが分るので、鉛直载荷の場合の強度曲線を用いて、吊材载荷の場合の耐力を表すことができる。

結局、ねじり剛性と面外への曲げ剛性の比 m が 0.5~1.0 程度の値を持つ通常用いられる箱形断面の単一アーチでは、ねじりの影響は小さく、両端固定の柱の曲げ座屈挙動に類似していることが分る。ちなみに、有効長さ係数を 0.5 として、 $\sigma_u = 0.5 S / r_y$ で表した単一アーチの強度曲線と柱の基準耐力曲線と比較すると両者はほぼ一致^{12.40)}する。開断面アーチの弾塑性座屈強度については、未だ研究が少ないが、弾塑性ねじりについての確な評価をして座屈強度を明らかにしようとする研究もある^{12.43)}。

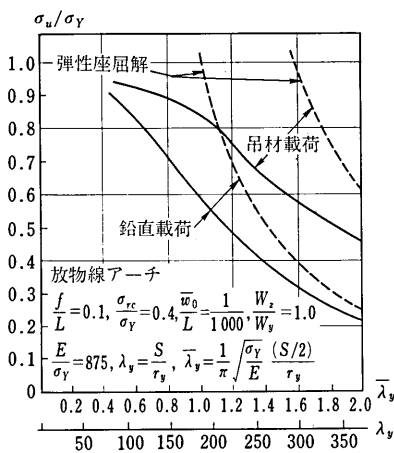


図 12.18 吊材载荷と耐力

表 12.4 横構斜材の所要細長比 λ_b

面内支持条件	λ_b の値	
2 ヒンジアーチ	15	
固 定 アー チ	$\eta < 1$ の時	20
	$1 \leq \eta < 2$ の時	25
	$2 \leq \eta$ の時	30

ここに、 $\eta = 1000(f/L)/L\sqrt{A/Iz}$

12.3.2 複弦鋼アーチの面外座屈強度

(1) 結合部材の剛度

都市に多く架設される短支間・広幅員のアーチ橋や曲線屋根構造等では、何本かのアーチリブを横構(トラス)、対傾構及びストラットで結合して用いる。このような構造においては、全体構造としての大きな剛性により変形が拘束されるように設計されるのが普通であり各アーチリブの全体としての座屈は問題にならないと考えてよい。しかし、このような構造の全体としての座屈強度は、理論上は、単一アーチの本数倍の座屈強度(結合部材の剛度が0で協力作用がない場合)から、全断面を一体と考えて得られる座屈強度まで変化する。これらの横構及びストラットは、従来より、風荷重や地震荷重及び主構軸力の1%の横力に対して、2次部材として設計されている。すなわち、面外座屈を念頭において設計されているのではないので、面外座屈強度の観点から、これらの部材の必要剛度を如何に定めるかという問題が残されている。必要剛度の定め方には、要求される面外座屈強度を保障するに必要なかつ十分な横構及びストラットの剛度を定めるという考え方^{12.44)}と全構造を一体と考えた断面の性能を低下させないように横構及びストラットの剛度を定めようとする考え方^{12.45)}がある。ここでは、アーチ橋によく用いられる2本の箱形断面アーチリブが横構及びストラットで結合された構造について、それらの剛度について考察する。

アーチの面外座屈は、面外への曲げ剛性に大きく依存する。そこで、2本のアーチリブを含む曲面内でのせん断変形に対し抵抗できるように結合することにより、曲げに対してアーチリブを一体化し、面外に大きな曲げ剛性を持たせることができる。横構の構造形式としてはトラスが効果的であるが、美観上フィーレンデイル桁構造をとることもある。それぞれ組立部材におけるレーシングバーとタイプレートに相当する役割を果たす。これらの剛度が低いと直柱と同様にせん断変形の影響による全体構造としての座屈強度の低下が生じる^{12.46), 12.47), 12.48)}、横構斜材自体が部材として座屈し、全体構造の強度を支配する可能性もある^{12.49)}。横構斜材の必要最小断面積 A_b を面外座屈が面内座屈に先んじて生じないという規準で定めた研究^{12.44)}によると、実際のアーチ橋に用いられているパラメーターの範囲で表12.4に示すような $\lambda_b = L\sqrt{A_b/I_x}$ の値が得られる。ここで、 I_x は、アーチリブの面内曲げに対する断面2次モーメントである。

また、一体断面としての面外曲げ剛性を確保した上で、さらに一体断面のねじり剛度を保持するために必要なストラットの剛性 D_x (図12.3の x 軸まわりの曲げ剛性) を定めれば、 $D_x > 10^3 GL_x ba/R^2$ (ここに、 a はアーチ軸線の間隔、 b は横材間隔) となる^{12.45)}。

以上のように複弦鋼アーチの面外座屈強度は、横構やストラットの剛度の関数であり、面外座屈の観点からいえば、横構やストラットは2次部材ではなく、立体的剛性を確保するための補助の主部材と考える必要がある。しかし、横構やストラットには、面外座屈が問題になるアーチ面内の荷重によって応力が生じないので、面外座屈強度の観点だけでは断面決定できないという問題点が残される。したがって、横構やストラットの必要剛度については、鉛直荷重と水平荷重を同時に受けるアーチの強度の所でもう一度議論することにする。

横構やストラットが必要剛度を備えていても下路式アーチ橋のように端部に交通のための開口部を有し、横方向のせん断抵抗が小さくなる場合と、支柱荷重による不安定効果による強度低下を生じる上路式アーチ橋の場合の強度評価が問題になるので、これらについて以下に述べる。

(2) 下路式複弦鋼アーチ橋

下路式アーチ橋は、両端部に交通のための開口部が設けられる。風荷重のような側方から加わる荷重を、この開口部を介して支点に伝えるために通常ラーメン形式の橋門構が両アーチを含む面内か端吊材と一体構造となる

よう鉛直面内に設けられる。この開口部のアーチリブや橋門構は、横構で結合された中央部に比較すると、格段に面外曲げ剛性やせん断剛性が低いので、アーチ全体の剛度ひいては面外座屈強度を低下させる。

図 12.19 に示すように端部に開口部を有し、ダブルワレントラス形式の横構を有する箱形断面の複弦鋼アーチが等分布荷重を満載する場合の面外座屈強度解析の結果の一部を図 12.20 に示す^{12.49)}。この結果及びその他の結果より、このようなねじり剛性の大きい閉断面のアーチリブを有する複弦鋼アーチでは、やはりねじり変形に比較して面外方向の曲げ変形が支配的であるが、その座屈強度を説明する細長比は、支間—主構間隔比 L/a のよ

