

## 第6章 は り

### 6.1 概 説

はりとは柱と並んで構造物の基本的な構成部材であり、主として作用荷重によって生ずる曲げとせん断に対して抵抗する部材である。はり断面は薄肉の板要素で、しかも開断面として製作される場合が多く、中でも圧延I形またはH形鋼と溶接I形断面はりが広範囲に使用されている。

曲げを受ける薄肉断面はりはフランジの局部座屈、腹板の曲げ座屈、および横ねじれ座屈に対して安全ように設計することが必要とされる。板要素の曲げ圧縮による局部座屈変形は、フランジや腹板の幅厚比を適当に制限すれば防止できるため、各種設計示方書では断面形全体で所要の曲げ強度まで十分に抵抗できるように、板要素の幅厚比規準を設定している。JIS規格の圧延I形や圧延H形鋼は、それらの幅厚比制限をもとに断面構成されたもので、とくに腹板座屈を無規できることから、作用モーメントの比較的小さなはり部材に幅広く利用されている。

このように局部座屈の防止に対して配慮されたはりの曲げ強度は、横ねじれ座屈によって支配されることになる。横ねじれ座屈は横方向の変位とねじれ角を伴って断面全体が荷重の作用面外に座屈変形する現象であり、主としてはりの断面形状、横方向の支持状態、および荷重状態によって左右される。一般的には、面内曲げ剛性に比べて面外曲げ剛性、ねじり剛性の小さな開断面はりでは横ねじれ座屈が起こり易く、ねじり剛性の大きな開断面はりでは起こりにくいといえる。このため、わが国の現行の道路橋示方書・同解説<sup>6.1)</sup>では、圧縮フランジの横方向への固定点間で横ねじれ座屈を起こす恐れのあるはりの許容曲げ圧縮応力度を、両端単純支持された2軸対称I形断面はりの等曲げモーメントによる横ねじれ座屈強度を基本にして定めている。さらに、横方向の固定点間で曲げモーメント分布が変化する場合には、等価曲げモーメント係数などを用いて修正する方法がとられる。

本章では、まず最初に、曲げおよびねじりを受ける薄肉断面部材の挙動を検討する場合の基本的事項である断面の曲げモーメント-曲率関係と全塑性強度について説明する。次に、はりの横ねじれ座屈をとりあげ、各種の荷重状態を受ける場合の弾性座屈強度の算定法について要約した後、断面形状、材端支持条件、中間拘束などが座屈強度におよぼす影響を示す。最後に、はりの曲げ耐荷力を評価する上で重要な因子である残留応力の影響、荷重偏心と初期変形の影響について数値解析結果をもとに述べる。さらに、はりの横ねじれ座屈実験から得られた実験強度と曲げ耐荷力曲線について検討を加える。

### 6.2 はりの曲げ挙動

#### 6.2.1 曲げモーメントと曲率の関係

横曲げ変位とねじれ変形が防止されたはりには、荷重面内の曲げ挙動をする。はり断面の曲げモーメントと曲率関係は、非弾性域での面内性状を解析するときの基本量となる。鋼材の応力-ひずみ関係は理想化すると図6.1に示すように仮定できる。一般の構造解析ではひずみ硬化の影響を無視して、図中のOABC'で与えられる理想弾塑性を仮定することが多い。

図 6.2 に示す 2 軸対称 I 形断面が  $y$  軸まわりの曲げモーメント  $M$  を受けるときの曲げモーメント-曲率 ( $M-\Phi$ ) 関係は、残留応力とひずみ硬化の影響を無視すると比較的簡単に表わすことができる。断面の平面保持の法則を前提にして得られる曲げ応力分布に対応して、次のように書ける。

(1) 弾性曲げ [図 6.2(a) の応力状態]

$$\frac{M}{M_Y} = \frac{\Phi}{\Phi_Y} \quad (\Phi/\Phi_Y \leq 1) \quad (6.1)$$

ここに、降伏曲げモーメント  $M_Y = (2 I_y / d) \sigma_Y$ 、降伏曲率  $\Phi_Y = 2 \sigma_Y / (E d)$  であり、断面の縁応力  $\sigma_{max}$  が材料の降伏点応力  $\sigma_Y$  に一致するときの値である。  $E$  は材料のヤング率、  $I_y$  は  $y$  軸まわりの断面 2 次モーメントおよび  $W$  は弾性断面係数である。

(2) 弾塑性曲げ [図 6.2(b) の応力状態]

降伏域がフランジ内にあるとき ( $z_n \geq h_w / 2$ ),

$$\frac{M}{M_Y} = \frac{b d^2}{4 W} \left[ 1 - \frac{1}{3} \frac{1}{\left(\frac{\Phi}{\Phi_Y}\right)^2} \right] + \left(\frac{\Phi}{\Phi_Y}\right) \left[ 1 - \frac{b d^2}{6 W} \right] \quad (1 \leq \Phi/\Phi_Y \leq d/h_w) \quad (6.2)$$

降伏域が腹板内にあるとき ( $z_n \leq h_w / 2$ ),

$$\frac{M}{M_Y} = \frac{Z}{W} - \frac{t_w d^2}{12 W \left(\frac{\Phi}{\Phi_Y}\right)^2} \quad (\Phi/\Phi_Y \geq d/h_w) \quad (6.3)$$

ここに、  $Z = b t_f (d - t_f) + t_w (d - 2 t_f)^2 / 4$  であり、塑性断面係数と呼ぶ。

図 6.3 は、JIS 規格の圧延 H 形鋼 H-200×100×5.5×8 mm 断面の曲げモーメント-曲

率関係を示す。図中の破線は、式 (6.1)~(6.3) を用いて残留応力を含まないときの曲線を求めた結果である。 $\Phi/\Phi_Y=1$  でフランジの降伏が開始し、 $\Phi/\Phi_Y=1.09$  でフランジ全断面が降伏すると、断面の曲げ剛性は急激に低下する。そして、ひずみ硬化を無視すると  $M-\Phi$  曲線は式 (6.3) において曲率  $\Phi$  を無限大においたときの値  $M/M_Y = Z/W = 1.137$  に漸近する。この断面全体が降伏したときを全塑性の状態にあるといい、図 6.2(c) の応力状態に対応する。このときの曲げモーメントを全塑性モーメント  $M_p$  と呼ぶ。

$$M_p = (Z/W) M_Y = f M_Y = \sigma_Y Z \quad (6.4)$$

ここに、  $f = Z/W$  は断面の形状と寸法によって決まる定数であり、形状係数と呼ばれている。

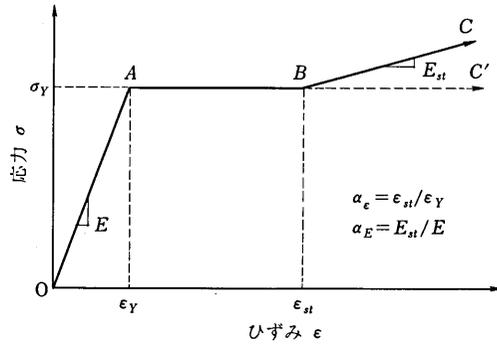


図 6.1 理想化した応力-ひずみ関係

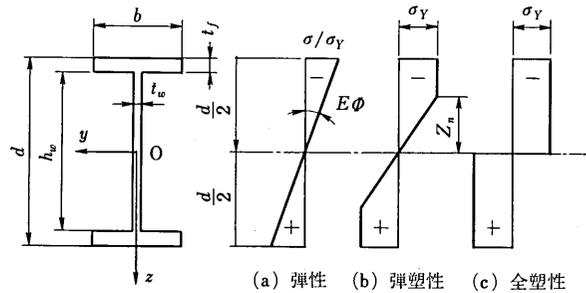


図 6.2 I 形断面の曲げ応力分布

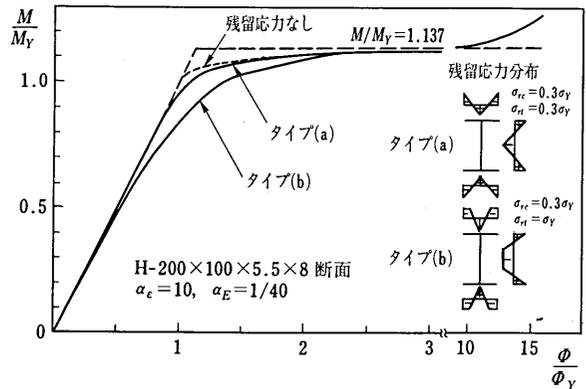


図 6.3 I 形断面の曲げモーメント-曲率関係

残留応力を含む断面の曲げモーメント-曲率関係は複雑になり、定式化はできないが、数値計算することができる。図 6.3 には、2 種類の残留応力の分布形に対し最大圧縮残留応力を  $\sigma_{rc}=0.3 \sigma_y$  と仮定したときの  $M-\Phi$  曲線が実線で示してある。材料のひずみ硬化の影響は図 6.1 の応力-ひずみ関係で  $\alpha_e=10$ ,  $\alpha_s=1/40$  の係数を用いて考慮されている。残留応力の存在によって降伏の開始が早まり、弾塑性域で曲げ剛性の低下を生じることがわかる。そして、その度合は残留応力分布の形状によってかなり相違する。図中の破線で示すように弾性部分と塑性部分を 2 本の直線で理想化した  $M-\Phi$  関係は、単純塑性解析に用いられる。このように、断面形の  $M-\Phi$  関係が求まると、これを材長方向の曲げモーメント分布に沿って数値積分すれば、はりの非弾性面内変形を解析することができる。なお、この関係は後述するはりの非弾性座屈解析を行うための曲げモーメント-断面剛度の関係を算定するときにも必要となる。

6.2.2 断面の全塑性強度

(1) 全塑性モーメント

曲げモーメントのみを受ける部材断面の全塑性強度は、断面全体が同一降伏点応力の材料で構成される場合には式 (6.4) の全塑性モーメント  $M_p$  によって与えられる。そして、形状係数  $f=M_p/M_y$  は降伏モーメントを超えて全塑性モーメントに至る余裕の程度を示すものである。 $f$  の値は充実断面では比較的大きい（たとえば長方形では 1.5）が、鋼構造に用いられる薄肉 I 形あるいは箱形断面では 1.1~1.2 とあまり大きくない。各種断面形の塑性断面係数の算定式は文献 6.2) などに示されている。

図 6.4 の圧延 H 形鋼断面で、フランジと腹板の付け根のフィレット（半径  $r$ ）部分を考慮した  $y$  軸および  $z$  軸に関する塑性断面係数  $Z_y, Z_z$  は

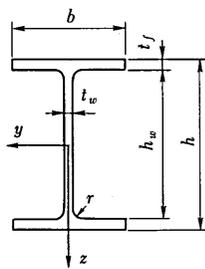


図 6.4 圧延 H 形鋼断面

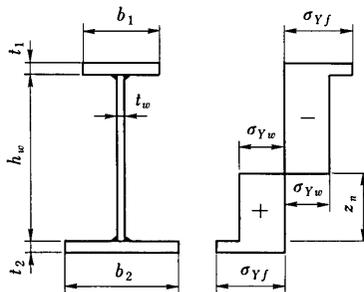


図 6.5 1 軸対称 I 形断面の全塑性曲げ応力分布

$$Z_y = b t_f (d - t_f) + t_w h_w^2 / 4 + 0.4292 r^2 (h_w - 0.4467 r) \tag{6.5}$$

$$Z_z = b^2 t_f / 2 + t_w^2 h_w / 4 + 0.4292 r^2 (t_w + 0.4467 r) \tag{6.6}$$

で計算できる。わが国の熱間圧延 H 形鋼（JIS G 3192-1971 年）の形状係数は  $f_y=1.09\sim 1.21$ ,  $f_z=1.52\sim 1.62$  の範囲にある。

次に図 6.5 に示す上下不等フランジを有する I 形断面でフランジと腹板の降伏点応力が、それぞれ、 $\sigma_{yf}, \sigma_{yw}$  からなる場合は、次のようになる。図中の曲げ応力分布のように全断面が塑性化したときの中立軸  $z_n$  が腹板内 ( $0 < z_n < h_w$ ) にあるとすると、 $z_n = (A_1 - A_2 + \alpha A_w) / (2 \alpha t_w)$  となり、 $M_p$  は

$$M_p = \left[ A_1 \left( h_w - z_n + \frac{t_1}{2} \right) + \frac{\alpha A_w}{2} \left\{ h_w - 2 z_n \left( 1 - \frac{z_n}{h_w} \right) \right\} + A_2 \left( z_n + \frac{t_2}{2} \right) \right] \sigma_{yf} \tag{6.7}$$

で表わせる。ここに、 $A_1 = b_1 t_1$ 、 $A_2 = b_2 t_2$ 、 $A_w = t_w h_w$ 、 $\alpha = \sigma_{yw} / \sigma_{yf}$ である。式(6.7)において、2軸対称断面では $A_1 = A_2 \equiv A_f$ 、 $t_1 = t_2 \equiv t_f$ とおけるので $z_n = h_w / 2$ となり、

$$M_p = [A_f(h_w + t_f) + \alpha A_w h_w / 4] \sigma_{yf} \quad (6.8)$$

で表わせる。

### (2) せん断力の影響

曲げモーメントに加えて軸力、せん断力ないしはねじりモーメントといった複数の断面力を同時に受ける部材断面の全塑性強度は、完全弾塑性体の仮定から考えると、曲げモーメントのみが作用するときの全塑性モーメント $M_p$ よりも低下する。曲げモーメントと軸力ならびに2軸曲げを受けるときの全塑性強度については第7章はり-柱で述べる。ここでは、せん断力とねじりモーメントの作用が $M_p$ に与える影響について述べる。

強軸まわりの曲げモーメント $M$ とせん断力 $Q$ を同時に受けるI形断面の全塑性強度は、図6.6に示すように腹板の直応力 $\sigma$ とせん断応力 $\tau$ を一様分布すると仮定すれば、比較的容易に求められる。 $\sigma$ 、 $\tau$ の組合せ応力に対する von Mises の降伏条件式 $(\sigma/\sigma_y)^2 + (\tau/\tau_y)^2 = 1$  (ここで、 $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3}$  はせん断降伏応力を表す) を用いて、せん断力の影響を考慮した全塑性モーメント $M_{ps}$ と全塑性モーメント $M_p$ の関係を表わすと下式が得られる<sup>6.3)</sup>。

