

第8章 板要素

8.1 概 説

8.1.1 範 囲

本章においては、圧縮、および圧縮と面内曲げを受ける板要素（補剛板要素も含む）ならびに薄肉箱形短柱の座屈耐荷力、およびその設計法について述べる。柱あるいは桁としての全体座屈とそれらを構成する板要素の局部座屈との連成についてはここでは取扱わない。また、ここでは、圧縮が卓越する板要素についてのみ取扱い、曲げやせん断が卓越する板要素の耐荷力については第9章「プレート・ガーダーおよびボックス・ガーダー」のところで取扱う。この章で取り扱う縦補剛材は、プレート・ガーダー等の腹板の水平補剛材の場合とは異なり、横補剛材位置で切断されていないもの、および、ねじり剛性が無視できる開断面のもののみを対象とする。

8.1.2 板要素の座屈挙動

(1) 無 補 剛 板

実際の構造物における圧縮板の挙動をうまく再現できるような解析モデルとして、図8.1に示すように、周辺が単純支持された板（幅＝ b 、長さ＝ a 、厚さ＝ t ）に、一様相対圧縮変位が漸増的に与えられたモデルについて考える。もし、板に初期たわみが存在しなければ、圧縮応力度 σ_c が次式で与えられる弾性座屈応力度 σ_{cr} に等しくなると、板は座屈し、たわみ始める。

$$\sigma_{cr} = k \cdot \sigma_e \quad (8.1)$$

ここに、 k は座屈係数があり、

$$k = \left. \begin{aligned} & \left(\frac{1}{\alpha} + \alpha \right)^2 & (\alpha \leq 1) \\ & = 4 & (\alpha > 1) \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

$$\sigma_e = \frac{E\pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (8.3)$$

α は縦横比（アスペクト比）であり、

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad (8.4)$$

柱の場合と異なり、板の場合には図8.2の曲線②に示すように、座屈後も板の側辺部は圧縮力に抵抗できるため、平均応力度 $\bar{\sigma}$ は σ_{cr} を越えてさらに顕著に上昇する。座屈後の応力分布は、図8.1(b)に示すような形となる。このような座屈後の挙動のことを後座屈挙動という。そして、側辺で最大応力度となり、この応力度 σ_{max} がほぼ降伏応力 σ_y に達する応力状態で、板の平均圧縮応力度は極限值 σ_u に達する（曲線③）。しかし、板に初期たわみ w_0 が存在すると、その挙動は図8.2の曲線④のようになり、その極限応力度 σ_u は減少する。板の極限応力度を低下させる要因としては、初期たわみの他に残留応力や荷重の偏心などがあげられる。

しかし、一般の構造部材に用いられる圧縮板においては設計上、幅と板厚の比に制限があるため、図8.3に示

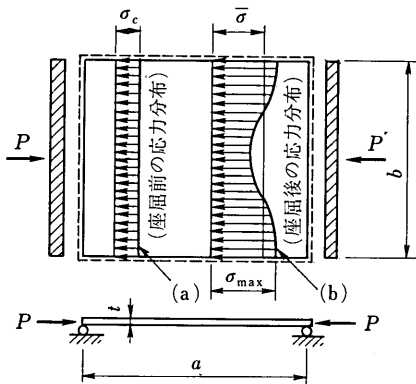


図 8.1 圧縮板

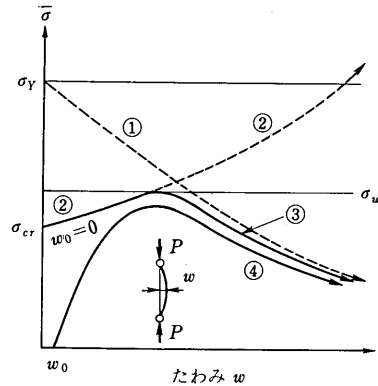


図 8.2 圧縮板の挙動（幅厚比の大きい場合）

すように、式 (8.1) で求まる弾性座屈応力度 σ_{cr} が降伏応力よりも大きい場合が多い。初期たわみがなく残留応力のみ含む $\sigma_{cr} > \sigma_Y$ なる圧縮板では、板中央部の圧縮残留応力の部分が早期に塑性化し、側辺部は弾性的状態で座屈する、いわゆる弾塑性座屈が発生し、平均応力度 $\bar{\sigma}$ が、接線係数理論に従った座屈応力度 σ_{crt} に等しくなる付近から、板はたわみ始め、等価係数理論に従う座屈応力度 σ_{crr} に至るまでに、 σ_u に達する^{8.1)}。図 8.3 の曲線③に示すように、弾塑性座屈を起こす板においても、極限応力度は、初期たわみなどの残留応力以外の初期不整にも影響される。とくに、幅厚比 b/t の大きい圧縮板の極限応力度は、圧縮残留応力に、 b/t の小さい圧縮板では、初期たわみの影響を強く受ける。また、図 8.2 と図 8.3 の曲線①は、図 8.4 に示すような塑性崩壊機構を想定した時の圧縮応力度 σ_c と板中央たわみ w の関係を示したものである^{8.2)}。

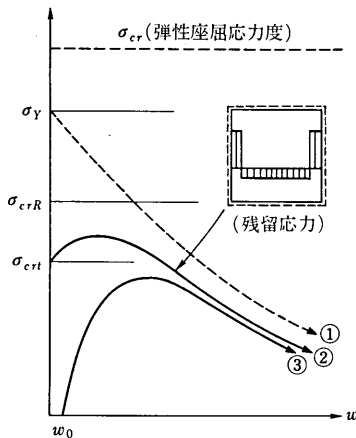


図 8.3 圧縮板の挙動（幅厚比の小さい場合）

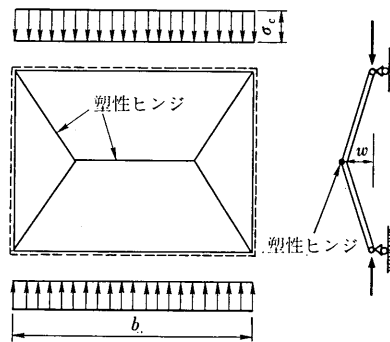


図 8.4 塑性崩壊機構

(2) 補剛板

図 8.5 に示すような一様相対圧縮変位を受ける周辺単純支持された補剛板の挙動について述べる。

はじめに、補剛材の剛度が非常に大きい場合について取り扱う。この場合、補剛材間の板パネルの挙動は前節 (1) の圧縮板の挙動に類似してくる。板パネルの幅 b_i と板厚 t の比、すなわち幅厚比 b_i/t が大きければ、まず板パネルが局部座屈した後座屈領域に入り、その応力分布は図 8.5 (b) のような形となる。図 8.6 に示すよ

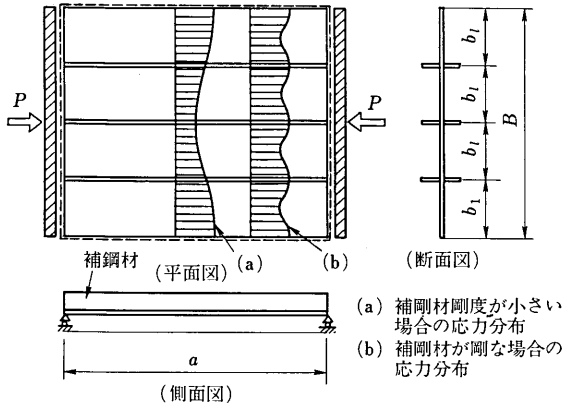


図 8.5 圧縮補剛板

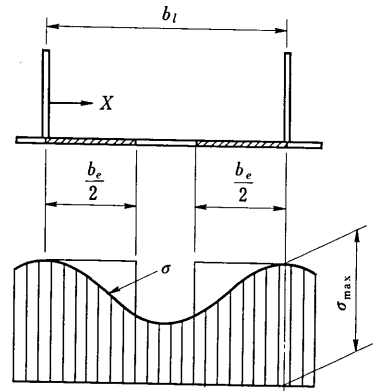


図 8.6 有効幅

うに、板パネルの応力度を σ ，その最大応力度を σ_{max} とし、次式を満足する有効幅 b_e を定義する。

$$b_e \cdot \sigma_{max} = \int_0^{b_1} \sigma dx \quad (8.5)$$

この b_e は、応力レベルが低い時には、補剛材間隔 b_1 にほぼ等しいが、板パネルが局部座屈した後、徐々に減少し始める。したがって補剛板の極限強度は、図 8.7 に示すように、板パネルの有効幅部分と補剛材からなる柱（有効補剛材という）の極限強度にほぼ等しくなる。とくに、補剛材本数が多く補剛板の縦横比 $\alpha_t = a_t/B$ (α_t : 横補剛材間隔) が小さくなるほど、補剛板側辺の支持条件の極限強度に及ぼす影響は小さくなり、有効補剛材を用いる方法（柱モデル・アプローチ）は精度のよい極限強度の推定値を与える。

次に、補剛材剛度が非常に小さい場合について述べる。この場合は、補剛板全体が一枚の板（厳密には直交異方性板）として挙動するため、その特性は前節（1）の圧縮板のそれに類似してくる。直交異方性板理論に従うと、補剛板の弾性座屈応力度 σ_{crit} は次式で与えられる^{(8.3), (8.4)}。

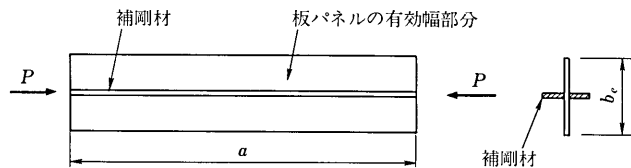


図 8.7 有効補剛材

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{crit} &= \frac{D\pi^2}{B^2 t^*} \left\{ \left(\alpha_t + \frac{1}{\alpha_t} \right)^2 + \left(\frac{1}{\alpha_t} \right)^2 n \gamma_t \right\} & (\alpha_t \leq \alpha_{t0}) \\ &= \frac{2 D\pi^2}{B^2 t^*} \{ 1 + \sqrt{1 + n \gamma_t} \} & (\alpha_t \geq \alpha_{t0}) \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

ここに、 D は板の曲げ剛度、 n は板パネル数（補剛材本数 $n_t + 1$ ）、 t^* は直交異方性板としての換算板厚、 γ_t は補剛材の曲げ剛度と板パネルの曲げ剛度の比で補剛材剛比といわれるものである。 α_{t0} は軸方向座屈半波数が 1 の場合に座屈応力度が最小となる縦横比である（図 8.17 参照）。以上の記号は、それぞれ、次式で与えられる。

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (8.7)$$

$$t^* = t + \frac{A_i}{b_i} \quad (8.8)$$

$$\gamma_i = \frac{EI_i}{BD} \quad (8.9)$$

$$\alpha_{i0} = \sqrt[4]{1+n\cdot\gamma_i} \quad (8.10)$$

$$n = n_i + 1 \quad (n_i: \text{補剛材本数}) \quad (8.11)$$

ここに、 A_i 、 I_i は、補剛材1本の断面積および断面2次モーメントである。ただし、 γ_i が図8.8に示す必要最小剛比 γ_i^* より大きくなると、補剛材位置で節となる座屈波形が発生し、 σ_{cri} は式(8.1)で幅 b を b_i とした板パネルの局部座屈応力度 σ_{cr} に一致する。この γ_i^* は補剛材の剛度を表わす基準として用いられる重要なパラメータである。 γ_i^* は次式で与えられる^{8.4)}。

$$\left. \begin{aligned} \gamma_i^* &= 4\alpha_i^2 \cdot n \cdot (1+n\delta_i) - \frac{(\alpha_i^2+1)^2}{n} & (\alpha_i \leq \alpha_{i0}) \\ &= \frac{1}{n} [2 \cdot n^2(1+n\delta_i) - 1]^2 - 1 & (\alpha_i > \alpha_{i0}) \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

ここに、

$$\delta_i = \frac{A_i}{Bt} \quad (8.13)$$

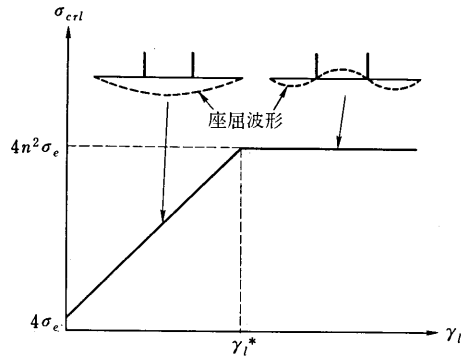


図 8.8 必要最小剛比 γ_i^*

8.2 一様圧縮を受ける板要素

8.2.1 無補剛板

(1) 周辺単純支持板

図8.9は、周辺単純支持板の耐荷力を、次式の幅厚比パラメータ R の関数として、プロットしたものである。

$$R = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (8.14)$$

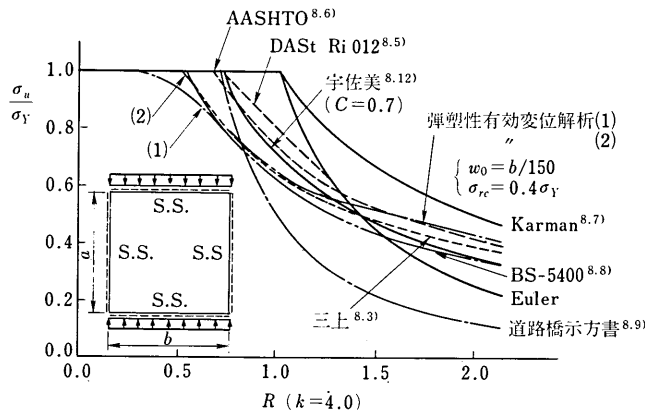


図 8.9 周辺単純支持板の各種耐荷力曲線^{8.40)}

座屈係数 k を 4, ポアソン比 ν を 0.3 と置くと,

$$R = \frac{1}{1.9} \cdot \beta = 0.525 \beta \quad (8.15)$$

ここに,

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (8.16)$$

側辺の面内変位の拘束条件も b/t が大きい板の極限強度に若干は影響を及ぼすが^{8.1)}, ここでは, 安全側の見地より, 全く拘束しない場合についてのみ取扱う.