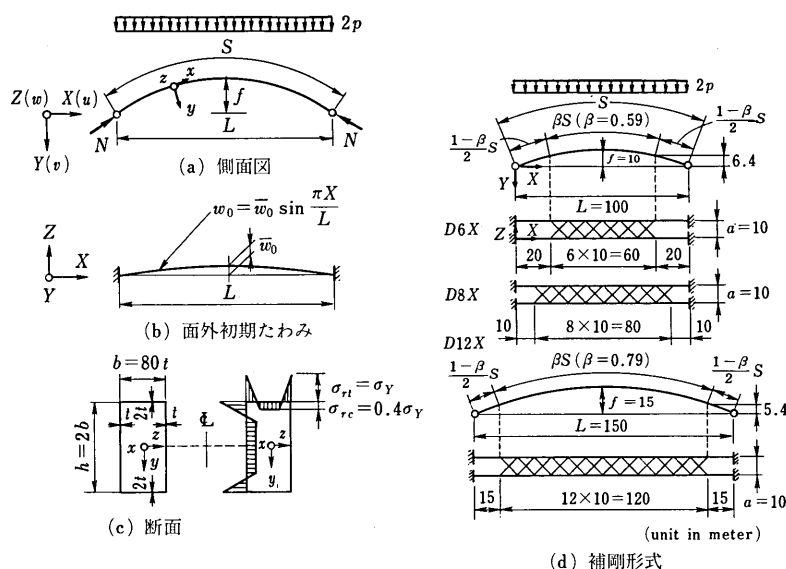


図 12.19 複材アーチの解析モデル

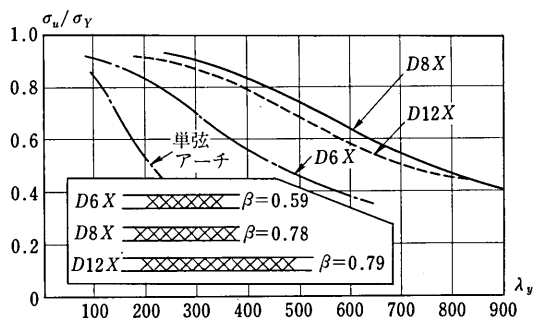


図 12.20 複弦アーチの耐力と補剛率 β

うな構造全体のそれではなく、個々のリブの細長比（特に開口部のアーチリブの細長比）と横構の存在する補剛域の長さに深い関係をもっている。これは、座屈に伴う横曲げ変形が横構のない支点付近で大きく、横構のある中央部では小さいことから理解される（図 12.21 参照）。以上の性状を考慮して図 12.21 に示すような考えかたで、複弦鋼アーチを構成する一本のアーチリブの有効長さ係数および等価細長比を後に述べるように求めることができる（12.3.3 項参照）。

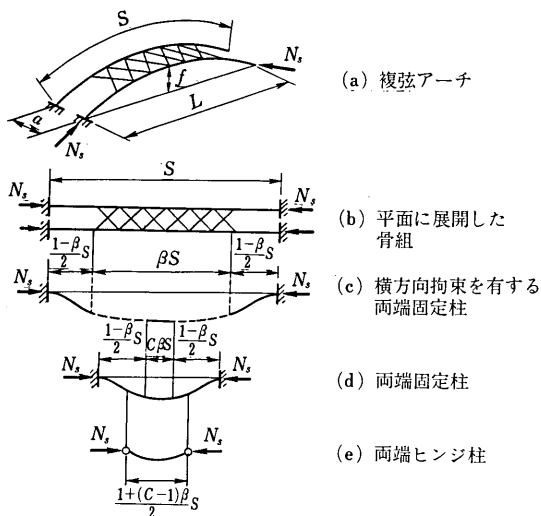


図 12.21 複弦アーチの有効屈長

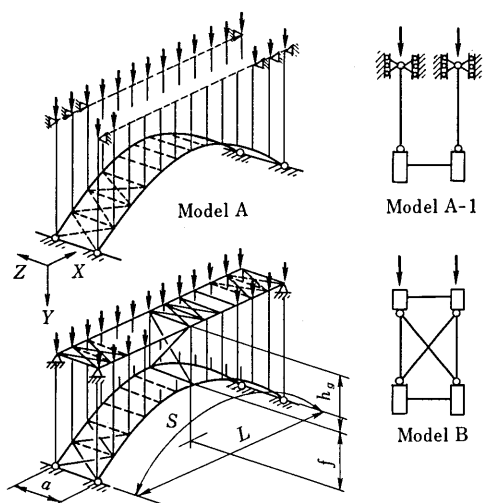


図 12.22 上路式アーチ橋の解析モデル

(3) 上路式複弦鋼アーチ橋^{12.50), 12.51)}

先に弾性座屈の荷重方向の変化の影響の所で述べたように、上路式アーチ橋の場合、変形により傾斜した支柱を介してアーチリブに作用する荷重が面外座屈変形を助長する成分を持つために、その座屈強度はかなり低下するとされている。DIN 及び道路橋示方書では、このようなアーチリブに作用する荷重方向の変化に影響を考慮するために、有効長さ係数 (ϕ) を下路式の場合 $\phi=1-0.35k$ であるのに対し、上路式の場合 $\phi=1+0.45k$ (ここに、 k は吊材または支柱の分担する荷重の全荷重に対する比で通常 0.95 前後の値をとる) とするよう規定している。

下路式の場合の強度増加と有効長さ係数の関係の妥当性は、単弦アーチの耐荷力解析で確認されたが ($k=1$ とすると $\phi=K_t=0.65$ となる)、上路式の場合の有効長さは、荷重方向の変化以外に支柱及び床組がアーチの面外変形に及ぼす拘束効果を考慮に入れると安全側過ぎる場合も生じる。

図 12.22 に示す構造モデルに対して計算した耐荷力の一例を図 12.23 に示すが、図中、以下の記号を用いている。

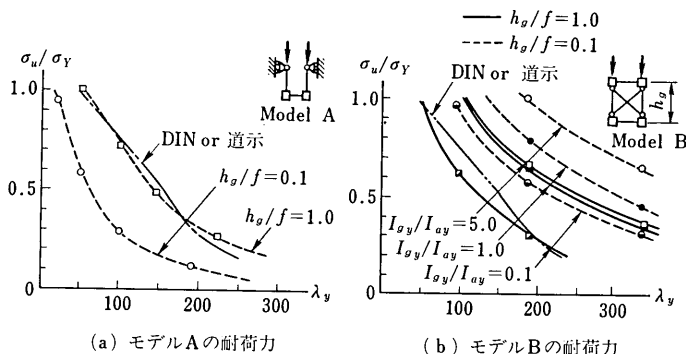


図 12.23 上路式アーチ橋の耐荷力

$\lambda_y = \text{細長比} = S/r$

$r = \text{複弦鋼アーチ全体の断面2次半径} = \sqrt{I_{ay}/2A_a} \approx a/2$

$I_{ay} = \text{複弦アーチ全断面の} y \text{軸まわりの断面2次モーメント} = 2I_y + 2A_a(a/2)^2$

$I_{ay} = \text{桁, 床組を一体と考えた時の全断面の} y \text{軸まわりの断面2次モーメント}$

これらの結果より次のことが分かる。面外座屈強度が著しく低くなるのは、Model A のように荷重作用点を固定し荷重方向のみが変化する特別な場合及び Model B のような現実的なモデルでも桁の面外曲げ剛性が期待できず ($I_{gy}/I_{ay} < 0.1$) かつ、 h_g/f が大なる場合である。

