

## 第7章 はり一柱

### 7.1 概 説

はり一柱は、横荷重またはモーメント荷重を受け持つはりの機能と、軸力を受け持つ柱としての機能の、両者が組合された構造部材である。はり一柱は、両端に偏心荷重を受ける柱のように、独立した一つの部材として挙動するもの、または、剛節骨組の一部を成し、端部がはりまたは他の柱と連結され、端部で拘束を受けるもの等がある。圧縮材、およびはりは、すべてはり一柱の特殊な場合として扱うことができる。

はり一柱がその断面の弱軸まわりに曲げられる場合、または、その強軸まわりに曲げられる場合でも、横方向へのたわみが拘束されている場合には、その変形は曲げの作用面内のみ限定され、荷重の増大と共に変形も増大し、通常の構造部材としてのはり一柱では、部材の一部が弾性域から非弾性域へと移行し、塑性領域が拡大して耐荷力の最大を示した後に不安定となり崩壊に至る（図7.1(a)、図7.2の0~3~3'曲線）。軸力が存在しな

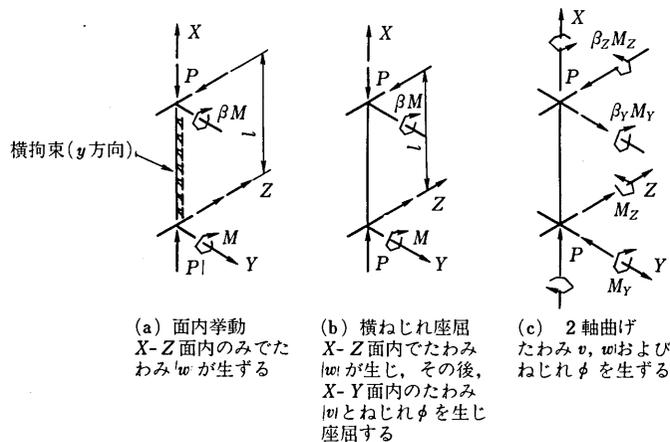
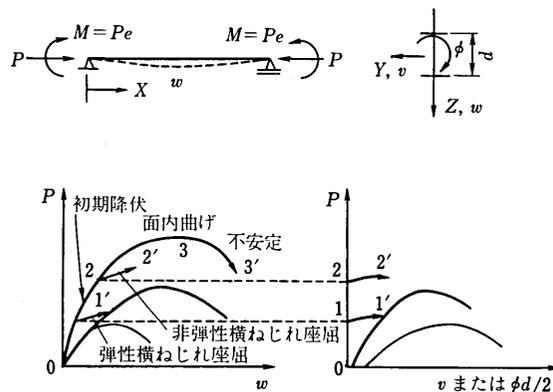


図7.1 はり一柱の挙動



い場合の、この面内の挙動は第6章ではりの曲げについて詳述されており、曲げが存在しない場合の圧縮材については第5章で取り扱われている。

はり一柱が強軸まわりに曲げられ、横方向に拘束されていない場合(図7.1(b))、荷重が小さい間は、その曲げの面内のみで変形するが、荷重の増大と共に急激に横方向へのたわみとねじれを伴い、曲げの面外への座屈が生ずる(図7.2)。比較的部材長の長いはり一柱では、弾性域でこの横ねじれ座屈が生ずる(0~1~1'曲線)が、通常の構造部材としてのはり一柱では、部材の一部が塑性化した非弾性域で横ねじれ座屈が生ずる(0~2~2'曲線)。軸力が存在しない場合のこの現象は、第6章で取り扱ったはりの横ねじれ座屈である。

さらに一般的には、はり一柱は両主軸まわりに曲げが生じ、さらにねじりが生ずる(図7.1(c))。一つの主軸まわりだけに曲げられる場合でも、完全に真直ぐなはり一柱は存在せず、初期たわみおよび初期ねじれを有しており、両主軸まわりの曲げおよびねじれの生ずる二軸曲げの状態となる(図7.2の細線)。この二軸曲げは、通常3次元骨組構造で生じ、はりの曲げとはりとしての座屈および柱としての座屈の間の相関作用が重要となる。

骨組構造部材は、はり一柱の組合せと同様の挙動をする。剛節トラスのように節点荷重のみを受ける3角形骨組では、部材には引張または圧縮軸力が卓越し、曲げは2次的なものとなる。しかし通常の骨組では曲げ作用が主であり、その挙動は部材の接合形式に関係し、それにより、骨組の挙動は2次的に考えねばならないかどうか決定される。部材が単純な方法で結合されている場合には、モーメントの伝達は無視してよく、部材は独立したはり一柱と考えて取り扱うことができる。しかし、結合方法が準剛結または剛結の場合には、部材間の相互の関係が重要となってくる。

ある骨組が、面内荷重のみで2次的である場合、骨組は面内曲げで崩壊するかまたはその面外の横ねじれ座屈で崩壊する。しかし、骨組または作用荷重が3次的である場合、個々の部材は2軸曲げとねじり作用を受ける3次元のモードで崩壊すると考えてよい。

骨組構造物全体の最大強度を、耐荷力に影響を及ぼす種々の因子を考慮して、電子計算機を用いた数値的方法で求めることは、現在可能である。しかし、それは、個々の構造要素の断面寸法が決定された後にできるわけで、それによって、逆に断面決定をしようとするれば、膨大な作業となり、現実的設計法とはならない。そこで、現行の設計作業は、個々の部材を設計し、集成することにより全体を構成し、必要に応じて、構造全体の耐荷力を照査するという方法が取られている。骨組構造を個々の部材に分解すると、はりや柱になるが、先に述べたように、これらは、はり一柱の特殊な場合と考えることができるから、骨組構造物は、一般に二軸曲げと軸方向力を受ける部材「はり一柱」に分解されると考えて良い。したがって、骨組構造物を設計(断面決定)するためには、はり一柱を設計する必要があるが、その際、部材の不完全性や構造全体系としての挙動を踏まえて、以下の影響をできるだけ考慮することが重要である。

- (i) 部材の残留応力や初期たわみ等の初期不整
- (ii) 部材の幾何学的形状の変化により生ずる付加的モーメント
- (iii) 隣接部材との結合の結果生ずる材端拘束と二次応力
- (iv) 構造全体の幾何学的形状の変化による非線形性
- (v) 骨組の最大強度と構成部材の最大強度の間の相互依存性

このうち、(iii)、(iv)と(v)を厳密に考慮するには、全体構造を対象として解析する必要がある。そこで、一般的なはり一柱の強度の設計規準を確立するためには、まず、二軸曲げと軸方向力を受ける単一部材の強度評価式を作成し、これに、構造全体系の影響を考慮した補正法を導入する方法を取り入れることが合理的である。

本章では、このような挙動を示すはり一柱の強度について以下の手順で検討を行う。

部材の強度の基本となるものは断面の強度である。まず、断面の強度に関して弾性限界での強度、1軸曲げおよび2軸曲げでの全塑性強度について説明し、さらに、部材の荷重—変形曲線を計算する上で必要となる曲げモーメント—曲率関係について述べる。

このようにして得られた断面の強度を基礎に、部材としてのはり一柱について、初期降伏強度、各種の荷重条件下での終局強度および座屈強度に関する軸力と曲げモーメントの相関関係などについて説明する。さらに、これらの相関関係を2軸曲げにまで拡張して解説する。最後に、節点変位のある簡単な骨組構造の強度にまで言及する。

## 7.2 軸力と曲げを受ける断面（短いはり一柱）の性状

### 7.2.1 断面の強度

ここで用いられる断面（短いはり一柱）という言葉は、はり一柱の横たわみの影響が解析において無視され得ることを意味している。したがって、短いはり一柱の強度は、弾性解析においては、部材の断面の一部が最初に降伏する初期降伏により、また、塑性解析においては、断面の材料の全塑性降伏によって決定される。もちろん、ここでは部材の局部座屈等は生じないものとし、弾性解析においては残留応力の影響は無視する。したがって、極めて短いはり一柱の強度は、弾性解析では部材断面の直応力に、また、塑性解析では全断面が全塑性となる条件に、軸力と曲げモーメントの影響を考慮して求められる。ここで得られる値は、長さが零のはり一柱または十分密な間隔の横構で支えられた横支持点間隔が極めて短いはり一柱についてのみ適用することができる。

#### (1) 弾性限界強度

極めて短い部材または部材の拘束支持点近傍では、部材に不安定が生ずる以前に降伏する。断面の曲げモーメント—軸力の弾性内の相関関係は、次のように表わされる。

$$\frac{P}{P_Y} + \frac{M}{M_Y} = 1.0 \quad (7.1a)$$

または、応力表示によると、

$$\frac{\sigma_P}{\sigma_Y} + \frac{\sigma_M}{\sigma_Y} = 1.0 \quad (7.1b)$$

となる。ここに、 $P$ ：作用軸力、 $M$ ：作用曲げモーメント、 $P_Y$ ：降伏軸力 $=\sigma_Y A$ 、 $M_Y$ ：降伏モーメント、 $A$ ：断面積、 $W$ ：弾性断面係数、 $\sigma_P = P/A$ 、 $\sigma_M = M/W$ 、 $\sigma_Y$ ：降伏応力

2軸曲げを受ける場合には、

$$\frac{P}{P_Y} + \frac{M_y}{M_{Yy}} + \frac{M_z}{M_{Yz}} = 1.0 \quad (7.2a)$$

または、

$$\frac{\sigma_P}{\sigma_Y} + \frac{\sigma_{My}}{\sigma_Y} + \frac{\sigma_{Mz}}{\sigma_Y} = 1.0 \quad (7.2b)$$

にて表すことができる。ここに、

$M_y, (M_z)$ ： $y$ 軸（ $z$ 軸）まわりの曲げモーメント

$M_{Yy}, (M_{Yz})$ ： $y$ 軸（ $z$ 軸）まわりの降伏モーメント

$\sigma_{My}, (\sigma_{Mz})$ ： $M_y (M_z)$ による曲げ応力

#### (2) 全塑性強度（1軸曲げ）

断面が全塑性化するまで不安定が生じないような短いH形断面のはり一柱および部材の拘束支持点付近でのH形断面の曲げモーメントと軸力の相関関係は、強軸まわりの曲げを受ける場合と弱軸回りの曲げを受ける場合について、それぞれ、次式のように表される<sup>7,2)</sup>。

強軸まわりの曲げ

(中立軸がウェブ内の場合)

$$\frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1 - \frac{\left\{ \frac{P}{P_y} \left( 1 + \frac{2bt}{wd_w} \right) \right\}^2}{\left( 1 + \frac{4bt d_r}{wd_w^2} \right)} \quad 0 \leq \frac{P}{P_y} \leq \frac{1}{1 + \frac{2bt}{wd_w}} \quad (7.3a)$$

(中立軸がフランジ内の場合)

$$\frac{M_{pcy}}{M_{py}} = \frac{2 \left( \frac{d}{d_w} \right) \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right) \left( 1 + \frac{2bt}{wd_w} \right)}{1 + \left( 1 + \frac{d}{d_w} \right) \frac{2bt}{wd_w}} \quad \frac{1}{1 + \frac{2bt}{wd_w}} \leq \frac{P}{P_y} \leq 1.0 \quad (7.3b)$$

弱軸まわりの曲げ

(中立軸がウェブ内の場合)

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 - \left( \frac{w}{b} \right) \left( \frac{d_w}{d} \right) \left\{ \frac{1 + \left( \frac{2bt}{wd_w} \right)^2}{\frac{2bt}{wd_w} + \frac{w}{b}} \right\} \left( \frac{P}{P_y} \right)^2 \quad 0 \leq \frac{P}{P_y} \leq \frac{d}{d_w} \left( \frac{1}{1 + \frac{2bt}{wd_w}} \right) \quad (7.4a)$$