図 8.9 の曲線 (1) は, 道路橋示方書の製作基準である板幅 b の $1/150$ の初期たわみと実測の最大残留応力 (第 4 章 参照) である降伏応力 σ_Y の 40 % の圧縮残留応力を有する圧縮板の弾塑性有限変位解析により求められたものである^{8.1)}. 一般に, R が小さくなると, ひずみ硬化の効果が期待できること, および使用鋼板も厚くなり初期たわみが小さくなることを考慮して, 図中の曲線 (2) は, $R \leq 0.5$ の範囲では, $\sigma_u/\sigma_Y = 1.0$ となるように, 曲線 (1) に修正を加えたものである. 曲線 (2) は, 次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_Y &= 1.0 & (R \leq 0.5) \\ &= 0.390(R-0.5)^2 - 0.911(R-0.5) + 1.0 & (0.5 < R \leq 1.0) \\ &= -0.146R + 0.015/(R-0.8) + 0.713 & (1.0 < R \leq 2.1) \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

三上曲線^{8.3)}は, BS 449 (1959)^{8.10)} の公式を基に決められたもので, 次式で与えられる.

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_Y &= 1.0 & (R \leq 0.526) \\ &= (0.526/R)^{0.7} & (R > 0.526) \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

図中の Euler 曲線は弾性座屈曲線である. わが国の道路橋示方書の曲線は座屈理論に基づいているため, その傾向は Euler 曲線に類似している. 他の曲線は有限変位理論に基づいており, 初期不整の程度により曲線の位置が変化しているが, その傾向は互いによく一致している. これらの曲線のうち, 三上曲線は, 弾塑性有限変位理論に基づいた曲線 (2) に対して若干安全側に, BS 5400 part 3 の耐荷力曲線^{8.8)}に対しては若干危険側であるが, これらの曲線によく適合している. 三上曲線の式 (8.18) が非常に簡単であることが注目される. また, 図中の Kármán 曲線^{8.7)}は, 初期不整のない圧縮板に有効幅の概念を導入して誘導されたもので次式で与えられる.

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \frac{1}{R} \quad (R \geq 1) \quad (8.19)$$

また, この曲線に初期不整の影響を導入した以下のような実験式が Dwight^{8.11)}, 宇佐美・福本・青木^{8.12)}, 宇佐美・福本^{8.13)}らによって提案されている.

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \frac{C}{R} \quad (R \geq C) \quad (8.20)$$

宇佐美らは, C の値として, HT 80 材では 0.75, HT 60 材では 0.737 を提案している. 図中には $C=0.7$ とした時の耐荷力曲線が示されている. その他, Winter^{8.14)} によって提案された有効幅式に基づいて, AISC (1968)^{8.15)} では冷間成形部材に対して有効幅公式が規定されており, それから得られる極限強度式は次式で与えられる.

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_Y} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y}} \left(1 - 0.22 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_Y}} \right) \quad (8.21)$$

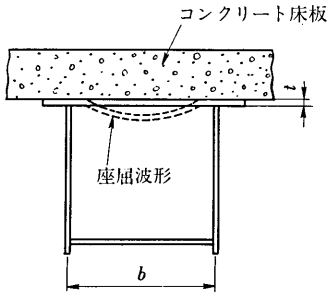
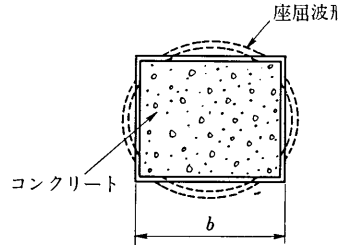
図 8.10 アーチ橋補剛桁^{8.16)}図 8.11 合成柱^{8.16)}(2) 周辺固定支持板^{8.16)}

図 8.10 に示すようなアーチ橋補剛桁等の圧縮フランジ、および図 8.11 に示すコンクリート充てん方式の合成柱の圧縮鋼板などにおいては、コンクリート側への鋼板の座屈が拘束され、その座屈強度および極限強度は周辺固定支持板の圧縮板モデルを用いて求めることができる。

座屈波形として、

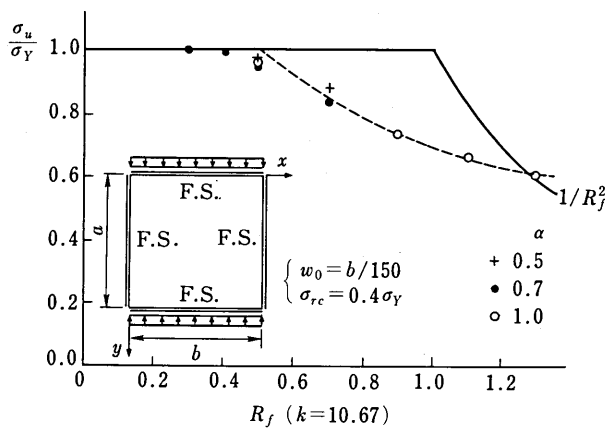
$$w = \frac{w_c}{4} \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{b} x\right) \left(1 - \cos \frac{2\pi}{a} y\right) \quad (8.22)$$

を仮定し、エネルギー法を用いると、次式の弾性座屈応力度 σ_{crf} が得られる。ただし、 (x, y) 座標は図 8.12 の挿入図に示したように定義されている。

$$\sigma_{crf} = k_f \cdot \sigma_e \quad (8.23)$$

$$k_f = 4 \left(\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2} + \frac{2}{3} \right) \quad (8.24)$$

縦横比 α が 1 のとき、 k_f は最小値 10.67 をとる。

図 8.12 周辺固定支持板の極限応力度曲線^{8.16)}

$b/150$ の初期たわみと $0.4 \sigma_Y$ の圧縮残留応力度を有する周辺固定支持の圧縮板に対して弾塑性有限変位解析^{8.16)}を実行すると、図 8.12 および式 (8.25) で示される極限応力度曲線が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_Y &= 1.0 & (R_f \leq 0.5) \\ &= 0.433(R_f - 0.5)^2 - 0.831(R_f - 0.5) + 1.0 & (R_f > 0.5) \end{aligned} \right\} \quad (8.25)$$

ここに,

$$R_f = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{crf}}} = 0.322\beta \quad (8.26)$$

σ_{crf} を求める時の座屈係数には $k_f = 10.67$ を用いる.

式(8.15)の R と R_f の間には, 以下の関係が成立する.

$$R = 1.633 R_f \quad (8.27)$$

(3) 3辺単純支持1辺自由の圧縮板

架設時の単純プレートガーダーの圧縮フランジ, あるいは連続プレートガーダーの中間支点付近の下圧縮フランジなどに用いられる自由突出圧縮フランジのうち, 以下の条件に従うものをここでは対象とする.

- ① プレートガーダーは横倒れ座屈を起こさないものとする.
- ② ねじりに伴うそり応力は存在しない.
- ③ フランジの局部座屈がコンクリート床版などにより拘束されない.

以上の条件を満足する自由突出圧縮フランジの局部座屈強度は, 一様相対圧縮変位を受ける3辺単純支持1辺自由の圧縮板モデルを用いて求めることができる^{8.17)}.

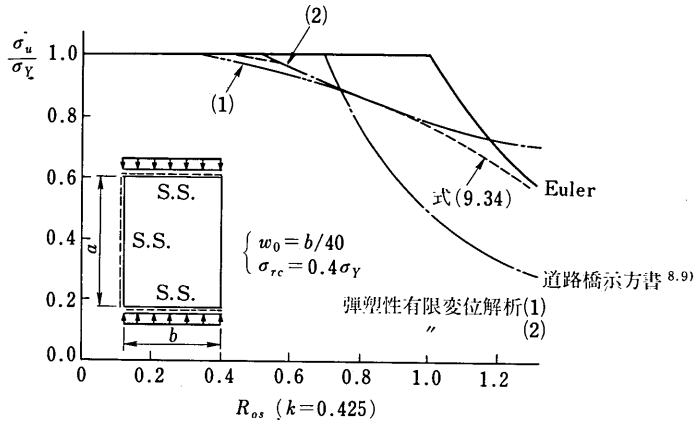


図8.13 3辺単純1辺自由の圧縮板の極限応力度曲線^{8.17)}

超過確率が約3%程度である^{8.17)} $b/40$ の初期たわみと $0.4\sigma_Y$ なる圧縮残留応力を有する3辺単純支持1辺自由の圧縮板の弾塑性有限変位解析を行うと図8.13に示すような極限応力度曲線が得られる. 同図において, 横軸の R_{0s} は次式で与えられる幅厚比パラメータである.

$$R_{0s} = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 \cdot k_{0s}}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} = 1.613\beta \quad (8.28)$$

ここに, 座屈係数 $k_{0s} = 0.425$ である.

図8.13の曲線(1)は, 解析結果をそのままプロットしたものであり, 曲線(2)は, 周辺単純支持板の場合と同様な理由から曲線(1)に修正を加えたものである.

曲線(2)は次式で与えられる.

$$\begin{aligned}
 \sigma_u/\sigma_Y &= 1.0 & (R_{os} \leq 0.5) \\
 &= 0.080 (R_{os} - 0.5)^2 - 0.480 (R_{os} - 0.5) + 1.0 & (0.5 < R_{os} \leq 1.0) \\
 &= 0.470 R_{os}^2 - 1.340 R_{os} + 1.650 & (1.0 < R_{os} \leq 1.3)
 \end{aligned} \quad (8.29)$$

図 8.13 には、道路橋示方書の基準耐力力曲線および Basler の耐力力曲線（式 9.34）も示されているが、道路橋示方書の曲線は、弾塑性有限変位理論に基づいた曲線（1）、（2）とかなり異なっていることがわかる。ここで取り扱っているような面内曲げが発生しない自由突出板では、かなりの後座屈強度が期待できることがわかる。しかし、圧縮補剛板の縦補剛材などにおいては、補剛板全体の座屈変形に伴い、補剛材には付加的な面内曲げモーメントが発生し、補剛材内の応力分布は先端部で圧縮応力が大きい台形分布となる。このような自由突出板の耐力力は、ここで取扱った自由突出板に比して、かなり低下するものと思われる^{8.18)}。

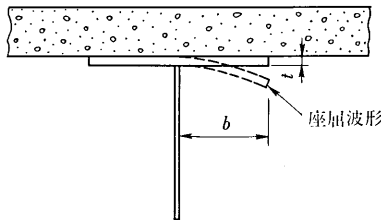


図 8.14 コンクリート床版で拘束された自由突出フランジ

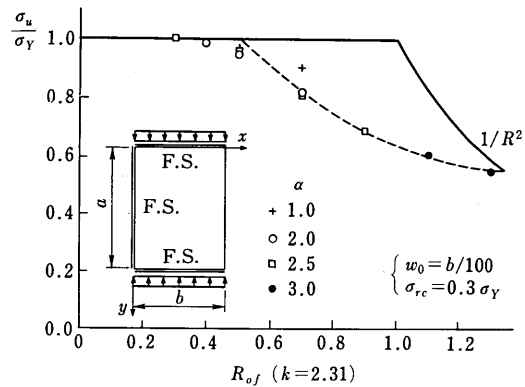


図 8.15 3辺固定1辺自由の圧縮板の極限応力度曲線

(4) 3辺固定支持1辺自由の圧縮板

図 8.14 に示すように、プレートガーダーの圧縮フランジがコンクリート床版により拘束されると、その座屈波形はコンクリート側に生じなくなる。したがって、この種の座屈強度は3辺固定1辺自由の圧縮板モデルを用いて求めることができる。

このような圧縮板の座屈波形は次式で近似できる。

$$w = \frac{w_c}{2} \cdot \frac{y^2}{b^2} \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{a} x\right) \quad (8.30)$$

ここに、 w_c は先端での最大座屈たわみであり、 x, y 座標は図 8.15 の挿入図に示されているように定義されている。式 (8.30) の座屈波形を用い、エネルギー法により弾性座屈応力度 σ_{crof} を求めると、

$$\sigma_{crof} = k_{of} \cdot \sigma_e \quad (8.31)$$

$$k_{of} = 4/\alpha^2 + 40/(3\pi^2) + 15\alpha^2/\pi^4 - 20\nu/\pi^2 \quad (8.32)$$

縦横比 $\alpha = a/b = 2.26$ の時、 k_{of} は最小値 2.31 をとる。

$b/100$ の初期たわみと $0.3\sigma_Y$ の圧縮残留応力を有する3辺固定支持1辺自由の圧縮板の弾塑性有限変位解析を行うと、図 8.15 および式 (8.33) で示される極限応力度曲線がえられる^{注)}。

$$\begin{aligned}
 \sigma_u/\sigma_Y &= 1.0 & (R_{of} \leq 0.5) \\
 &= 0.571 (R_{of} - 0.5)^2 - 1.010 (R_{of} - 0.5) + 1.0 & (R_{of} > 0.5)
 \end{aligned} \quad (8.33)$$