Model B で桁の面外曲げ剛性が期待できる場合は、桁がアーチリブの面外変位を拘束するので、面外座屈強度は低下せず、系を不安定にする効果を打消して増加する場合がある。増加の程度は、桁の面外曲げ剛性 (I_{gy}/I_{ay}) が大きいほど、桁とアーチリブとの鉛直距離 (h_g/f) が小さいほど大きい。このような支柱荷重による不安定効果と補剛桁の拘束効果を考慮して有効長さ係数を定め、より厳密に座屈強度を算定する試みもなされている^{12, 52)}。

現行の道路橋示方書では、支柱荷重の不安定効果を最小限にし、桁の面外曲げ剛性の影響を期待するため、補剛桁をアーチクラウン部でアーチリブに剛結することを推奨している。したがって、そのような構造に対しては、示方書の規定は強度を過小評価することになる。

12.3.3 座屈強度の評価法

通常の寸法を持つアーチでは、面外座屈は軸力が支配的な場合に生ずるので、等分布荷重が満載するアーチが、アーチクラウンに関して左右対称なモードで座屈する場合を一つの極限状態と考え、その強度について照査する必要がある。

(1) 座屈強度解析結果から定めた等価細長比による算定法

アーチの面外座屈強度に及ぼす種々の要因を考慮して有効座屈長が決定できれば、複雑なアーチを仮想の両端ヒンジ柱に置換える事ができる。すると、柱の基準耐力式によりアーチの終局応力度を求めることができる。許容応力度の形で以上の終局強度照査式を書くと以下ようになる。

$$N_s/A_a \leq \sigma_a = \sigma_u/\nu \quad (12.19)$$

ここに、 N_s ：作用荷重（等分布満載）に対して弾性一次理論によって計算される支点における軸方向力、たとえば放物線アーチの場合

$$N_s = \sqrt{(1/16)(L/f)^2 + 1} \cdot wL/2$$

A_a ：アーチリブ1本の断面積、変断面の場合長さにわたる平均値

$$A_a = \sum_i (A_i S_i / S), \quad S = \sum_i S_i$$

σ_u ：終局応力度

$$\bar{\lambda}_y \leq 1.0 \text{ の時 } \sigma_u/\sigma_y = 1 - 0.136 \bar{\lambda}_y - 0.3 \bar{\lambda}_y^2$$

$$\bar{\lambda}_y > 1.0 \text{ の時 } \sigma_u/\sigma_y = 1/(0.773 + \bar{\lambda}_y^2)$$

σ_y ：使用鋼材の降伏点応力度、数種類の鋼材を用いる場合は最低級の鋼種の降伏点応力度

$$\bar{\lambda}_y : (1/\pi) \sqrt{\sigma_y/E} K_e K_a K_i S / r_y$$

$$r_y : \sqrt{I_y/A_a}$$

I_y ：アーチリブ1本の y 軸まわりの断面2次モーメント、変断面の場合長さにわたる平均値

$$I_y = \sum (I_{yi} S_i / S), \quad S = \sum S_i$$

K_e : y 軸まわりの回転が固定の時 0.5, 自由の時 1.0

K_β : $1 - \beta + r_y \beta / K_e (a/2)$

β : 横構に補剛されたアーチ部分の長さのアーチリブ全長に対する比, 単弦アーチの時 0 とする

a : アーチの主構間隔

K_I : $I_{yy} \leq I_{ay}$ の時 1.0, $I_{yy} > I_{ay}$ の時 0.65

この照査式は, 箱形断面のアーチリブで構成される下路式の放物線または円弧形状の単一アーチまたは複弦アーチで面内支持条件がヒンジまたは固定の場合で, ライズ-支間比が 0.1~0.2 のものに対して, かなり良い精度の照査ができる^{12.53), 12.54)}. 同様の考え方で吊材の面外曲げ剛性を考慮に入れた下路式単弦ローゼ桁橋の面外座屈強度の照査式も提案されている^{12.55)}. 中路式アーチ橋及び上路式アーチ橋では, 構造形式が多様であり, それらの影響を反映させた終局強度式は, 現時点では求められていない. したがって当面中路式アーチ橋の場合は, 橋面より上部を取り出して, その部分を支間とする下路式アーチ橋を考え, 上式を適用することが考えられる. また, 上路式アーチ橋の場合は, 安全側に考えて, 上式中 K_I の値に, 道路橋示方書の係数 $\phi = 1 + 0.45 x \approx 1.45$ を用いて, 上式を準用することが考えられる. なお, さきの議論から明らかなように, この照査式は, 複弦アーチに対しては, 十分な剛性を有する横構及びストラットで結合されている場合を前提にしており, さもない場合は別途解析する必要がある.

道路橋示方書の面外座屈規定は, その解説に述べられているように十分な横構, 対傾構, 橋門構を備えたアーチ橋を前提としているので開口部を有する下路式及び中路式のアーチ橋に適用すると危険側になる場合があるので, ここに述べた方法等で別途討が必要である.

(2) 弾性座屈の固有値解を用いて定めた等価細長比による算定法

弾性固有値解析により座屈係数 α_s または限界軸力 N_{cr} , あるいは座屈係数 α_L または限界水平反力 H_{cr} が求めれば有効座屈長 l_e は次式で求まる.

$$l_e = \pi \sqrt{EI / N_{cr}} = \pi S / \sqrt{\alpha_s} \quad (12.20)_1$$

または,

$$l_e = \pi \sqrt{EI / H_{cr}} = \pi L / \sqrt{\alpha_L} \quad (12.20)_2$$

あとは前項の方法と同様に仮想の長さ l_e の両端ヒンジ柱を考え, 直柱の基準耐荷力式より近似的にアーチの終局応力度 σ_u を求めることができる. DIN 及び道路橋示方書の面外座屈の照査式では, 式 (12.20)₂ に先に述べた荷重方向 (上路式, 中路式, 下路式) による補正を加えた有効座屈長に対して直柱の式から定まる許容応力度で照査する方法をとっている.