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1 - \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{Q}{Q_p} \right)^2} \right] \frac{M_{pw}}{M_p} \quad (6.9)$$

ここに、 $M_{pw} = (t_w h_w^2 / 4) \sigma_y$ 、 $Q_p = t_w h_w \tau_y$ であり、それぞれ腹板のみの全塑性モーメントと降伏せん断力を表わす。

ECCS (欧州鋼構造連合)<sup>6.4)</sup>では、せん断力による全塑性モーメントの低減を $Q/Q_p \geq 1/3$ の範囲で

$$\frac{M_{ps}}{M_p} = 1.1 - 0.3 \frac{Q}{Q_p} \quad (6.10)$$

によって決めている。

図6.7の実線は、 $h/h_w = 1.05$ のI形断面に対しフランジと腹板の面積比 $A_f/A_w$ を変化させた場合の $M_{ps}/M_p - Q/Q_p$ の関係を式(6.9)から求めたものである。式(6.9)はフランジと腹板との付け根でのつり合い条件を加味しないで誘導されたものであり、真の下界ではないが、実際問題に十分適用できることが実験により確認されている<sup>6.3)</sup>。図中には式(6.10)のECCS提案の直線式を破線で示してある。

### (3) ねじりモーメントの影響

非硬化材料の部材が単純ねじりモーメントを受け、全断面が塑性域に達したときのモーメント $M_{Tp}$ を全塑性ねじりモーメントという。図6.2の2軸対称I形断面に対する $M_{Tp}$ は $t_f > t_w$ の場合、次式で与えられる<sup>6.5)</sup>。

$$M_{Tp} = \left[ \frac{t_w^3}{6} \left( \frac{5}{6} + \frac{3h_w}{t_w} + l_n \frac{2t_f}{t_w} \right) + b t_f^3 \left( 1 - \frac{t_f}{36} \right) \right] \tau_y \quad (6.11)$$

曲げモーメント $M$ とねじりモーメント $M_T$ を同時に受ける部材断面の塑性条件式は、一般的には厳密解として得られない。しかし、設計用の略算式には式(6.12)の相関式が下界曲線としてしばしば用いられる。

$$\left( \frac{M_{pt}}{M_p} \right)^2 + \left( \frac{M_T}{M_{Tp}} \right)^2 = 1 \quad (6.12)$$

ここに、 $M_{pt}$ はねじりモーメントの影響を考慮した全塑性モーメントを表わす。

図6.8はひずみ増分理論に基づく数値解析結果である<sup>6.6)</sup>。図中のH形鋼断面に対し、 $M$ が一定で $M_T$ が増大する場合と $M_T$ が一定で $M$ が増大する場合の2種類の負荷条件での結果を求めたものであり、式(6.12)の下

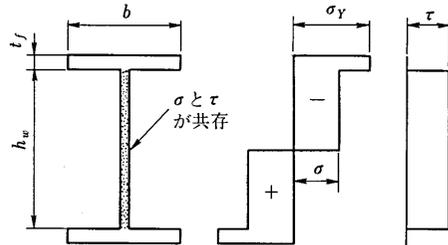


図6.6 曲げ応力とせん断応力分布の仮定

界曲線および Gaydon らが求めた上界曲線と比較されている。両負荷径路から得られた数値計算結果は全く一致し、曲げの小さいときを除いて、上界曲線にはほぼ内接している。

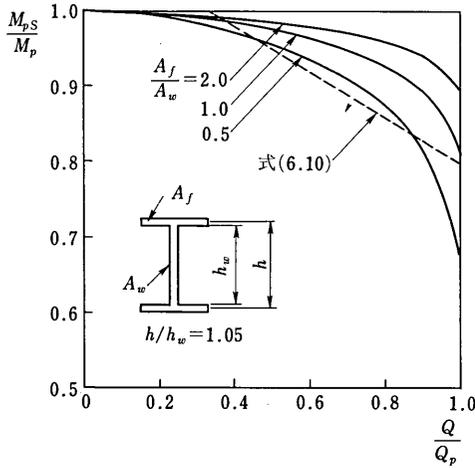


図 6.7 全塑性モーメントに及ぼすせん断力の影響

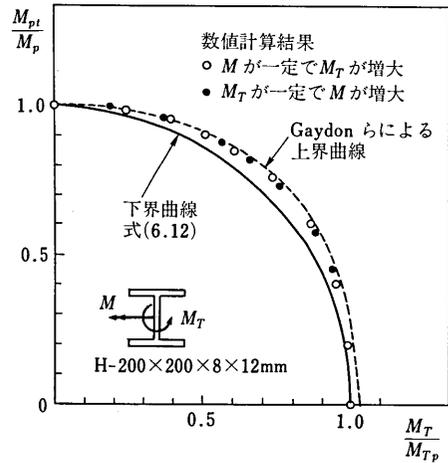


図 6.8 全塑性モーメントに及ぼすねじりモーメントの影響<sup>6.6)</sup>

### 6.3 はりの横ねじれ座屈

断面の最大主軸（強軸）まわりに曲げを受けるはり荷重面内のたわみ変形をした後、その曲げがある一定限界値に達すると、横たわみとねじれを伴った変形を突然起こす。この現象は、はりの横ねじれ座屈または簡単に横座屈と呼ばれており、はりの曲げ強度を支配する重要事項である。単一はりの横ねじれ座屈は面外変形を防止する横補剛支点間で生じ、その座屈強度は主としてスパン長、荷重状態、断面形状および材端の支持条件によって変化する。

単純ばりのスパン中央に鉛直集中荷重  $P$  を作用した場合の実験から得られた荷重-たわみ曲線と荷重-ひずみ

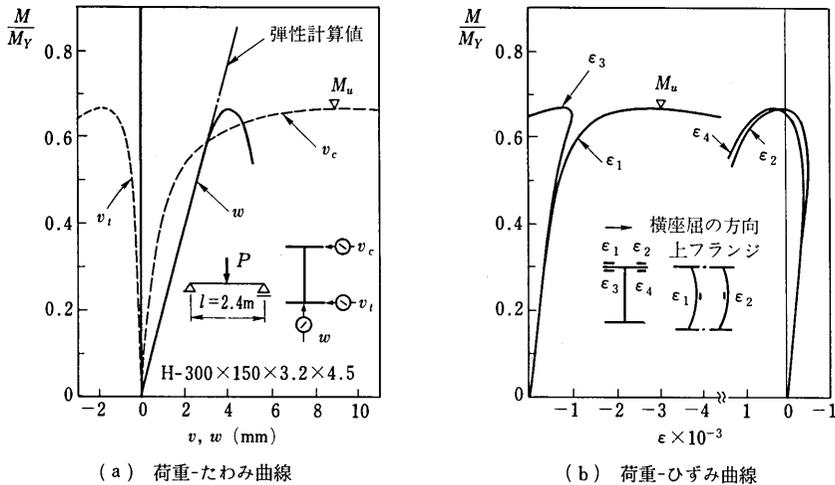


図 6.9 薄肉断面はりの荷重-変形性状<sup>6.7)</sup>

曲線の一例を図 6.9 に示す<sup>6,7)</sup>。図の縦軸にはスパン中央の曲げモーメント  $M = Pl/4$  と断面の降伏モーメント  $M_Y$  の比がとってある。図 6.9(a) において、スパン中央断面の鉛直たわみ  $w$  は  $M_Y$  の約 60% まで弾性計算値とよく一致している。部材に初期変形や荷重の偏心などの初期不整が存在すると、水平たわみ  $v$  は荷重の初期から発生し、荷重の増加とともに増大する。そして、はりの最大荷重  $M_u$  に到達した後、 $w$  に比べて  $v$  は著しく増大するが荷重は低下する。これは圧縮側フランジの水平たわみ  $v_c$  が引張側フランジの水平たわみ  $v_t$  より相当大きく生じ、断面のねじれを伴って変形するからである。

図 6.9(b) はスパン中央断面の上フランジ先端の両面で実測されたひずみの変化を示している。はりの横ねじれ変形が生ずると、その方向と一致する側のひずみ ( $\epsilon_2, \epsilon_4$ ) は作用曲げによる圧縮ひずみとフランジの水平曲げによる引張ひずみが相殺し、両面のひずみとも減少し、最大荷重後には引張ひずみに転じる。これに対し、水平曲げの圧縮側になるひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ ) は圧縮ひずみの増加となるが、フランジの局部座屈による板曲げを伴うと両面のひずみに差が生じ、やがてひずみの反転を起す。このように比較的薄い板要素からできた薄肉断面はりでは、局部座屈と横ねじれ座屈との連成挙動も重要な検討事項となる<sup>6,7)</sup>。

### 6.3.1 弾性横ねじれ座屈強度の一般式

両端で単純支持された 2 軸対称の等断面ばりが  $y$  軸まわりの等曲げモーメント  $M_0$  を受ける場合 (図 6.10) の横座屈強度は式 (6.13) で与えられ、はりの弾性座屈強度の基本形となる<sup>6,8),6,9)</sup>。この場合、両端での支持条件は水平たわみ  $v$  とねじれ角  $\varphi$  に対しても、単純支持の境界条件  $v = v'' = 0, \varphi = \varphi'' = 0$  を満足していることが必要である。

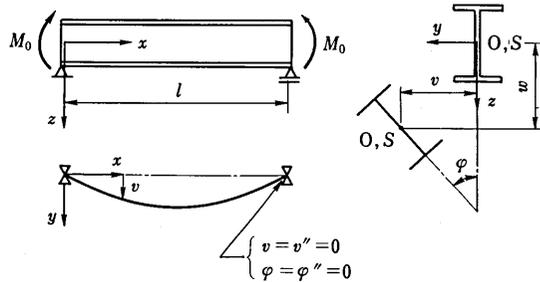


図 6.10 両端単純支持はりの横ねじれ座屈

$$M_{ocr} = \frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{1}{\gamma} E I_z G J \left( 1 + \frac{\pi^2 E I_\omega}{l^2 G J} \right)} \quad (6.13)$$

ここに、 $l$  はスパン長である。 $I_z$  は  $z$  軸まわりの断面 2 次モーメント、 $J$  は St. Venant (サン・ブナン) のねじり定数、 $I_\omega$  はそりねじり定数を表わす。そして、 $E I_z$  は  $z$  軸まわりの曲げ剛度、 $G J$  は St. Venant のねじり剛度および  $E I_\omega$  はそりねじり剛度と呼ばれ、いずれも断面形状と材料性質 (ヤング率  $E$  とせん断弾性係数  $G$ ) によって決まる定数である。 $\gamma$  は面内曲げ曲率の影響を考慮したことによって生じた係数であり、 $\gamma = 1 - I_z/I_y$  で表わされる。はり断面には、 $I_z < I_y$  になる断面形 (I 形断面では、はり高さに比べてフランジ幅が狭いもの) が採用されるのが一般的であり、その場合には、式 (6.13) にて  $\gamma = 1$  とおくことができる。

式 (6.13) は、次式のようにも書ける。

$$M_{ocr} = \frac{\pi^2 E I_z}{l^2} \sqrt{\frac{1}{\gamma} \frac{I_\omega}{I_z} \left( 1 + \frac{R^2}{\pi^2} \right)} \quad (6.14)$$

上式にて、 $R^2 = l^2 G J / (E I_\omega)$  である。 $R^2$  項は、ねじりパラメータと呼ばれ<sup>11)</sup>、座屈強度を検討するとき、よく使われる。はりのねじれ性状は、 $R^2 \gg 1$  となる非常に長いはりでは式 (6.13) から St. Venant のねじり項によって支配され、 $R^2 \ll 1$  となる短いはりでは式 (6.14) からそりねじり項によって支配されることがわかる。

等曲げ以外の荷重状態を受けるはりおよび単純支持以外の境界条件をもつはりの座屈解析は複雑になり、座屈荷重を厳密な関係式で与えることが困難である。このため、式 (6.13) または式 (6.14) で求まる等曲げを受け

注 1) 道路橋示方書・同解説<sup>6,11)</sup>では  $R^2$  のことを  $\kappa^2$  で表わしている。

る単純支持ばりの座屈モーメントを、荷重状態や支持条件に応じて修正して、近似的に表わす方法がとられる。非対称断面形にも適用できる、より一般化した座屈モーメント式は、はりの最大曲げモーメント  $M_{max}$  の限界値を  $M_E=(M_{max})_{cr}$  とおいて次式で与えられる<sup>6.10), 6.11)</sup>。

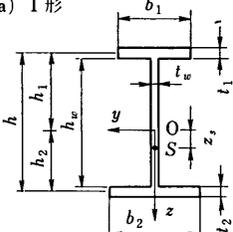
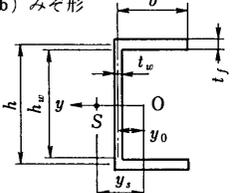
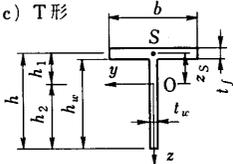
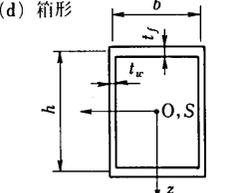
$$M_E = \frac{C_{b1} \pi^2 EI_z}{(K_y K_\phi)^2} \left[ (C_{b2} h_p + C_{b3} \beta_y) \pm \sqrt{(C_{b2} h_p + C_{b3} \beta_y)^2 + \frac{I_\omega}{I_z} \left( 1 + \frac{(K_\phi l)^2 GJ}{\pi^2 EI_\omega} \right)} \right] \quad (6.15)$$

上式では面内たわみの影響は無視されている。ここに、 $C_{b1}$  は曲げモーメント分布形の変化を考慮するための係数であり、第7章の等価モーメント修正係数  $C_m$  の逆数である。 $C_{b2}$  は中間横荷重のはり断面内における作用高さ ( $h_p$ ) の影響を加味するための係数である。 $h_p$  は荷重の作用点とせん断中心  $S(y_s, z_s)$  との距離であり、作用点が曲げの引張側にあるとき正の値をとる。したがって、せん断中心載荷では  $h_p=0$  となる。また、 $C_{b3}$  は断面形の非対称性 ( $\beta_y$ ) の影響を加味するための係数である。 $\beta_y$  は断面形の定数であり、次式で表わされる。

$$\beta_y = \int_A z(z^2 + y^2) dA / (2 I_y) - z_s \quad (6.16)$$

2軸対称断面のはりでは、 $\beta_y=0$  となる。 $K_y, K_\phi$  は有効長さ係数といい、はりの両端での横ねじれ変形 ( $v, \phi$ ) に対する境界条件を考慮する係数である。主な薄肉断面形に対して、せん断中心  $S(y_s, z_s)$  の位置とそりねじりに関する定数 ( $I_\omega, J, \beta_y$ ) の計算式を表6.1に示す<sup>6.8), 6.9)</sup>。