注) この解析は、大阪市立大学の北田俊行と梶川晴近が行ったものである。

ここに、 R_{0f} は3辺固定支持1辺自由の圧縮板の幅厚比パラメータであり、次式で与えられる。

$$R_{0f} = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{crof}}} = 0.692\beta \quad (8.34)$$

ここに、座屈係数 $k_{0f} = 2.31$ である。

式 (8.28) の R_{0s} と R_{0f} の間には以下の関係が成立する。

$$R_{0s} = 2.33 R_{0f} \quad (8.35)$$

8.2.2 補剛板

(1) 両側辺が支持された補剛板

ここでは、補剛材剛度を弾性座屈理論に従って設計した補剛板の極限強度を弾塑性有限変位理論に基づいた計算法により推定する方法について述べる。ただし、補剛材が局部座屈を起こさないような補剛板についてのみ取り扱う。

a) 補剛材の設計法

図 8.16 に示すような縦横に補剛された圧縮板パネル abcd (以下、縦横補剛板パネルという) を最適に設計することはきわめて難しい問題である。それは以下に示すような多くのパラメータが補剛板の座屈に影響するからである。つまり、作用応力度 σ_c 、板パネルの幅厚比 b/t 、縦横比 A/B 、 a_t/B 、縦・横補剛材剛度、鋼種などである。

ここでは、弾性座屈理論の立場から、一つの目安としての補剛材剛度の設計法について示す。

i) 弾性座屈応力度

図 8.16 に示す縦横補剛板パネルの辺 $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{da}$ は単純支持の条件を満足するものと仮定する。直交異方性板理論を用いると、補剛板パネル abcd の弾性座屈応力度 σ_{cro} は次式で与えられる。

$$\sigma_{cro} = \frac{D\pi^2}{B^2 t^*} \left\{ \left(\frac{\alpha}{m} + \frac{m}{\alpha} \right)^2 + \left(\frac{m}{\alpha} \right)^2 \cdot n \cdot \gamma_t + \left(\frac{\alpha}{m} \right)^2 (n_t + 1) \gamma_t \right\} \quad (8.36)$$

ここに、 m は圧縮軸方向の座屈半波数であり、 σ_{cro} は、 m を $m < n_t$ の範囲で変化させた場合の最小値にとるものとする。さらに、 n_t は横補剛材本数、 I_t は横補剛材の断面 2 次モーメント、 γ_t は横補剛材剛比であり、

$$\gamma_t = \frac{EI_t}{AD} \quad (8.37)$$

I_t および I_t の評価法には 2 種類がある。1 つは、道路橋示方書に定められているように補剛材の取り付け位置まわりの断面 2 次モーメントを用いる方法であり、他は、DASt Ri 012 で採用されているように、板パネルの有効幅部分と補剛材からなる断面の図心軸まわりの断面 2 次モーメントを用いる方法である。ここでは、道路橋示方書で採用されている前者の方法で補剛材の断面 2 次モーメントを評価するものとする。

実用上は図 8.17 に示すように、近似的に以下の σ_{cro} を用いることもできる。

① $\alpha = A/B \leq \alpha_0$ の時

式 (8.36) において $m=1$ とした場合の σ_{cro} を用いる。

② $\alpha \geq \alpha_0$ の時

$$\sigma_{cro} = \frac{2D\pi^2}{B^2 t^*} [1 + \sqrt{1 + n \cdot \gamma_t} \cdot \{1 + (n_t + 1) \gamma_t\}] \quad (8.38)$$

ここに、

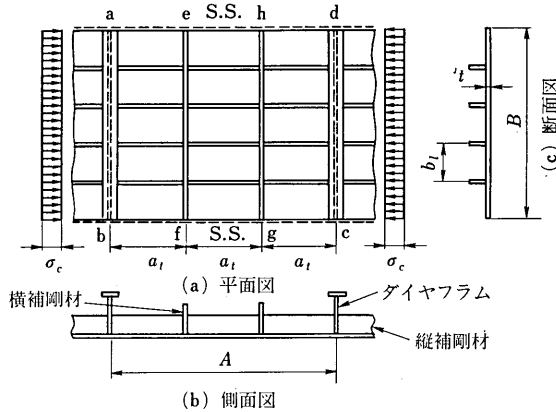


図 8.16 縦横に補剛された圧縮板

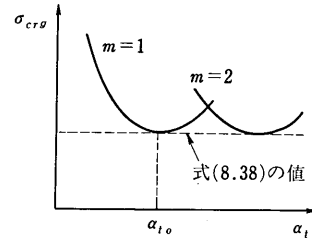


図 8.17 縦横補剛板の座屈強度

$$\alpha_0 = \sqrt[3]{\frac{1+n \cdot \gamma_t}{1+(n_t+1)\gamma_t}} \quad (8.39)$$

式 (8.6) に示した縦補剛材のみを有する補剛板の座屈応力度も同様の考え方に従ったものである。

ii) 縦補剛板パネルの補剛材

曲げに対して十分剛な横補剛材を有する補剛板の横補剛材間の補剛板パネル（縦補剛板パネルという）の縦補剛材の設計法について述べる。縦補剛材間の板パネルの幅厚比パラメータを R_p とし、次式で定義する。

$$R_p = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b_t}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \quad (8.40)$$

R_p は、式 (8.14) において b を b_t に置き換えたものである。縦補剛板パネルの幅厚比パラメータ R_t は式 (8.6) の σ_{cri} を用い次式で与えられる。

$$R_t = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cri}}} \quad (8.41)$$

以下の式 (8.42) を満足する縦補剛材剛度は、縦補剛板パネルの補剛材を設計する上の 1 つの基準となる。

$$R_t = R_p \quad (8.42)$$

式 (8.42) を満足する縦補剛材剛比、すなわち必要最小剛比 γ_t^* を誘導すると、式 (8.12) が得られる。

ただし、道路橋示方書 (1978)^{8,9)} においては、以下の条件から必要最小剛比 $\gamma_{t,req}$ を導いている。

$$R_t = \max \{0.5; R_p\} \quad (8.43)$$

この式は、板パネルの R_p が 0.5 より小さい時には、板パネルの耐荷力がすべて σ_Y であると仮定し、補剛板パネルの R_t は、耐荷力が σ_Y である板パネルの R_p ($=0.5$) に等しくなるように縦補剛材の剛度を低減してよいことを意味する。

iii) 縦横補剛板パネルの補剛材

対象とする縦横補剛板パネルの幅厚比パラメータ R_u を次式で定義する。

$$R_u = \max \{R_t; R_p\} \quad (8.44)$$

ここに、

$$R_t = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{cr0}}} \quad (8.45)$$

次式を満足する縦・横補剛材が縦横補剛板パネルの補剛材を設計する上での 1 つの基準となる。

$$R_u = R_p \quad (8.46)$$

ただし、道路橋示方書（1978）の考え方を準用すると、

$$R_u = \max \{0.5 ; R_p\} \quad (8.47)$$

道路橋示方書では、縦横補剛板パネルと縦補剛板パネルの弾性座屈応力度が等しくなるように横補剛材剛度が定められているので、横補剛材間隔が非常に狭くなると、横補剛材寸法が大きくなり過ることがあるが、式（8.46）あるいは式（8.47）を満足するように補剛材を設計すると、そのような不合理は起らなくなる。

b) 極限強度

1) 縦補剛板パネル

以下に示す6つの極限強度計算法を用いて、図8.18に示す連続補剛板の極限強度を求めると、図8.19, 20に示すような結果となる^{8.19)}。

- ① FHWA の鋼箱桁橋設計示方書案^{8.6)}
- ② BS 5400 part 3^{8.8)}
- ③ DAST Ri 012^{8.5)}
- ④ 道路橋示方書^{8.9)}
- ⑤ 柱モデル・アプローチ^{8.20)}

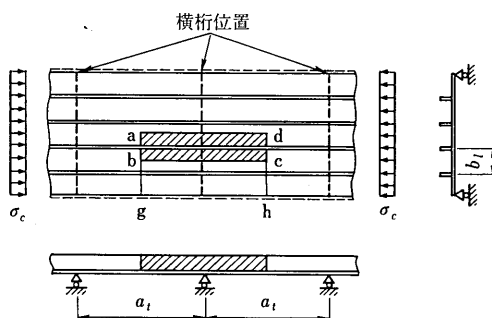


図8.18 連続補剛板

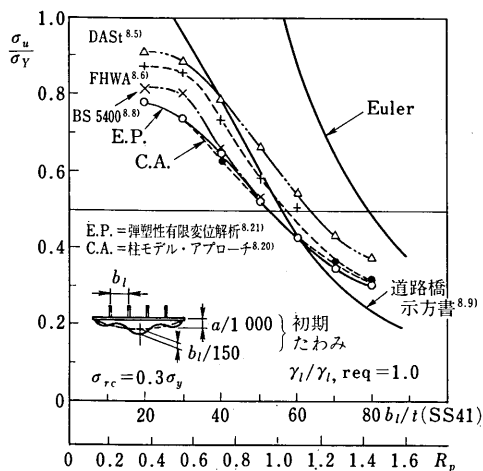


図8.19 各種設計法による極限応力度曲線^{8.19)}
($\gamma_l/\gamma_{l, req}=1.0$)

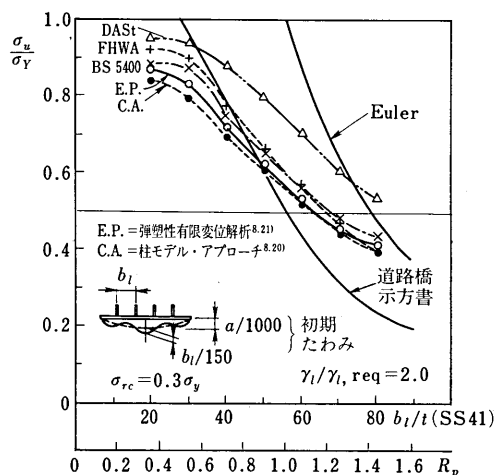


図8.20 各種設計法による極限応力度曲線^{8.19)}
($\gamma_l/\gamma_{l, req}=2.0$)

文献8.20)では補剛板の端部板パネルに対しては中央パネルとは異なった挙動を示すという理由で、特別な配慮がなされているが、ここでは簡便のためそれを無視し、以下の方法を用いた。すなわち、補剛板の極限応力度 σ_u を次式で与えた。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{b_{ej} \cdot t + A_s}{b_i \cdot t + A_s} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_y} \quad (8.48)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_{sm}$ は板パネルの有効幅部分 $b_{ef} \times t$ と補剛材からなる連続な有効補剛材の極限強度であり、次式で与えられる。

$$\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_Y} = 1.0 \quad (\lambda_e < 0.2) \quad (8.49)$$

ここで、 λ_e は式 (8.54) で与えられる有効補剛材の細長比パラメータであり、 λ_e が 0.2～1.2 の範囲では、

SM 58 材に対して ($\sigma_{rc} = 0.2 \sigma_Y$, $\sigma_Y = 4600 \text{ kg/cm}^2$)

$$\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_Y} = -0.425 \lambda_e^3 + 0.820 \lambda_e^2 - 0.903 \lambda_e + 1.142 \quad (8.50)$$

SM 53 材に対して ($\sigma_{rc} = 0.23 \sigma_Y$, $\sigma_Y = 3600 \text{ kg/cm}^2$)

$$\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_Y} = -0.299 \lambda_e^3 + 0.618 \lambda_e^2 - 0.852 \lambda_e + 1.135 \quad (8.51)$$

SM 50 材に対して ($\sigma_{rc} = 0.25 \sigma_Y$, $\sigma_Y = 3200 \text{ kg/cm}^2$)

$$\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_Y} = -0.294 \lambda_e^3 + 0.638 \lambda_e^2 - 0.886 \lambda_e + 1.133 \quad (8.52)$$

SS 41 材に対して ($\sigma_{rc} = 0.30 \sigma_Y$, $\sigma_Y = 2400 \text{ kg/cm}^2$)

$$\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{\sigma_Y} = -0.223 \lambda_e^3 + 0.550 \lambda_e^2 - 0.914 \lambda_e + 1.136 \quad (8.53)$$

ここに、

$$\lambda_e = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \cdot \frac{l}{r_{se}} \quad (8.54)$$

$$l = \min \{a_t; \alpha_{t0} \cdot B\} \quad (8.55)$$

$$\gamma_i = \frac{12(1-\nu^2)}{B \cdot t^3} \cdot I_i \div \frac{13 \cdot I_i}{B \cdot t^3} \quad (8.56)$$

r_{se} は有効補剛材の、補剛材に垂直な主軸まわりの断面 2 次半径である。また、板パネルの有効幅 b_{ef} は、次式により求める。

$$\frac{b_{ef}}{b_i} = 0.702 R_e^3 - 1.640 R_e^2 + 0.654 R_e + 0.926 \quad (8.57)$$

ここに、

$$R_e = 0.562 \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_{sm}}{E}} \cdot \frac{b_i}{t} \quad (8.58)$$

R_e の計算に $\bar{\sigma}_{sm}$ が必要となり、反復計算となる。ただし、2, 3 回の反復で収束する。電子計算機が設計に普通に用いられる今日では、この程度の計算は、それほど繁雑であるとはいえない。