崎元・小松^{12.55)}は, 単弦ローゼ桁橋の実橋について, この方法による結果と耐荷力解析の結果とを比較して良く一致することを示している. また, 西野・長谷川^{12.56)}も変断面柱や簡単な骨組の設計法において, この考え方を推奨している.

アーチ系構造の実構造が相当複雑であることを考えると, 電子計算機による固有値解析が利用できるこの方法の有用性が魅力であるが, 直接弾塑性耐荷力を求めているわけではないので, その一般的な適用範囲 (適用可能な構造物) と精度について今後とも検討する必要がある.

12.4 面内および面外荷重を受ける鋼アーチの耐荷力

ここまで主に, 面内荷重によるアーチの面内挙動とその強度および面内荷重による立体的挙動と強度の問題を取り扱ってきた. しかし, アーチ橋は通常主荷重である面内荷重以外に風荷重や地震加速度による慣性力のよう

な面外荷重を受ける^{12.57)}。このような面外荷重に対しては、通常の複弦鋼アーチ橋では横構を全長にわたり設け、十分面外荷重に対して抵抗できるような構造がとられる。中下路式の場合は交通路を確保するため端部に開口部が必要となるが、この開口部には橋門構が設けられ補剛される。

ここでは、まず、横構が全長にわたり設けられている場合につき、通常の解析で行っているように、面内外荷重に対してアーチをそれぞれ面内と面外のふたつの平面構造に分けて取り扱う場合に満たすべき条件について述べ、次に面外等分布荷重と面内等分布荷重を受ける場合の面内耐荷力について触れる。さらに、強度的に問題となる端部に開口部を有する場合の立体的強度については項を改めて論じる。

12.4.1 全長にわたり横構を有する複弦鋼アーチ^{12.58), 12.59), 12.60)}

アーチが側方荷重に抵抗するには、構造全体としての十分な鉛直軸まわりの曲げ強度と面外変形に対するせん断強度を持っていることが必要である。また、アーチは空間で湾曲しているため、常に曲げとねじれが連成するので、何らかのねじれ剛性（サンプナンのねじれ剛性か曲げねじれ剛性、または両者）が要求される。

全体としての曲げ剛性を発揮させるには十分な断面積のアーチリブとそれらを含む面内でせん断力に抵抗するように結合する横構が必要となる。全体としてのねじれ剛性は、前述したように、アーチリブの面内曲げ剛性、ねじれ剛性及びそれらを結ぶストラットの剛度により定まる。

図12.24に示したような横構とストラットを持った標準的アーチに対して、スプリングに降伏を起こさせる側方荷重強度の1/10の側方等分布荷重を載荷し、極限強度解析を行った結果によると、横構全体としてのそれらを含む面内での必要せん断剛度 μ_s とアーチリブのねじれ剛度を十分に発揮させるに必要なストラットの剛度 μ_T として次式が得られている^{12.60), 12.61)}。

$$\mu_s = (GA_{b,eq}/24 EA_a)(S/a)^2 \geq 1/15 \quad (12.21)_1$$

$$\mu_T = (EI_b/GI_a)(S^2/ab) \geq 10 \quad (12.21)_2$$

ここに、 A_a ：アーチリブ1本の断面積

$A_{b,eq}$ ：横構斜材と等価なせん断剛性を持つ腹板を

考えた時の換算断面積^{12.60)}

a ：アーチリブ軸線の間隔

b ：横構の格間長

EI_b ：ストラットの x 軸まわりの曲げ剛性（前出の D_x に同じ）

さらに、これらの条件の下で、アーチを面内外の平面構造として取り扱うことができる場合のアーチ全弧長と幅員の比 S/a も求められている^{12.61)}。また、前記条件の下で、面内荷重が $p=w(s=0.5)$ の時、面内耐荷力の減少係数 Φ とライズ-支間比の平方根の関係は次式のように与えられる^{12.61)}。

$$\Phi = (0.837 \times 10^{-3} \times \lambda_{IN} + 0.895) - (0.244 \times 10^{-2} \times \lambda_{IN} - 0.181) \sqrt{f/L} \quad (12.22)$$

ここに、 $\lambda_{IN} = S/r_z$

r_z ：アーチリブの面内曲げに関する断面2次半径

$$\lambda_{OUT} = S/\sqrt{[A_a(a/2)^2 + I_a]/A_a}$$

また、前述の側方荷重の影響下での等分布荷重に対する面内耐荷力も次式で求められる^{12.61)}。

$$q_{cr}/q_r = (A - B \lambda_{IN}) / (2.43 - 36.6 \sqrt{\sigma_r/E}) \quad (12.23)$$

$$A = 1.08 - 2.65 \times 10^{-4} \lambda_{OUT} (\lambda_{OUT} - 25)$$

$$B = 2.9 \times 10^{-3} - 8 \times 10^{-7} \lambda_{OUT} (\lambda_{OUT} - 25)$$

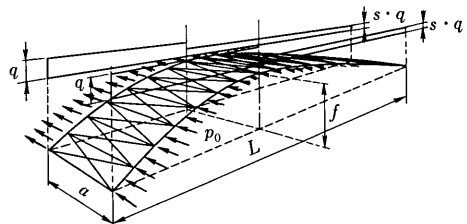


図12.24 面内及び面外荷重を受ける複弦鋼アーチ

$$q_r = (2 A_a \sigma_r / L) / \sqrt{1 + (L/f)^2 / 16}$$

ただし、これらの関係は、ここで取扱っている構造形状の場合にのみ適用でき、アーチリブが剛性の低いストラットで結ばれている場合には適用できないし、横構斜材の座屈は生じないものとしている。一般のアーチ橋では床組や補剛桁を有しており、これらは、通常側方への剛性を高める働きをしており、これらの影響を考慮することにより、より高い強度が期待できる。