(中立軸がフランジ内の場合)

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right) \left\{ \frac{\left( 1 + \frac{2bt}{wd_w} \right)^2}{\left( \frac{2bt}{wd_w} \right) \left( \frac{2bt}{wd_w} + \frac{w}{b} \right)} \right\} \left[ \frac{2}{\left( 1 + \frac{2bt}{wd_w} \right)} - \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right) \right] \quad \left( \frac{d}{d_w} \right) \left( \frac{1}{1 + \frac{2bt}{wd_w}} \right) \leq \frac{P}{P_y} \leq 1.0 \quad (7.4b)$$

ここに、 $M_{py}$  および  $M_{pz}$ ：強軸および弱軸まわりの全塑性モーメント、 $b$ ：H形断面のフランジ幅、 $t$ ：フランジ厚、 $d$ ：断面の高さ、 $d_w$ ：ウェブ高さ、 $w$ ：ウェブ厚さ、 $d_r$ ：上下フランジの中心間距離である。

これらの曲げモーメントと軸力の相関関係を、H形断面の上下フランジとウェブの面積比が  $A_f/A_w=1.0$  および 1.5 の強軸まわりの曲げおよび弱軸まわりの曲げに対して、それぞれ、図 7.3 および 7.4 のように表わすことができる。これは、一般に、次のような近似式で表わされる<sup>7,1),7,2)</sup>。

強軸まわりの曲げモーメント  $M_y$  に対し、

$$\frac{P}{P_y} + 0.85 \frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.0 \quad M_{pcy} \leq M_{py} \quad (7.5a)$$

または、

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{pcy}}{M_{py}} &= 1.0 & \frac{P}{P_y} &\leq 0.15 \\ \frac{M_{pcy}}{M_{py}} &= 1.18 \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right) & 0.15 &\leq \frac{P}{P_y} \leq 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (7.5b)$$

弱軸まわりの曲げモーメント  $M_z$  に対して、

$$\left( \frac{P}{P_y} \right)^2 + 0.84 \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad M_{pcz} \leq M_{pz} \quad (7.6a)$$

または、

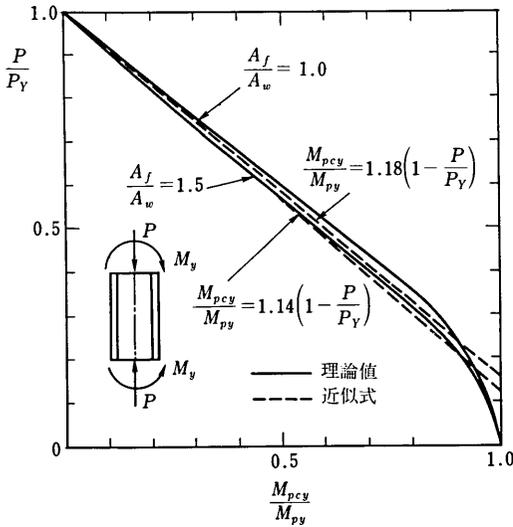


図7.3 軸力と曲げモーメントの相関曲線（強軸曲げ）

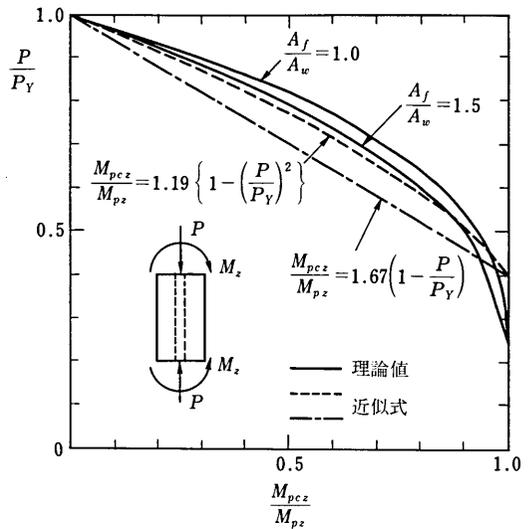


図7.4 軸力と曲げモーメントの相関曲線（弱軸曲げ）

$$\left. \begin{aligned} \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} &= 1.0 & \frac{P}{P_Y} &\leq 0.4 \\ \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} &= 1.19 \left[ 1 - \left( \frac{P}{P_Y} \right)^2 \right] & 0.4 &\leq \frac{P}{P_Y} \leq 1.0 \end{aligned} \right\} \quad (7.6b)$$

また、これを直線で置き換えた次式も提案されている。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.6 \frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad M_z \leq M_{pz} \quad (7.7a)$$

または、

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad \frac{P}{P_Y} \leq 0.4 \quad (7.7b)$$

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.67 \left( 1 - \frac{P}{P_Y} \right) \quad 0.4 \leq \frac{P}{P_Y} \leq 1.0 \quad (7.7c)$$

また、日本建築学会の鋼構造塑性設計指針<sup>7.41)</sup>においては、次式を与えている。

強軸まわりの曲げモーメントに対して、

$$\frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.0 \quad \frac{P}{P_Y} \leq \frac{A_w}{2A} \quad (7.8a)$$

$$\frac{M_{pcy}}{M_{py}} = 1.14 \left( 1 - \frac{P}{P_Y} \right) \quad \frac{P}{P_Y} > \frac{A_w}{2A} \quad (7.8b)$$

弱軸まわりの曲げモーメントに対して、

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1.0 \quad \frac{P}{P_Y} \leq \frac{A_w}{A} \quad (7.9a)$$

$$\frac{M_{pcz}}{M_{pz}} = 1 - \left( \frac{P - P_{wy}}{P_Y - P_{wy}} \right)^2 \quad \frac{P}{P_Y} > \frac{A_w}{A} \quad (7.9b)$$

ここに、 $A$ ：断面積、 $A_w$ ：ウェブの断面積、 $P_{wy} = A_w \sigma_Y$ である。

さらに、ECCSのEurocode 3<sup>7.16)</sup>においては、次式を推奨している。

強軸まわりの曲げモーメントに対して,

$$\frac{M_{\rho cy}}{M_{\rho y}} = 1.0 \quad \frac{P}{P_Y} < 0.10 \quad (7.10 a)$$

$$\frac{M_{\rho cy}}{M_{\rho y}} = 1.11 \left(1 - \frac{P}{P_Y}\right) \quad \frac{P}{P_Y} \geq 0.10 \quad (7.10 b)$$

弱軸まわりの曲げモーメントに対して,

$$\frac{M_{\rho cz}}{M_{\rho z}} = 1 \quad \frac{P}{P_Y} < 0.20 \quad (7.11 a)$$

$$\frac{M_{\rho cz}}{M_{\rho z}} = 1 - \left(\frac{\frac{P}{P_Y} - 0.2}{0.8}\right)^2 \quad \frac{P}{P_Y} \geq 0.20 \quad (7.11 b)$$

(3) 全塑性強度 (2 軸曲げ)

局部座屈が生じないようにずんぐりとした断面のはり一柱の強度は, 断面の全塑性降伏によって決定される. 1 軸曲げの場合には中立軸の位置の決定は容易であり, さらに, 断面の強度の評価も容易であった. しかし, 2 軸曲げの場合には, そのような単純な表現は不可能である. 2 軸曲げの場合には, 中立軸の位置とその傾きの両方が作用軸力  $P$  および作用モーメント  $M_y$  と  $M_z$  を満足するように決定されねばならない.

断面 (短いはり一柱) の塑性強度は, 残留応力, 初期不整およびたわみによる付加曲げモーメントの影響に無関係であるから, 局部座屈の生じない完全弾塑性断面に対してのみ考えればよい.

断面形状の影響を検討するために, フランジ幅  $b$  と断面の高さ  $d$  の比,  $b/d$  が 0.540 から 0.975 と変化する 4 つの W12\* 断面を用いて, 軸力比  $p = P/P_Y$  とモーメント比  $M_z/M_{\rho z}$  および  $M_y/M_{\rho y}$  の相関関係が計算された<sup>7.29)</sup>.

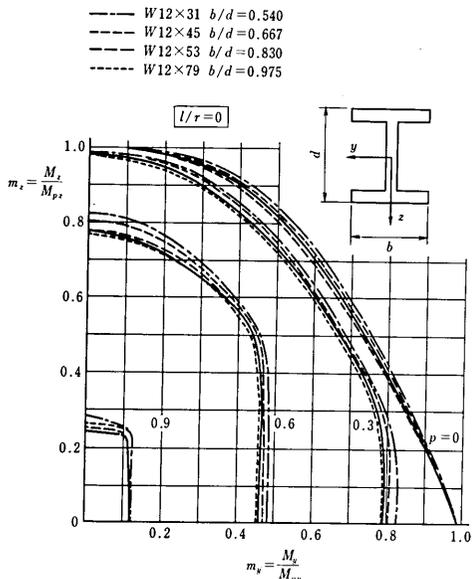


図 7.5 各種の  $b/d$  に対する断面強度の相関曲線

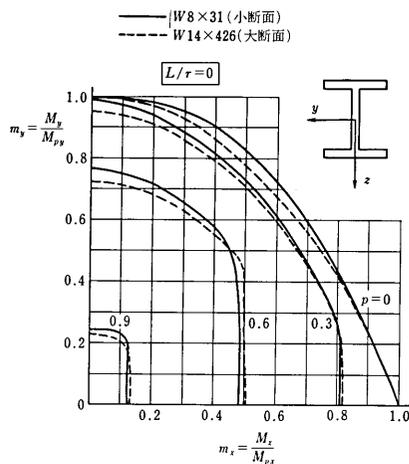


図 7.6 大小断面の断面強度の相関曲線の比較

\* ASTM 規格の断面の高さが約 12 インチの H 形断面を意味する<sup>7.1)</sup>.

図7.5はこれらの関係を示したものであり、 $p=P/P_Y$ が0から0.9と変化しても、相関曲線は狭い範囲に入っており、さらに、W8×31\*\* ( $b/d=1.0$ )の断面の相関曲線は、この範囲の中間を通っており、W8×31は特殊な形状の断面ではあるが、通常用いられるすべてのH形断面に対し、代表的な断面として用いることができることが分る。

相関曲線に及ぼす断面の影響を検討するために、小さい断面のW8×31と大きい断面のW14×426の2つの断面が用いられて計算されている<sup>7.28)</sup>。 $p$ が0から0.9の範囲で、これらの相関曲線が図7.6に示されている。この場合も、相関曲線は断面の大きさの変化に対して比較的影響が少ないことが分る。

a) 線型相関式

1軸曲げを受ける断面(短いはり一柱)の強度は、H形断面柱に対して図7.3および7.4に示されるような直線の相関曲線から成る面によって近似する単純な方法がある。

式(7.5)および(7.7)は、1軸曲げに対して曲げモーメントと軸力の限界の相関を表示したもので、これを2軸曲げの場合に拡張して用いることが提案されている<sup>7.14)</sup>。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.85 \frac{M_y}{M_{py}} + 0.85 \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \tag{7.12}$$

および、

$$\frac{M_y}{M_{py}} + \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \tag{7.13}$$

図7.7中の実線は、一定の軸力比  $p=P/P_Y$  に対して計算された正確な相関曲線を示している。式(7.12)および(7.13)は断面の2軸曲げ強度に対して非常に安全側であり、特にその傾向は弱軸まわりの曲げに対して著しい。この安全側への移行の理由の一つは、 $P/P_Y$ と $M_z/M_{pz}$ の関係に、 $P/P_Y$ と $M_y/M_{py}$ の間の関係をそのまま式(7.12)に用いたことによっており、実際には、式(7.5)、(7.7)および(7.8)に見られる相違が存在している。これはまた形状係数(全塑性モーメントと降伏モーメントの比)が弱軸まわりでは1.5で、強軸ま