表6.1 薄肉断面形のせん断中心とそりねじりに関する定数<sup>6.8), 6.9)</sup>

<p>(a) I形</p> 	$y_s = 0, \quad z_s = \alpha h - h_1$ $I_\omega = \frac{b_1^3 t_1 h^2}{12} \alpha$ $J = \frac{1}{3} (b_1 t_1^3 + h_w t_w^3 + b_2 t_2^3)$ $\beta_y = \frac{1}{2 I_y} \left\{ b_2 t_2 h_2 \left( \frac{b_2^2}{12} + h_2^2 \right) + \frac{t_w}{4} (h_2^2 - h_1^2) - b_1 t_1 h_1 \left( \frac{b_1^2}{12} + h_1^2 \right) \right\}$ $\alpha = \frac{1}{1 + (b_1/b_2)^3 (t_1/t_2)}$
<p>(b) みぞ形</p> 	$y_s = 0, \quad z_s = y_0 + \alpha b$ $I_\omega = \frac{b^3 t_f h^2}{2} \left( \frac{1}{3} \frac{\alpha}{2} \right)$ $J = \frac{1}{3} (2 b t_f^3 + h_w t_w^3)$ $\beta_y = 0$ $\alpha = \frac{1}{2 + h t_w / (3 b t_f)}$
<p>(c) T形</p> 	$y_s = 0, \quad z_s = -h_1$ $I_\omega = \frac{b^3 t_f^2}{144} + \frac{h^3 t_w^3}{36}$ $J = \frac{1}{3} (b t_f^3 + h_w t_w^3)$ $\beta_y = \frac{1}{2 I_y} \left\{ \frac{t_w}{4} (h_2^2 - h_1^2) - b t_f h_1 \left( \frac{b^2}{12} + h_1^2 \right) \right\}$
<p>(d) 箱形</p> 	$y_s = z_s = 0$ $I_\omega = \frac{b^3 t_f h^2}{24} \left( 1 + \frac{h t_w}{b t_f} \right) (1 - 2\alpha)^2$ $J = \frac{2 b^2 h^2}{b / t_f + h / t_w}$ $\beta_y = 0$ $\alpha = \frac{1}{1 + h t_f / (b t_w)}$

注) O: 図心, S: せん断中心,  $I_y$ :  $y$ 軸まわりの断面2次モーメント。

6.3.2 材端モーメントを受けるはり

はりの両端に作用するモーメントによって、曲げモーメント分布が直線的に変化する両端単純支持ばり ( $K_0 = K_\phi = 1$ ) では、式 (6.15) のモーメント修正係数  $C_{b1}$  として

$$C_{b1} = 1.75 - 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.56 \tag{6.17}$$

または、

$$C_{b1} = 1 / (0.6 + 0.4\beta) \leq 2.5 \tag{6.18}$$

を用いて、座屈強度を求めることができる<sup>6.12)</sup>。ここに、 $\beta$  は材端モーメント比であり、 $-1 \leq \beta \leq 1$  の値をとる。 $\beta = 1$  のとき  $C_{b1} = 1$  となり、等曲げモーメントの荷重状態に対応する。

図 6.11 は実線で示す数値計算結果と式 (6.17)、式 (6.18) を比較したものであり、係数  $C_{b1}$  はねじりパラメータ  $R^2$  の値にほとんど関係なく、上式によって近似度よく表わせる。さらに、 $y$  軸に関して非対称な断面形 ( $\beta_y \neq 0$ ) では、係数  $C_{b3}$  として

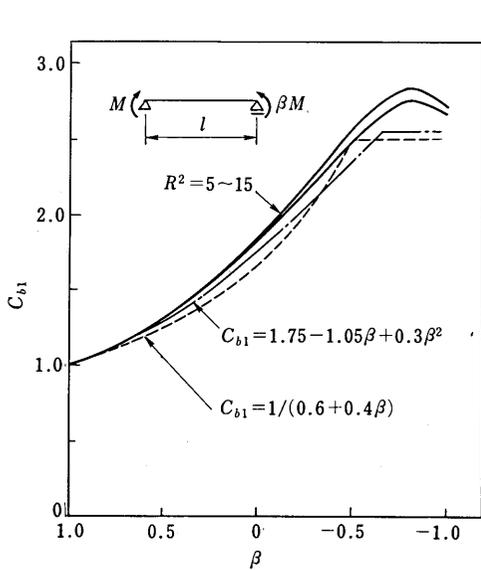


図 6.11 モーメント修正係数  $C_{b1}$  と材端モーメント比  $\beta$  との関係

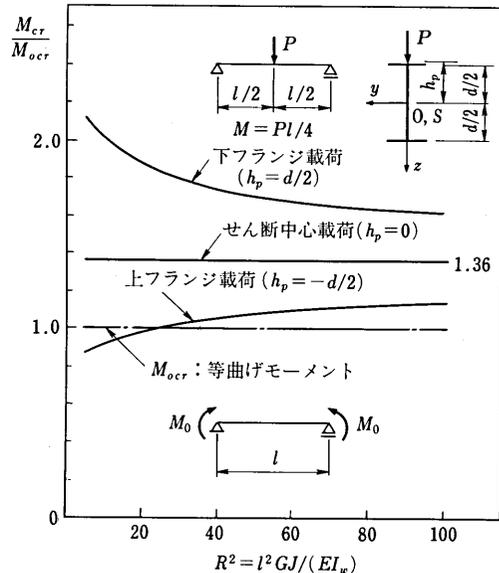


図 6.12 中央集中荷重を受けるはりの横座屈強度

$$C_{b3} = (0.5 + 0.5\beta) / \sqrt{0.283(1 + \beta^2) + 0.434\beta} \tag{6.19}$$

を用いることができる<sup>6.11)</sup>。

6.3.3 中間荷重を受けるはり

スパン内に集中荷重や分布荷重を受けるはりの横ねじれ座屈強度は、曲げモーメント分布の形状だけでなく、はり断面内における荷重の作用位置にも関係する。横ねじれ座屈によって断面はせん断中心まわりにねじれるため、荷重の作用方向を座屈後も不変であると考え、せん断中心から離れた点に荷重が作用したときには付加ねじりモーメントを生ずる。この効果は、荷重がせん断中心を含む鉛直面内にあり、かつ曲げの圧縮側に作用した場合には座屈強度の低下をもたらす、これと反対に、引張側に作用した場合には座屈強度の増大をもたらす。

式 (6.15) では  $C_{b2}h_p$  項によって、この影響を考慮することができる。

図 6.12 は、中央集中荷重を受ける単純ばりの座屈曲線を示す。集中荷重を I 形断面の上フランジ、せん断中心、下フランジにそれぞれ変えて載荷したときの座屈強度  $M_{cr}$  と等曲げ載荷したときの座屈強度  $M_{ocr}$  との比が縦軸にとってある。断面内での荷重作用位置の影響は、ねじりパラメータ  $R^2$  の値が小さいほど大きく、曲げ圧縮側にある上フランジに載荷したときには、等曲げ強度よりも低下する場合もある。

実際設計では、材端モーメントと中間荷重を同時に受ける荷重状態を対象とすることが多いが、曲げモーメント分布の形状が複雑となるため、座屈荷重を正しく評価することが大切である。図 6.13 に示すような材端モーメントと等分布荷重を受けるはりの座屈強度は、左支点上の曲げモーメント  $M$  を基準にして得られた次の係数を用いて、式 (6.15) から求めることができる<sup>6.11), 6.13)</sup>。

図 6.13 の荷重状態 (a) では、

$$\left. \begin{aligned} C_{b1} &= 1/\sqrt{F} \\ C_{b2} &= 0.405 \beta_q / \sqrt{F} \\ C_{b3} &= (-0.5 - 0.5 \beta + 0.464 \beta_q) / \sqrt{F} \\ F &= 0.283(1 + \beta^2) + 0.434 \beta - 0.868 \beta_q(1 + \beta) + 0.780 \beta_q^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.20)$$

荷重状態 (b) では、 $C_{b3}$  と  $F$  の式にて、負符号のすべてを正符号にする。ここに、 $\beta$  は材端モーメント比、 $\beta_q$  は等分布荷重による最大曲げモーメントと基準曲げモーメントの比、 $\beta_q = (q l^2 / 8) / M$  である。図 6.13 は荷重状態 (a) と (b) に対して、モーメント修正係数  $C_{b1}$  を求めた結果である。荷重状態 (a) では、曲げモーメントの形状の変化とともに  $C_{b1}$  は複雑に変化し、荷重状態 (b) では、 $\beta_q = 0$  の曲線から単調に減少する。中間荷重を受けるはり (両端単純支持、 $K_\psi = K_\phi = 1$ ) に対する式 (6.15) の係数  $C_{b1}$ 、 $C_{b2}$ 、 $C_{b3}$  を表 6.2 にまとめて示す<sup>6.9)~6.11)</sup>。

### 6.3.4 片持ばり

片持ばりでは、固定端でそり変形が拘束されるので、座屈強度を表 6.2 に示したような単純な係数で表わすこ

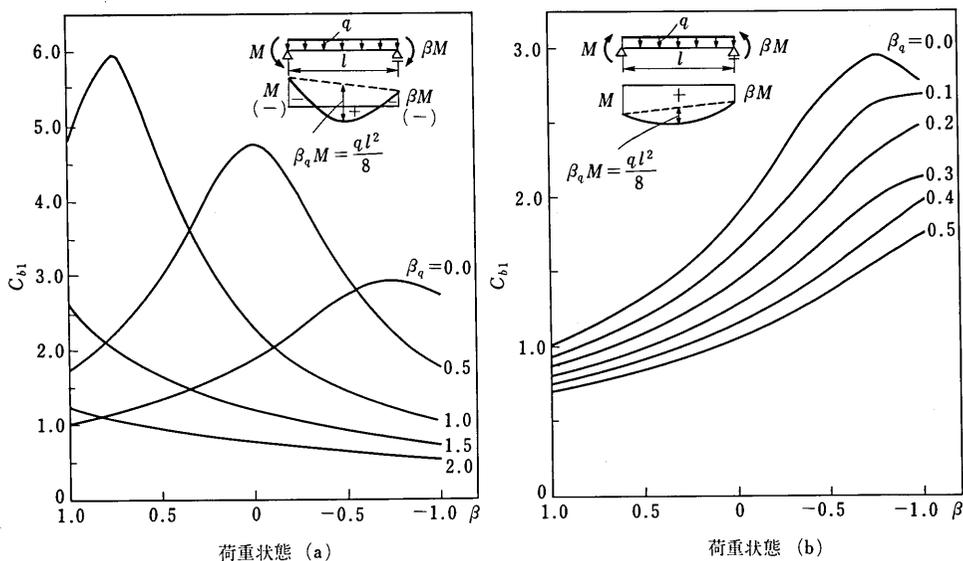
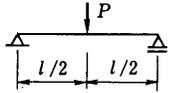
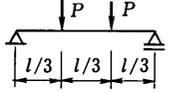
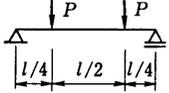
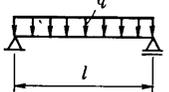
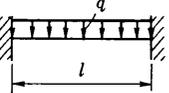
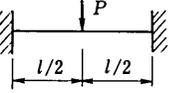


図 6.13 等分布荷重と材端モーメントを受けるはりのモーメント修正係数

表 6.2 中間荷重を受けるはりに対する式 (6.15) の係数<sup>6.9)~6.11)</sup>

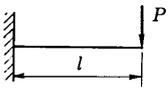
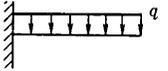
荷重状態	$M_{max}$	$K_x = K_y = 1$ のときの値		
		$C_{b1}$	$C_{b2}$	$C_{b3}$
	$\frac{Pl}{4}$	1.365	0.553	0.406
	$\frac{Pl}{3}$	1.096	0.500	0.480
	$\frac{Pl}{4}$	1.040	0.422	0.570
	$\frac{ql^2}{8}$	1.132	0.459	0.525
	$\frac{ql^2}{24}$	1.286	1.563	0.782
	$\frac{Pl}{8}$	1.736	1.406	2.767

とができない。Nethercot は、式 (6.13) で表わされる等曲げの座屈強度  $M_{ocr}$  を基本にして、2 軸対称 I 形断面はりの横座屈強度を  $M_E = C_b M_{ocr}$  の形で与え、各種荷重状態と支持条件を考慮するための座屈強度係数  $C_b$  を検討している<sup>1.14)</sup>。

片持ばりに対する座屈強度係数  $C_b$  を、荷重の作用位置によって、次のように表示する<sup>6.15)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \text{せん断中心荷重のとき, } C_b &= A \\ \text{上フランジ荷重のとき, } C_b &= A/B_1 \\ \text{下フランジ荷重のとき, } C_b &= A/B_2 \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

表 6.3 片持ばりの座屈強度を求めるための係数<sup>6.15)</sup>

荷重状態	$M_{max}$	A	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>
	$Pl$	$1.287 - \frac{3.539}{R^2} + \frac{2.521}{R}$	$0.947 + \frac{3.016}{R^2} + \frac{2.364}{R}$	$0.995 - \frac{0.024}{R^2} + \frac{1.189}{R}$
	$\frac{ql^2}{2}$	$2.030 - \frac{9.114}{R^2} + \frac{7.245}{R}$	$0.934 + \frac{1.290}{R^2} + \frac{3.418}{R}$	$1.002 - \frac{2.806}{R^2} + \frac{3.664}{R}$

そして、自由端に集中荷重が作用したときと等分布荷重が満載した場合の  $A, B_1, B_2$  の係数式は、表 6.3 のように、ねじりパラメータ  $R^2 = I^2 GJ / (EI_\omega)$  の関数で与えられる。

### 6.3.5 断面形状の影響

上下不等フランジを有する I 形断面や T 形断面はりのように  $y$  軸に関して非対称な断面形では、式 (6.16) で表わされる  $\beta_y$  項が零とならない (表 6.1 参照)。このため、式 (6.15) で  $C_{bs}\beta_y$  項を考慮して、座屈強度を求める必要がある。