⑥ 有限要素法による弾塑性有限変位解析^{8.19), 8.21)}

縦補剛材が 4 本以上であれば、1 本の補剛材とその両側に隣接する板パネルの半分を取り出して解析してよいという文献^{8.22)} の結論に従うと、図 8.18 の abcd の部分は図 8.21 のようにモデル化できる。解析に用いた初期たわみは図 8.21 に示すようなものであり、残留応力は文献^{8.23)} に従い、板パネルおよび補剛材の圧縮残留応力度が、それぞれ、 $0.3 \sigma_Y$ および $0.2 \sigma_Y$ のものとした。

図 8.19 および図 8.20 より、道路橋示方書の耐荷力曲線の傾向は弾塑性有限変位解析の結果とかなり異なっていることがわかる。道路橋示方書の耐荷力曲線は、比較的補剛材本数の少ない補剛板を用いた実験的研究に基づいて定められたものであり、補剛材本数が多くなる ($n_i \geq 4$) とかならずしも合理的であるとはいえなくなる。

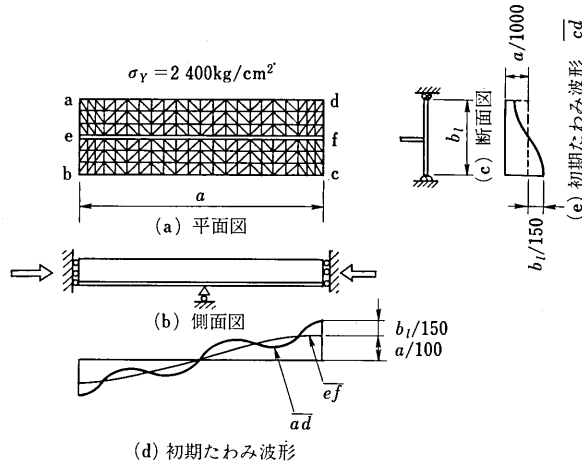


図 8.21 解析モデル

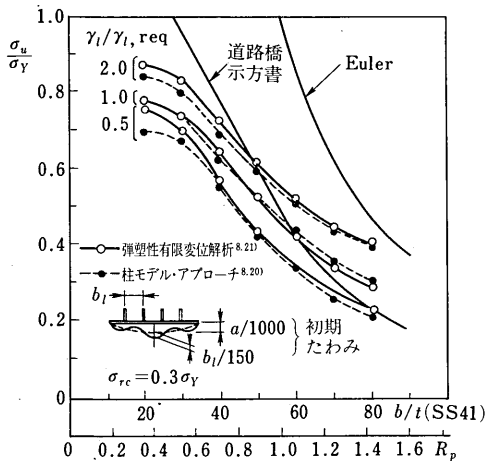
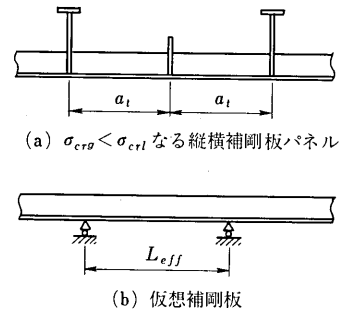
図 8.22 $\gamma_i/\gamma_{i,req}$ と σ_u/σ_Y の関係^{8.19)}

図 8.23 仮想補剛板

柱モデル・アプローチは弾塑性有限変位解析の結果と非常によく一致している。これは柱モデル・アプローチで対象としている初期たわみおよび残留応力と同じものを弾塑性有限変位解析に用いたことにも起因している。DAST Ri 012 による結果は、かなり危険側の値を与えているが、耐荷力曲線の傾向は、弾塑性有限変位解析の結果と類似している。耐荷力曲線を比較するときは、それらが平均値にとられているのかあるいは、下限値にとられているのかにより異なるし、また、それぞれの示方書で対象とする安全率および荷重強度の取り方でも異なるため、各耐荷力曲線の背景を十分に吟味する必要がある。BS 5400 part 3 および FHWA による計算結果は、それぞれの示方書で対象としている初期たわみおよび残留応力の大きさが異なること、および柱モデル・アプローチのように反復計算を必要としないことを考えると、比較的良好に弾塑性有限変位解析の結果と一致しているといえる。

図 8.22 には、 $\gamma_i/\gamma_{i,req}$ を 0.5, 1.0 および 2.0 と変化させた場合の耐荷力曲線が示されている^{8.19)}。ただし、 $\gamma_i/\gamma_{i,req}=0.5$ の場合の弾塑性有限変位解析による結果は、図 8.21 の簡単なモデルではなく、図 8.18 の aghd 部

分を解析モデルとして取り出し、計算されたものである。補剛材剛比 γ_i を道路橋示方書の必要最小値 $\gamma_{i,req}$ より大きくすることによって、極限強度がかなり上昇することがわかる。また、 $\gamma_i < \gamma_{i,req}$ の補剛板に対しても、柱モデル・アプローチは $R_p \geq 0.5$ の範囲で有効であることがわかる。道路橋示方書では、補剛材の剛度に關係なく一定の耐荷力曲線を用いているため、剛な補剛材を用いることに対する経済性が期待できない。なお、 $R_p \leq 0.5$ の範囲で弾塑性有限変位解析による極限応力度曲線が、それほど上昇していないのは、式 (8.43) のところで述べたように、道路橋示方書では $\gamma_{i,req}$ を $(t_0/t)^2$ に従って低減しているためである。ここで t_0 は $R_p = 0.5$ の時の板パネルの最小板厚である。

ii) 縦横補剛板パネル^{8,19)}

横補剛材間の縦補剛板パネルの座屈応力度 σ_{cri} よりも、縦横補剛板パネルの座屈応力度 σ_{crg} の方が小さい場合について取り扱う。このような縦横補剛板パネルに対しては、通常の柱モデル・アプローチは用いられない。そこで、図 8.23 に示すような仮想補剛板を考え、それに柱モデル・アプローチを適用する。仮想補剛板には横補剛材はなく、その断面寸法と弾性座屈応力度 σ_{cri}^* は、対象とする補剛板のそれらに等しい。したがって、仮想補剛板の長さ、すなわち、有効座屈長 L_{eff} が、 $\sigma_{cri}^* = \sigma_{crg}$ という条件から決定されることになる。

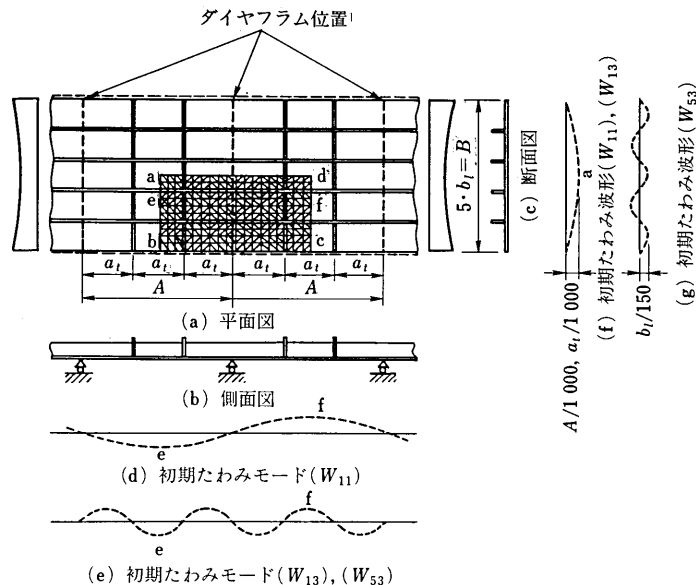


図 8.24 縦横に補剛された圧縮板

図 8.24 に示す連続補剛板モデルの極限強度を、仮想補剛板を用いた柱モデル・アプローチと弾塑性有限変位解析により求め、図 8.25 に示す^{8,19)}。横軸に $\gamma_i/\gamma_{i,req}$ をとり、 γ_i を大きくし σ_{crg} が一定となるように横補剛材寸法を小さくした時の極限応力度 σ_u の変化状況が同図に示されている。 $\gamma_i = \gamma_{i,req}$ の時に、横補剛材寸法は 0 となる。曲線 (1) は、図 8.24 に示す縦横補剛板パネルに対する弾塑性有限変位解析の結果であり、曲線 (2) は、仮想補剛板に対する同様な解析結果を示したものである。曲線 (3) は、仮想補剛板に柱モデル・アプローチを適用した場合の計算結果であり、曲線 (1)、(2) に比較して、若干安全側ではあるが、これらの曲線と同様の傾向を示していることがわかる。すなわち、柱モデル・アプローチは、縦横補剛板パネルの極限強度の推定法としても用いてよいことがわかる。

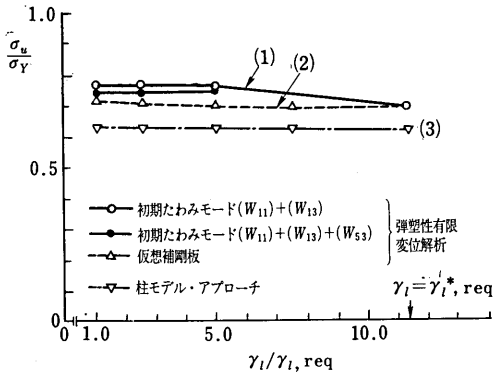
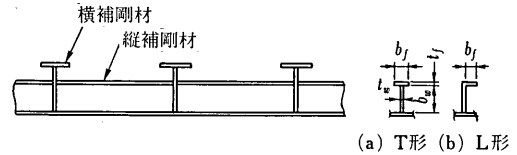
図 8.25 縦横に補剛された圧縮板の極限強度^{8,19)} ($R_p=0.71$)

図 8.26 先端が補剛された縦補剛材

(2) 先端が補剛された突出圧縮板^{8,19)}

図 8.26 に示す T または L 形断面の縦補剛材のように、先端が補剛された突出圧縮板の設計法について述べる。Bleich^{8,24)} は、弾性線形座屈理論の立場から、3 辺が単純支持で 1 辺が補剛された突出板の先端補剛材の必要断面 2 次モーメント I_f^* を次式で与えている。

$$I_f^* = \max \{I_{f1}; I_{f2}\} \quad (8.59)$$

$$I_{f1} = b_w t_w^3 \left(1.8315 + 0.3663 \frac{A_f}{A_w} \right) \quad (8.60)$$

$$I_{f2} = b_w t_w^3 \left\{ 0.118 (\alpha_w - 0.41)^2 + 0.47 + 0.366 \frac{A_f}{A_w} \alpha_w^2 \right\} \quad (8.61)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} I_f^* &= \frac{b_f^3 \cdot t_f}{12} & (\text{T形断面の場合}) \\ &= \frac{b_f^3 \cdot t_f}{3} & (\text{L形断面の場合}) \end{aligned} \right\} \quad (8.62, 63)$$

$$A_f = b_f \cdot t_f, \quad A_w = b_w \cdot t_w, \quad \alpha_w = a / (b_w + t_f / 2) \quad (8.64 \sim 66)$$

$I_f = \infty$ の補剛突出板の座屈係数は、 $b_w \times t_w$ の補剛材ウェブパネル部分の局部座屈より決まり、 $k=4$ となる。式 (8.60) は、 $k=4$ の 99 % に相当する座屈係数、すなわち、 $k=3.96$ を確保するに必要な I_f を与える。式 (8.61) は、補剛突出板が横ねじれ座屈を起こさないために必要な I_f を与える。Bleich の条件式の妥当性を弾塑性有限変位解析により検討するために、図 8.27 に示すような解析モデルを用いたパラメトリック解析が行われた^{8,19)}。横ねじれ座屈が極限強度に及ぼす影響について着目するため、板パネル部分の圧縮軸方向には、固定間（横補剛材

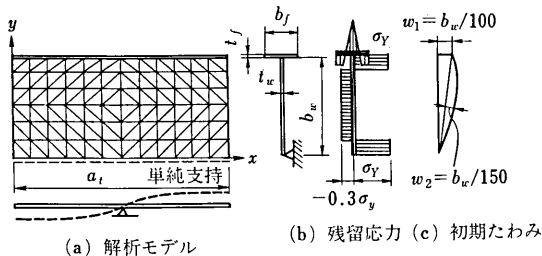
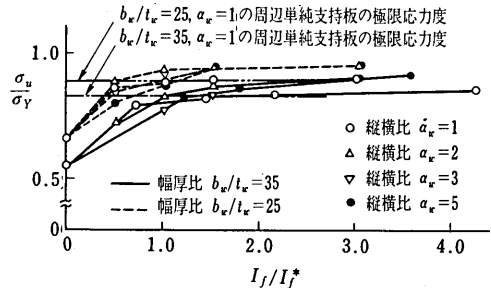


図 8.27 解析モデル

図 8.28 先端補剛材剛度と極限応力度の関係^{8,19)}

間)で半波長の初期たわみのみを導入し、板パネル部分の局部座屈が最小となるような初期たわみ波形は導入されていない。解析結果を図 8.28 に示す。横軸には、先端補剛材の断面 2 次モーメントを式 (8.59) の I^* で無次元化した値が取られている。 b_w/t_w が 35 および 25 の突出板ともに、 I_x/I^* が 2 以上であれば、その横倒れ極限強度は、板パネルの局部的な極限強度を上回ることがわかる。すなわち、初期たわみ、残留応力、および弾塑性性を考慮した場合の先端補剛材の必要断面 2 次モーメント I_x^{**} は以下になる。

$$I_x^{**} = 2 I^* \quad (8.67)$$

8.3 圧縮と面内曲げを受ける板要素

周辺単純支持の単一板に圧縮と面内曲げが作用するような実構造物はほとんどなく、実際には、圧縮と曲げを受ける箱形あるいは I 形断面部材の腹板のように、薄肉断面部材の一要素として圧縮と曲げを受ける。このような板要素では、図 8.29 に示すように、部材のどの板要素も座屈していない低荷重レベル (状態 E) の応力分布は部材の極限状態 (状態 U) での応力分布とかなり異なる。部材の極限強度および極限状態での腹板の応力分布は圧縮応力の大きいフランジの幅厚比パラメータに大きく左右される。したがって、単一板に圧縮と曲げを比例载荷した場合の極限状態について取り扱うことは实际的でないと考えられるので、この節では、板が局部座屈しないとした時に、最大圧縮応力度 σ_1 が降伏点 σ_Y に達するまでの応力状態 (状態 Y) とその状態を確保できる板の幅厚比パラメータ、補剛板の場合には補剛材剛度について取扱うことにする。