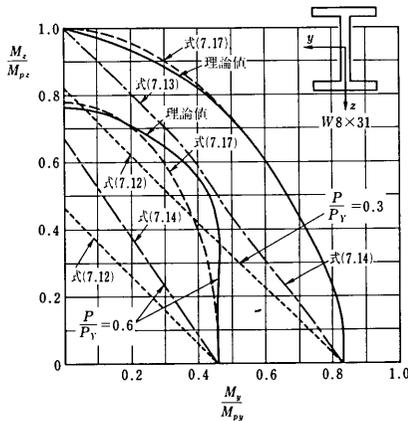


図7.7 2軸曲げに対する断面の全塑性のための相関曲線

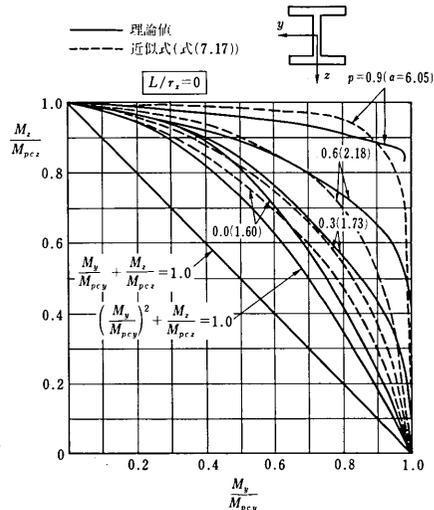


図7.8 2軸曲げに対する断面の相関曲線の比較

\*\* 特異な断面形状であるが、これまで数多くの研究に使用されてきた断面形状である。なお、W8×31の8は、高さが約8インチで、31は1フートの長さの重量が約31ポンドであるH形断面を意味している。

わりの 1.12 の約 1.34 倍となっていることから理解できる。Pillai と Ellis は式 (7.12) の H 形断面の弱軸曲げに対する係数を修正して次式を提案している<sup>7.27)</sup>。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.85 \frac{M_y}{M_{py}} + 0.6 \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \quad (7.14)$$

ただし、式 (7.13) は満たされねばならない。図 7.7 には、式 (7.14) が式 (7.12) と共に鎖線および点線で示されている。

正方形箱形断面に対しても、Pillai と Ellis は次の相関関係を提案している<sup>7.27)</sup>。

$$\frac{P}{P_Y} + 0.85 \left( \frac{M_y}{M_{py}} + 0.5 \frac{M_z}{M_{pz}} \right) = 1.0 \quad (7.15)$$

$$\frac{M_y}{M_{py}} + 0.5 \frac{M_z}{M_{pz}} = 1.0 \quad (7.16)$$

ここに、 $M_y$  は絶対値の大きい方のモーメントである。

#### b) 非線形相関式

図 7.7 に示した 2 軸曲げの相関関係の理論値は直線ではなく、むしろ、四分円によって非常によく近似できる。さらに、短い一柱が軸力と一つの軸まわりのみの曲げモーメントにより全塑性状態にあるならば、他の軸まわりの曲げモーメントに対しては抵抗する余裕は全くない。しかし、モーメントがわずかに減少すると他の軸まわりの曲げモーメントに対する余裕が急激に生ずる。

図 7.7 において、正確な相関曲線が  $M_y/M_{py}$  および  $M_z/M_{pz}$  軸と交わる点のモーメントを  $M_{pcy}$  および  $M_{pcz}$  とし、 $p = P/P_Y = 0, 0.3, 0.6$  および  $0.9$  の 4 つの値に対する相関曲線を  $M_y/M_{pcy}$  と  $M_z/M_{pcz}$  平面上にプロットすると図 7.8 のようになる。これらの相関曲線の形は無次元相関方程式

$$\left( \frac{M_y}{M_{pcy}} \right)^\alpha + \left( \frac{M_z}{M_{pcz}} \right)^\alpha = 1.0 \quad (7.17)$$

によって近似できる<sup>7.31)</sup>。 $M_{pcy}$  および  $M_{pcz}$  は図 7.3 および 7.4 に与えられる式 (7.5 b) および (7.6 b) で精度よく計算される。すなわち、強軸および弱軸曲げについて

$$M_{pcy} = 1.18 M_{py} \left( 1 - \frac{P}{P_Y} \right) \leq M_{py} \quad (7.18)$$

$$M_{pcz} = 1.19 M_{pz} \left\{ 1 - \left( \frac{P}{P_Y} \right)^2 \right\} \leq M_{pz} \quad (7.19)$$

である。

式 (7.17) における係数  $\alpha$  は、すべての軸力比に対して最もよく近似されるように決定することができ、H 形断面に対しては<sup>7.31)</sup>、

$$\alpha = 1.60 - \frac{\frac{P}{P_Y}}{2 \ln \left( \frac{P}{P_Y} \right)} \quad (7.20 a)$$

正方形箱形断面に対しては<sup>7.14)</sup>、

$$\alpha = 1.7 - \frac{\frac{P}{P_Y}}{\ln \left( \frac{P}{P_Y} \right)} \quad (7.20 b)$$

が提案されている。図 7.7 および 7.8 には、式 (7.20) より計算した  $\alpha$  を式 (7.17) に適用した場合の近似相関曲線が破線で示されている。

また、鋼構造塑性設計指針<sup>7.41)</sup>では、式(7.17)の  $x$  軸まわりのモーメントに関する指数を1、 $y$  軸まわりに関するものを2と簡単化した次式的设计式を用いている。

$$\left(\frac{M_y}{M_{pcy}}\right)^2 + \left(\frac{M_z}{M_{pcz}}\right) = 1.0 \quad (7.21)$$

### 7.2.2 曲げモーメントと曲率の関係

一般にはり一柱には強軸まわりの曲げモーメントまたは弱軸上の荷重により、強軸まわりに大きい曲げモーメントが発生する。この場合のはり一柱の弱軸面内での非弾性変形挙動を計算するためには、強軸まわりの曲げモーメントと曲率の関係が明らかにされていなければならない。本節7.2.1ですで見えてきたように、全塑性モーメントは軸力により影響を受けるので曲げモーメント—曲率関係も軸力により影響を受けることになる。

軸力を考慮した曲げモーメント—曲率関係を解析的に求めることは非常に複雑であり、さらに、残留応力の影響を含めた曲げモーメント—曲率関係は解析的に求めることは困難であるので、一般に数値計算法によっている<sup>7.42)</sup>。

図7.9は圧延タイプおよび溶接タイプの残留応力分布を有するH形断面の曲げモーメント—曲率関係を軸力比  $p=P/P_Y$  を一定としたパラメータを用いて示している。図において、 $\phi$  は曲率であり、 $\phi_Y=2\sigma_Y/Ed$  は降伏曲率である。

この曲げモーメント—曲率関係は断面形状によりほとんど変化しない。後述するはり一柱の曲げ強度は、この曲げモーメント—曲率関係を用いた数値積分<sup>7.42)</sup>より計算されたものである。

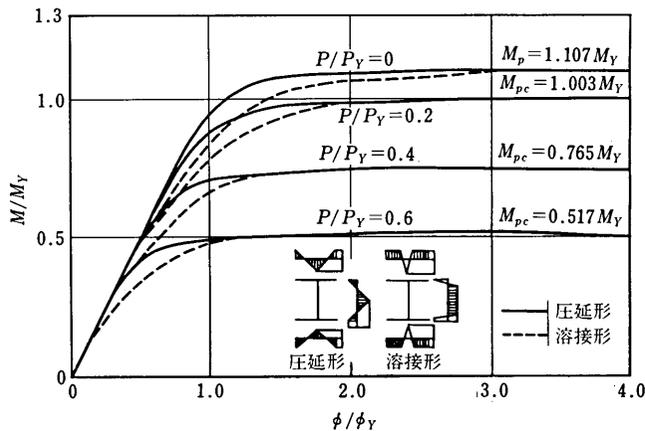


図7.9 曲げモーメント—軸力—曲率関係

## 7.3 はり一柱の強度

### 7.3.1 はり一柱の初期降伏強度

横荷重を受ける柱、または、両端で既知の偏心を有する軸方向荷重を受ける柱に対し、荷重の作用面内のみで部材が変形し、面外の不安定が生じない場合、柱が最初に降伏荷重に到達する荷重(以後、初期降伏荷重という)を求める。

初期降伏荷重は、軸力によって生ずる応力、曲げモーメントによって生ずる応力および柱自身のたわみによる付加モーメントによって生ずる応力の和が降伏応力に等しいとして得られる。

いま、両端で等しい偏心荷重  $P$  を受ける柱の柱 midpoint での最大応力を求める式 (5.5) は、初期たわみ等の部材の不完全性を考慮すると次式にて与えられ、セカント式として知られている<sup>7.22)</sup>。

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} \left\{ 1 + \left( \frac{ec}{r^2} + \frac{e_0c}{r^2} \right) \sec \frac{l}{2r} \sqrt{\frac{P}{AE}} \right\} \quad (7.22)$$

ここに、 $e$ ：作用軸力の偏心量、 $e_0$ ：初期たわみ等の部材の不完全性を表す等価偏心量、 $r$ ：注目する主軸まわりの断面 2 次半径、 $c$ ：図心からの縁端距離、 $l$ ：部材長、 $A$ ：断面積、および、 $E$ ：ヤング率である。なお、等価偏心量  $e_0$  は、式 (7.22) において  $e=0$  と置き、 $e_0$  について解いた式に中心軸圧縮試験結果を適用して得ることができる。

式 (7.22) において、 $P$  を  $\sigma_{cr}P/A$  で、 $\sigma_{\max}$  を  $\sigma_y$  でおきかえ、 $\sigma_{cr}$  について解くと、

$$\sigma_{cr} = \frac{\sigma_y}{\left\{ 1 + \left( \frac{ec}{r^2} + \frac{e_0c}{r^2} \right) \sec \left( \frac{l}{2r} \right) \sqrt{\sigma_{cr}/E} \right\}} \quad (5.6)'$$

となる。

さらに一般的な不等端偏心に対する公式および図解法が多く提案されているが、等および不等端モーメントを受ける圧縮部材内での最大縁応力を求める方法について説明する。

両端ヒンジの初期たわみ  $\delta_0$  を有する柱の midpoint での荷重によるたわみ  $\delta$  は

$$\delta = \frac{\delta_0}{1 - (P/P_E)} - \delta_0 \quad (7.23)$$

にて与えられる。ここに、 $P_E$ ：オイラーの座屈荷重  $= \pi^2 EA / (l/r)^2$  である。

柱の全たわみ  $\delta_m = \delta_0 + \delta$  は、

$$\delta_m = \delta_0 \left\{ \frac{1}{1 - (P/P_E)} \right\} \quad (7.24)$$

と書き改められる。ここで、 $\delta_0$  は軸力の影響を無視したすべての荷重およびモーメントによって生ずるたわみおよび初期たわみの和である。

これより、はり一柱の midpoint で最大モーメントは、

$$M_{\max} = M_0 + P\delta_0 \left\{ \frac{1}{1 - (P/P_E)} \right\} \quad (7.25)$$

にて与えられる。ここに、 $M_0$  は作用横荷重または作用端モーメントによるはり一柱の midpoint での初期モーメントである。式 (7.25) は、正弦波形のたわみを持つとして導かれたものであるが、この式より計算されたモーメントの和は、最大モーメントが midpoint または midpoint の近傍で生ずる一般的なあらゆる場合の厳密解と 2% 以内の誤差で得られることがわかっている。