図 6.14 は、等曲げを受ける非対称 I 形はりの座屈強度を求めた一例である。横ねじれ座屈に対しては、曲げの圧縮側になるフランジの断面寸法が敏感に影響し、この圧縮側フランジに大きな断面を配置した方が、上下等フランジの I 形断面に比較して有利になる。

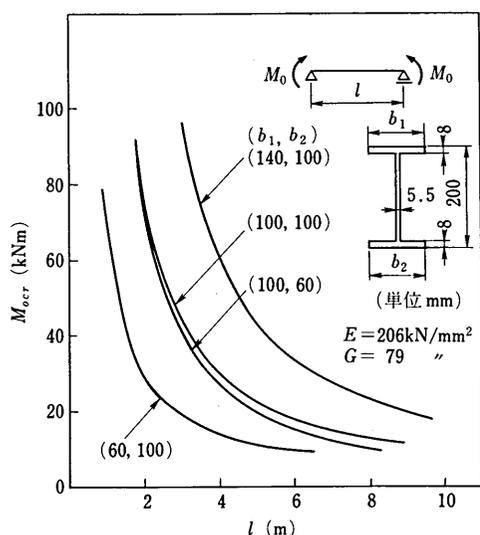


図 6.14 非対称 I 形断面はりの横ねじれ座屈強度

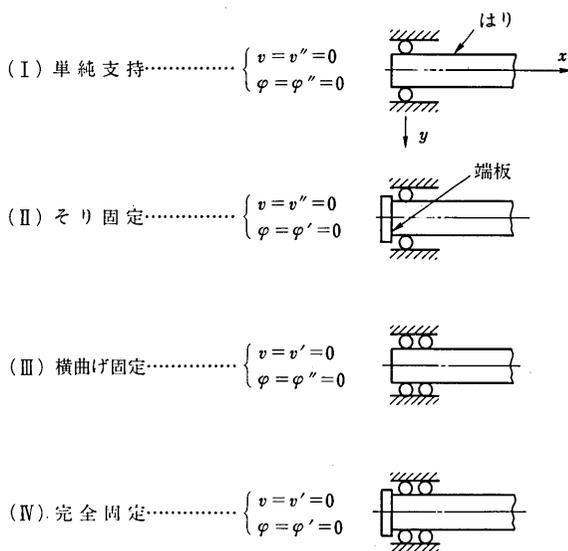


図 6.15 はりの材端支持条件<sup>6.14)</sup>

長方形や箱形断面はりでは、ねじりパラメータ  $R^2$  が大きくなり、断面のそりによるねじり抵抗は無視でき、St. Venant のねじり抵抗のみを式 (6.13) にて考慮することによって、座屈強度を評価できる。とくに、箱形断面は閉断面であるため、ねじり剛性は極端に大きくなり、実用上の部材長の範囲では横座屈に対する配慮はほとんど必要なく、板要素の局部座屈の方が重要な問題となる。

### 6.3.6 材端支持条件の影響

はりの横ねじれ変形に対する材端支持条件は、図 6.15 に示す 4 つの形式が考えられる<sup>6.14)</sup>。実際構造では、そり拘束の条件は模式図で示したように、はり端部に厚い端板を有する場合や他のはりや柱との剛接合部になる場合に満される。

両端支持条件 (I)~(IV) の組合せによるはりの境界条件は、表 6.4 に示すようなものが考えられる<sup>6.8)</sup>。材端モーメントを受ける場合の座屈強度は、この表の有効長さ係数  $K_\psi, K_\phi$  と係数  $C_{bs}$  および式 (6.17) のモーメント修正係数  $C_{b1}$  を用いて、式 (6.15) から求められる。また、中間荷重を受ける場合の算定式は文献 6.14),

表 6.4 はりの境界条件と有効長さ係数

はりの境界条件* $X=0, X=l$		$K_c$	$K_\phi$	$C_{\phi 3} = \frac{K_\phi}{K_c}$
(1)	I, I	1.000	1.000	1.000
(2)	I, II	0.904	0.693	0.767
(3)	I, III	0.626	1.000	1.597
(4)	I, IV	0.693	0.693	1.000
(5)	II, II	0.883	0.492	0.557
(6)	III, IV	0.431	0.693	1.608
(7)	IV, IV	0.492	0.492	1.000
(8)	III, III	0.434	1.000	2.304
(9)	IV, II	0.606	0.492	0.812

\* 図 6.15 に示す材端支持条件と対応する。

6.16), 6.17) に与えられている。

図 6.16 は、2 軸対称 I 形断面のはりの座屈強度におよぼす境界条件の影響<sup>(注2)</sup>を調べたものである。この図では、両端単純支持ばり  $M_{ocr(1)}$  に対する強度割合が示されている。横曲げ、ないしはそりを拘束することによって座屈強度は増加するが、その度合はねじりパラメータ  $R^2$  とも関係し、両端完全固定の場合でも柱の座屈の場合のように単純に 4 倍にならないことがわかる。そり拘束の影響は、 $R^2$  の値が小さいはりで大きい。

### 6.3.7 中間拘束されたはり

スパンの中間部に横ねじれ変形を拘束する支点を設ければ、はりの横座屈荷重を増大させることができる。効果的な拘束支点の配置方法は、はりの曲げモーメント分布状態、拘束支点の条件などによって異なる。

図 6.17 は、等曲げを受ける単純支持ばりが、中間点  $\lambda l$  で完全拘束 ( $v=\varphi=0$ ) された場合の座屈強度と同一

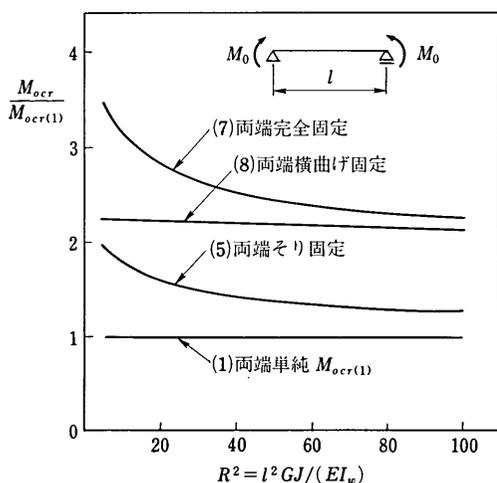


図 6.16 はりの境界条件の影響

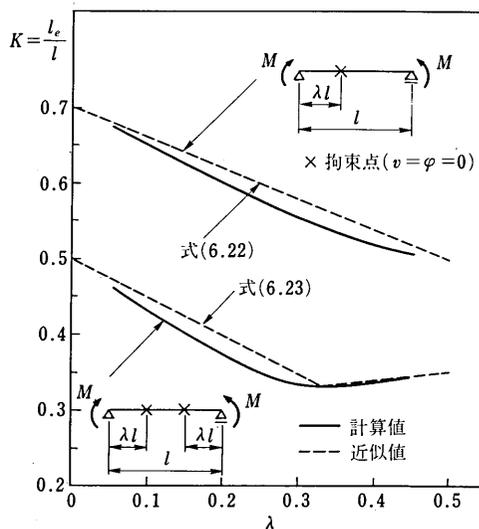


図 6.17 等曲げを受ける中間拘束はり<sup>(6.18)</sup>

注2) ( ) 内の数字は表 6.4 の ( ) 内の数字と対応している。

値の座屈強度を有する単純支持ばりの長さ、すなわち有効長さ  $l_e = K_l$  を調べたものである<sup>6.18)</sup>。横軸に拘束点の位置を与える係数  $\lambda$  をとり、縦軸に有効長さ係数  $K$  がとってある。この図から、拘束点は、1点拘束ではスパン中央に、2点拘束ではスパンの3等分点にそれぞれ配置した場合が、座屈強度向上に対して最も有効である。等曲げを受けるはりでは、スパンの等間隔点で横ねじれ変形が完全に拘束された場合は、有効長さとしてその間隔をとることができる。図 6.17 に示す等曲げを受ける中間拘束はりの有効長さ係数は、次式によって十分近似度よく求められる<sup>6.18)</sup>。

スパンの中間に1点拘束を配置した場合、

$$K = -0.4\lambda + 0.7 \quad (0 \leq \lambda \leq 0.5) \quad (6.22)$$

スパンの中間に2点拘束を配置した場合、

$$\left. \begin{aligned} K &= -0.5\lambda + 0.5 & (0 \leq \lambda \leq 1/3) \\ K &= 0.1\lambda + 0.3 & (1/3 \leq \lambda \leq 0.5) \end{aligned} \right\} \quad (6.23)$$

図 6.18 は、不等曲げを受ける両端単純支持ばりがスパン中央で1点拘束された場合、3等分点で2点拘束された場合の座屈強度と材端モーメント比の関係を示す。縦軸には、拘束なしのはり  $M_{ocr}$  に対する強度割合が与えてある。スパンの中間を等間隔に拘束したときには、曲げモーメント分布が大きい等曲げ ( $\beta=1$ ) 状態で最大の拘束効果がえられ、 $\beta$  の変化とともに小さくなる。

図 6.19 は、スパンの中間の任意点で1点拘束したときの座屈強度の向上の様子を示している。材端モーメント比  $\beta$  が変化すると、中間拘束点の位置と座屈強度の関係は複雑になる。最大効果が得られる拘束点の位置は、 $\beta=1$  で  $\lambda=0.5$  であるのに対し、 $\beta=0.5$  で  $\lambda=0.4$ 、 $\beta=0$  で  $\lambda=0.3$  と曲げモーメントの大きい支点側に移動する。 $\beta=-1$  の場合には、拘束効果は極端に小さくなる。

中間拘束点 ( $v=\varphi=0$ ) を有するはりの弾性座屈荷重を近似的に算定する方法が文献 5.19), 5.20) に示されている。ここでは、Nethercot と Trahair によって提案された方法の手順を紹介し、図 6.20 の例題を解いてみよう<sup>5.19)</sup>。

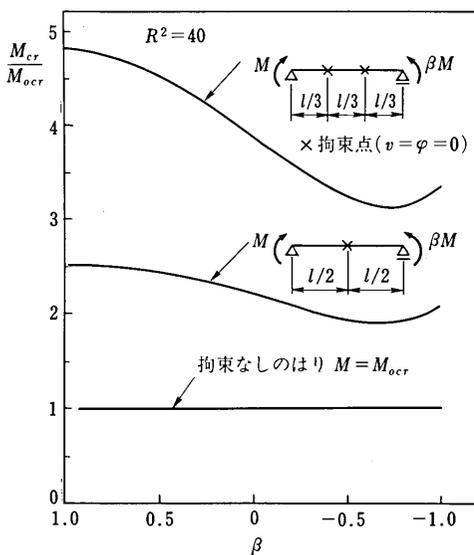


図 6.18 不等曲げを受ける中間拘束はり

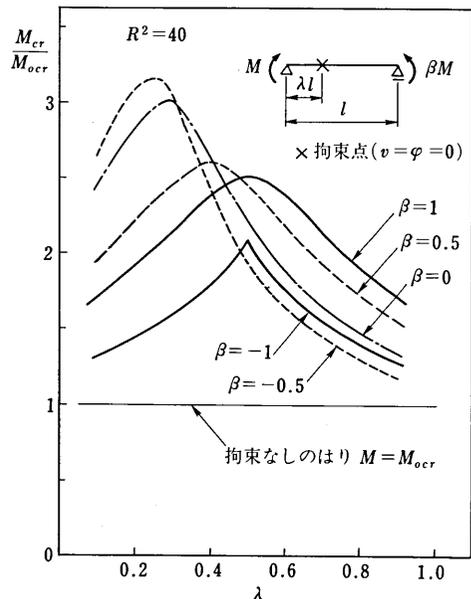


図 6.19 不等曲げを受ける中間拘束はり

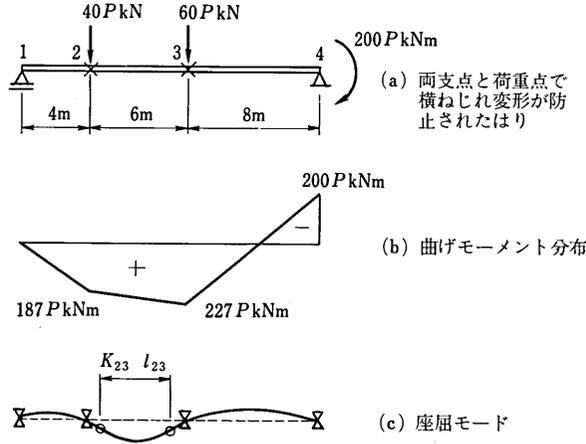


図 6.20 中間拘束されたはり<sup>6.19)</sup>

a) 各区間の断面剛度  $EI_z$ ,  $GJ$ ,  $EL_\omega$  と長さ  $l$  を決める.

$$EI_z = 1.5 \times 10^6 \text{ Nm}^2, \quad GJ = 2.0 \times 10^4 \text{ Nm}^2, \quad EL_\omega = 2.5 \times 10^4 \text{ Nm}^4$$

$$l_{12} = 4 \text{ m}, \quad l_{23} = 6 \text{ m}, \quad l_{34} = 8 \text{ m}$$

b) 作用荷重による曲げモーメント図を描き、各区間の端モーメント比  $\beta$  を定め、式 (6.17) からモーメント修正係数  $C_\beta$  を求める.

$$M_1 = 0, \quad M_2 = 187 \text{ PkNm}, \quad M_3 = 227 \text{ PkNm}, \quad M_4 = -200 \text{ PkNm}$$

$$\beta_{12} = 0/187 = 0 \quad ; \quad C_{\beta 12} = 1.75$$

$$\beta_{23} = 187/227 = 0.824 \quad ; \quad C_{\beta 23} = 1.09$$

$$\beta_{34} = -200/227 = -0.882 \quad ; \quad C_{\beta 34} = 2.56$$

c) まず、各区間の有効長さ係数  $K$  をすべて 1.0 に仮定する.

$$K_{12} = K_{23} = K_{34} = 1.0$$

d) 式 (6.15) を用いて各区間の座屈モーメント  $M_{cr}$  を計算し、それに対応する座屈荷重  $P_s$  を求める.

$$M_{cr12} = 317 \text{ kNm}; \quad P_{s12} = 317/187 = 1.70$$

$$M_{cr23} = 114 \text{ kNm}; \quad P_{s23} = 114/227 = 0.50$$

$$M_{cr34} = 190 \text{ kNm}; \quad P_{s34} = 190/227 = 0.84$$

e) 荷重  $P_s$  の最小値が、このはりの座屈荷重の下限推定値  $P_{Ms}$  を与えると考え、この区間を危険区間 AB とみなす. そして、隣接する区間を拘束区間としてあつかう.

$$P_{Ms} = 0.50; \quad \text{危険区間 AB は 23 区間, } l_M = 6 \text{ m}$$

f) 危険区間と拘束区間の座屈荷重  $P_{Ms}$ ,  $P_{RA}$ ,  $P_{RB}$  の値を用いて、拘束区間の剛性  $\alpha_{RA}$ ,  $\alpha_{RB}$  を図 6.21 から近似計算する.

$$\alpha_{RA} = \alpha_{12} = (3 \times 1.5 \times 10^6 / 4) (1 - 0.50 / 1.70) = 0.794 \times 10^6 \text{ Nm}$$

$$\alpha_{RB} = \alpha_{34} = (3 \times 1.5 \times 10^6 / 8) (1 - 0.50 / 0.84) = 0.228 \times 10^6 \text{ Nm}$$

g) 危険区間の剛性を  $\alpha_M = 2 EI_{zM} / l_M$  から計算する.

$$\alpha_M = \alpha_{23} = 2 \times 1.5 \times 10^6 / 6 = 0.500 \times 10^6 \text{ Nm}$$

h) 次に、剛性比  $G_A = \alpha_M / \alpha_{RA}$ ,  $G_B = \alpha_M / \alpha_{RB}$  を計算する.