ただし、自由突出板の場合には、単一板として圧縮と曲げを受けることがあるので、極限状態での強度について取扱う。

なお、図 8.30 の応力状態にある板要素を有する箱形断面短柱の極限強度については 8.4 節で取り扱う。

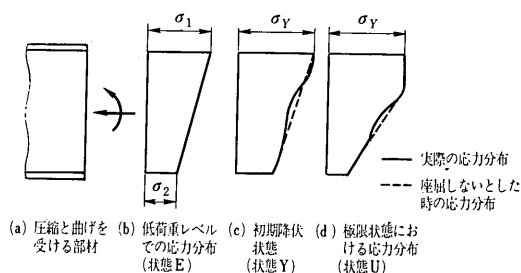


図 8.29 圧縮と曲げを受ける板要素の応力分布

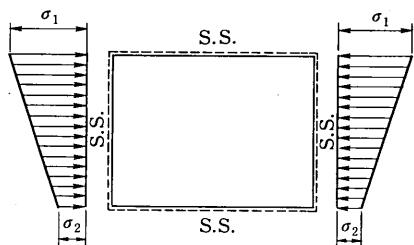


図 8.30 圧縮と曲げを受ける板

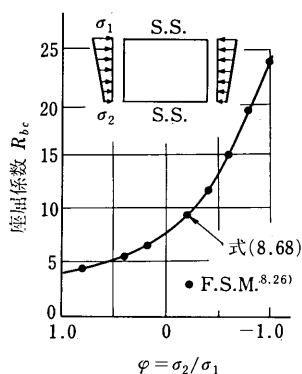


図 8.31 圧縮と曲げを受ける板の座屈係数 $k_{bc}^{8.26)}$

8.3.1 無補剛板

(1) 周辺単純支持板

a) 薄肉断面の場合

図 8.30 に示されているような圧縮と面内曲げを受ける周辺単純支持板の座屈係数 k_{bc} は、DIN 4114^{8.25)} において、以下の近似式で与えられている。

$$\left. \begin{aligned} k_{bc} &= \frac{8.4}{\phi + 1.1} & (0 \leq \phi \leq 1) \\ k_{bc} &= 10\phi^2 - 6.27\phi + 7.63 & (-1 \leq \phi \leq 0) \end{aligned} \right\} \quad (8.68)$$

ここに、

$$k_{bc} = \frac{\sigma_{1cr}}{\sigma_e}, \quad \phi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (\text{図 8.30 参照}) \quad (8.69, 70)$$

図 8.31 に示されているように、式 (8.68) の近似式は、F.S.M.^{8.26)} による数値解析結果とよく一致している。

以下の点について考慮すると、圧縮と面内曲げを受ける板要素の経験的な極限強度は、式 (8.72) で与えられる^{8.27), 8.28)}。

- ① $\phi = 1$ (純圧縮) の時の極限応力度曲線は、式 (8.18) で与えられるとする。
- ② $\phi = -1$ (純曲げ) の時は、次式で定義する幅厚比パラメータ R_{bc} が 1.0 の時に、その極限応力度 σ_{1max} は σ_Y に一致すると仮定する。

$$R_{bc} = \sqrt{\frac{\sigma_Y}{\sigma_{1cr}}} \quad (8.71)$$

- ③ $-1 < \phi < 1$ の時は、 σ_{1max} が σ_Y に一致する幅厚比パラメータ R_{bc} の値は ϕ の値に対し直線的に変化する。
- 以上のことから、以下の耐力力曲線が導ける。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{1max}/\sigma_Y &= 1.0 & (R_{bc} \leq R_{cr}) \\ &= \left(\frac{R_{cr}}{R_{bc}} \right)^{0.7} & (R_{bc} > R_{cr}) \end{aligned} \right\} \quad (8.72)$$

ここに、

$$R_{cr} = 0.763 - 0.237\phi \quad (8.73)$$

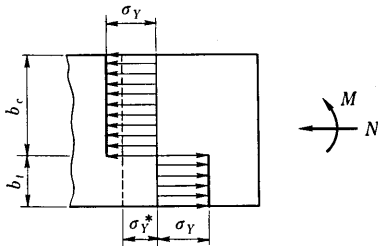


図 8.32 圧縮と曲げを受ける板の全塑性状態

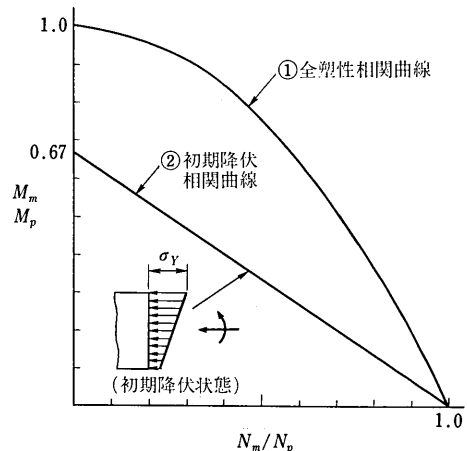


図 8.33 全塑性・初期降伏相関曲線

b) コンパクト断面の場合

比較的幅厚比が小さい（局部座屈が発生しない）場合，すなわち，断面がコンパクトである場合には，極限状態として図 8.32 に示すような全塑性状態が考えられる．BS 5400 Part 3^{8.8)} では，コンパクト断面を以下のように定義している．

$$\left. \begin{aligned} b &\leq [24 + 4(1 - \psi^2)] \cdot t \sqrt{\frac{355 \times 10.2}{\sigma_Y}} & (0 \leq \psi \leq 1) \\ b &\leq 28 t \sqrt{355 \times 10.2 / \sigma_Y} & (-1 \leq \psi < 0) \end{aligned} \right\} \quad (8.74)$$

式 (8.74) を満足するような板の極限状態における曲げモーメント M_m と軸力 N_m の相関曲線は，次式および図 8.33 の曲線①で与えられる．

$$\frac{M_m}{M_p} + \left(\frac{N_m}{N_p} \right)^2 = 1 \quad (8.75)$$

ここに，

$$M_p = \frac{b^2 t}{4} \cdot \sigma_Y \quad (8.76)$$

$$N_p = \sigma_Y \cdot b \cdot t \quad (8.77)$$

図 8.33 の直線②は，断面の一部が最初に降伏する状態を表す初期降伏直線であり，次式で与えられる．

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{M_m}{M_p} + \left(\frac{N_m}{N_p} \right)^2 = 1 \quad (8.78)$$

式 (8.72) で示された薄肉断面に対する極限応力度曲線は，図 8.33 の直線で示される初期降伏状態を極限状態としたものであり，初期降伏状態は式 (8.78) で与えられる全塑性状態（曲線①）とはかなり異なる．軸力に比し，曲げモーメントが卓越するほど，そのギャップは大きくなる．今後，コンパクト断面から薄肉断面へと遷移する領域にある板に対する合理的な設計法の確立も必要である．

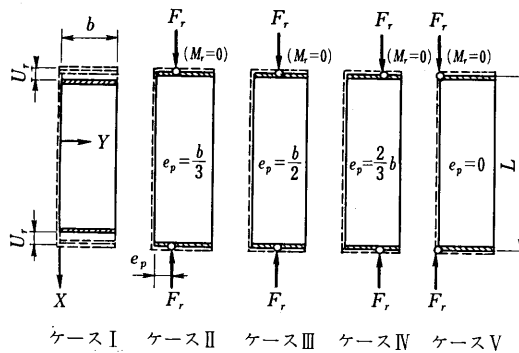


図 8.34 圧縮と曲げを受ける自由突出板^{8.18)}

(2) 自由突出板

文献 8.18) では，図 8.34 に示すように，载荷辺に剛棒を取り付け，その外側に圧縮力を作用させた 3 辺単純支持 1 辺自由の突出圧縮板の極限強度特性について取り扱っている．それぞれの自由突出板の弾性線形時における応力分布は，図 8.35 に示すとおりである．ケースⅠとケースⅢの弾性線形時の応力分布は互いに等しいが，ケースⅠの場合，極限状態に近づくにつれて，作用応力の合力である F_r の作用位置が支持側辺の方へと移動し，応力分布はケースⅢの場合とかなり異なる．ケースⅠについては，すでに，8.2.1(3) で取り扱っている．対象と

している残留応力分布は、図 8.36 に示すように、支持側辺のまわりのモーメントに関する自己平衡条件を満足する 2 種類である。ケースⅢ、Ⅳの場合の極限応力度曲線を図 8.37 と図 8.38 に示す。図中、 σ_u は平均応力度の極限值であり、 σ_y^* は曲げ応力や残留応力の存在を考慮した全塑性状態における平均圧縮応力度であり、全塑性平均圧縮応力度という^{8.18)}。残留応力が存在しない場合の σ_y^* が図 8.32 に示されている。ケースⅤの場合には ($b/t \leq 16$)、先端部の引張応力のため局部座屈は発生しない。

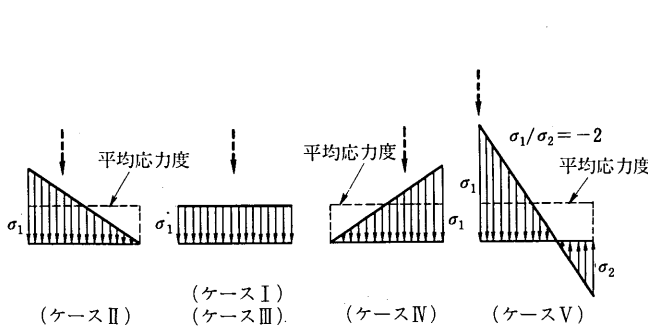
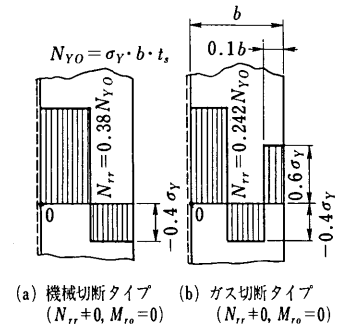
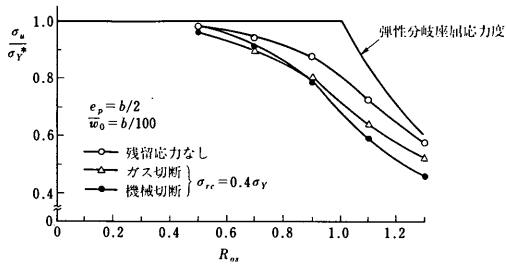
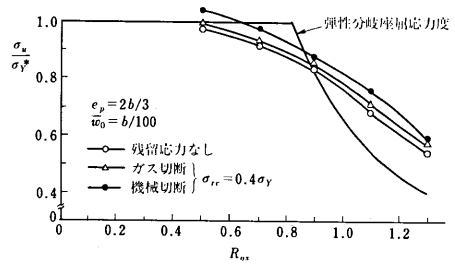
図 8.35 弾性線形時における応力分布^{8.18)}図 8.36 考慮されている残留応力分布^{8.18)}図 8.37 極限応力度曲線 (ケースⅢ)^{8.18)}図 8.38 極限応力度曲線 (ケースⅣ)^{8.18)}

表 8.1 に $\sigma_u \cong \sigma_y^*$ となる幅厚比パラメータ R_{0s} の値 R_{0scr} が示されている。

$$R_{0s} \leq 0.5 \quad (8.79)$$

となるように自由突出圧縮板を設計しておけば、実際に起こると思われるたいの応力状態では、突出板は、全塑性状態まで局部座屈を起こさないことがわかる。

表 8.1 $\sigma_u = \sigma_y^*$ となる R_{0s} の値^{8.18)}

ケース	I	II	III	IV
R_{0scr}	0.5	0.9	0.5	0.5

8.3.2 補剛板

(1) 弾性座屈応力度

直交異方性板理論に従うと、図 8.39 に示すような圧縮と面内曲げを受ける補剛板の弾性座屈応力度は次式で与えられる^{8.29)}。

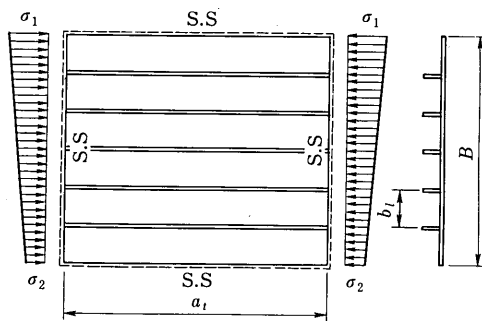


図 8.39 圧縮と曲げを受ける補剛板

$$\sigma_{1cr} = k_{bc} \cdot \sigma_e \quad (8.80)$$

$$\sigma_e = \frac{D\pi^2}{B^2 t} \quad (8.81)$$

$$k_{bc} = \min \{k_{bci} ; k_{bcg}\} \quad (8.82)$$

ここに, k_{bci} , k_{bcg} は,

$$k_{bci} = \frac{8.4 n^3}{2.1 n - 1 + \phi} \quad (8.83)$$

(ただし, $1 - n \leq \phi \leq 1$ の時)

$$k_{bcg} = \frac{1}{\alpha_i^2(1+n\gamma_i)} \cdot \frac{S_0(R_1+R_2) - \sqrt{S_0^2(R_1-R_2)^2 + 4 S_{12}R_1R_2}}{2(S_0^2 - S_{12}^2)} \quad (8.84)$$

(ただし, $\alpha_i \leq \alpha_{t0}$)

ここに,

$$R_i = (1 + i^2 \cdot \alpha_i^2) + n \cdot \gamma_i \quad i=1, 2 \quad (8.85)$$

$$S_0 = (1 + \phi)/2 \quad (8.86)$$

$$S_{12} = 16(1 - \phi)/9 \pi^2 \quad (8.87)$$

式 (8.84) の近似式として, 次式を用いることもできる^{8.29)}.