式 (7.25) は、

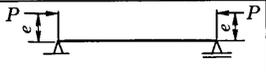
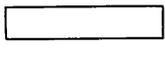
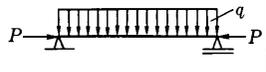
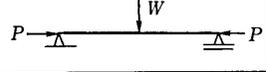
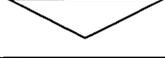
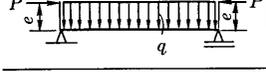
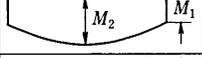
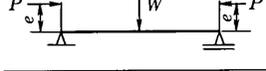
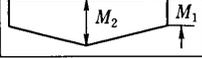
$$M_{\max} = M_0 \left( \frac{1 + \phi P/P_E}{1 - P/P_E} \right) \quad (7.26)$$

のような便利な形に書き換えることができる。

一様断面の単純支持部材に対しては、

$$\phi = \frac{\pi^2 \delta_0 EI}{M_0 l^2} - 1 \quad (7.27)$$

表7.1 各種の荷重条件に対する  $\psi$  値

荷重状態	一次曲げモーメント	$\psi$
		0.234
		0.028
		-0.178
		$0.206 \frac{M_1}{M_2} + 0.028$
		$0.412 \frac{M_1}{M_2} - 0.178$

である。

式 (7.25) で与えられる近似最大モーメントより、荷重および曲げによるはり一柱の最大応力は、

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \left\{ \frac{1 + \psi \left( \frac{P}{P_E} \right)}{1 - \left( \frac{P}{P_E} \right)} \right\} \frac{M_0 c}{I} \quad (7.28)$$

となる。

各種の荷重条件のため  $\delta_0$  の公式はハンドブック等で容易に得られるので、式 (7.28) より容易に単純支持のはり一柱の最大応力を計算することができる。たとえば、中心軸荷重と等分布横荷重  $w$  を受ける単純支持部材の場合には、

$$\psi = \frac{\pi^2 \{(5/384)(wl^4/EI)\}EI}{(wl^2/8)l^2} - 1 = \frac{40\pi^2}{384} - 1 = 0.028$$

となる。

いくつかの一般的な場合についての  $\psi$  の値を表 7.1 に示した。

### 7.3.2 材端モーメントを受けるはり一柱

はり一柱は、部材の中間点で適当な間隔で横支持されており、横ねじれ座屈は生じないものとする。ここでは、このような仮定のもとに、曲げモーメントと軸力を受ける部材の曲げと軸力の間の相関方程式について検討する。

曲げと軸力を受ける部材の強度は、一般に軸力比  $P/P_u$  とモーメント比  $M/M_u$  を用いて次式のように表現され、以後の相関公式の基礎となるものである。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M}{M_u} \leq 1 \quad (7.29)$$

ここに、 $P$ ：終局時の軸力

$P_u$ ：中心軸荷重を受ける柱の作用曲げモーメントの面内での座屈に対する終局荷重

$M$ ：終局時の作用最大モーメント

$M_u$ ：軸力が作用しない場合の終局曲げモーメント

## (1) 等端モーメントを受けるはり一柱

軸力  $P$  が作用する両端単純支持のはり一柱に、単曲率が生ずるような等端モーメント  $M_0$  が作用する場合を考えよう。弾性範囲内では式 (7.29) がはり一柱の最大曲げモーメントに対してよい近似を与える。最大曲げモーメントが部材の中心またはその近傍で生ずるようなモーメント荷重を受けるはり一柱では、式 (7.26) の  $\phi$  の値は非常に小さく、したがって、 $\phi P/P_E$  を零とおくことができる。これより、単曲率が生ずる等端モーメント  $M_0$  を受けるはり一柱の曲げに対しては、中点での最大曲げモーメントは、式 (7.26) において、 $\phi P/P_E=0$  とおき、近似的に次式のように得られる。

$$M_{\max} = M_0 \left\{ \frac{1}{1 - (P/P_E)} \right\} \quad (7.30)$$

ここに、 $P$  : 作用軸力

$P_E$  : モーメントの作用面内での中心軸弾性座屈荷重

$M_0$  : たわみと軸力によって生ずる 2 次モーメントを考慮しない最大モーメント

式 (7.29) に式 (7.30) を代入すると、

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_0}{M_u [1 - (P/P_E)]} \leq 1 \quad (7.31)$$

となる。両端で等しい偏心量  $e$  を持つ偏心荷重を受ける柱に対しては、次式ようになる。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{Pe}{M_u [1 - (P/P_E)]} \leq 1 \quad (7.32)$$

式 (7.31) および (7.32) における  $P_u$  は、第 5 章で与えられる中心軸圧縮柱の強度曲線より得ることができる。横ねじれ座屈が生じない場合には、 $P_u$  は曲げの作用面内での細長比に基づいて計算できる。また、 $M_u$  は軸力が存在しない場合の終局曲げモーメントであり、局部座屈が生じない場合には全塑性モーメント  $M_p = Z\sigma_y$  とおくことができる。ここに、 $Z$  は塑性断面係数である。

また、ECCS の Eurocode 3 (draft 1983)<sup>7,16)</sup> では、次式を推奨している。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_0}{M_u \left( 1 - \frac{P}{P_E} \frac{P_u}{P_y} \right)} \leq 1.0 \quad (7.33)$$

これは、初期曲りのあるはり一柱の荷重による最大縁応力  $\sigma_{\max} = \sigma_y$  の弾性限強度をもとにして求められる<sup>7,25)</sup>。

残留応力の影響を考慮した H 形断面のはり一柱の強軸まわりの曲げに対する相関曲線は数値計算により得ることができる。単曲率が生ずる等端モーメントを受ける W8×31 のはり一柱の数値計算結果が図 7.10 に示されている。図中の各曲線は、一定の細長比に対して軸力と端モーメントの間の関係を無次元化して示している。これらの曲線は、他の H 形断面に対しても良い近似を与える。

図 7.10 に示される相関曲線の適合性については、種々の実験で検討されており、実験値と理論値の間でよく一致することが示されている。また、理論相関曲線を近似した公式や終局状態でのモーメント—軸力—曲率関係を理想化したもの、あるいは、はり一柱のたわみ形状をある形で仮定したものなど、各種の近似相関式が発表されている。

## (2) 不等端モーメントを受けるはり一柱

式 (7.32) は、部材中に生ずる曲げによる不安定性に対する崩壊の条件を示している。しかし、塑性ヒンジがはり一柱の一端または両端で生ずるようなモーメントが作用するとき、その端モーメントは軸力の影響を考慮した全塑性モーメント  $M_{pc}$  以下でなければならず、式 (7.5)~(7.7) を満足すべきである。

不等端モーメントを受けるはり一柱の設計に式 (7.31) をそのまま用いるのは安全側すぎる。逆曲率が生ずる

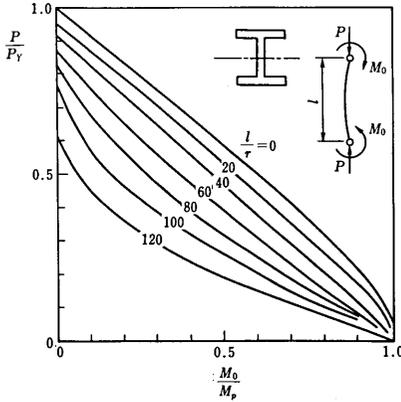


図 7.10 強軸曲げに対する相関曲線

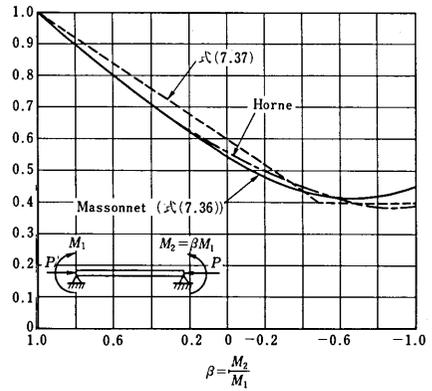


図 7.11 軸力と不等端モーメントに対する等価モーメント係数

端モーメントが作用する場合は特に著しい。これは、式 (7.31) は最大モーメントがスパン中央、または、その近傍で生ずると仮定されて導かれたからである。この条件を考慮して不等端モーメントを受けるはり一柱に対しては、式 (7.31) の  $M_0$  を等価モーメント  $M_{eq} = C_m M_1$  で置き換えて、さらに、一般化した形で用いることができる。ここに、 $C_m$  は等価係数である。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{C_m M_1}{M_u [1 - (P/P_E)]} \leq 1 \quad \text{ただし、} \frac{M_1}{M_p} < 1.18 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) < 1 \quad (7.34)$$

Massonnet (マソネ) は曲げモーメント図を直線とし、次式のように等価モーメントを提案している<sup>7.5)</sup>。

$$M_{eq} = C_m M_1 \quad (7.35)$$

ここに、

$$C_m = \sqrt{0.3(1 + \beta^2) + 0.4\beta} \quad \beta = M_2/M_1 \quad (7.36)$$

$M_1$  および  $M_2$  は両端のモーメントであり、 $M_1$  は絶対値の大きいモーメントの値である。また、 $M_1$  と  $M_2$  の積または商の符号は部材が単曲率で曲げられる場合に正、逆曲率で曲げられる場合に負である。

Horne (ホーン) はより単純な解析より、 $M_{eq}/M_1$  の比を図 7.11 のように提案している<sup>7.21)</sup>。ここに、 $M_2/M_1$  は部材が単曲率で曲げられるとき正、逆曲率で曲げられるとき負である。さらに、AISC 規準には<sup>7.1)</sup>、Austin の研究<sup>7.3)</sup>を参考に、次のような直線式が用いられている。

$$C_m = \frac{M_{eq}}{M_1} = 0.6 + 0.4 \frac{M_2}{M_1} \geq 0.4 \quad (7.37)$$

また、鋼構造塑性設計指針<sup>7.41)</sup>では、横倒れ座屈を伴わない面内強度に対して、次式を規定している。

$$C_m = 1 - 0.5 \left(1 - \frac{M_2}{M_1}\right) \sqrt{\frac{P}{P_E}} \geq 0.25 \quad (7.38)$$

この式は一定軸力と材端モーメントを受けるはり一柱の弾性解を基に導かれた近似式である<sup>7.34)</sup>。

### 7.3.3 横荷重を受けるはり一柱

はり一柱が、支点間で曲げの面内での横荷重を受ける場合、曲げモーメント図は直線ではなく、また、最大モーメントはスパンの中点に生ずるとは限らない。各点での実際の曲げモーメント図(たわみがモーメント分布に及ぼす軸力の影響を無視した曲げモーメント図)に外接する直線の曲げモーメント図を式 (7.36) または (7.37)

に適用する安全側の方法もあるが、この場合のより良い近似は、7.3.1項で述べた考え方により導かれた係数  $\phi$  を用いた次式による低減係数を計算し、式 (7.34) に適用することである。

$$C_m = 1 + \phi \frac{P}{P_E} \quad (7.39)$$

ここに、 $\phi$  は、たとえば単純支持の一樣断面部材に対しては、式 (7.27) で与えられる。この考え方は AISC の規準<sup>7.1)</sup>に採用されている (表 7.2)。

7.3.4 はり一柱の横ねじれ座屈強度

中間を拘束されていないはり一柱が、その強軸まわりに曲げを受けるとき、面内解析で得られる最大荷重よりはるかに小さい荷重で横たわみとねじれを生じて座屈する場合がある。この横ねじれ座屈は、部材が弾性範囲内に留まっているとき、または、面内曲げと圧縮によって部材の一部がすでに降伏しているときにも生ずる。

(1) 弾性はり一柱

等端モーメントを受ける場合

完全に真直ぐな弾性のはり一柱が、その強軸まわりに単曲率が生ずるような等しい端モーメント  $M$  および軸圧縮力  $P$  が作用するものとする。はり一柱の両端は単純支持されており、そりは自由であるがねじり変形は拘束されているものとする。また、はり一柱の断面は2軸対称とする。したがって、せん断中心と図心は一致する。