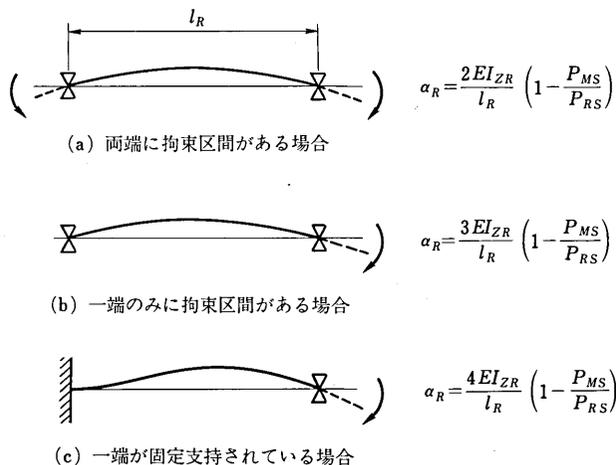


図 6.21 拘束区間の剛性のとり方<sup>6.19)</sup>

$$G_A = G_2 = 0.500 \times 10^6 / (0.794 \times 10^6) = 0.63$$

$$G_B = G_3 = 0.500 \times 10^6 / (0.228 \times 10^6) = 2.19$$

i) 危険区間 AB に対する有効長さ係数  $K_M$  を図 6.22 のノモグラム<sup>6.8)</sup>を用いて決める。

$$K_M = K_{23} = 0.78$$

j) 式 (6.15) に有効長さ  $K_M l_M$  を用いて、限界区間 AB の弾性座屈モーメント  $M_{cr}$  を再計算する。これで、はりの弾性座屈荷重  $P_{cr}$  が決定される。

$$M_{cr23} = 158 \text{ kNm}, P_{cr} = 158 / 227 = 0.69$$

この例題では、隣接区間の拘束を考慮することによって、e) で得られた下限推定値より 38% の増加が得られた。この手法では、隣接区間の拘束剛性として横曲げのみを考えているが、ねじり剛性の影響も考慮した改良

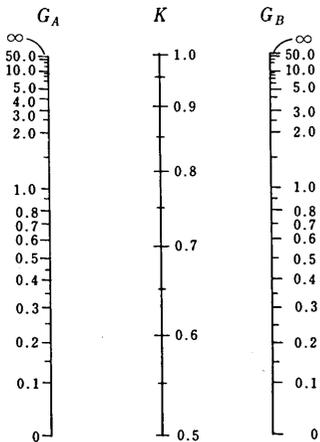


図 6.22 有効長さ係数を求めるためのノモグラム<sup>6.8)</sup>

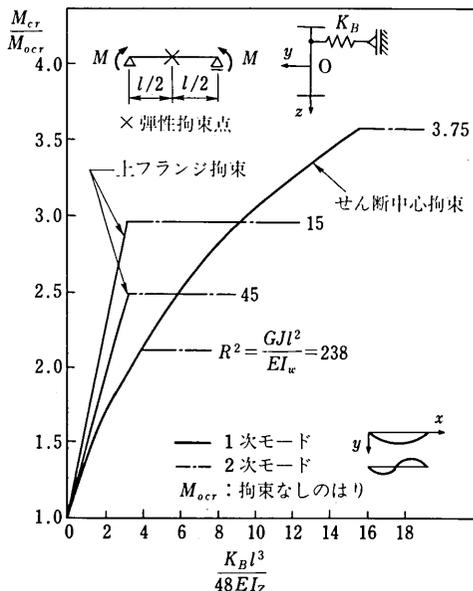


図 6.23 弾性拘束されたはり<sup>6.21)</sup>

法が文献 6.20) に示されている。

実際構造の横ねじれ拘束状態は、横ばりや横構などによってもたらされるため、その部材剛性、とりつけ方法によっても拘束効果は異なる。図 6.23 は、等曲げを受ける両端単純支持ばりがスパン中央で弾性拘束された場合の座屈強度を示している<sup>6.21)</sup>。ここでは、弾性拘束として、はりの横たわみを拘束するバネ剛度  $K_B$  を有する場合である。実線で示すように、 $K_B$  の増加とともに座屈モーメントも上昇し、 $K_B$  がある限界値に達すると、はりにはスパン中央で節点をもつ 2 次モードで座屈する。このため、それ以上  $K_B$  を増加させても、座屈モーメントの上昇はえられない。I 形断面のせん断中心で拘束した場合には、ねじりパラメータ  $R^2$  が大きいほど、拘束効果は小さく、2 次モードに必要な剛度も小さくてよいことを示している。拘束効果は、拘束点の断面へのとりつけ高さによっても影響を受ける。この図に示したように、曲げ圧縮側になる上フランジ部にとりつけることによって、大きな効果がえられる。しかし、引張側にとりつけると、極端にその効果が低下するので、留意しなければならない。

ねじれ変形に対する弾性拘束剛度の効果、他の荷重状態での性状については、文献 6.21)、6.22) を参考にされたい。また、全スパンにわたって連続拘束されたはりの座屈強度は、文献 6.23)、6.24) などに示されている。

### 6.3.8 連続ばり

中間支点を有する連続ばりの横座屈荷重は、各スパンに作用する荷重形式とその比率、およびスパン長比によって変化し、これらの相関で決まる。

図 6.24 は、集中荷重を受ける 3 スパン連続ばりの弾性座屈荷重に対する相関図である<sup>6.25)</sup>。各支点上では、鉛直たわみ  $w=0$  のほか、横倒れ変形に対しても  $v=\varphi=0$  の条件が満たされている。Trahair は、この座屈荷重の相関図を、下記の 3 つの参照荷重を結ぶ直線関係で、近似的に表わすことを提案している<sup>6.25)、6.26)</sup>。

- $P_2=0$  とおき、両端スパンが中央スパンによって拘束されたときの座屈荷重  $P_1$  を決める。この場合の座屈モードの変曲点は、端スパン内の中間支点よりにある。
- $P_1=0$  とおき、中央スパンが両端スパンによって拘束されたときの座屈荷重  $P_2$  を決める。この場合の座屈モードの変曲点は、中央スパン内の中間支点よりにある。
- 座屈モードの変曲点が中間支点上で生じ、各スパンの相関が 0 になる荷重  $P_1, P_2$  を決める。この場合は、各スパンがあたかも中間支点上で横ねじれ変形に対して単純支持されたときの座屈荷重に相当する。

これらの 3 つの状態の座屈荷重を決定する際には、前項 6.3.7 で説明した中間拘束はりの近似計算法が適用できる。

### 6.3.9 変断面はり

はりのスパン方向に曲げモーメントが変化する場合には、断面の曲げ応力が均一になるように断面変化させれば、効率的な設計ができる。しかしながら、変断面部材にすると、断面剛性の変化を伴うため、横ねじれ座屈に対する検討がより一層重要になる。実際設計で対象となる変断面 I 形はりには、腹板高さやフランジ幅を直線的に変化させたテーパのあるはりと、腹板高さを一定にしてフランジ幅や板厚を階段状に変化させたステップのあるはりである。腹板高さが増えると、そりねじり剛度が大きく変化するので、長いはりでは座屈強度におよぼす影響が小さい。これに対し、フランジ幅が増えると、横曲げ剛度とそりねじり剛度が大きく変化するため、その影響は大きくなる<sup>6.27)~6.29)</sup>。

図 6.25 は、等曲げ ( $\beta=1$ ) と不等曲げ ( $\beta=0$ ) を受けるテーパはりの弾性座屈強度  $M_{cr}$  を示す<sup>6.27)</sup>。縦軸

には、最大断面で等断面としたときの等曲げによる座屈強度  $M_{0cr}$  で無次元化した値  $C_b = M_{cr}/M_{0cr}$  がとってある。横軸には、最大断面に対する最小断面の寸法比；テーパー比  $\gamma_h$  (腹板高さ),  $\gamma_b$  (フランジ幅) がとってある。座屈強度は断面減少とともに、比較的直線的に低下している。強度低下には、曲げの圧縮側になる上フランジ幅の変化が一番大きく影響し、引張側になる下フランジ幅の変化による影響は小さい。このように、横ねじれ座屈強度に対しては、圧縮側フランジの幅と板厚の変化割合が重要になる。

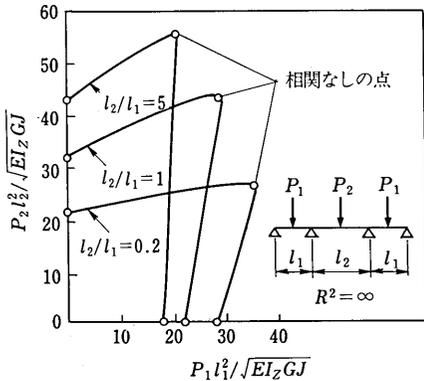


図 6.24 連続ばりの横ねじれ座屈荷重<sup>6.25)</sup>

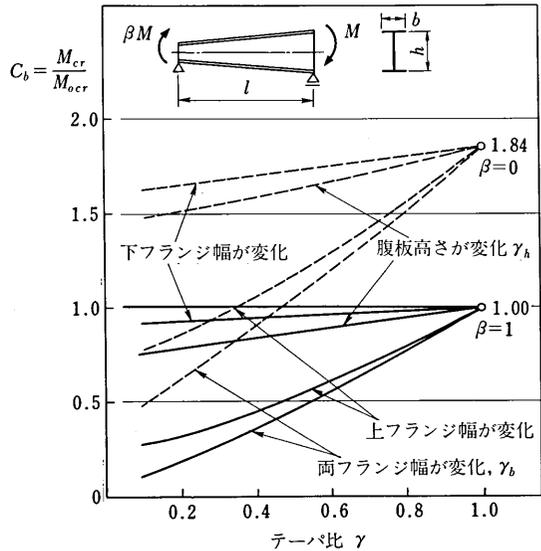


図 6.25 変断面はりの横ねじれ座屈強度<sup>6.27)</sup>

テーパーばりの弾性横ねじれ座屈強度の概算法は、文献 6.24), 6.27), 6.30) で検討されている。図 6.25 に示した全スパンにわたって直線的に断面変化する単純支持のテーパーばりが材端モーメントを受ける場合の座屈強度は、次式を用いて近似的に算定できる<sup>6.27)</sup>。

$$M_{cr} = C_\gamma M_E \tag{6.24}$$

ここに、 $M_E$  は最大断面で等断面はりとしたときの実際荷重による座屈強度であり、式 (6.15) から求められる。 $C_\gamma$  は断面変化による強度低下を考慮するための低減係数であり、次式で与えられる。

腹板高さが変化する場合、

$$C_\gamma = 0.6 + 0.4 \gamma_h \tag{6.25}$$

フランジ幅が上下とも変化する場合、

$$C_\gamma = 0.6 \gamma_b + 0.4 \gamma_b^2 \tag{6.26}$$

式 (6.25) は、不等曲げに対するモーメント修正係数、すなわち式 (6.18) の逆数で表わされることから、腹板高さを材端モーメント比と等しい割合 ( $\gamma_h = \beta$ ) になるように変化させた場合は、 $C_b = C_\gamma C_{b1} = 1$  となり、最大断面で等断面はりとしたときの等曲げによる座屈強度  $M_{0cr}$  で与えられる。

### 6.3.10 断面変形と局部座屈の影響

一般に、はりの横ねじれ座屈解析は、座屈時に断面形が変わらず、その形状を保持することを前提にして行われる。また、板要素の局部座屈は、部材全体の座屈（横ねじれ座屈）と切り離して検討するのが普通である。薄肉

開断面はりでは、板曲げ剛度が小さいため、断面変形を考慮した横ねじれ座屈強度と局部座屈強度の相関性を検討することが重要になる。従来、I形断面はりの横ねじれ座屈強度におよぼす断面変形の影響は、エネルギー法や折板理論などによって解析されてきたが、いずれの手法でも板曲げ変形の仮定に制約があるため、厳密性と一般性に欠けていたものと言える。近年、有限帯板法や有限要素法の適用によって、局部座屈と横ねじれ座屈を一体解析することが可能になっている<sup>6.31)~6.40)</sup>。