① $0 \leq \phi \leq 1$ の時

$$\frac{k_{bcg}}{k_c} = \frac{2.1}{1.2 + 0.9 \phi} \quad (0 \leq \alpha_t \leq \infty) \quad (8.88)$$

ここに, k_c は,

$$k_c = \frac{(1 + \alpha_t)^2 + n\gamma_i}{\alpha_i^2(1 + n\delta_i)} \quad (8.89)$$

② $-1 \leq \phi \leq 1$ の時

$$\left. \begin{aligned} \frac{k_{bcg}}{k_c} &= 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \frac{\alpha_t}{\alpha_{t0}} & (0 \leq \alpha_t \leq \alpha_{t0}) \\ &= 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) & (\alpha_{t0} \leq \alpha_t) \end{aligned} \right\} \quad (8.90)$$

(2) 補剛材の必要最小剛比

最も応力レベルの高い板パネルと補剛板全体の弾性座屈応力度が等しいという条件から補剛材の必要最小剛比 $\gamma_{1,req}$ を導くと, 以下ようになる。

① $\alpha_t \leq \alpha_{t0}$ の時

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{i,req} &= 4 \rho \alpha_i^2 n (1 + n\delta) - \frac{(1 + \alpha_i^2)^2}{n} \\ &\leq \frac{1}{n} (\alpha_{t0}^4 - 1) \end{aligned} \right\} \quad (8.91)$$

② $\alpha_t \geq \alpha_{t0}$ の時

$$\gamma_{i,req} = \frac{1}{n} (\alpha_{t0}^4 - 1) \quad (8.92)$$

ここに,

$$\alpha_0 = \sqrt{2 \rho_0 n^2 (1 + n\delta) - 1} \quad (8.93)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \frac{1.2 + 0.9 \phi}{2.1 - (1 - \phi)/n} & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= \frac{2.1}{[2.1 - (1 - \phi)/n] [1.75 + 2.1 (\phi^2 - \phi) \cdot \alpha_t / \alpha_{t0}]} & (-1 \leq \phi \leq 1) \end{aligned} \right\} \quad (8.94)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= \rho & (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= \frac{2.1}{[2.1 - (1 - \phi)/n] [1.75 + 2.1 (\phi^2 - \phi)]} & (-1 \leq \phi \leq 1) \end{aligned} \right\} \quad (8.95)$$

(3) 座屈安定照査法

補剛板の座屈安定照査は、最も応力レベルの高い板パネルと補剛材に対して、以下のように行えばよい。

① 板パネルに対しては、式 (8.72) を用いて照査する。すなわち、

$$\sigma_1 \leq \sigma_{1max} / \nu \quad (8.96)$$

ここに、 σ_{1max} は、式 (8.72)、(8.73) において、 ϕ の代りに $(n_1 + \phi)/n$ を代入して求めた極限応力度であり、 ν は安全率である。

② 補剛材に対しては、柱モデル・アプローチにより照査する。すなわち、

$$\sigma_s \leq \bar{\sigma}_{smax} / \nu \quad (8.97)$$

ここに、

$$\sigma_s = \frac{n_1 \sigma_1 + \sigma_2}{n} \quad (8.98)$$

$\bar{\sigma}_{smax}$ は、図 8.40 に示すように、圧縮と面内曲げを受ける補剛板を、一様圧縮補剛板に理想化し、8.2.2(3) で示した柱モデル・アプローチを用いて求めた極限応力度である。

これらの座屈安定照査法についても、今後、実験あるいは弾塑性有限変位理論の立場から検証を加える必要がある。

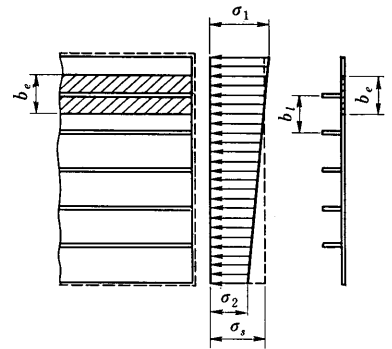


図 8.40 理想化した応力分布

8.4 圧縮と曲げを受ける薄肉箱形短柱

文献 8.30)～8.34) では、図 8.41 に示すような圧縮と曲げを受ける薄肉箱形短柱の耐荷力について取り扱っている。そして、柱としての全体座屈が発生しない短柱を対象に、隣接板パネル間の局部連成座屈を考慮した極限状態における軸力 P_u と曲げモーメント M_u との相関曲線を提案している。以下その相関曲線について述べる。

8.4.1 無補剛箱形断面の相関曲線

文献 8.31) および 8.33) ではそれぞれ独自に無補剛箱形断面に対する相関曲線を提案している。文献 8.31) では、実験的研究^{8.31), 8.32)} および有限要素法による弾塑性有限変位解析^{8.1)}により、図 8.42 に示すように、隣接パネルの局部連成座屈を考慮した P_u と M_u の相関曲線は、局部座屈が起こらない全塑性状態における相関曲線に相似できることを提案している。その際、相似率 k_{pl} は、圧縮力のみを受ける箱形短柱の極限強度 P_{u0} と全塑性圧縮力 P_y との比として与えている^{8.31), 8.32)}。すなわち、

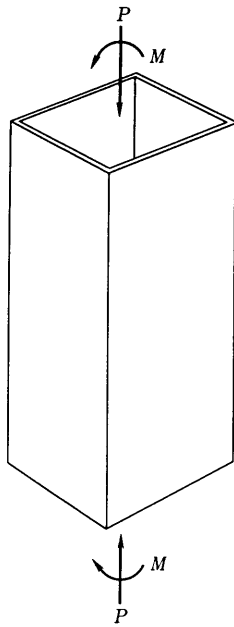


図 8.41 圧縮と曲げを受ける薄肉箱形短柱

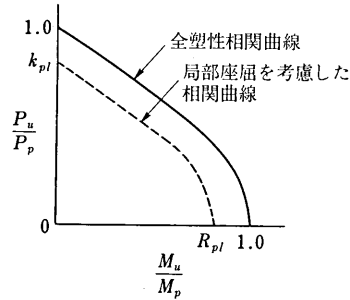


図 8.42 相関曲線

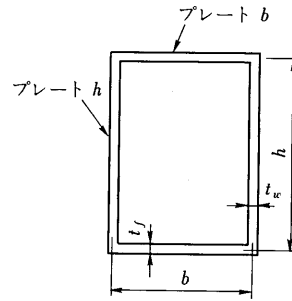


図 8.43 無補剛断面

$$k_{pl} = P_{u0}/P_y \quad (8.99)$$

文献 8.31) では P_{u0} を以下のようにして求めている (図 8.43 参照)。

$$\left. \begin{aligned} P_{u0}/P_y &= 1.0 & (R_{fw} \leq 0.3) \\ &= 0.542 R_{fw}^3 - 1.249 R_{fw}^2 + 0.412 R_{fw} + 0.968 & (0.3 \leq R_{fw} \leq 1.3) \end{aligned} \right\} \quad (8.100)$$

ここに、 R_{fw} は次式で与えられる幅厚比パラメータである。

$$R_{fw} = \frac{b}{t_f} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{k_{fw}\pi^2}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (8.101)$$

k_{fw} は箱断面としての座屈係数であり、

$$k_{fw} = \frac{(\alpha_f + 1/\alpha_f)^2 + (t_w/t_f)^3 (h/b)(\alpha_w + 1/\alpha_w)^2}{1 + (b/h)^3 (t_w/t_f)} \quad (8.102)$$

α_f , α_w は、それぞれプレート b およびプレート h のアスペクト比であり、

$$\alpha_f = \frac{a}{b}, \quad \alpha_w = \frac{a}{h} \quad (8.103, 104)$$

a は座屈モードの半波形長であり、

$$a = b \left\{ \frac{1 + (h/b)^3 (t_w/t_f)^3}{1 + (b/h) (t_w/t_f)^3} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (8.105)$$

さらに、 σ_y^* は等価降伏点であり、

$$\sigma_y^* = \frac{A_f \sigma_{fy} + A_w \sigma_{wy}}{A_f + A_w} \quad (8.106)$$

ここに、 A_f 、 A_w は、それぞれプレート b およびプレート h の断面積であり、 σ_{fy} 、 σ_{wy} は、同じくプレート b および h の降伏応力である。

式 (8.100) の適用範囲は以下に示すとおりである。

$$0.5 \leq R_f / R_w \leq 2.0 \quad (8.107)$$

ここに、 R_f 、 R_w は、それぞれプレート b およびプレート h の幅厚比パラメータで次式で与えられる。

$$R_f = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{\pi^2}} \sqrt{\frac{\sigma_{fy}}{E}} \quad (8.108)$$

$$R_w = \frac{h}{t} \sqrt{\frac{3(1-\nu^2)}{\pi^2}} \sqrt{\frac{\sigma_{wy}}{E}} \quad (8.109)$$

一方、文献 8.33) では、弾塑性有限変位解析の結果より、次式で表わされる直線相関式を提案している。

$$\frac{P}{P_{u0}} + \frac{M}{M_u} = 1.0 \quad (8.110)$$

ここで

$$\frac{P_{u0}}{P_y} = \frac{\frac{b_e}{b} + \Delta \cdot \frac{h_e}{h}}{1 + \Delta} \leq 1.0 \quad (8.111)$$

$$\frac{M_u}{M_y} = 1 - \frac{(3 + 2\Delta)(1 - b_e/b)}{(1 + \Delta)(3 + \Delta)} \leq 1.0 \quad (8.112)$$

$$\frac{b_e}{b} = \frac{0.7}{R_f} \leq 1.0 \quad (8.113)$$

$$\frac{h_e}{h} = \frac{0.7}{R_w} \leq 1.0 \quad (8.114)$$

$$\Delta = \frac{A_w}{A_f} \quad (8.115)$$

上式中、 P_{u0} は箱形短柱の純圧縮強度で各構成要素の強度の和として求められたものであり、 M_u は圧縮フランジの局部座屈を考慮した極限曲げモーメントである。

8.4.2 補剛箱形断面の相関曲線 (図 8.44 参照)

縦補剛材剛比 γ_l が道路橋示方書で定められた必要剛比 $\gamma_{l,req}$ より大なる等断面補剛材が等間隔に配置された場合に対し、文献 8.34) は式 (8.110) と同じ直線相関式を提案している。ここで、

$$\frac{P_{u0}}{P_y} = \frac{\frac{b_e}{b} + \Delta' \cdot \frac{h_e}{h}}{1 + \Delta'} \leq 1.0 \quad (8.116)$$

$$\frac{M_u}{M_y} = 1 - \frac{[6 \bar{A}_f + 3 \Delta' \bar{A}_w + \Delta' \{1 + (n_w - 1)(n_w - 2)\delta_w/n_w\}](1 - b_e/b)}{2(\bar{A}_f + \Delta' \bar{A}_w)[3 \bar{A}_f + \Delta' \{1 + (n_w - 1)(n_w - 2)\delta_w/n_w\}]} \leq 1.0 \quad (8.117)$$

$$\frac{b_e}{b} = 1.24 - 0.54 R_f \leq 1.0 \quad (8.118)$$

$$\frac{h_e}{h} = 1.24 - 0.54 R_w \leq 1.0 \quad (8.119)$$

$$\bar{A}_f = 1 + (n_f - 1) \delta_f \quad (8.120)$$

$$\bar{A}_w = 1 + (n_w - 1) \delta_w \quad (8.121)$$

$$\Delta' = \Delta \frac{\bar{A}_w}{\bar{A}_f} \quad (8.122)$$

上式中、 n_f 、 n_w はそれぞれプレート B、H の板パネル数、 δ_f 、 δ_w はそれぞれプレート B、H の補剛材の面積比を表す。式 (8.117) の M_u は補剛箱形断面の極限曲げモーメントで、文献 8.34) では補剛材の影響を無視して求められているが、ここではその影響を考慮して求めている。ただし、フランジ補剛材重心でフランジ板の重心と一致するものとしている。