作用軸力とモーメントがその限界値  $P_c$  および  $M_c$  に到達したときたわみとねじれが生じた状態でつりあいが可能であり、そのときの  $P_c$  と  $M_c$  の関係は次式にて与えられる<sup>7.44), 7.45)</sup>。

$$\left(\frac{M_c}{M_{ocr}}\right)^2 = \left(1 - \frac{P_c}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{P_c}{P_{E\phi}}\right) \quad (7.40)$$

ここに、 $r_0 = \sqrt{(I_y + I_z)/A}$  で断面極二次半径であり、

$$M_{ocr} = r_0 \sqrt{P_{Ez} P_{E\phi}} \quad (7.41)$$

$$P_{Ez} = \frac{\pi^2 EI_z}{l^2} \quad (7.42)$$

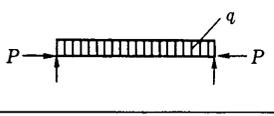
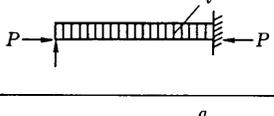
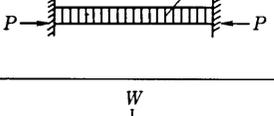
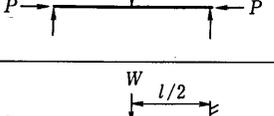
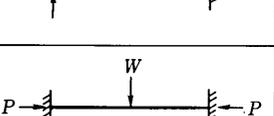
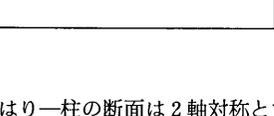
$$P_{E\phi} = \frac{GJ}{r_0^2} \left(1 + \frac{\pi^2 EI_w}{GJl^2}\right) \quad (7.43)$$

であり、それぞれ、曲げによるはり ( $P=0$ ) の横ねじれ座屈モーメント、中心軸荷重を受ける弱軸に関する座屈荷重およびねじり座屈荷重である。

特別な場合として  $M_c=0$  のとき、はり一柱は  $P_2$  または  $P_x$  の小さい方の値で柱として座屈し、 $P_c=0$  のときは、座屈モーメント

$$M_c = \frac{\pi \sqrt{EI_z GJ}}{l} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{GJl^2}} = r_0 \sqrt{P_{Ez} P_{E\phi}} \quad (7.44)$$

表 7.2 各種構造・荷重状態に対する  $\psi$  値

荷重状態	$\psi$
	0
	-0.3
	-0.4
	-0.2
	-0.4
	-0.6

ではりとして横ねじれ座屈する。

式 (7.40) の誘導に際して、面内モーメントの軸荷重による割増係数  $1/(1-P_c/P_{Ey})$  は無視されている。この影響を考慮すると、式 (7.40) は次式のように変る。

$$\left(\frac{M_c}{M_{ocr}}\right)^2 = \left(1 - \frac{P_c}{P_{Ey}}\right) \left(1 - \frac{P_c}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{P_c}{P_\phi}\right) \quad (7.45)$$

ここに、

$$P_{Ey} = \frac{\pi^2 EI_y}{l^2} \quad (7.46)$$

であり、中心荷重を受ける強軸に関する座屈荷重である。

これより、 $P_c$  の可能な最大値は  $P_{Ey}$ 、 $P_{Ez}$  および  $P_\phi$  の最小値であることが分る。ほとんどの断面では  $P_c$  は  $P_{Ey}$  よりかなり小さく、したがって、式 (7.45) は式 (7.40) にほぼ一致する。圧延断面のほとんどは、 $P_{Ez}$  は  $P_\phi$  より小さく、したがって  $(1-P/P_\phi) > (1-P/P_{Ez})(1-P/P_{Ey})$  である。この場合、式 (7.45) は次式の相関関係式で安全側に近似することができる。

$$\frac{P_c}{P_{Ez}} + \frac{M_c}{\left(1 - \frac{P_c}{P_{Ey}}\right) r_0^2 \sqrt{P_{Ez} P_\phi}} = 1 \quad (7.47)$$

#### 不等端モーメントを受ける場合

強軸まわりの不等端モーメント  $M_1$  および  $M_2 = \beta M_1$  ( $-1 \leq \beta \leq 1$ ) を受ける単純支持のはり一柱の弾性横ねじれ座屈は、すでに数値的に研究され、また、図表でも示されている<sup>7,26)</sup>。軸力  $P_c$  と不等端モーメント  $M_1$ 、 $M_2$  が作用するはり一柱の弾性横ねじれ座屈は、式 (7.40) の等端モーメント座屈強度式をもとに、次式が提案されている。

$$\left(\frac{C_m M_1}{M_{ocr}}\right)^2 = \left(1 - \frac{P_c}{P_{Ez}}\right) \left(1 - \frac{P_c}{P_\phi}\right) \quad (7.48)$$

ここに、等価モーメント修正係数  $C_m$  は、第6章はりの式 (6.17) または (6.18) の等価係数  $C_{b1}$  の逆数を用いることができる。また、横ねじれ座屈に対する等価モーメント修正係数  $C_m$  が軸力の効果を含むものとして、

$$C_m = \frac{1-\beta}{2} + \left(\frac{1+\beta}{2}\right)^3 \left\{ 0.022 \left(\frac{P}{P_{Ey}}\right)^3 - 0.103 \left(\frac{P}{P_{Ey}}\right)^2 - 0.138 \left(\frac{P}{P_{Ey}}\right) + 0.378 \right\} \quad (7.49a)$$

これをさらに簡単化して、

$$C_m = \frac{1-\beta}{2} + \left(\frac{1+\beta}{2}\right)^3 \left\{ 0.4 - 0.23 \left(\frac{P}{P_{Ey}}\right) \right\} \quad (7.49b)$$

が提案されている<sup>7,15)</sup>。ここに、 $\beta = M_2/M_1$  である

#### (2) 非弾性はり一柱

面内での荷重により、部材の一部に降伏が生ずると部材の断面の剛性が減少し、面内の最大荷重または弾性座屈荷重よりはるかに小さい荷重で座屈が生ずる。この場合の例が図 7.12 に示されている<sup>7,18)</sup>。図において、はり一柱の面内最大モーメントが破線で、弾性座屈モーメントが点線で、非弾性座屈モーメントが実線で示されている。

はり一柱の非弾性横ねじれ座屈強度は、式 (7.34) の軸力と曲げモーメントの相関式によってかなり安全側の評価ができる。式 (7.34) において、 $P_u$  は柱の最小軸圧縮強度であり、 $M_u$  は  $P=0$  のときの等曲げモーメントによるはりの非弾性横ねじれ座屈強度である。

また、非弾性横ねじれ座屈強度として、式 (7.48) において、 $M_{ocr} = M_u$ 、 $P_{Ez} = P_u$  とおいた次式を用いるこ

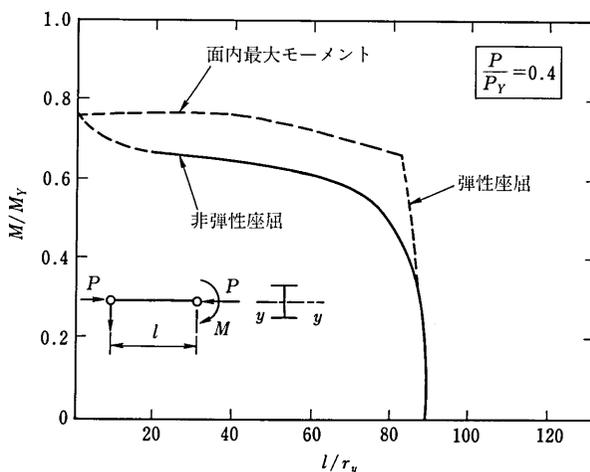


図 7.12 非弾性曲げねじれ座屈曲線

とができる。

$$\left(\frac{C_m M_1}{M_u}\right)^2 = \left(1 - \frac{P}{P_u}\right) \left(1 - \frac{P}{P_\phi}\right) \quad (7.50)$$

ここに、 $C_m$  は等価モーメント修正係数であり、式 (7.36)、(7.37) に用いることができる。また、式 (7.49 a)、(7.49 b) を用いる場合は、 $P_{Ey}$  の代りに最小軸圧縮耐力  $P_u$  を用いなければならない。

### 7.3.5 変断面はり一柱

材料節約のために、部材の一端から他端へと連続的に断面が変化する部材が、骨組構造の一部にしばしば使用される。変断面はり一柱の強度に関する研究は、部材のパラメータが多くなり、その整理が困難であることから、限られた数の研究しか発表されていない<sup>7.37)~7.39), 7.46)</sup>。したがって、変断面はり一柱の耐力の合理的な評価式提案されるには至っておらず、例えば、鋼道路橋設計示方書<sup>7.43)</sup>ではあらゆる断面において、その断面を等断面とするようなはり一柱を想定し、等断面に関する強度評価式を適用し、さらに、これに対して安定条件が満足されればよいとしている。また、鋼鉄道橋設計規準解説<sup>7.40)</sup>では、部材の中央断面を等断面とする等断面はり一柱を想定し、等断面部材の強度評価式を用いている。BS 449 の限界状態設計では、規準断面として部材の中央断面を用い、式 (7.29) の線形強度評価式を適用するものとしている。AISC<sup>7.1)</sup>では、

$$\left(\frac{P}{P_u}\right)_{(s)} + \frac{C_m}{1.0 - P/P_{e\phi}} \left(\frac{M}{M_u}\right)_{(t)} = 1 \quad (7.51)$$

ここに、

$$P_{e\phi} = \pi EI_x / (s_\phi l)^2 \quad (7.52)$$

$$s_\phi = 1.00 - 0.375 \gamma + 0.080 \gamma^2 (1.00 - 0.0775 \gamma) \quad (7.53)$$

$$C_m = 0.6 + 0.4 \beta \quad (7.54)$$

$$\gamma = \frac{d_{(t)} - d_{(s)}}{d_{(s)}} \quad (7.55)$$

添字  $l$  および  $s$  は、たとえば式 (7.55) において、 $d_{(t)}$  は変断面部材の大断面端の断面の高さであり、 $d_{(s)}$  は小

断面端の断面の高さである。

式 (7.51) は、圧縮部材としては最小の断面を、曲げ部材としては最大の断面をそれぞれ等断面部材とすることを意味し、オイラー座屈は有効長の概念を用いている。

これらの規準の表現はまちまちであり、等断面部材の強度評価式に比較してその精度が悪い。その理由は、変断面部材を等断面部材に置き換える場合、部材長は変断面部材の長さを取り、規準断面位置を一義的に規定しているからである。

変断面はり一柱の曲げ圧縮耐荷力の最も合理的な評価を与えると思われるものに、塩見らの研究がある<sup>7.37)~7.39)</sup>。この研究においては、等断面部材に関する耐荷力の相関式を準用して、次式のように表わしている。

$$\frac{P}{P_{ueq}} + \frac{M}{M_{ueq}} \frac{\bar{C}_m}{\left(1 - \frac{P}{P_{Eeq}}\right)} = 1 \quad (7.56)$$

式 (7.56) における  $P_{Eeq}$  は、変断面圧縮部材を等断面圧縮部材に置き換えた場合の柱としての耐荷力で、次式で与えられるとしている<sup>7.39)</sup>。

$$P_{ueq} = \frac{P_y}{2\lambda^2} \left( 1 + x(\lambda - 0.2) + \lambda^2 - \sqrt{1 + x(\lambda - 0.2) + \lambda^2 - 4\lambda^2} \right) \quad (7.57)$$