図 6.26 は、等曲げを受ける単純支持 I 形断面はり ( $h/b_f=4.61$ ,  $h/t_w=34$ ,  $b_f/t_f=5.07$ ) の腹板座屈、フランジ座屈および横ねじれ座屈の相関曲線を解析した例である<sup>6.34)</sup>。縦軸に弾性座屈応力とヤング率の比  $\sigma_{cr}/E$ 、横軸にはり長さ<sup>2</sup>と腹板高さの比  $l/h$  がそれぞれとってある。相関座屈曲線は実線で示す ABB'B''CD 曲線によって表わされており、これらの点でえられた I 形断面の座屈モードは、図中のようである。また、図中には各種境界条件を考慮したときの局部座屈曲線①~④と、断面変形を無視したときの横ねじれ座屈曲線⑤が与えてある。座屈モードとの対応から、 $l/h$  が小さい点 A と B は、曲げ圧縮を受ける腹板と圧縮フランジの局部座屈によって支配されている。点 B, B', B'' は 1 次, 2 次, 3 次の最小応力による局部座屈モードに位置している。点 C はフランジ座屈と横ねじれ座屈の連成モードが生じ、大きい断面変形が認められる。そして、 $l/h$  が大きい点 D では、断面変形をほとんど伴わない横ねじれ座屈によって決まっている。

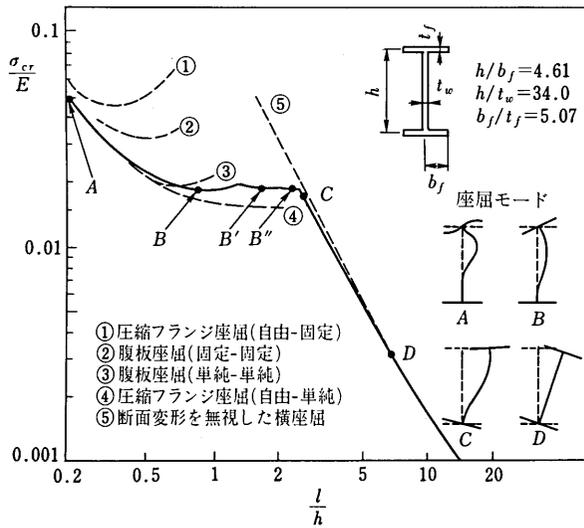


図 6.26 I 形断面はりの局部座屈と横ねじれ座屈の関係<sup>6.34)</sup>

図 6.27 は、図 6.26 に示した I 形断面のフランジ幅を 2 倍 ( $b_f/t_f=10.1$ ,  $h/b_f=2.31$ ) にしたときの座屈曲線 EF と、腹板厚さのみを 1/2 ( $h/t_w=68$ ) にしたときの座屈曲線 GHI であり<sup>6.34)</sup>、いずれも 1 次モードの座屈曲線のみが与えてある。座屈曲線 EF では、局部座屈モードに対応する点 E は圧縮フランジの座屈によって支配されており、フランジの幅厚比の増加のために、座屈応力はかなり低下する。しかし、横ねじれ座屈モードに支配された点 F では、横曲げとねじり剛性の増加のために座屈応力は上昇するが、断面変形を無視した横座屈応力に比べて、わずか 3% の強度低下である。これに対し、腹板の幅厚比を 2 倍にした座屈曲線 GHI では、局部座屈モードに対応する点 G は腹板座屈によってはっきり支配されている。点 H, I は横座屈モードによって支配されるが、 $l=13.75h$  で 11% の断面変形による強度低下が生じている。

次に、等曲げを受ける I 形断面はりにおいて腹板の断面変形を考慮した横ねじれ座屈強度におよぼすフランジ

幅の影響を図6.28に示す<sup>6.37)</sup>。縦軸は腹板変形を考慮した弾性座屈応力  $\sigma_{cr}$  と無視した座屈応力  $\sigma_{ocr}$  の比を表わし、横軸は無次元細長比  $\sqrt{E/\sigma_{ocr}}$  を表わす。図中には腹板の幅厚比が  $h/t_w=100$  で、下フランジ幅を  $b_2=0.5h$  にとり上フランジ幅  $b_1$  を小さくした場合、上フランジ幅を  $b_1=0.5h$  にとり下フランジ幅  $b_2$  を小さくした場合および等フランジ幅  $b_1=b_2=0.5h$  の場合の3種類の計算結果が与えてある。この図より、腹板の断面変形に伴う座屈強度の低下は細長比が比較的小さいほうが重要となり、曲げ応力の圧縮側になる上フランジ幅が小さい ( $b_2/b_1$  が大きい) ほどその低下は増大することがわかる。これに対し、引張側の下フランジ幅が小さい断面では等フランジ断面より腹板変形の影響は少なく、 $b_2/b_1$  が小さいほどその低下も小さくなる。そして、Bradford<sup>6.37)</sup> は腹板変形を考慮した座屈応力  $\sigma_{cr}$  の近似式として

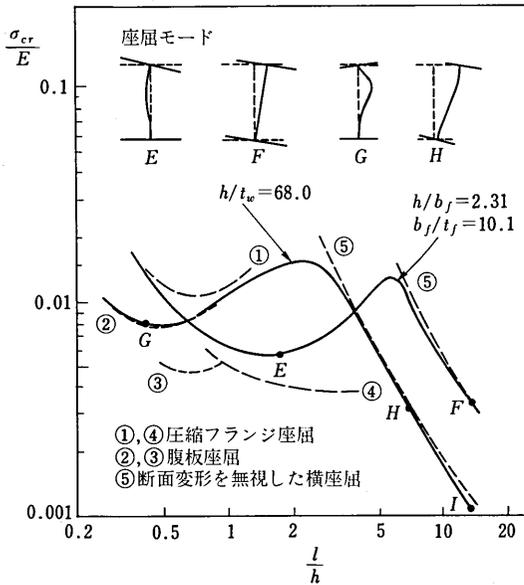


図6.27 I形断面はりの局部座屈と横ねじれ座屈の関係<sup>6.34)</sup>

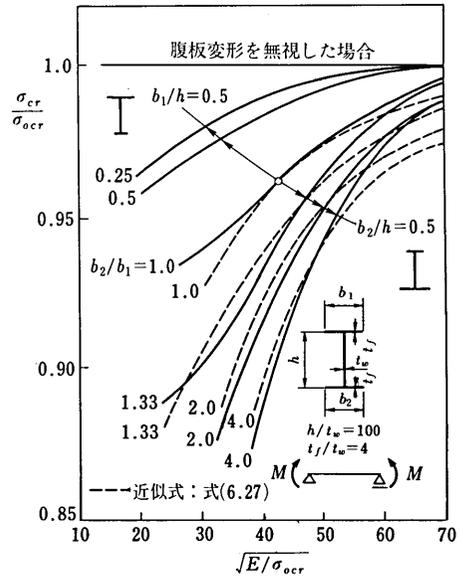


図6.28 腹板変形を考慮した横ねじれ座屈強度に及ぼすフランジ幅の影響<sup>6.37)</sup>

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{ocr}} = 1 - \frac{490(t_f/b_2)(t_f/t_w)(1-0.56b_1/b_2)}{E/\sigma_{ocr}} \quad (6.27)$$

を提案している。ここに、この適用範囲は  $1 \leq t_f/t_w \leq 4$ ,  $1 \leq b_2/b_1 \leq 4$ ,  $10 \leq b_2/t_f \leq 20$  のI形断面である。また、上式は引張側フランジが小さい断面では  $b_2/b_1=1$  とみなして適用すれば十分安全側の値がえられ、さらに不等曲げを受けるはりにも適用できるとしている。

文献 6.38), 6.39) ではU形断面はりの局部座屈と横ねじれ座屈の相関性状を検討しているので参照されたい。

### 6.3.11 曲りばり

水平面に曲率を有する曲りばりが、鉛直面内の荷重を受けると、荷重が小さい段階から鉛直変位のほかに、水平変位とねじれを伴った変形挙動をする。図6.29は両端単純支持された中心角  $\theta=4.6^\circ$  のI形断面円弧曲りばりに等曲げが作用した場合のスパン中央断面における荷重-変形曲線を求めた一例である<sup>6.41)</sup>。曲りばりの長さは直線はりの無次元細長比  $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p/M_E}$  で表わした場合の  $\bar{\lambda}=1.0$  に対応する。縦軸は作用モーメントと全塑性モーメントの比  $M/M_p$  を表わし、横軸には鉛直変位とはり高さの比  $w/d$ , 水平変位とフランジ幅の比  $v/b$  お

よびねじれ角  $\varphi$  がとってある。これらの変形は荷重の増大とともに非線形に増加し、曲率の大きい曲りばりでは小さい荷重段階から大変形挙動を示す。このように、曲りばりでは本来の意味での座屈現象を示さないが、変形後のつり合い分岐形を考えることによって弾性横ねじれ座屈解析した研究がある<sup>6.41), 6.42)</sup>。

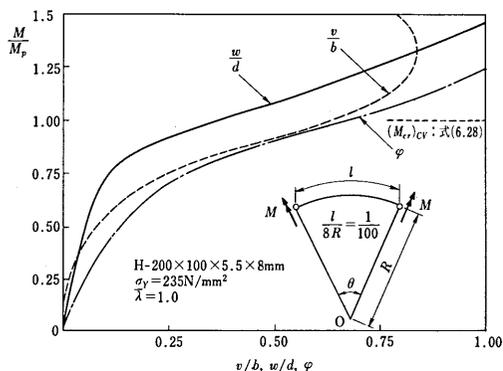


図 6.29 曲りばりの荷重-変形曲線<sup>6.41)</sup>

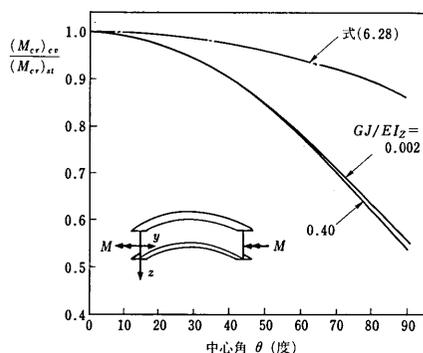


図 6.30 曲りばりの横ねじれ座屈強度<sup>6.42)</sup>

図 6.30 は、円弧曲りばりの両端に強軸まわりの等モーメントが作用したときの弾性横ねじれ座屈強度を解析した結果である<sup>6.42)</sup>。両端単純支持ばりで細長比  $l/r_p=80$  ( $r_p$  は断面極 2 次半径) に対する座屈荷重と中心角  $\theta$  の関係が示されている。縦軸は、曲りばりと直線ばりの座屈荷重の比  $(M_{cr})_{cv}/(M_{cr})_{st}$  を表す。また、断面剛比としてねじり剛度と水平曲げ剛度の比  $GJ/EI_z$  を変えてあるが、0.002 は I 形断面はりに、0.4 は箱形断面はりにそれぞれ相当する値であると考えてよい。この図から、中心角を増大させると、曲りばりの座屈荷重は直線ばりに比べてだいに低下する。 $\theta=40^\circ$  で約 10% の強度低下を生じている。一方、福本・西田<sup>6.41)</sup> は等曲げを受ける両端単純支持の曲りばりに対して、次のように座屈荷重の低減係数を与えている。

$$(M_{cr})_{cv}/(M_{cr})_{st} = \sqrt{1 - \theta^2/\pi^2} \quad (6.28)$$

ここに、 $\theta$  は中心角 (ラジアン) である。図 6.30 に式 (6.28) が併記してあるが、これらの結果には大きな相違がみられる。上述したように現実の曲りばりでは大変形挙動を示すことから、有限変形理論に基づく非弾性耐荷力解析が必要であり、文献(6.41), (6.43), (6.44) などで研究されている。

## 6.4 はりの曲げ耐荷力

### 6.4.1 残留応力を考慮した非弾性横ねじれ座屈強度

はり断面の一部が降伏すると、横ねじれ座屈を支配する断面剛度 ( $EI_z$ ,  $EI_w$ ,  $GJ$ ) が減少するため、座屈強度の低下を生ずることになる。部材に存在する残留応力は、この降伏現象の開始を早めるとともに、降伏域の広がりを複雑にする。すなわち、はり断面の降伏モーメント  $M_y$  に達する前に、降伏が始まる。このため、非弾性座屈解析をするにあたり、本章の 6.2 節で説明した断面の曲げモーメント-曲率関係に基づいて降伏域の広がりを定め、それに対応する各種断面剛度を数値計算により求める必要がある。

非弾性域での断面剛度の考え方は<sup>6.8), 6.45)</sup>、柱部材と同様に等価係数理論よりも接線係数理論の方が実際強度の安全側に近い値を評価することができ、しかも計算が比較的簡単であることから、接線係数理論による曲げ剛度 ( $EI_z$ )、そりねじり剛度 ( $EI_w$ ) が一般的に用いられている。また、St. Venant のねじり剛度に関しては、鋼材の

塑性理論に基づく各種議論がなされているが、降伏域でも減少せず弾性域の値  $GJ$ —一定を用いるとする塑性流れ理論と、降伏域では低減した値  $(GJ)_t$  を用いるとする塑性変形理論の考え方がとられている。図 6.1 に示したようなひずみ硬化材料では、降伏過程に不連続性があるため、Nadai の降伏すべり理論に基づき、塑性流動域でも  $E_t=0$  としないで  $E_t=E_{st}$  (ひずみ硬化域の弾性係数) を用いるのが適当である。

図 6.31(a), (b) は図中に示す残留応力分布を仮定したときの曲げモーメント-断面剛度の関係を求めたものである。材料のひずみ硬化 ( $E_{st}=E/40$ ,  $\epsilon_{st}=10\epsilon_y$ ) の影響も考慮してある。この図において圧縮残留応力のレベルを  $\sigma_{rc}=0.3\sigma_y$  にとっていることから、 $M/M_y=0.7$  付近から急激な剛度減少が生じている。ひずみ硬化域  $M > M_p$  では、ほぼ一定剛度になる。また、残留応力の分布形状によって剛度減少の度合はかなり異なり、溶接タイプ (b) の方が圧延タイプ (a) よりも大きい。