12.4.2 端部に開口部を有する複弦鋼アーチ^{12.62)}

図 12.19 に示すように中央部のみ横構で結合された箱形断面リブの複弦鋼アーチが、死活荷重に相当する一定の面内等分布荷重の作用下で、水平横荷重を受けた場合の面外耐荷力特性を要約すると以下のようになる^{12.54), 12.62), 12.63)}。

i) 慣用の設計法で横構部材の断面を決定した場合でも、剛性が小さすぎると、横構部材の座屈が早期に起きて、複弦鋼アーチの面外耐荷力が支配される可能性がある^{12.63)}。

ii) 図 12.19 には示されていないが橋門部に曲げ剛性（図 12.2 の y 軸まわりの曲げ剛性）の大きいストラットを設けた場合は、横構部材の早期の座屈を防ぐことはできないが、横構が座屈しても、そのまま全体崩壊に至らしめることなく、耐荷力を増加させる効果がある。

iii) 横構部材が座屈しないならば、面外耐荷力は横構の剛性にほとんど影響されない。しかし、リブ端部における降伏による剛性低下に大きく影響されるので、それらの点に生じる応力に注意を払う必要がある。

iv) アーチリブに生じるねじりモーメントは小さく、スプリングング及び橋門部においては、軸圧縮力に加えて、大きな面外曲げモーメント（アーチリブ 1 本としての）による直応力度が耐荷力に最も密接な関係を持つ。

これらの性状を利用して、鉛直荷重と水平荷重を受ける複弦鋼アーチの耐荷力に関し、水平横荷重に対する安全率（荷重係数）を求めることができる^{12.62)}。また、はり一柱と類似の考え方により、軸方向力と面外曲げに対する耐荷力相関式は、次式のように与えられる。すなわち、

$$N_s / N_u + (M_s / M_r) / [1 - (N_s / N_E)] \leq 1.0 \quad (12.24)_1$$

あるいは、

$$\sigma_n / \sigma_u + \sigma_b / \sigma_r \leq 1.0 \quad (12.24)_2$$

ここに、 N_s ：作用鉛直等分布荷重 w に対して、弾性一次理論で計算される支点における軸方向力

N_u ：式 (12.19) より計算される鉛直荷重のみを受ける場合の面外座屈時の極限軸方向力 $N_u = A \sigma_u$

M_s ：作用等分布水平横力のみを受けた時の 1 本のアーチリブの支点における面外曲げモーメント

M_r ：面外曲げに対するアーチリブ端の降伏モーメント

N_E ：補剛されていないアーチリブ端部の長さ（図 12.21 の $(1-\beta) S/2$ ）と断面寸法を有する両端ヒンジ柱の弾性座屈に対する限界軸力

$$\sigma_n = N / A_a$$

$$\sigma_b = (M_s / W_s) / [1 - (N_s / N_E)]$$

W_s ：スプリングングにおけるアーチリブ 1 本の面外曲げに関する断面係数

この相関式はかなり安全側の評価を与える。また、この相関式は、横構材が早期座屈を起こさないことを前提としているが、そのような横構材の軸力の近似算定法と設計法については、文献 12.62) に示されている。

もし、前項で扱ったように、アーチの全長にわたって横構が設けられていれば、式 (12.24) の第 2 項は、実橋の寸法諸元と設計風荷重等の範囲では、無視できるほど小さくなるので、面外耐荷力はさほど問題とならない

ことが分る。

12.5 リングの座屈

リングは、実用的には、円筒シェルや球形ドームの補剛材として用いられることが多いので、補剛材付シェルの座屈として扱われる場合も多いが、ここでは、単独のリングに関する研究のみ扱う。一般にこの種のリングの研究は少なく、特に弾塑性問題、あるいは、耐荷力問題としての研究は皆無に近いので、円形リングの弾性座屈の結果のみについて紹介する。楕円リングの面内座屈については、Vafakos と Nissel の研究^{12.64)}がある。

12.5.1 円形リングの面内座屈

(1) 等分布外圧力を受ける円形リング

a) 荷重方向の影響：等分布外圧を受ける円形リングの面内座屈に対する限界圧力 p_{cr} は、座屈変形中の外圧力の作用方向に依存する。外圧力の作用方向としては、以下の三つの場合が重要である（図 12.25 参照）。イ）静水圧のように常にリングの軸線に垂直な荷重（垂直荷重）の場合、ロ）座屈変形中もその作用方向を変えず初期の方向と並行な荷重（並行荷重）の場合、ハ）常に、リングの中心を向く荷重（求心荷重）の場合、である。これらの場合について限界圧力 p_{cr} は、一般に次式で与えられる。

$$p_{cr} = \alpha EI / R^3 \quad (12.25)$$

ここに、 α は座屈係数であり、次のように与えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{垂直荷重の場合：}\alpha=3.0 \\ \text{並行荷重の場合：}\alpha=4.0 \\ \text{求心荷重の場合：}\alpha=4.5 \end{array} \right\} \quad (12.26)$$

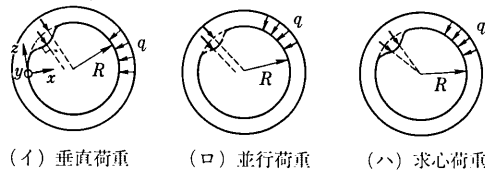


図 12.25 座屈変形中の外圧の作用方向

Timoshenko^{12.14)}によると Levy, Bresse, Greenhill らによって、垂直荷重の場合の $\alpha=3.0$ が求められたのがリングの座屈の研究の始まりのようである。その後、求心荷重の場合が Stevens^{12.65)}により、並行荷重の場合が Pearson^{12.66)}により求められている。Singer と Babcock^{12.67)}は、三つの荷重ケースについて、より詳しくエネルギー論的に検討し、並行荷重の場合の座屈係数の値 ($\alpha=4.0$) であることを示すと同時に、一直径の両端にヒンジを挿入し、剛体回転を拘束した時の値 $\alpha=3.265$ が、Chwalla と Kollbrunner が求めた半円弧アーチの座屈係数に一致することを示した。また、最近、Schmidt^{12.68)}は、三つの荷重が同時に組み合わさって作用した場合の座屈係数を与えている。

これらの研究は、リングの厚さが半径に比べて小さく、軸ひずみが微小であることを仮定し、かつ、たわみに及ぼせん断変形の影響を無視しているのであるが、これらの仮定を設けずに理論解の厳密化を行っている研究について次に述べる。

b) リング厚の影響：Boresi^{12.69)}は、長方形断面のリングについて、厚さの影響を考慮した結果、座屈係数 α

の上界値と下界値を垂直荷重及び求心荷重それぞれの場合について、リング厚 h とリング内径 a の比 h/a の関数として求めた。そして、 $h \rightarrow 0$ (ポアソン比 $\nu=0$) の場合に、それぞれの荷重ケースに対する板厚を無視した式 (12.26) の値に一致することを示した^{12.1)}。

c) せん断力の影響：Smith と Simitses^{12.70)} は、三つの荷重ケースについて、せん断力の影響を考慮した限界外圧力を、式 (12.25) に補正係数を乗じる形で次式のように与えた。

$$p_{cr} = \alpha EI / \{R^3(1 + 4k_s)\} \quad (12.27)$$

ここに、 $k_s = D/BR^2$ であり、 D は曲げ剛性、 B はせん断剛性を表す^{12.1)}。

d) 支持条件の影響：Cheney^{12.71)} は、図 12.26 に示すように、半径方向あるいは円周方向に弾性支持された場合について、垂直荷重に対する限界圧を、座屈モード数とバネ定数の関数としてあたえた^{12.1)}。