ここに、 $\lambda$  は修正換算細長比で、

$$\lambda = s \cdot \lambda_{(s)} \quad (7.58)$$

として表わされ、 $\lambda_{(s)}$  は変断面部材と同一長さで変断面の小さい方の断面端の断面を有する等断面部材とみなしたときの換算細長比

$$\lambda_{(s)} = 1 / \pi \cdot r_{(s)} \cdot \sqrt{\sigma_y / E} \quad (7.59)$$

であり、 $s$  は変断面の影響を取り入れる係数で、変断面部材の大きい方の端と小さい方の端との断面 2 次モーメントの比  $\beta_1$  を用いて近似的に

$$s = \frac{1}{(-0.01\beta_1^2 + 0.20\beta_1 + 0.81)} \quad (7.60)$$

のように表わされる。

また、 $x$  は ECCS の柱の耐荷力式に用いられる定数である<sup>7.17)</sup>。

$M_{ueq}$  は変断面曲げ部材を等断面曲げ部材に置き換えた場合の曲げ耐荷力で、次式で与えられるとしている。

$$M_{ueq} = \frac{M_p}{(1 + \lambda_{eqb}^{2n})^{1/n}} \quad (7.61)$$

ここに、 $\lambda_{eqb}$  は以下の手順で得られる変断面片曲げ部材を等断面等曲げ部材に置き換えた、等価長さ  $h_p l$  に対応する修正等価細長比である。

まず、基準となる荷重状態を、図 7.13(a) に示すような変断面部材の大断面端のみに曲げモーメントが作用する状態とする。この状態での曲げ耐荷力を  $M_u$  とする。この状態から、次の 3 ステップにより変断面部材の大断面端と同じ断面寸法をもつ等断面部材に置き換え、変断

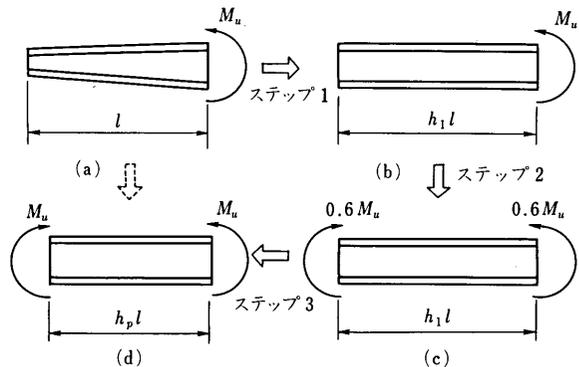


図 7.13 変断面部材の等断面部材への置換

面部材の曲げ耐力  $M_u$  と同じ耐力を有する等断面材の長さとして  $h_p l$  を決定する。

ステップ1 変断面材の大断面端のみに曲げモーメントが作用するときの曲げ耐力  $M_u$  と変断面の大断面端と同一の断面を有する等断面材に、片曲げが作用したときの曲げ耐力が同一となるような材長  $h_1 l$  を、近似的に次式より求める。

$$h_1 = 0.08 (0.1 \gamma \sqrt{l/r_{yb}})^3 + 1.0 \quad \text{ただし, } 12.0 \leq \gamma \sqrt{l/r_{yb}} \quad (7.62 \text{ a})$$

$$h_1 = (1.94 \gamma - 2.74) (0.1 \gamma \sqrt{l/r_{yb}} - 1.56 \gamma) + 1.0 \quad \text{ただし, } 12.0 \geq \gamma \sqrt{l/r_{yb}} \quad (7.62 \text{ b})$$

ここに、 $r_{yb}$  は変断面材の大断面端での弱軸回りの回転半径である。

ステップ2 同一断面、同一材長で図 7.13(b) の片曲げの状態から、(c) の等曲げの状態に換算する。

ステップ3 同一断面で、等曲げに対する耐力が  $M_u$  となる材長が  $h_p l$  である。すなわち、式 (7.62 a) または (7.62 b) より得られた等価長さ  $h_1 l$  を用いて、はりに対する基準耐力式 (6.39) に代入して  $0.6 M_u/M_{pb}$  を求める。この値を 0.6 で除した値  $M_u/M_{pb}$  に対する等価長さが  $h_p l$  である (図 7.14)。ここで、 $M_u/M_{pb} \geq 1.0$  の場合は、すでに材端において、全断面が降伏しているものと考えて、計算上  $h_p = 0$  となる。

このようにして計算された等価長さ  $h_p l$  を用いて計算された、変断面材の大断面端の断面寸法を有し、両端で等曲げを受ける材の弾性横倒れ座屈モーメントを  $M_{Eeq}$  とすると、修正等価細長比  $\lambda_{Eeq}$  は、

$$\lambda_{Eeq} = \sqrt{\frac{M_{pb}}{M_{Eeq}}} \quad (7.63)$$

より得られる。

$P_{Eeq}$  は変断面材を等断面圧縮材に置き換えた場合の Euler 座屈強度で、次式で与えられる。

$$P_{Eeq} = \frac{P_y}{\frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \left( \frac{s_g l}{r_{(s)}} \right)} \quad (7.64)$$

ここに、 $s_g$  は式 (7.53) で与えられる等価長さ係数である。

$\bar{C}_m$  は変断面材の両端に作用しているモーメントを、大断面端のみの片端モーメントに換算するための等価モーメント修正係数であり、次式で表されるものである<sup>7.39)</sup>。

$$\bar{C}_m = \frac{\sqrt{0.3(1+\beta^2)+0.4\beta}}{\sqrt{0.3}} \quad (7.65)$$

なお、面内耐力の場合は、式 (7.56) において  $M_{ueq} = M_p$  とおけばよい。

### 7.3.6 2軸曲げを受けるはり一柱

#### (1) 対称荷重を受けるはり一柱

はり一柱が軸圧縮力と2軸曲げの組合せ荷重を受ける場合、はり一柱にはたわみとねじれが同時に生ずる。この場合のはり一柱の本質的な特徴は、横たわみは常に断面のねじれを伴って生ずることである。このねじれによって、はり一柱、特に小さなねじれ剛性を有する薄肉開断面のはり一柱の終局荷重強度が面内荷重による最大荷重強度よりはるかに小さくなることに注意しなければならない。

一度に限界塑性状態が決定できる短いはり一柱とは異なり、長いはり一柱の最大荷重条件は、完全な荷重—変形関係を求めてはじめて決定できるものである。このことは、滑らかな一連の相関曲面を描くのに必要な、十分な点を得るのに膨大な計算を必要とする。Chen (ツェーン) と Santathadaporn (サタサダポーン) は残留応力、初期不整および端拘束の影響を含め、弾性および非弾性の荷重—変形挙動の解析解を発表している<sup>7.28), 7.29)</sup>。

荷重一たわみ関係は、最初、増分項で定式化している。定式化に際し、各増分のたわみは正弦曲線であると仮定している。荷重一たわみ関係は、計算機による数値計算に非常に効率的な接線剛性法を用い、増分関係の逐次計算法を用いている。この計算方法による結果は、過去の研究および実験結果と非常によく一致することが確認されている。図7.14は  $P/P_Y = 0.3$  の場合のフランジ幅と断面の高さがほぼ等しい4種のH形断面の  $L/r_z = 0, 20, 40$  および  $60$  に対する無次元相関曲線を示している。すべての細長比に対し、断面の相違による影響は小さいことが分る。短いはり一柱と同様、断面の大きさによる影響も、無視しうることが示されている。

a) 線型相関式

2軸曲げを受けるはり一柱の終局強度は、耐荷力表示によれば、式(7.31) 1軸曲げを2軸曲げに拡張した次式の相関式で求めることができる。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_y}{M_{uy} \left(1 - \frac{P}{P_{Ey}}\right)} + \frac{M_z}{M_{uz} \left(1 - \frac{P}{P_{Ez}}\right)} \leq 1.0 \quad (7.66)$$

ここに、

$M_{uy}, (M_{uz})$ : 軸力が零のときの、 $y$  軸 ( $z$  軸) のまわりのはりの終局荷重

$P_{Ey}, (P_{Ez})$ :  $y$  軸 ( $z$  軸) まわりのオイラーの座屈荷重

$P_u$ : 柱の中心軸圧縮荷重

H形断面に対しては、 $M_{uz}$  は断面の弱軸まわりの全塑性モーメント  $M_{pz}$  である。 $M_{uy}$  は横ねじれ座屈を考慮した強軸まわりのはりの終局モーメントで  $M_{uy} = M_m \leq M_{py}$  である。したがって、強軸と弱軸に関する形状係数の相違に関する式(7.12)におけるような矛盾はなく、それぞれの主軸に関する終局モーメントが用いられる。

式(7.66)の相関関係式は、直交軸に関する直線相関式となっており、与えられた軸力比に対して、2つの直交軸に関するモーメントの変化は直線的である。図7.15は式(7.66)による長いH形柱の3次元相関曲線を示している。 $P=0$ での相関曲線は  $M_z/M_{pz} = 1.0$ の点を通る。これは、弱軸まわりの曲げにより、横ねじれ座屈が生じないことによっている。

式(7.66)を置き換えて、次の線形関係式に書くことができる。

$$\frac{M_y}{M_{ucy}} + \frac{M_z}{M_{ucz}} \leq 1.0 \quad (7.67)$$

ここに、 $M_{ucy}$  および  $M_{ucz}$  は  $P \neq 0$  のとき、一方の軸まわりの曲げモーメントが零の場合の軸荷重を受けるはり一柱の他の軸まわりの終局曲げモーメントである。したがって、 $M_{ucy}$  および  $M_{ucz}$  は、与えられた軸圧縮力  $P$  に対して、図7.14の  $M_z = 0$  および  $M_y = 0$  の軸上で与えられる。また、 $M_{ucy}$  および  $M_{ucz}$  の値は、例えば、AISC 規準の第2部に示される次式からも、良い精度で求めることができる。

$$M_{ucy} = M_{uy} \left(1 - \frac{P}{P_u}\right) \left(1 - \frac{P}{P_{Ey}}\right) \quad (7.68 a)$$

$$M_{ucz} = M_{pz} \left(1 - \frac{P}{P_u}\right) \left(1 - \frac{P}{P_{Ez}}\right) \quad (7.68 b)$$

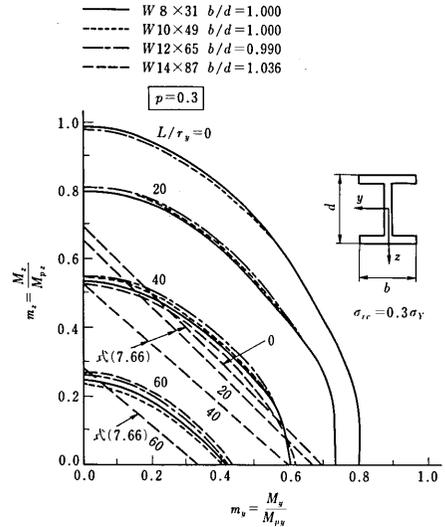


図7.14 2軸曲げに対するはり一柱の相関曲線の比較

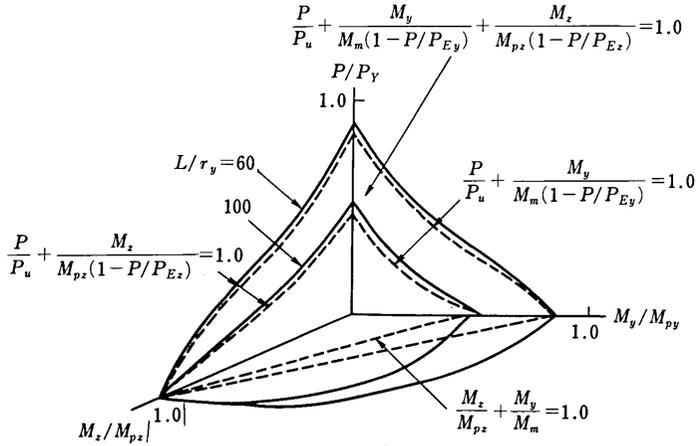


図 7.15 軸力と2軸曲げに対するはり一柱の相関曲面

ここに、 $M_{uy}$  は軸力および弱軸まわりの曲げモーメントが存在しない場合の強軸まわりのはりの横ねじれ座屈を伴う最大抵抗曲げモーメントであり、一般に次式を用いることができる。

$$M_{uy} = (1.07 - \bar{\lambda}) M_{py} \leq M_{py} \tag{7.69}$$

ここに、 $\bar{\lambda}$  は等価細長比であり、 $\left(\frac{l}{r_z}\right) \left(\frac{\sqrt{\sigma_y}}{3160}\right)$  にて表され、 $\sigma_y$  は ksi 単位である。