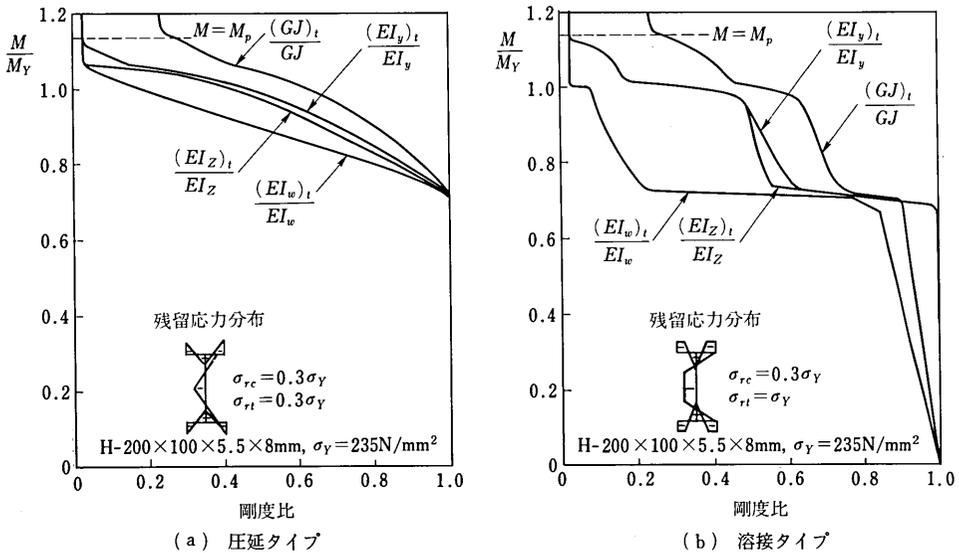


図 6.31 I 形断面の非弾性剛度

残留応力を考慮すると、2軸対称断面形であっても非弾性域では、せん断中心と幾何学的図心の相違が生じる。したがって、1軸対称断面形と同様にはり断面の直応力がねじりモーメントにおよぼす影響、 $\bar{K} = M\beta_y$  項を考慮しなければならない。非弾性解析では、ある定まった曲げモーメント値  $M = \int_A \sigma z dA$  に対して

$$\bar{K} = \int_A \sigma \rho_s^2 dA \tag{6.29}$$

を求め、 $(\bar{GJ})_t = (GJ)_t + \bar{K}$  として加味するのが通常である<sup>6.45)</sup>。ここに、 $\sigma$  は断面の任意点の直応力、 $\rho_s$  は  $\sigma$  の作用点とせん断中心  $S$  との距離である (図 6.32 参照)。図 6.32 は図 6.31(a), (b) に対応する断面の  $\bar{K}$  値の変化を示す。 $\bar{K}$  値は断面の降伏が始まると  $M$  の増大とともに増加した後、I 形断面の両フランジがほとんど降伏すると急激に減少する。そして、 $\bar{K}$  値の変化も残留応力の分布形によってかなり異なることがわかる。

このようにして、断面の曲げモーメント-断面剛度の関係が求めれば、各種荷重を受けるはりの非弾性横ねじれ座屈解析は有限積分法、差分法、伝達マトリックス法および有限要素法などの数値計算法を適用して行うことができる。等曲げを受けるはりでは、式 (6.13) または式 (6.14) をはり長さ  $l$  について解いた式に曲げモーメント  $M$  に対応する非弾性剛度  $(EI_z)_t$ ,  $(EI_w)_t$ ,  $(\bar{GJ})_t$  を代入することによっても、座屈曲線を求めることができる。

しかし、不等曲げ、あるいは中間荷重を受けるはりのように曲げモーメント分布が変化する場合は、降伏域の広がり材長方向に変化するため、せん断中心の位置や断面剛度が変化するの、数値解析に頼らざるをえない。非弾性剛度の算定法、数値解析法については、文献(6.45)~(6.48)が参考になる。

図6.33は等曲げを受けるはりの座屈強度を縦軸に  $M_{cr}/M_y$ 、横軸に弱軸まわりの細長比  $l/r_z$  をとって示したものである。この図のように、弾塑性座屈強度は残留応力を考慮すると、かなり低下することがわかる。座屈強度の低下度合は、図6.31に示した非弾性剛度の減少傾向と類似しており、溶接タイプの残留応力分布の方が圧延タイプのものより大きい。このことは、I形断面はりの横座屈強度には圧縮フランジの横曲げ剛度  $EI_z$  が大きく関与することから、曲げの引張側に存在する引張残留応力よりも、圧縮側のフランジ先端部の圧縮残留応力の大きさと形状が重要な因子であると言える。

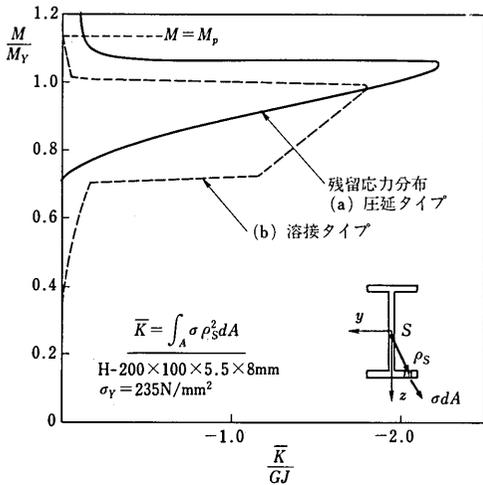


図 6.32  $\bar{K}$  値の変化

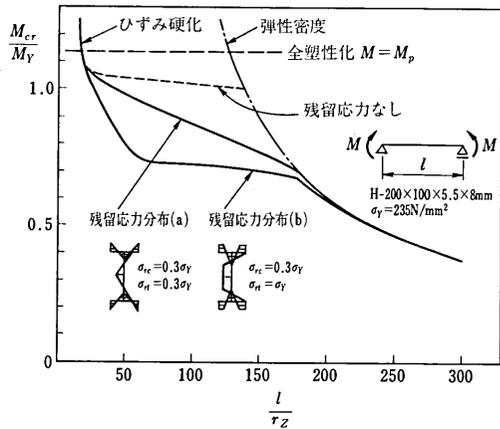


図 6.33 等曲げばりの非弾性横ねじれ座屈強度

図6.34は荷重状態の相違が座屈強度に与える影響を比較したものである<sup>6.45)</sup>。荷重状態として等曲げ、中央集中荷重、二点集中荷重および等分布荷重を受ける単純はりの座屈曲線が示してある。この図のように、縦軸に  $M_{cr}/M_p$ 、横軸に  $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p/M_E}$  をとることによって、弾性座屈強度は1本の曲線  $1/\bar{\lambda}^2$  で表現できる。ここに、 $M_E$

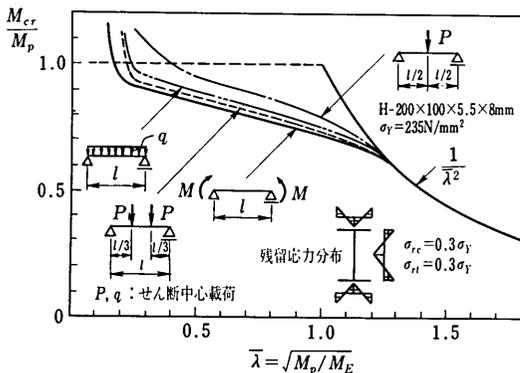


図 6.34 中間荷重を受けるはりの非弾性横ねじれ座屈強度<sup>6.49)</sup>

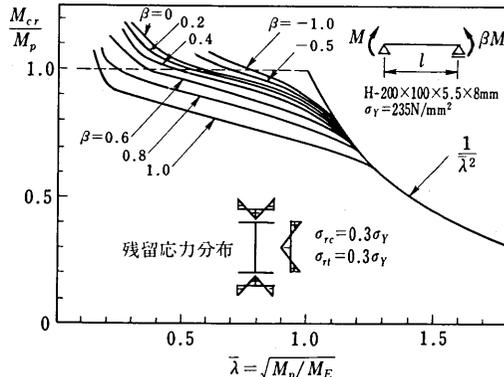


図 6.35 材端モーメントを受けるはりの非弾性横ねじれ座屈強度<sup>6.49)</sup>

は式 (6.15) から求まる弾性横座屈モーメントである。図中の荷重形式は、いずれもスパン中央断面で最大曲げモーメントが生ずるけれども、曲げモーメント分布が相違するためスパン内での降伏域の進展が異なる。この結果、降伏域の進展が小さい荷重形式の方が無次元座標において高い座屈強度を示し、かつ  $M_p$  に到達する限界細長比も大きくなる。

材端モーメントを受ける単純ばりの非弾性座屈曲線を図 6.35 に示す<sup>6.49)</sup>。この場合には最大曲げモーメントが左支点上の断面で生じ、降伏化が左端からスパン中央部に進展する。降伏開始直後の断面剛度の減少は材端の近傍に限られるため、材端モーメント比  $\beta$  が小さくなるにつれて強度低下が小さくなり、また  $M_p$  に到達する限界細長比も大きくなる。そして、 $\beta$  が負になると完全弾性-塑性の座屈曲線に近くなる。以上のように、はりの非弾性横座屈強度は  $M_{cr}/M_p - \bar{\lambda}$  の無次元座標を用いて表現したとしても、曲げモーメント分布の相違によって多少異なり、最大曲げモーメントの生ずる位置とその広がりによって依存する。

6.4.2 荷重偏心和初期変形を考慮した横ねじれ耐力

実際に使用されるはりでは残留応力のみならず、荷重偏心、初期変形（部材軸線の曲りや断面のねじれ）などの初期不整も避けられない。このようなはりは、荷重の増加とともにわずかであるが面外変形が徐々に発生し、極限状態に近づくと面外変形が急激に増大して不安定な状態となり、それ以上の荷重に抵抗できなくなる。このような荷重-変形曲線における最大荷重をはりの横ねじれ耐力という。近年、荷重偏心や初期変形を考慮した非弾性解析が活発に行われるようになった<sup>6.50)~6.57)</sup>。

図 6.36 は水平方向に初期曲りを有する両端単純支持の I 形断面はりで、スパン中央断面の上フランジに集中荷重が作用した場合の荷重-変形曲線を数値解析した一例である<sup>6.54), 6.55)</sup>。スパン長は直線ばりに対する無次元細長比で  $\bar{\lambda}=1.0$  としてある。初期曲りはスパン長  $l$  のはりの軸線を曲率半径  $R$  の円弧で近似し、無次元化した曲り量  $l/(8R)$  で表わされている。初期曲りの小さいはりでは、水平変位  $v$  とねじれ角  $\varphi$  が極限状態に急激に増加し、横ねじれ座屈現象に近い挙動を示している。初期曲り量が大きくなるほど、面外変形 ( $v, \varphi$ ) が荷重の小さい段階から大きく生じるようになり、横ねじれ耐力は低下する。

図 6.37 は I 形断面はりの上フランジに作用する集中荷重と等分布荷重の載荷位置を、腹板の板厚中心線から  $e=l/1000$  だけ偏心させたときの横ねじれ耐力曲線を示している<sup>6.50), 6.51)</sup>。縦軸は、はりの最大曲げモーメントに対する耐力  $M_u$  と断面の全塑性モーメント  $M_p$  との比  $\delta_r = M_u/M_p$  を表わし、横軸は無次元細長比  $\bar{\lambda} =$

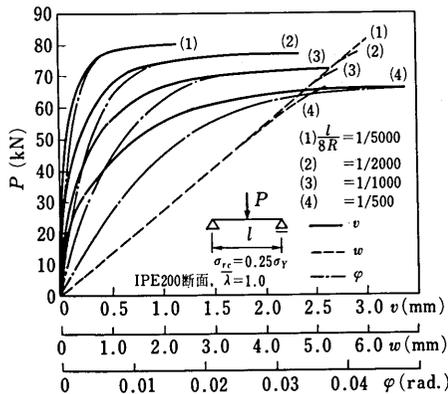


図 6.36 初期曲りを有するはりの荷重-変形曲線<sup>6.54), 6.55)</sup>

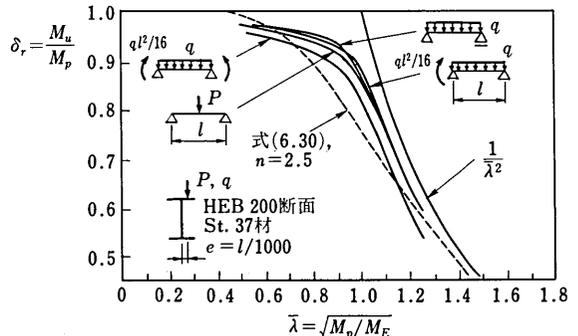


図 6.37 偏心荷重を受けるはりの横ねじれ耐力<sup>6.50), 6.51)</sup>

$\sqrt{M_p/M_E}$  を表わす。荷重状態として4種類の形式が与えてあるが、材端モーメントと等分布荷重を組合せた場合が耐荷力に対して最も不利な状態になっている。このように、はりの耐荷力曲線を  $\delta_r-\bar{\lambda}$  座標軸を用いて表示すると、断面寸法や降伏点応力の相違に対しても比較的影響されないことから、ECCS (ヨーロッパ鋼構造連合) では、鋼はりの耐荷力評価式として次式を提案している<sup>(6.4), (6.51)</sup>。

$$\delta_r = \frac{M_u}{M_p} = \left( \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^{2n}} \right)^{\frac{1}{n}} \tag{6.30}$$

ここに、修正細長比  $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p/M_E}$  であり、 $M_p$  は全塑性モーメント、 $M_E$  は弾性横ねじれ座屈モーメント [式 (6.15) を参照] を表わす。 $n$  はシステム係数である。この無次元表示式はすべての強度領域にわたって同一のパラメータ  $\bar{\lambda}$  を用いることができ、はりの強度特性を明らかにする上で都合がよいが、設計曲線を設定するためにはシステム係数  $n$  の選択が重要な課題となる。ECCS では鋼はりの横ねじれ耐荷力の平均値を表現する値として、 $n=2.5$  を推奨している。図 6.37 には式 (6.30) の  $n=2.5$  曲線が与えてあるが、解析曲線は約 0.8 より大きい  $\bar{\lambda}$  の範囲でこの曲線を上まわり、それより小さい  $\bar{\lambda}$  の範囲で下まわる傾向にある。

初期曲りを有するはりの横ねじれ耐荷力曲線を図 6.38 に示す<sup>(6.54), (6.55)</sup>。図 6.36 と同様に中央集中荷重を受ける場合である。図中の破線は、初期曲りのないはりの横座屈曲線である。 $\bar{\lambda}$  が小さい範囲、すなわち短いはりでは初期曲りの影響は小さく、耐荷力曲線は横座屈曲線に接近している。また、初期曲りの大きなはりが必ずしも低い耐荷力を示していない。これに対し、中間的な長さのはり ( $\bar{\lambda}=1.1$  の近傍) では初期曲りの影響は大きく、直線はりの座屈強度よりも耐荷力がかなり低下する。