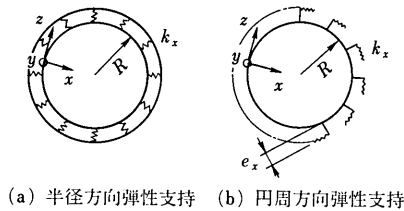


図 12.26 弾性支持されたリング

(2) 集中荷重を受ける円形リング

Seide と Albano^{12.72), 12.73)} は、等間隔に大きさの等しい集中荷重が N 個、軸線に垂直あるいは求心方向に作用する場合について限界荷重を求めた。すなわち、座屈荷重 P_{cr} を平均等分布圧 p_{cr} の形で

$$p_{cr} = NP_{cr} / 2\pi R = \alpha EI / R^3 \quad (12.28)$$

のように表わし、荷重個数 N ($2 \sim \infty$) が変わった場合の座屈係数 α を与えた。その結果、 $N > 5$ ならば、それぞれの荷重ケースの分布荷重の限界値に、良い精度で一致することを示した。

(3) 剛な外境界に接する円形リング

Lo ら^{12.74)} は、図 12.27 に示すような剛な境界に接し、両端に軸力を受ける部分リングの座屈変形状と限界端部軸力を求めた。また、Hsu らは、Lo らの研究を発展させ、境界に突起状の初期不整がある場合の変形と端部軸力を求めている。また、Lo らは、前記の同じ文献で、剛な円孔内の円形リングが、温度増加を受ける場合の座屈変形状と限界温度に対する解も与えている。その後、Zagustin^{12.75)} は、空洞内のリングが、鉛直等分布荷重を受ける場合の変形と限界荷重を求めているし、Chicurel^{12.76)} は、リングをリングより小さい半径の空洞にはめ込む場合の座屈変形と座屈軸力を与えた。これらの研究では、リングの厚さ、せん断力、境界摩擦力の影響は無視している^{12.1)}。

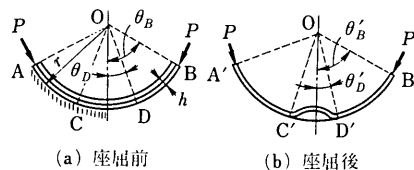


図 12.27 剛な外境界に接する部分リング

12.5.2 円形リングの面外座屈

面外座屈についてはさらに研究が少ない。Cheney^{12.77)}は、主軸が任意方向を向く薄肉開断面リングが、一般的荷重を受ける場合の基礎式を誘導し、その曲率面内の外圧を受ける場合の座屈条件式を 4×4 の行列式で示した。その結果、垂直分布荷重を受けるリングに対して、サン・ブナンのねじりのみ考慮した場合の限界荷重として次式を与えた。

$$p_{cr} = 9EI / \{R^3(4 + EI/GL_x)\} \quad (12.29)$$

さらに、そりねじりのみ考慮した場合は次式となる。

$$p_{cr} = m^2(m^2 - 1)EI / \{R^3(m^4 + EIR^2/EC_w)\} \quad (12.30)$$

ここに、 m は座屈モード数で、 $m > 2$ である。

次に、Goldbergら^{12.78)}は、求心分布荷重を受ける一軸対称のI形断面の円形リングの座屈軸力を与えた^{12.1)}。また、同年、彼等は、外周を帯状のバンドで囲まれ、かつ、等分布内圧を受ける円形リングについて、3方向変位とねじり角を未知数に、座屈条件式を表す 4×4 の行列式を誘導し、リングを座屈させる時の帯状バンドの軸力 N_c を求める式を与えた^{12.79), 12.1)}。

12.6 今後の展望

アーチの座屈・耐力の分野において現時点での研究が少なく、今後の研究が待たれる項目をあげると、i) 面内耐力に基づいた照査式による実用設計法の確立と試用設計の実施、及び現行許容応力度法による設計結果との比較検討、ii) 面内力を受ける中路式、上路式アーチ橋の面外座屈強度の実用算定式の作成、iii) 開断面アーチの面外座屈耐力の解明、iv) 耐力の観点から見た複弦鋼アーチの横構・ストラットの設計法の確立と現行設計法との比較検討、v) 面内耐力と面外耐力の関係の最適化、等があげられる。

アーチの耐力に関する今後の課題としては、多様なアーチ構造の強度を、断面構成板の強度、補剛構の強度、格間部材としての強度、アーチ全体の面内強度、アーチ全体の面外強度等の個々の強度問題の相関を考えながら整理し、より総合的に把握し説明する必要性が痛感される。それに際しては、耐力の観点からの最適設計の考え方を導入すべきであるし、個々の問題の取り扱いに際しても、確率論もしくは、信頼性の概念が導入されるべきであろう。

リングの強度に関する今後の課題としては、先に述べたように、弾塑性及び耐力の観点での研究が少ないので、リング単独または、リングで補剛されたシェルやドームのこの方面の研究が行われ、より現実的な問題の解決がなされるような成果が期待される。

参 考 文 献

12. 1) C. R. C. of Japan: Handbook of Structural Stability, Corona Publishing Co. Ltd., Tokyo, pp. 2.72-2.147, 1971.
12. 2) Johnston, B. G. : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed. John Wiley & Sons., pp. 455-487, 1976.
12. 3) Onat, E. T. and Prager, W. : Limit Analysis of Arches, Journ. of Mechanics and Physics of Solids, Vol. I, pp. 77-89, 1953.
12. 4) Stevens, L. K. : Carrying Capacity of Mild-Steel Arches, Proc. of ICE, Vol. 6, pp. 493-514, 1957.
12. 5) 横尾義貫・山肩邦男：アーチの終局状態に関する研究，日本建築学会論文報告集，No. 58, pp. 49-57, 第59号, pp. 74-80, 1958.
12. 6) 倉西 茂：静的荷重を受ける2-ヒンジ鋼アーチの耐力について，土木学会論文集，No. 68, pp. 9-18, 1960.
12. 7) 前田幸雄・藤本一男：2-ヒンジアーチの塑性崩壊荷重の算定について，土木学会論文集，No. 174, pp. 25-40, 1970.