W8×31の断面特性を用いて、 $l/r_y = 0$  から 60 まで、 $p = 0.3$  の場合の式 (7.66) による値を図 7.14 に示してある。式 (7.66) は短い柱に対して非常に安全側すぎ、中間の柱では安全側であり、長い柱に対しては、わずかに安全側である。式 (7.67) の値と正確な数値計算値を  $M_z/M_{ucz}$  と  $M_y/M_{cuy}$  平面上にプロットしたものが図 7.16 である。図 7.16 に用いた  $M_{uc}$  の値は正確な計算値を用いており、一方、式 (7.67) に用いた値は式 (7.68) から近似的に求めたもので、したがって、両軸上の値は 1.0 とはならない。

さらに、長い柱の特殊な場合として、 $l/r_y$  が零に近づいたときの短い柱については、両軸上の点に対して、式 (7.66) または (7.68) を適用することはできない。これは、式 (7.5) および (7.6) に比較して、式 (7.68) はかなり小さい値となっているからである。図 7.14 および 7.15 に示した  $l/r_y = 0$  に対する直線は、 $l/r_y$  が小さくなったときの式 (7.66) の限界の直線としての意味しかない。

Pillai と Ellis は中空、円形および正方形箱型断面のはり一柱に対し、式 (7.66) の修正した次式を提案している<sup>7.27)</sup>。

$$\frac{P}{P_u} + C \left\{ \frac{M_y}{M_{uy} \left(1 - \frac{P}{P_{ey}}\right)} + \frac{M_z}{M_{uz} \left(1 - \frac{P}{P_{ez}}\right)} \right\} \leq 1.0 \tag{7.70}$$

ここに、 $C$  は 2 軸の偏心量  $e_y$  および  $e_z$  で与えられ、

$$C = \frac{\sqrt{e_y^2 + e_z^2}}{e_y + e_z} \tag{7.71}$$

であり、他の項のすべて式 (7.66) のものと同じである。式 (7.70) の相関関係式は実験値と比較され、よく一致することが示されている。

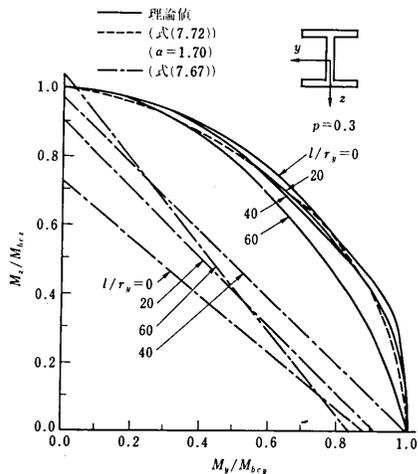


図 7.16 2軸曲げに対するはり一柱の相関曲面の比較

## b) 非線形相関式

図 7.16 から、直交軸に関するモーメントの相関関係は直線的ではなく、むしろ、4分円に近いことがわかる。そこで短いはり一柱の場合と同様な形の式が、長いはり一柱に対する相関関係式として提案されている<sup>7.29)</sup>。

$$\left(\frac{M_y}{M_{ucy}}\right)^\alpha + \left(\frac{M_z}{M_{ucz}}\right)^\alpha \leq 1.0 \quad (7.72)$$

これは、式 (7.67) を単純に修正したものである。

式 (7.72) の  $\alpha$  の値はフランジ幅と断面の高さの比も考慮して、次式が最もよく数値計算結果に適合するとされている。

I, H 形断面では、

$$\alpha = 0.4 + \frac{P}{P_y} + \frac{b}{d} \geq 1 \quad b/d \geq 0.3 \quad (7.73 a)$$

および、

$$\alpha = 1.0 \quad b/d < 0.3 \quad (7.73 b)$$

正方形箱形断面では、

$$\alpha = 1.3 + \left(\frac{P}{P_y}\right) \frac{1000}{(l/r)^2} \geq 1.4 \quad (7.74)$$

図 7.16 には、式 (7.72) の値も示してあり、数値計算結果に対する良い近似値を与えることが分かる。

## (2) 非対称荷重を受けるはり一柱

両端で等しくない大きさの 2 軸曲げモーメントを受けるはり一柱や、横荷重を受けるはり一柱の最大強度を求めるための実際的な方法は非常に複雑である。しかし、2 軸の不等端モーメントを受けるはり一柱には次の方法が利用できる<sup>7.12)</sup>。対称な荷重を受ける場合に得られた相関曲線の手法を、非対称な荷重を受けるはり一柱へ拡大するために、係数  $C_m$  を用いる方法である。係数  $C_m$  は広く平面のはり一柱の設計に用いられている等価モーメント修正係数である。一軸曲げの場合に用いられる式 (7.37) を次式のように 2 軸曲げの場合に拡張する。

$$C_{my} = 0.6 + 0.4 \frac{M_{y2}}{M_{y1}} \leq 0.4 \quad (7.75 a)$$

$$C_{mz} = 0.6 + 0.4 \frac{M_{z2}}{M_{z1}} \leq 0.4 \quad (7.75 b)$$

ここに、 $M_{y1}$ 、 $M_{z1}$ 、 $M_{y2}$  および  $M_{z2}$  は作用曲げモーメントであり、 $M_{y1}$  および  $M_{z1}$  は大きい側の値である。 $M_{y2}/M_{y1}$  および  $M_{z2}/M_{z1}$  は、単曲率で曲げられるとき正であり、逆曲率で曲げられるとき負である。これより、2 軸まわりの等価一様曲げモーメントは、

$$(M_y)_{equ} = C_{my} M_{y0} \quad (7.76 a)$$

$$(M_z)_{equ} = C_{mz} M_{z0} \quad (7.76 b)$$

となり、これらを式 (7.70) の  $M_y$  および  $M_z$  に適用すればよい。

この  $C_m$  係数法の妥当性は、理論的および実験的に確認されており、誤差は数 % 以内であるとされている。

## (3) K 係数法

曲げモーメントのみを受けるはりの断面の最大強軸抵抗モーメント  $M_y$  は全塑性モーメント  $M_{py}$  である。さらに、このはりに軸力が作用すると、その全塑性モーメントは  $M_{py}$  から  $M_{pcy}$  へと減少する (7.2 参照)。軸力  $P$  に加えて弱軸まわりのモーメント  $M_z$  が作用すると、その断面 (短いはり一柱) の終局強軸まわりのモーメントはさらに減少する。この場合の強軸まわりの抵抗モーメントは次の形で書くことができる。

$$M_y = K_n M_{py} \quad (7.77)$$

ここに、 $K_n$  は強軸まわりの全塑性モーメント  $M_{py}$  に対する、軸力と弱軸まわりのモーメントの組合せによる抵抗モーメントの無次元低減係数である。

$K_n$  の値は、先にH形柱に対して示した図7.5の代表的な2軸曲げに対する全塑性に関する相関曲線より求めることができる。

長いはり一柱の場合、強軸まわりのモーメントの他に、軸力および弱軸まわりのモーメントをうける場合の強度は、断面（短いはり一柱）の場合よりさらに複雑となる。この場合、軸力と弱軸まわりの曲げによる断面の強度の減少の問題に加えて、強軸および弱軸まわりのねじり座屈および曲げ座屈の影響も考慮されねばならない。さらに、残留応力や初期変形の影響も考慮すべきである。これらの因子の各々の強軸まわりの曲げモーメント  $M_{py}$  を減少させるように作用する。

Young (ヤング)<sup>7,35)</sup> はこれらの因子による影響を別々に評価し、はり一柱の長さの影響を考慮するためにさらに3つの係数  $K_y$ 、 $K_z$  および  $K_t$  を導入し、これら4つの係数と強軸まわりの全塑性モーメントの積が長いはり一柱の実際の強軸まわりの許容最大曲げモーメントとした。

$$M_y = K_y K_t K_z K_n M_{py} \quad (7.78)$$

ここに、 $K_y$  は軸力と強軸まわりのモーメントのみを考慮したときのはり一柱端での終局強軸まわりモーメントの全弾塑性モーメントに対する比を示している。 $K_t$  は強軸まわりのモーメントのみが作用するとした場合の、はりとしての曲げねじれ崩壊を生ずるモーメントの全塑性モーメントに対する比である。 $K_z$  は軸力と弱軸まわりのモーメントの影響のみを考慮したときの  $K_y$  に対応する係数である。

### 7.3.7 節点変位のあるはり一柱

これまでの、はり一柱の両端が変位しない場合の強度について述べてきたが、たとえば、門形ラーメンの柱のような節点変位がある場合のはり一柱の強度について検討する。

図7.17(a)に横力  $2Q$  のみを受ける骨組を示す。節点Aは  $\Delta_F$  だけ変位し、柱頭でのモーメントは  $M_A = Ql$  である。もし、同じ骨組に図7.17(b)のように鉛直力  $P$  も作用すると、この力  $P$  は横変位  $\Delta_F$  との相乗作用によりさらに変位を増加させるような2次のモーメントが発生する。最終的には  $\Delta_F$  より大きいつり合い状態での変位  $\Delta_S$  となる。これらの2種の変位  $\Delta_F$  および  $\Delta_S$  を1次の変位および2次の変位という。

図7.17(a)における柱頭Aでのモーメントは  $Ql$  である。しかし、図7.17(b)では、 $P$  と  $\Delta_S$  の相乗作用 ( $P$ - $\Delta$

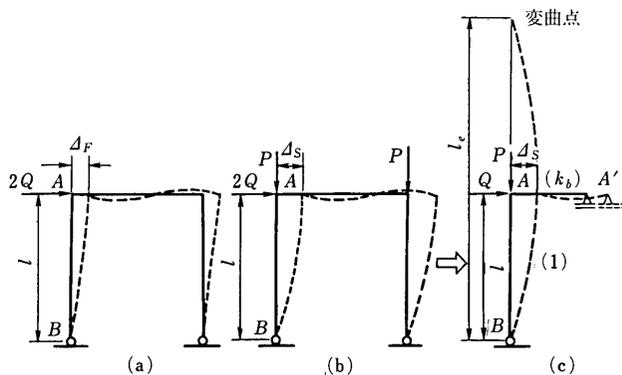


図7.17 柱頭に荷重をうける門形ラーメン

効果)により, 最大モーメントは  $\overline{M}_A = Ql + P\Delta_s$  となる. 鉛直力がない場合のモーメント  $Ql$  は1次のモーメントと呼ばれ,  $P-\Delta$  効果を含むモーメント  $Ql + P\Delta_s$  は2次のモーメントとして知られている.

図7.17(b)の骨組は, 図7.17(c)のような構造に置き換えることができる. 図7.17(c)において,  $k_b$ は柱の剛比を1.0としたときのはりの剛比である.