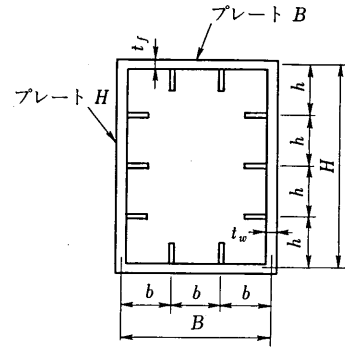


図 8.44 補剛断面

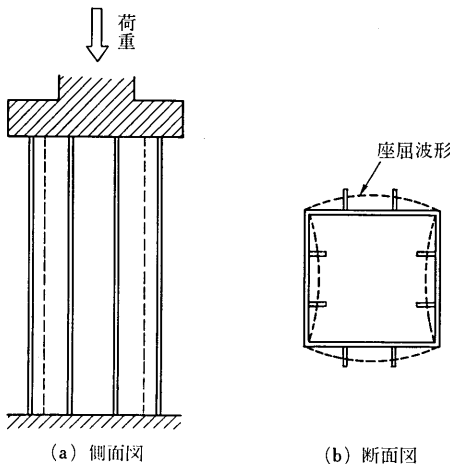


図 8.45 箱形柱実験

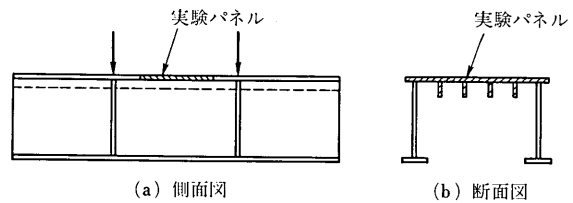


図 8.46 箱・π桁実験

8.5 座屈実験法

8.5.1 実験方法

圧縮板の実験方法は、以下の 3 つに大別することができる。

① 図 8.45 に示すような正方形箱形短柱を用いる方法

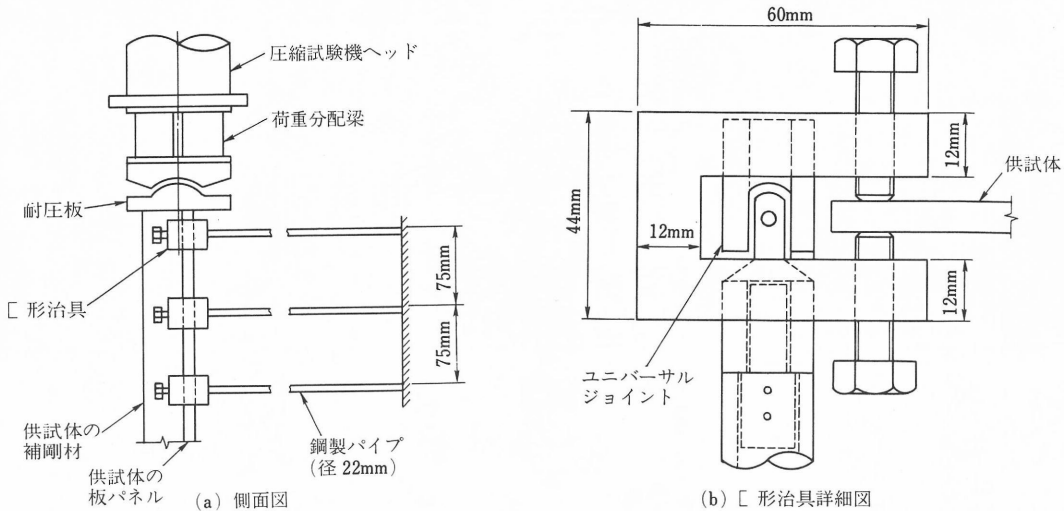
比較的容易に単純支持の条件が再現できるが、最大荷重が大きくなる。箱形断面を構成する 4 枚の圧縮板の平均的な極限強度が得られるため、初期不整が極限強度に及ぼす影響を正確に把握することが困難となる。

② 図 8.46 に示すような純曲げ区間を有する π 桁あるいは箱桁を用いる方法

実際的ではあるが、試験パネルである圧縮フランジの受け持つ荷重を正確に得ることが難しい。

③ 単一の圧縮板を用いる方法

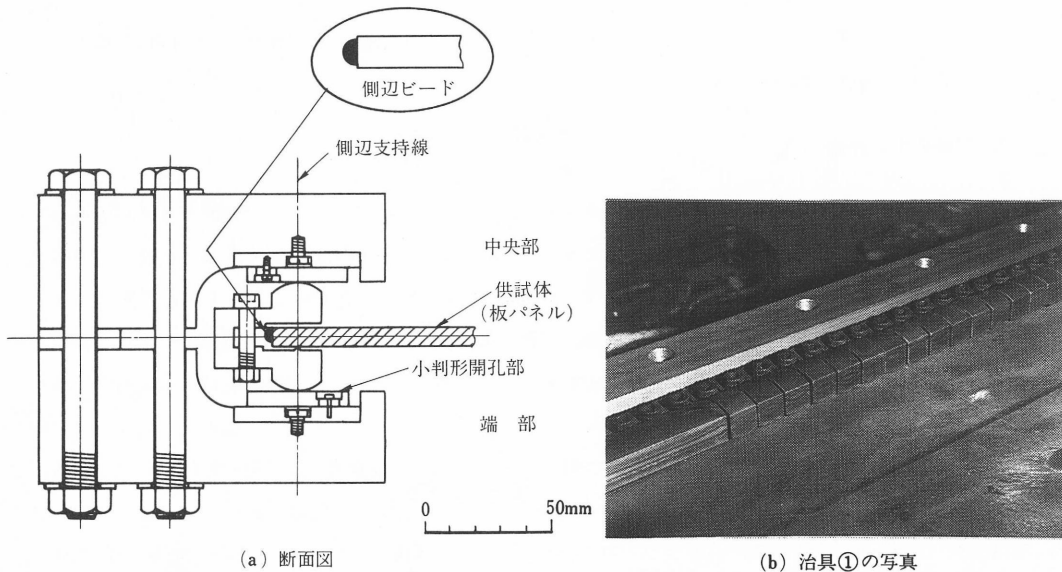
一枚の圧縮板が受け持つ荷重を正確に求めることができるが、理想的な境界条件を再現するのが極めて難しく実験誤差が大きくなる可能性がある。圧縮板の側辺を単純支持にする治具としては、図 8.47^(8.35) および図

図 8.47 福本・宇佐美の単純支持治具^{8.35)}

8.48^{8.36)}に示すものが考案されている。これらの支持治具を用いれば、供試体側辺のたわみ角、ねじり角、および面内横変位を自由にした状態でたわみを拘束することができる。図 8.47 の治具では、側辺支持間距離がすこし長くなり、図 8.48 の治具では、供試体セットに時間がかかるなどの欠点がある。

補剛材本数の多い補剛板の場合 ($n_t \geq 4$) には、側辺の支持条件が極限強度に及ぼす影響が小さくなるため、側辺を全く支持しない状態（柱のような状態）で実験を行うことができる。イギリス、ドイツでは、この種の実験がよく行われている。

無補剛圧縮板においては、その縦横比を大きくすれば、載荷辺の境界条件が極限強度に及ぼす影響はなくなるので、直接圧縮板に載荷すればよいが、載荷辺付近における腰折れ現象（局部破壊）を防ぐため、図 8.49 に示

図 8.48 小松・牛尾・北田の側辺単純支持治具^{8.36)}

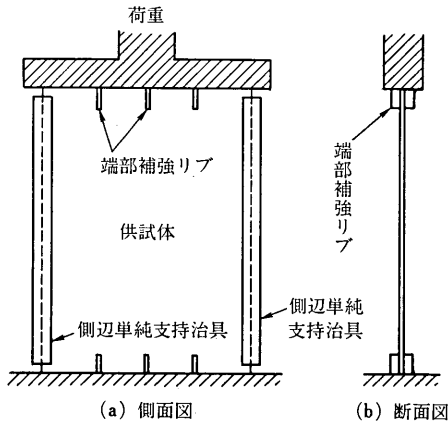


図 8.49 端部補強

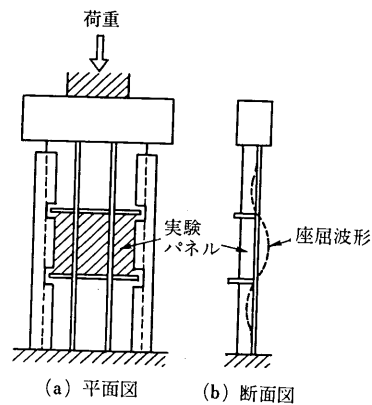


図 8.50 連続補剛板実験

ような端部補強が必要である。

縦横比が小さい圧縮板、あるいは、圧縮補剛板の実験においては、載荷辺の境界条件が極限強度にかなり影響を及ぼすと考えられる。しかし、載荷辺に単純支持の条件を再現することは極めて難しいので、固定支持にするか、あるいは、図 8.50 に示すように、連続圧縮板を供試体に用い、その中央パネルを試験パネルとするのが望ましい。

8.5.2 供 試 体

実験に用いる供試体の縮尺率を大きくすると、残留応力、初期たわみ、および鋼材の性質などが実際の場合と異なるので注意しなければいけない。以上の理由から、実験供試体に含まれている残留応力および初期たわみについては実測するのが望ましい。材料の機械的性質が実構造物の場合を再現できるように、供試体板厚には 4.5 mm 以上のものを使用すべきである。

とくに、単一圧縮板実験においては、図 8.48(a) に示すように、供試体の側辺部にビード盛り溶接を行い、実際の板に含まれる残留応力分布を再現することも必要である。

8.5.3 実験結果の評価

現在、国の内外には膨大な数の圧縮板の強度に関するデータがあるが、そのうち、比較的データがそろっている純圧縮を受ける周辺単純支持無補剛板の実験結果をとりあげ、実験より得られた強度曲線と前述の提案強度式との比較、初期不整量が強度に及ぼす影響、実験方法による強度の差などを文献 8.37) を基に考察してみる。同文献は表 8.2 に示すように、総計 793 件の無補剛圧縮板の強度実験のデータを集めた数値データバンクについて述べたものであり、同表の断面形状①～⑤が周辺単純支持板、断面形状⑥が 3 辺単純支持 1 辺自由の圧縮板の強度データを与える。

図 8.51 および図 8.52 はそれぞれ残留応力を含む板（溶接したままの板要素および箱形短柱）および残留応力を除去した板の極限応力 σ_u/σ_f を幅厚比パラメータ R に対してプロットしたものである。ただし、アスペクト比 α が 1.0 以上の板のみを考えている。それぞれの場合について、極限応力の平均値を表す曲線（ M -曲線）および平均値から標準偏差の 2 倍を差し引いた値を示す曲線（ $M-2S$ 曲線）として次式が提案されている。

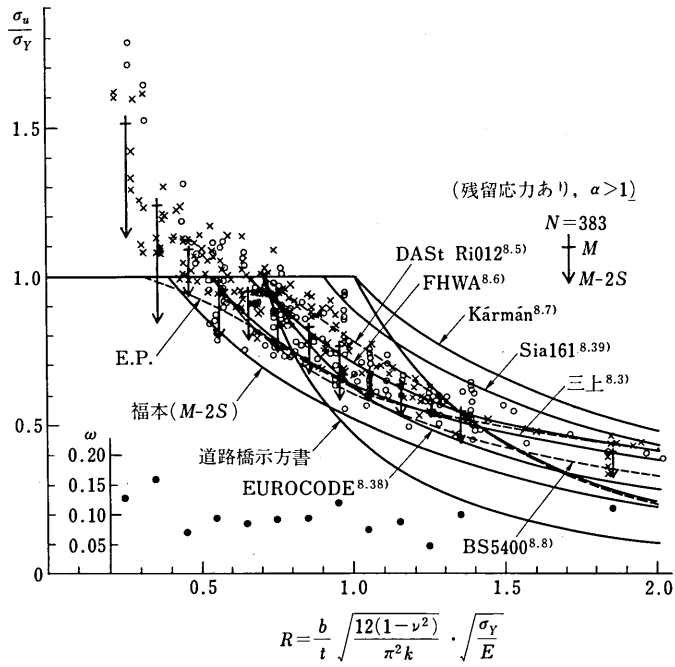


図 8.51 純圧縮を受ける周辺単純支持板の実験結果（残留応力を含む）および各示方書の耐力曲線^(8.37)

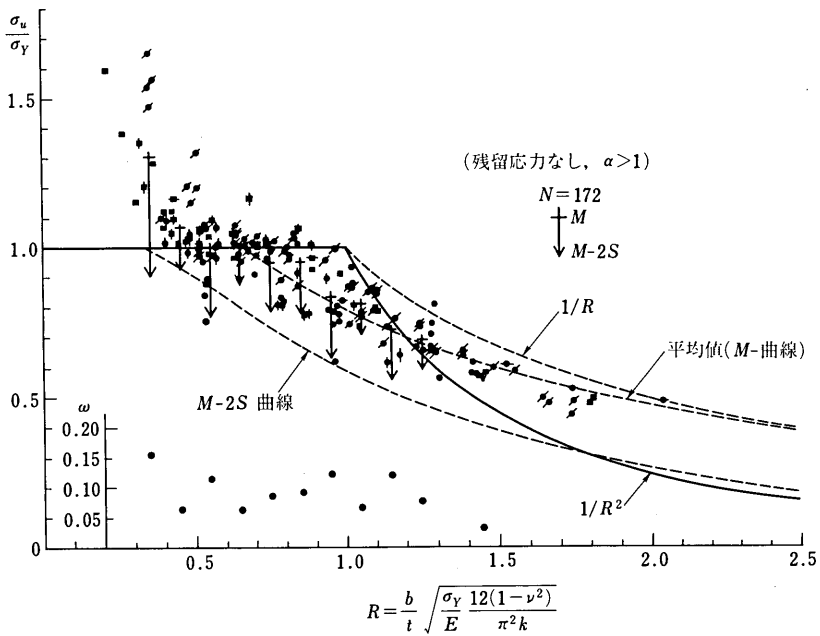


図 8.52 純圧縮を受ける周辺単純支持板の実験結果（残留応力除去）^(8.37)