12. 8) 山崎徳也・石川信隆：円弧アーチの弾塑性解析，土木学会論文集，No.158，pp.1-16，1968.
12. 9) 奥村敏恵・松浦 聖：チーバーのついているアーチの弾性不安定に関する基礎的研究，土木学会論文集，No.156，pp.25-36，1968.
- 12.10) Clifton, R. J. : Snap-Buckling of Shallow Prestressed Arches, Proc. of ASCE, Vol.96, No.EM6, pp.1157-1170, 1970.
- 12.11) Dickie, J. F. and Broughton, P. : Stability Criteria for Shallow Arches, Proc. of ASCE, Vol.97, No.EM3, pp.951-965, 1971.
- 12.12) Dym, C. L. : Bifurcation Analysis for Shallow Arches, Proc. of ASCE, Vol.98, No.EM2, pp.287-301, 1972.
- 12.13) Austin, W. J. : In-Plane Bending and Buckling of Arches, Proc. of ASCE, Vol.97, No.ST5, pp.1575-1592, 1971.
- 12.14) Timoshenko, S. P. and J. M. Gere : Theory of Elastic Stability, 2nd ed. McGraw-Hill, pp.278-318, 1961.
- 12.15) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編）昭和48年2月.
- 12.16) Austin, W. J. and T. J. Ross: Elastic Buckling of Arches under Symmetrical Loading, Proc. of ASCE, Vol.102, No.ST5, pp.1085-1095, 1976.
- 12.17) Klöppel, K und W. Protte : Ein Beitrag zum Kipp-Problem des kreisförmig gekrümmten Stäbes, Der Stahlbau, Vol.30, No.1, pp.1-15, 1961.
- 12.18) Dadeppo, D. A. and R. Schmidt : Nonlinear Analysis of Buckling and Postbuckling Behavior of Circular Arches, Journ. of Applied Mathematics and Physics, Vol.20, pp.847-857, 1969.
- 12.19) Harries, H. : Traglasten stählerner Zweigelenkbögen mit ausgebreiteten Fließzonen, Der Stahlbau, No.6, pp.170-177, 1970, No.8, pp.248-252, 1970.
- 12.20) 新家 徹・頭井 洋・波田凱夫：アーチの面内非弾性座屈強度および終局耐力の解析，土木学会論文集，No.244，pp.56-69，1975.
- 12.21) 新家 徹・頭井 洋・波田凱夫：アーチの面内耐力解析と模型実験，土木学会論文報告集，No.263，pp.11-23，1977.
- 12.22) Kuranishi, S. and Le-Wu Lu : Load Carrying Capacity of Two Hinged Steel Arches, 土木学会論文報告集，No.204，pp.129-140，1972.
- 12.23) 長柱研究委員会：弾性安定要覧，コロナ社，p.344-347，1961.
- 12.24) Kuranishi, S. and T. Yabuki : Some Numerical Estimations of Ultimate In-Plane Strength of Two-Hinged Steel Arches, 土木学会論文報告集，第287号，pp.155-158，1979.
- 12.25) Kuranishi, S. : Load Carrying Capacity of Fixed Arch, Proc. of Int. Colloquium of Stability of Structures Under Static and Dynamic Loads, SSRC/ASCE, Washington D. C., pp.609-617, March, 1977.
- 12.26) Kuranishi, S, T. Sato and M. Otsuki : Load Carrying Capacity of Two Hinged Steel Arch Bridges with Stiffening Deck, 土木学会論文報告集，第300号，pp.121-130，1980.
- 12.27) 新家 徹・頭井 洋・中川知和：補剛桁を有する2-ヒンジアーチの面内耐力，土木学会論文報告集，No.301，pp.47-59，1980.
- 12.28) 前田幸雄・林 正：補剛アーチの幾何学的非線形性，土木学会論文報告集，No.304，pp.69-79，1980.
- 12.29) Kuranishi, S. and T. Yabuki : Ultimate Strength Design Criteria for Two-Hinged Steel Arch Structures, 土木学会論文集，Vol.1, No.2, pp.229_s-237_s (115-123), 1984.
- 12.30) 新家 徹：アーチの面内安定照査を行う場合の横方向線荷重の取り扱いについて，土木学会論文報告集，No.281，pp.89-92，1979.
- 12.31) 小松定夫・新家 徹：アーチの面内耐力の実用算定式について，土木学会論文報告集，No.267，pp.39-52，1977.
- 12.32) Kuranishi, S. : Allowable Stress for Two-Hinged Steel Arches, 土木学会論文報告集，No.213，pp.71-75，1973.
- 12.33) 前田幸雄・林 正：リブアーチにおける変形の影響，土木学会論文報告集，No.299，pp.35-47，1980.
- 12.34) 前田幸雄・林 正：アーチの影響線解法，土木学会論文報告集，No.299，pp.49-58，1980.
- 12.35) 深沢泰晴：軸圧縮力を受ける円弧アーチの曲げねじれ座屈に関する研究，土木学会論文集，No.96，pp.29-47，1963.
- 12.36) Shukula, S. N. and M. Ojalvo : Lateral Buckling of Parabolic Arches with Tilting Loads, Proc. of ASCE, Vol.97, No.ST6, pp.1763-1773, 1971.
- 12.37) Namita, Y. : Die Theorie II. Ordnung von Krummen Stäben und ihre Anwendung auf das Kipp-Problem des Bogenträgers, 土木学会論文集，No.155，pp.32-41，1968.
- 12.38) Tokarz, F. and R. S. Sandhu : Lateral-Torsional Buckling of Parabolic Arches, Proc. of ASCE, Vol.98, No.ST5, pp.1161-1179, 1972.
- 12.39) Kee, C. F. : Lateral Inelastic Buckling of Tied Arches, Proc. of ASCE, Vol.87, No.ST1, pp.23-39, 1961.
- 12.40) Sakimoto, T. and S. Komatsu : Ultimate Load Carrying Capacity of Steel Arches with Initial Imperfections, Preliminary Report of 2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures, Liege, pp.545-555, 1977.
- 12.41) Komatsu, S. and T. Sakimoto : Ultimate Load Carrying Capacity of Steel Arches, Proc. of ASCE, Vol.103, No.ST12, pp.2323-2336, 1977.
- 12.42) Sakimoto, T., T. Yamao and S. Komatsu : Experimental Study on the Ultimate Strength of Steel Arches, 土木学会

論文報告集, No. 286, pp.139-149, 1976.