このような構造の柱の軸荷重の影響を考慮した柱頭モーメントの正確な弾性解は

$$\overline{M}_A = \frac{M_A}{\pi \sqrt{\frac{P}{P_E}} \cot \pi \sqrt{\frac{P}{P_E}} - \pi^2 \frac{P}{P_E} \frac{1}{3 k_b}} \quad (7.79)$$

で表される. ここに, 柱の軸力を近似的に柱頭荷重  $P$  としており,

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (7.80)$$

である. 最も簡単な例として  $k_b = \infty$  の場合は, 式(7.79)は

$$\overline{M}_A = \frac{\tan \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P'_E}}}{\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P'_E}}} M_A \quad (7.81)$$

ここに,  $P'_E$ は水平変位が拘束されていない柱の  $k_b = \infty$  に対する柱の座屈長さ  $l_e = 2l$  を用いた座屈荷重で

$$P'_E = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2}$$

にて与えられる. 式(7.81)は近似的に

$$\overline{M}_A = \frac{1 - 0.2 \frac{P}{P'_E}}{1 - \frac{P}{P'_E}} M_A = \frac{C_m M_A}{1 - \frac{P}{P'_E}} \quad (7.82)$$

と表すことができる. ここに,  $C_m$ は  $k_b = \infty$  に対する等価モーメント修正係数で

$$C_m = 1 - 0.2 \frac{P}{P'_E}$$

である.

はりの剛比  $k_b$  が小さくなると柱の座屈長さ  $l_e$  は次第に長くなり, 等価曲げモーメント修正係数  $C_m$  は1.0に近づく. したがって, 設計では安全側の評価を与える  $C_m = 1.0$  を採用した次式が提案されている<sup>7.42)</sup>.

$$\overline{M}_A = \frac{M_A}{1 - \frac{P}{P'_E}} \quad (7.83)$$

ここに,  $P'_E$ は表7.3に与えられるはりの剛比  $k_b$  に対する門形ラーメンの柱の座屈長さ  $l_e$  を用いて計算した柱の座屈荷重である.

したがって, このような水平変位が拘束されていないはり一柱の耐荷力は, 横ねじれ座屈が生じない場合は

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M_A}{\left(1 - \frac{P}{P'_E}\right) M_p} = 1.0 \quad \text{ただし, } \frac{M_A}{M_{pc}} \leq 1.0 \quad (7.84)$$

表7.3 柱の長さに対する有効座屈長さの比

$k_b$		0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	$\infty$
節点の変位するとき	柱脚固定	2.000	1.280	1.157	1.108	1.082	1.066	1.055	1.041	1.000
	柱脚ピン	$\infty$	2.635	2.328	2.220	2.166	2.133	2.111	2.083	2.000

を用い、横ねじれ座屈が生ずる場合には式 (7.84) の  $M_p$  を  $M_{cr}$  に置き換えればよい。

## 7.5 今後の展望

本章においては、はり一柱の設計に際し、最も広く知られている軸力と曲げの相関関係式を中心に述べた。ここで述べなかった数多くの研究が発表されているが、くわしい説明は省略した。

今日、電子計算機を用いた大容量非線形構造解析は容易になってきているが、なお、以下の研究が要求されている。

本章で述べた設計式はすべて圧延H形断面に対するもので、橋梁のトラス部材のような大きい溶接組立断面部材に対する適用性を検討する必要がある。

平面骨組のはり一柱の設計に関しては、すでに確立した手法があり、また、2軸曲げを受ける両端ピンの独立したはり一柱に対しても、満足な数値解があるが、3次元骨組の設計にこれらを実際に取り入れるには、なお、かなりの労力を必要とする。さらに最近発表された設計手法を改善し、拡張するための新たな研究も必要である。また、これまでのはり一柱の研究は1軸曲げから2軸曲げへと進んできたが、対称な単曲率の曲げについてのみのものであり、非対称な複曲率の2軸曲げおよびはり一柱の非弾性横ねじれ座屈強度に関する理論的および実験的研究が必要である。

実際の構造物の柱は通常他の部材と結合されており、2軸曲げに加えてねじりモーメントも受ける。そして、その荷重の作用順序は全くランダムである。したがって、端拘束とねじりモーメントを受けるはり一柱の2軸曲げに対する挙動の研究が必要とされている。

非弾性域においては、はり一柱の挙動は荷重の載荷順序に大きく影響されている。したがって、変形応答の計算には、荷重の履歴を考慮しなければならない。これよりはり一柱の終局強度に及ぼす載荷順序の影響に関する研究およびその設計への適用についての研究が必要である。

さらに、要求される研究として、はり一柱の挙動、特に、非弾性大変形挙動に及ぼすくり返し荷重および非比例載荷の影響に関するものがある。このような研究は、強い震動に対する構造物の設計に非常に重要である。

## 参 考 文 献

7. 1) AISC : *Specifications for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings*, American Institute of Steel Construction, 1978.
7. 2) ASCE : "*Plastic Design in Steel*", A Guide and Commentary, ASCE Manuals and Reports on Engineering Practice, No. 41, 1971.
7. 3) Austin, W. J. : "Strength and Design of Metal Beam-Columns", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 87, No. ST4, April, 1961.
7. 4) Birnstiel, C. : "Experiments on H-Columns Under Biaxial Bending", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 94, No. ST10, October, 1968.
7. 5) Campus, F. and Massonnet, C. : "Recherches sur le Flambement de Colonnes en Acier A37, À Profil en Double Tê Sollicitées Obliquement", *Comptes Rendus de Recherches, Bulletin No. 17*, Institut de Recherche Scientifique, Industrielle et Agricolturelle, April, 1956.
7. 6) Chen, W. F. : "Approximate Solution of Beam-Columns", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 97, No. ST2, Feb., 1971.
7. 7) Chen, W. F. : "Theory of Beam-Columns-The State-of-the-Art Review", *Proceedings, International Colloquium on Stability of Structures Under Static and Dynamic Loads*, SSRC/ASCE, Washington, D. C., March 17-19, 1977.
7. 8) Chen, W. F. : "End Restraint and Column Stability", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 106, No. ST11, November, 1980.
7. 9) Chen, W. F., and Atsuta, T. : "Interaction Equations for Biaxially Loaded Sections", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 98, No. ST5, May, 1972.

- 7.10) Chen, W.F. and Atsuta, T. : "Interaction Equations for Beam-Columns", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.98, No.ST7, July 1972.
- 7.11) Chen, W.F. and Atsuta, T. : "*Theory of Beam-Columns*", In-Plane Behavior and Design, Vol.1, McGraw-Hill Publishing Co., Inc., New York, N.Y., 1976.
- 7.12) Chen, W.F. and Atsuta, T. : "*Theory of Beam-Columns*", Space Behavior and Design, Vol.2, McGraw-Hill Publishing Co., Inc., New York, N.Y., 1977.
- 7.13) Chen, W.F. and McGraw, J. : "Behavior and Design of HSS-Columns Under Biaxial Bending", *Proceedings on Advances in Civil Engineering through Engineering Mechanics*, Second Annual Engineering Mechanics Division Specialty Conference, Raleigh North Carolina, May 23-25, pp.568-571, 1977.
- 7.14) CSA : "Steel Structures for Buildings-Limit State Design", *Canadian Standards Association CSA Standard S16*, 1974.
- 7.15) Cuk, P.E. and Trahair, N.S. : "Elastic Buckling of Beam-Columns With Unequal End Moments", *Civil Engineering Transactions*, Institution of Engineers, Australia, Vol.23, No.6, pp.166-171, 1981.
- 7.16) ECCS : "*Eurocode 3, draft*", July 1983.
- 7.17) ECCS : "*European Recommendations for Steel Construction*", The Construction Press, 1981.
- 7.18) Fukumoto, Y. and Galambos, T.V. : "Inelastic Lateral-Torsional Buckling of Beam-Columns", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.92, No.ST2, pp.41-61, 1966.
- 7.19) Galambos, T.V. and Ketter, R.L. : "Columns Under Combined Bending and Thrust", *Trans. ASCE*, Vol.126, Part I, p.1, 1981.
- 7.20) Hsu, T.L. and Lee, G.C. : "Design of Beam-Columns with Lateral-Torsional End Restraints", *Welding Research Council, Bulletin*, No.272, pp.1-14, 1981.
- 7.21) Horne, M.R. : "The Flexural-Torsional Buckling of Members of Symmetrical I-Section Under Combined Thrust and Unequal Terminal Moments", *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, Vol.7, Part 4, pp.410-426, 1954.
- 7.22) Johnston, B.G., ed. : *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 3rd ed., John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y., 1976.
- 7.23) Lee, G.C., Morrell, M.L. and Ketter, R.L. : "Design of Tapered Members", *Welding Research Council, Bulletin* No.173, June, 1972.
- 7.24) LeMessurier, W.J. : "A Practical Method of Second Order Analysis, Part 2 Rigid Frame", *Engineering Journal*, AISC, Vol.14, No.2, pp.49-69, 1977.
- 7.25) Nethercod, A. and J.C. Tayler : "Approaches of Beam-Columns", ECCS, *Stability of Steel Structures*, Final Report, Liege, April, 1977.
- 7.26) Ojalvo, M. and Y. Fukumoto : "Nomographs for the Solution of Beam-Column Problem", *WRC Bulletin*, No.78, June 1962.
- 7.27) Pillais, S.U. and Ellis, J.S. : "Beam Columns of Hollow Structural Sections", *Canadian Journal of Civil Engineering* Vol.1, No.4, December 1974.
- 7.28) Santathadaporn, S. and Chen, W.F. : "Tangent Stiffness Method for Biaxial Bending", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.98, No.ST1, January 1972.
- 7.29) Santathadaporn, S. and Chen, W.F. : "Analysis of Biaxially Loaded H-Columns", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.99, No.ST3, March, 1973.
- 7.30) Tall, L., Beedle, L.S. and Galambos, T.V. : *Structural Steel Design*, Ronald Press, 1964.
- 7.31) Tebedge, N. and Chen, W.F. : "Design Criteria for Steel H-Columns Under Biaxial Loading", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.100, No.ST3, March, 1974.
- 7.32) VanKuren, R.C. and Galambos, T.V. : "Beam-Column Experiments", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.90, No.ST2, February, 1964.
- 7.33) Wood, B.R., Beaulieu, D. and Adams, P.F. : "Column Design by P-Delta Method", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.102, No.ST2, February, 1976.
- 7.34) Wood, B.R., Beaulieu, D. and Adams, P.F. : "Further Aspects of Design by P-Delta Method", *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol.102, No.ST3, March, 1976.
- 7.35) Young, B.W. : "Steel Column Design", *Journal of the Institute of Structural Engineering, The Structural Engineer*, Vol.51, No.9, September, pp.323-336, 1973.
- 7.36) 坂本 順・宮村篤典・渡辺雅生 : 鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察, 日本建築学会論文報告集, 第149号, pp.9-15, 1968年7月.
- 7.37) 塩見弘幸・事口寿男 : 鋼はり一柱部材の耐荷力に関する統計的評価, 土木学会論文報告集, 第319号, pp.203-206, 1982年3月.
- 7.38) 塩見弘幸・西川俊一・倉田宗章 : 鋼変断面はり一柱部材の耐荷力実験, 土木学会論文報告集, 第334号, pp.163-172, 1983年6月.

- 7.39) 塩見弘幸：鋼変断面曲げ圧縮部材の耐荷力評価式に関する基礎的研究，名古屋大学学位論文，1984年11月。
- 7.40) 土木学会：鋼鉄道橋標準解説，土木学会，1974年5月。
- 7.41) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，日本建築学会，1975年11月。
- 7.42) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，日本建築学会，1980年9月。
- 7.43) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，日本道路協会，1980年2月。
- 7.44) 福本誘士・西野文雄訳，T.V. ガランボス著：鋼構造部材と骨組一強度と設計一，丸善，1970。
- 7.45) 福本誘士：構造物の座屈・安定解析，新体系土木工学 9，土木学会編，技報堂出版，1982。
- 7.46) 吉田 博・西田 進：変断面H形鋼柱の強度と変形，土木学会論文報告集，第220号，pp.17-27，1973年12月。