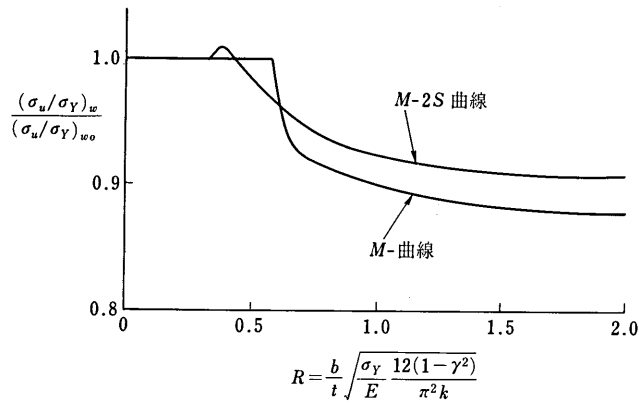


図 8.53 残留応力を含む板 (W) と含まない板 (W0) の強度の比

表 8.2 無補剛板の耐力実験データ数^(8.37)

番号	供試体形状	ヨーロッパ	北アメリカ	日本	総計
①	単一板	362		55	417
②	溶接正方形箱形	74	8	93	175
③	正方形角形鋼管			49	49
④	溶接長方形箱形	20		6	26
⑤	長方形角形鋼管			22	22
⑥	十字断面	20	12	72	104
計		476	20	297	793

① 残留応力を含む板

M 曲線

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (R \leq 0.571) \\ &= 0.968/R - 0.286/R^2 + 0.0338/R^3 & (R \geq 0.571) \end{aligned} \right\} \quad (8.123)$$

M-2 S 曲線

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (R \leq 0.389) \\ &= -0.174 + 0.968/R - 0.286/R^2 + 0.0338/R^3 & (R \geq 0.389) \end{aligned} \right\} \quad (8.124)$$

② 残留応力のない板

M-曲線

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (R < 0.658) \\ &= 1.133/R - 0.384/R^2 + 0.0468/R^3 & (R \geq 0.658) \end{aligned} \right\} \quad (8.125)$$

M-2 S 曲線

$$\left. \begin{aligned} \frac{\bar{\sigma}_{\max}}{\sigma_Y} &= 1.0 & (R \leq 0.337) \\ &= -0.208 + 1.133/R - 0.384/R^2 + 0.0468/R^3 & (R \geq 0.337) \end{aligned} \right\} \quad (8.126)$$

同図中の ω は変動係数 (標準偏差/平均値) を表す。これらの図より M-2 S 曲線は、実験値のほぼ下界曲線

になっていることが分る。また、図 8.51 には、前述の三上曲線^{8.3)}式 (8.18) および各国示方書の基準耐荷力曲線が参考のためにプロットしてあるが、三上曲線は、平均曲線を多少下側にふくらませた形になっており、 $M-2S$ 曲線よりは M -曲線に近い曲線となっている。この図を見るとわかるように、板の耐荷力曲線は各国で非常に異なることがわかる。柱の場合のように、今後、圧縮板の場合も残留応力の有無および初期たわみの程度により 2~3 本の耐荷力曲線に統一すべきであると考え^{8.40)}。

図 8.53 は、残留応力を含む板の極限応力 $(\sigma_u/\sigma_f)_w$ と含まない板の極限応力度 $(\sigma_u/\sigma_f)_{w0}$ の比を、上述の M -曲線、 $M-2S$ 曲線から求め、幅厚比パラメータ R に対しプロットしたものである。この図より、残留応力の存在による強度の低下は、概略、最大 12 % 程度であることがわかる。

文献 8.37) には、実験方法すなわち、箱形短柱による実験と単一板による実験から得られた強度の差は統計的に見てほとんど差がないことが述べられている。

8.6 今後の展望

以下に示すような圧縮板については、現在のところ研究中であり、その極限強度特性は、まだ、十分に明らかにされていないようである。

(1) 圧縮と面内曲げを受ける無補剛板^{8.41), 8.42)}および補剛板^{8.42), 8.43)}

(2) 圧縮軸方向に作用圧縮応力が変化する補剛板^{8.44), 8.45)}

BS 5400 part 3^{8.8)} および FHWA^{8.6)} では、大きい圧縮応力を受ける載荷辺から、 $0.4 a_t$ の距離にある断面に作用している応力を用いて、その応力が補剛板全体に一樣に作用していると仮定し、座屈安定照査を行うことにしている。

(3) 2 軸圧縮を受ける無補剛板^{8.46)}および補剛板^{8.47)}をはじめとする種々の組合せ応力下にある圧縮板および補剛板

(4) アーチリブのフランジのように、板の面外方向に曲率を有する圧縮板^{8.48), 8.49)}

(5) 薄肉断面部材の構成板要素としての圧縮板および圧縮補剛板

参 考 文 献

8. 1) 小松定夫・北田俊行：初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究，土木学会論文報告集，No. 270，pp. 17~30，1978. 2.
8. 2) Robert, M. K. and A. N. Sherbourne：Strength Predictions of Plates in Uniaxial Compression, ASCE, Vol. 98, pp. 1965~1986, 1972. 9.
8. 3) 三上市蔵・堂垣正博・米沢 博：連続補剛板の非弾性圧縮座屈，土木学会論文報告集，No. 298，pp. 17~30，1980. 6.
8. 4) Giencke, E.：Über die Berechnung regelmäßiger Konstruktionen als Kontinuum, Der Stahlbau, 33, pp. 39~48, 1964. 2.
8. 5) Deutscher Ausschuß für Stahlbau：DAST Richtlinie 012, Beulsicherheits-nachweise für Platten, 1978. 10.
8. 6) Federal Highway Administration：Proposed Design Specifications for Steel Box Girder Bridges, 1980. 1.
8. 7) von Kármán, Th., E. E. Schuechler and L. H. Donnell：The Strength of Thin Plate in Compression, Trans. ASCE, 54. ss. 53~56, 1932.
8. 8) British Standards Institution：BS 5400, Steel, concrete and composite bridges, Part 3, Code of Practice for Design of Steel Bridges, 1982.
8. 9) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，Ⅱ. 鋼橋編，1978.
8. 10) Faulkner, D.：A Review of Effective Plating for Use in the Analysis of Stiffened Plating in Bending and Compression, Journal of Ship Research, Vol. 19, No. 1, pp. 1~17, 1975. 3.
8. 11) Dwight, J. B.：Collapse of Steel Compression Panels, in "Developments in Bridge Design", Crosby Lockwood & Son Ltd., 1971.
8. 12) 宇佐美勉・福本啓士・青木徹彦：溶接箱形断面柱の局部座屈と全体座屈の連成強度に関する実験的研究，土木学会論文

- 報告集, No. 308, 1981. 4.
- 8.13) 宇佐美勉・福本誘士: 鋼圧縮部材の連成座屈強度実験と有効幅理論による解析, 土木学会論文報告集, No. 326, 1982. 10.
- 8.14) Winter, J.: Performance of Thin Steel Compression Flanges, Publication IABSE, Liège 1948.
- 8.15) AISC: Specifications for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings, 1968.
- 8.16) 中井 博・吉川 紀・北田俊行: コンクリートを充てんした鋼製角形柱の鋼板要素の一設計法, 土木学会論文集, 第 356 号/I-3, pp. 405~413, 1985. 4.
- 8.17) Komatsu, S. and T. Kitada: Statistical Study on Compression Flange Plates, the Journal of Structural Engineering, Vol. 109, pp. 404~417, 1983. 2.
- 8.18) 小松定夫・北田俊行: 初期不整を含む自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について, 土木学会論文報告集, 第 314 号, pp. 15~27, 1981. 10.
- 8.19) Nakai, H., Y. Taido, T. Kitada and H. Hayashi: A Design Method for Orthogonally Stiffened Plates with or without Stringers Subjected to Uniaxial Compression, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, No. 2, pp. 55~64, 1986. 10.
- 8.20) 小松定夫・北田俊行: 初期不整を持つ補剛された圧縮板の極限強度の実用計算法, 土木学会論文報告集, No. 302, pp. 1~13, 1980. 10.
- 8.21) 小松定夫・北田俊行: 補剛された圧縮板の弾塑性有限変位挙動の一解析手法, 土木学会論文報告集, No. 296, pp. 1~12, 1980. 4.
- 8.22) Komatsu, S. and S. Nara: Statistical Study on Steel Plate Members, the Journal of Structural Engineering, Vol. 109, pp. 977~992, 1983. 4.
- 8.23) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行: 補剛板の溶接残留応力及び初期たわみに関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 265, pp. 25~35, 1977. 9.
- 8.24) Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structure, McGraw Hill, pp. 360~380, 1952.
- 8.25) DIN 4114 Blatt 1: Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Vorschriften, Juli, 1952.
- 8.26) 長谷川彰夫・太田孝二・西野文雄: 補剛された板要素の座屈強度に関する二, 三の考察, 土木学会論文報告集, No. 232, pp. 1~15, 1974. 12.
- 8.27) Hasegawa, A. and F. Nishino: A Limit State Design of Multiple Stiffened Plates under Combined Bending and Compression, 名古屋工業大学学報, No. 32, pp. 297~301, 1980.
- 8.28) Watanabe, E., T. Usami and A. Hasegawa: Strength and Design of Steel Stiffened Plates, U.S. Japan Seminar, Inelastic Instability of Steel Structures and Structural Elements, edited by Y. Fujita and T. V. Galambos, May 25-27, pp. 396~417, 1981.
- 8.29) 宇佐美勉・福本誘士: 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計, 土木学会論文報告集, No. 247, pp. 35~49, 1976. 3.
- 8.30) Nakai, H., T. Kitada and T. Miki: Ultimate Strength of Thin-Walled Box Stub-Columns, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, pp. 25~35, 1985. 4.
- 8.31) Nakai, H., T. Kitada and T. Miki: Interaction Curve of Thin-Walled Box Stub-Columns Subjected to Compression and Bending for Applying to Overall Buckling Analysis of Columns, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, No. 2, pp. 65~73, 1985. 10.
- 8.32) Nakai, H., T. Kitada and T. Miki: An Experimental Study on Ultimate Strength of Thin-Walled Box Stub-Columns with Stiffeners Subjected to Compression and Bending, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol. 2, No. 2, pp. 87~97, 1985. 10.
- 8.33) 宇佐美勉・土屋信洋・大谷恭弘・福本誘士: 薄板集成短柱の弾塑性有限変位解析, 土木学会論文報告集, 第 362 号/I-4, pp. 293~302, 1985. 10.
- 8.34) 宇佐美勉・福本誘士・青木敬彦・松川昭夫: 補剛箱形断面偏心圧縮柱の強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 350 号/I-2, pp. 197~205, 1984. 10.
- 8.35) Fukumoto, Y. and T. Usami: Ultimate Compressive Strength of Stiffened Plates, ASCE Speciality Conference on Metal Bridges, Nov. 12~13, 1974, St. Louis.
- 8.36) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行: 補剛材を有する圧縮板の極限強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 255, pp. 47~61, 1976. 11.
- 8.37) Fukumoto, Y. and Y. Itoh: Basic Compressive Strength of Steel Plates From Test Data, Proc. of JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., No. 344, pp. 129~139, 1984. 4.
- 8.38) ECCS: EUROCODE 3, Common Unified Code of Practice for Steel Structures, Draft, March 1983.
- 8.39) Swiss Society of Engineering and Architects: Sia 161, Steel Structures, 1979.
- 8.40) 北田俊行: 圧縮板の設計耐力曲線の統一化について, 土木学会第 40 回年次学術講演会概要集, I-79, 1980. 9.
- 8.41) 小島治雄・小松定夫・奈良 敬: 初期不整を含む圧縮と面内曲げを受ける鋼板の弾塑性崩壊について (第 2 報), 土木

学会年次学術講演会, 第34回, I-112, 1979.9.

- 8.42) Bornscheuer, B. F. : Stabilitätsnachweise für Platten und Schalen in gleicher Darstellung wie für Stäbe, Der Stahlbau, ss.364~368, 1985.12.
- 8.43) 小松定夫・奈良敬・山田浩幸 : 面内曲げと圧縮応力を受ける補剛板の極限強度特性について, 土木学会関西支部昭和61年度講演会概要集, I-68, 1986.6.
- 8.44) Scheer, J. und J. Vayas : Traglastversuche an längsgestauchten, versteiften Rechteckplatten mit allseitiger Lagerung, Der Stahlbau, 52, ss.78~84, 1983.3.
- 8.45) Scheer, J. und J. Vayas : Traglastversuche an Längsgestauchten und Schubbeanspruchten, versteiften Rechteckplatten, Der Stahlbau, 52, ss.207~213, 1983.7.
- 8.46) Dowling, P. J., J. E. Harding and J. Scatford : Plates in biaxial Compression, CESLIC Report SP 4, Engineering Structures Laboratories, Imperisl College, 1979.11.
- 8.47) Taido, Y., H. Hayashi, T. Kitada and H. Nakai : A Design of Wide Stiffened Plates subjected to Uniaxial and Biaxial Compression, Der Stahlbau ss.149~155, 1985.5.
- 8.48) 三上市蔵・米沢博 : 曲りばり円筒フランジの応力分布と有効幅, 土木学会論文報告集, No.315, pp.13~26, 1981.11.
- 8.49) Mikami, I. and Y. Morisawa : A Test on Curved Beams with Stiffened Cylindrical Flange, Technology Reports of Kansai University, No.24, pp.363~379, 1983.3.