- 12.43) 崎元達郎 他：開断面鋼アーチ部材の面外座屈耐荷力，土木学会第41回年次学術講演会講演概要集，1986.
- 12.44) 前田幸雄・林 正・中村 滋：アーチの面外座屈性状について，土木学会第30回年次学術講演会講演概要集，I-53，1975.
- 12.45) 倉西 茂：アーチ橋のねじれ座屈について，土木学会論文集，No.75，pp.59-67，1961.
- 12.46) Wästlund, G. : Stability Problems of Compressed Steel Members and Arch Bridges, Proc. of ASCE, Vol.86, No. ST 6, pp.47-71, 1960.
- 12.47) Tokarz, F.J. : Experimental Study of Lateral Buckling of Arches, Proc. of ASCE., Vol.97, No. ST 2, pp.545-559, 1971.
- 12.48) Sakimoto, T. and Y. Namita : Out-of-Plane Buckling of Solid Rib Arches Braced with Transverse Bars, 土木学会論文報告集, No.191, pp.109-116, 1971.
- 12.49) Sakimoto, T. and S. Komatsu : Ultimate Strength of Arch with Bracing Systems, Proc. of ASCE, Vol. ST 5, pp.1064-1076, 1982.
- 12.50) Sakimoto, T. and T. Yamao : Ultimate Strength of Deck-Type Steel Arch Bridges, Preliminary Report of 3rd International Colloquium on Stability of Metal Structures, Paris, pp.529-536, 1983.
- 12.51) 崎元達郎・山尾敏孝・植田堅朗・岡本剛治：上路式鋼アーチ系橋梁の面外座屈耐荷力，土木構造・材料論文集，No.1，pp.61-67，1986.
- 12.52) 崎元達郎 他：上路鋼アーチ橋の面外座屈耐荷力の簡易算定式，土木学会第39回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.77-78，1984.
- 12.53) Sakimoto, T. and S. Komatsu : Ultimate Strength Formula for Steel Arches, Proc. of ASCE, Journ. of ST., Vol.109, No.3, pp.613-627, 1983.
- 12.54) 小松定夫 編：鋼構造の補剛設計，森北出版，pp.166-181，1982.
- 12.55) Sakimoto, T. and S. Komatsu : Ultimate Strength Formula for Central-Arch-Girder-Bridges, 土木学会論文報告集，No.333，pp.183-186，1983.
- 12.56) Nishino, F. and A. Hasegawa : A Practical Design for Compression Members and Frames Using Eigenvalue Analysis, Preliminary Report of 3rd International Colloquium on Stability of Metal Structures, Paris, pp.497-504, 1983.
- 12.57) 倉西 茂：水平横荷重を受けるアーチ橋について，土木学会論文集，No.73，pp.1-6，1961.
- 12.58) Yabuki, T. and S. Kuranishi : Out-of-Plane Behavior of Circular Arches Under Side Loadings, 土木学会論文報告集，No.214，pp.71-82，1973.
- 12.59) 倉西 茂・矢吹哲哉：側方荷重の影響を考慮した2-ヒンジ鋼アーチの面内極限強度について，土木学会論文報告集，No.272，pp.1-12，1978.
- 12.60) 倉西 茂・矢吹哲哉：鋼アーチ橋の極限強度に及ぼす横構剛性の影響について，土木学会論文報告集，No.305，pp.47-58，1981.
- 12.61) Kuranishi, S. and T. Yabuki : Lateral Load Effect on Steel Arch Bridge Design, Proc. of ASCE, Journ. of ST, Vol.110, No.9, pp.2263-2274, 1984.
- 12.62) Sakimoto, T. and S. Komatsu : Ultimate Strength of Steel Arches under Lateral Loads, 土木学会論文報告集，No.292，pp.83-94，1979.
- 12.63) Sakimoto, T. and S. Komatsu : A Possibility of Total Breakdown of Bridge Arches due to Buckling of Lateral Bracings, Final Report of 2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures, Liege, pp.299-301, 1977.
- 12.64) Vafakos, W.P. and N. Nissel : Parametric Expansions for Oval Reinforcing Rings, Proc. of ASCE, Vol.90, No. EM 5, pp.1-25, 1964.
- 12.65) Stevens, G.W.H. : The Stability of a Compressed Elastic Ring, Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol.5, pp.221, 1952.
- 12.66) Peason, C.E. : General Theory of Elastic Stability, Quarterly of Applied Mathematics, Vol.14, No.2, pp.133-144, July, 1956.
- 12.67) Singer, J. and C.D. Babcock : On the Buckling of Rings Under Constant Directional and Centrally Directed Pressure, Journal of Applied Mechanics, Vol.37, No.1, pp.215-218, March, 1970.
- 12.68) Schmidt, R. : Buckling of Rings Subjected to Interacting Loads, Proc. of ASCE, Vol.107, No. EM 2, pp.421-424, April, 1981.
- 12.69) Boresi, A.P. : A Refinement of the Theory of Buckling of Rings under Uniform Pressure, Journal of Applied Mechanics, Vol.22, No.1, Trans., ASME, Vol.77, pp.95-102, March, 1955.
- 12.70) Smith, C.V. Jr. and G.J. Simitses : Effect of Shear and Load Behavior on Ring Stability, Proc. of ASCE, Vol.95, No. EM 3, pp.559-569, June, 1969.
- 12.71) Cheney, J.A. : Bending and Buckling of Thin-Walled Open-Section Rings, Proc. of ASCE, Vol.89, No. EM 5, pp.17-44, Oct., 1963.

- 12.72) Seide, P. and E. D. Albano : Bifurcation of Rings under Concentrated Normal Loads, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, No. 1, pp. 233-238, March, 1973.
- 12.73) Albano, E. D. and P. Seide: Bifurcation of Rings under Concentrated Centrally Directed Loads, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 40, No. 2, pp. 553-558, June, 1973.
- 12.74) Lo, H., Bogdanoff, J. L. and Goldberg, J. E. : A Buckling Problem of a Circular Ring, 4th U. S. National Congress of Applied Mechanics, Vol. 1, pp. 691-695, 1962.
- 12.75) Zagustin, E. A. and Herrmann, G. : Stability of an Elastic Arch in Rigid Cavity, *Experimental Mechanics*, pp. 572-576, 1968.
- 12.76) Chicurel, R. : Shrink Buckling of Thin Circular Rings, *Transaction ASME*, pp. 608-610, 1968.
- 12.77) Cheney, J. A. : Bending and Buckling of Thin-Walled Open-Section Rings, *Proc. of ASCE*, Vol. 89, No. EM 5, pp. 17-44, 1963.
- 12.78) Goldberg, J. E. and Bogdanoff, J. L. : Out-of-Plane Buckling of I-Section Rings, *Publ. of IABSE*, Vol. 22, pp. 73-92, 1962.
- 12.79) Goldberg, J. E. and Bogdanoff, J. L. : Buckling of a Prestressed Circular Ring, *Proc. of ASCE*, Vol. 90, No. ST 4, pp. 235-250, 1964.