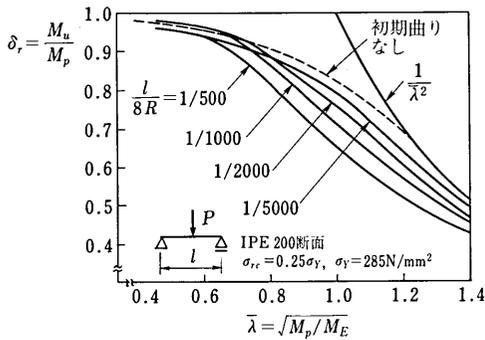


図 6.38 初期曲りが横ねじれ耐荷力に及ぼす影響<sup>(6.54), (6.55)</sup>

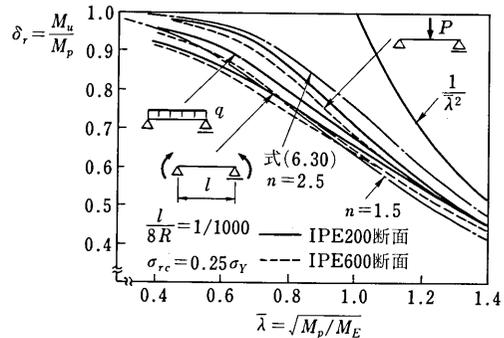


図 6.39 初期曲りを有するはりの横ねじれ耐荷力<sup>(6.54), (6.55)</sup>

図 6.39 は初期曲りとして  $l/(8R)=1/1000$  を有する単純支持ばりに、図中に示す3種類の荷重状態が作用した場合の耐荷力曲線を比較したものである<sup>(6.54), (6.55)</sup>。実線は IPE 200 断面 (I-200×100×5.6×8.5 mm)、破線は IPE 600 断面 (I-600×220×12×19 mm) に対する曲線をそれぞれ表わす。 $\bar{\lambda}$  が小さくなると、荷重状態によって耐荷力曲線に差がみられる。この傾向は図 6.34 の横ねじれ座屈曲線でも認められた。また、断面寸法の違いによる差はあまり大きく生じていないが、フランジ幅に比較してはり高さの大きい I 形断面に対する曲線が下方に位置している。図中の一点鎖線は、式 (6.30) において  $n=2.5, 1.5$  とした場合の曲線である。初期不整量として、 $\sigma_{rc}=0.25 \sigma_y$  程度の圧縮残留応力と  $l/(8R)=1/1000$  程度の初期曲りが存在するはりの横ねじれ耐荷力は、 $n=1.5$  曲線でその下限をほぼ近似できるようなのである。

6.4.3 実験強度に基づく耐力曲線の評価

第4章で述べたように、実際構造部材の初期不整量は不確定因子として存在しているため、部材強度におよぼすその影響度合を定量的にはっきりと求めることが困難であり、実験的検証が必要となる。

はりに関する実験的研究は、理想状態の荷重ならびに支持条件を具備した実験装置が簡単に得られないことから、各研究機関によって多様な実験条件のもとに行われてきている。福本・久保・伊藤らは初期変形、降伏点応力、残留応力および断面寸法などの変動がはりの横ねじれ座屈強度におよぼす影響を検討するために、精密な実験装置を用いて圧延I形はり<sup>6.49),6.58)</sup>、溶接I形はり<sup>6.59)~6.61)</sup>について大量の統一的な実験を行っている。また、文献6.62)~6.64)では鋼I形断面はりの横ねじれ座屈強度に関する実験データを国内外の既発表文献から収集し、実験結果を統計的に処理してはりの曲げ耐力の実体を調べている。

図6.40は圧延はりの実験強度（実験値348個）を、図6.41は溶接はりの実験強度（実験値154個）をそれぞれ無次元座標軸  $\delta_r \bar{\lambda}$  を用いてプロットしたものである<sup>6.62)~6.64)</sup>。両実験データとも等曲げ載荷、中央集中載荷および2点集中載荷の荷重状態からなり、材端に不等曲げを受けるはりは含まれていない。実験値の整理には降伏点応力ならびに断面寸法とも実測値が用いてあり、また弾性横座屈モーメント  $M_E$  には各実験における載荷条件と支持条件が考慮してある。図中に示す実験強度は、横軸の修正細長比  $\bar{\lambda}$  を0.1間隔に区分したときの実験値の平均値  $m$  と平均値から2倍の標準偏差  $s$  を差し引いた  $(m-2s)$  値によって表わされている。

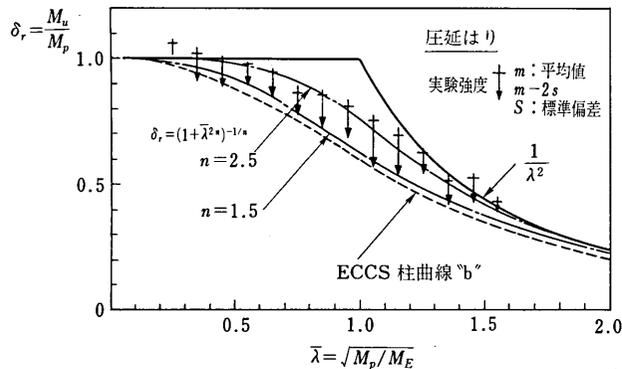


図6.40 圧延はりの実験強度と耐力曲線<sup>6.62)~6.64)</sup>

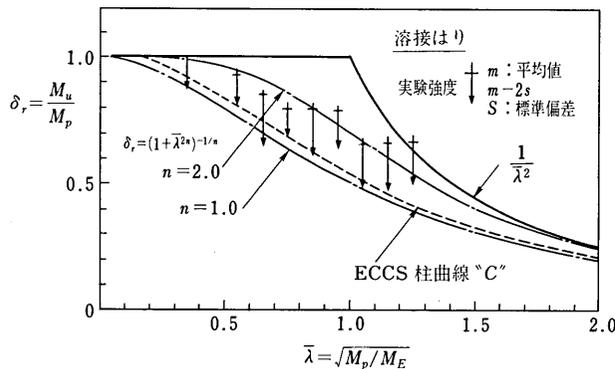


図6.41 溶接はりの実験強度と耐力曲線<sup>6.62)~6.64)</sup>

これらの図から、横ねじれ座屈によって支配されるはりの実験強度の平均値は、細長比 $\bar{\lambda}$ の小さい範囲では全塑性モーメント $M_p$ に達し、 $\bar{\lambda}$ の大きい範囲では弾性横座屈モーメント $M_E$ に達することがわかる。弾塑性域での実験強度は、データ個数に差があるけれども、溶接はりの平均値が圧延はりよりも低く、しかも強度変動も大きい傾向にある。鋼はりの横ねじれ耐力の評価式として式(6.30)を用いる場合のシステム係数 $n$ は、圧延はりに対して $n=2.5$ 、溶接はりに対して $n=2.0$ がそれぞれの実験強度の平均値にほぼ適合している。そして、実験強度の下限値、 $(m-2s)$ 値には、圧延はりでは $n=1.5$ と溶接はりでは $n=1.0$ がほぼ適合する。さらに、実験強度の下限曲線はECCSの柱の耐力曲線<sup>6.4)</sup>における曲線“b”および曲線“c”を用いても比較的良好に評価できるようである。

材端に不等曲げを受けるはりの横ねじれ耐力特性は材端モーメント比 $\beta$ の大きさによってかなり変化するために、図6.40と図6.41のように単純に表現できなく、文献(6.49)、(6.53)、(6.61)などで検討されている。このほか、諸外国で最近提案されたはりの実用設計式は文献(6.65)に要約されている。

## 6.5 今後の展望

本章では、最初にはりの座屈強度や耐力を検討する場合に必要な曲げモーメント-曲率関係と断面の全塑性強度について述べた。薄肉断面部材の曲げおよびねじりに関するつり合い式および断面応力と変形を求めるための公式は、ここでは直接必要としないので省略した。この方法の関連著書<sup>5.2), 6.66), 6.67)</sup>を参照されたい。薄肉開断面部材の曲げねじりに対する問題を取り扱う場合には、そり変形が部材端で拘束された状態にあるか、または自由に生ずる状態にあるかを特に吟味して考えなければならない。

はりの横ねじれ座屈については、その強度特性を正確に理解できるよう、できるだけ多くの関連事項をとりあげた。実際設計のほとんどの場合は、等価曲げを受ける単純支持はりを基本にして、曲げモーメント修正係数や有効長さの概念を用いて対処できるであろうが、荷重条件や材端支持条件によって座屈強度は大きく変化するので、この点の的確な配慮が必要である。横ねじれ座屈強度に与える断面変形の影響については、板要素の局部座屈との一体解析結果に基づいて説明した。通常用いられる圧延はりや溶接はりでは、局部座屈に対して制限された断面であることから、その影響は無視できるようであるが、非弾性を考慮した連成座屈解析からの検討が今後必要であろう。このほか紹介できなかった問題として、開口腹板を有するはりと組立ばりの座屈強度、横ねじれ座屈を防止するためのブレーシング部材の設計問題などがある。ブレーシング部材の配置間隔、剛性および強度については、固定点が確保できるように設計上の適切な配慮が必要である。

残留応力のほかに、はりの荷重偏心や初期変形を考慮した非弾性の耐力解析はかなり複雑なものとなるが、今後より一層の厳密化と数多くの数値解析が望まれる。ここでは、最近行われた理論的ならびに実験的研究成果をもとに、はりの曲げ耐力曲線について考察した。はりの場合には、柱と相違して多様の荷重形式が考えられるため、これを設計曲線にいかんにか反映させるのが重要な課題として残されている。

なお、本章中の図6.3, 6.7, 6.11~6.14, 6.16~6.19, 6.31~6.33は執筆分担者の久保が数値計算した結果であることを付記する。

## 参 考 文 献

6. 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（Ⅰ共通編，Ⅱ鋼橋編），丸善，1980.2.
6. 2) 土木学会編：構造力学公式集，土木学会，1974.
6. 3) Horne, M. R. : Plastic Theory of Structures, 2nd edition, Pergamon Press, pp.72~79, 1979.
6. 4) European Convention for Constructional Steelwork : European Recommendations for Steel Construction, The Construction Press, 1981.

6. 5) 山田嘉昭：塑性力学，日刊工業新聞社，p.147，1970.
6. 6) 宇佐美勉：軸力，曲げおよび一樣ねじりを受ける薄肉開断面の降伏後の挙動，土木学会論文報告集，No.220，pp.9~16，1973.12.
6. 7) 久保全弘・福本誘士：局部座屈を伴うはりの横倒れ座屈強度に関する研究，土木学会第40回年次学術講演会講演概要集，第I部，pp.155~156，1985.9.
6. 8) Galambos, T.V. (福本誘士・西野文雄共訳)：鋼構造部材と骨組一強度と設計一，丸善，1970.
6. 9) 福本誘士：構造物の座屈・安定解析，土木学会編，新体系土木工学9，技報堂出版，1982.
- 6.10) Clark, J.W. and Hill, H.N. : Lateral Buckling of Beams, Proc. of ASCE, Vol.86, No.ST7, pp.175~196, 1960.
- 6.11) Djalaly, H. : Calcul de la Résistance Ultime au Déversement, Construction Métallique, No.1, pp.58~77, 1974.
- 6.12) Nethercot, D.A. : Elastic Lateral Buckling of Beams, Chapter 1 in Beams and Columns, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp.1~33, 1983.
- 6.13) 若林 実・中村 武：H形断面はりの弾性横座屈モーメントの修正係数  $C$  に対する近似解一設計式一，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造系，pp.1319~1320，1978.9.
- 6.14) Nethercot, D.A. and Rockey, K.C. : A Unified Approach to the Elastic Lateral Buckling of Beams, The Structural Engineer, Vol.49, No.7, pp.321~330, July, 1971.
- 6.15) Nethercot, D.A. : The Effective Length of Cantilevers as Governed by Lateral Buckling, The Structural Engineer, Vol.51, No.5, pp.161~168, May, 1973.
- 6.16) Nethercot, D.A. : Influence of End Support Conditions on the Stability of Transversely Loaded Beams, Building Science, Vol.7, pp.87~94. Pergamon Press, 1972.
- 6.17) Nethercot, D.A. and Rockey, K.C. : Lateral Buckling of Beams with Mixed End Conditions, The Structural Engineer, Vol.51, No.4, pp.133~138, Apr., 1973.
- 6.18) 福本誘士・久保全弘：横補剛されたはりの横倒れ座屈に関する研究，日本建築学会論文報告集，No.206，pp.33~40，1973.4.
- 6.19) Nethercot, D.A. and Trahair, N.S. : Lateral Buckling Approximations for Elastic Beams, The Structural Engineer, Vol.54, No.6, pp.197~204, June, 1976.
- 6.20) Dux, P.F. and Kitipornchai, S. : Elastic Buckling of Laterally Continuous I-beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.108, No.ST9, pp.2099~2116, 1982.
- 6.21) Nethercot, D.A. : Buckling of Laterally or Torsionally Restrained Beams, Jour. of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.99, No.EM4, pp.773~791, 1973.
- 6.22) Mutton, B.R. and Trahair, N.S. : Stiffness Requirements for Lateral Bracing, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.99, No.ST10, pp.2167~2182, 1973.
- 6.23) Fischer, M. : Zum Kipp-Problem von Kontinuierlich Seitlich Gestützten I-Trägern, Der Stahlbau 45, Heft 4, S.120~124, 1976.
- 6.24) 日本建築学会：鋼構造座屈設計指針，技報堂出版，1980.
- 6.25) Trahair, N.S. : The Behaviour and Design of Steel Structures, Chapman and Hall, London, 1977.
- 6.26) Trahair, N.S. : Elastic Stability of Continuous Beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.95, No.ST6, pp.1295~1312, 1969.
- 6.27) 久保全弘・渡会竜二：変断面I形はりの横座屈強度とその評価について，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp.50~51，1984.3.
- 6.28) Trahair, N.S. and Kitipornchai, S. : Elastic Lateral Buckling of Stepped I-beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.97, No.ST10, pp.2535~2548, 1971.
- 6.29) Kitipornchai, S. and Trahair, N.S. : Elastic Behaviour of Tapered I-beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.98, No.ST3, pp.713~728, 1972.
- 6.30) Nethercot, D.A. : Lateral Buckling of Tapered Beams, Publications of IABSE, Vol.33-II, pp.173~192, Sep., 1973.
- 6.31) Rejasekaran, S. and Murray, D.W. : Coupled Local Buckling in Wide-flange Beam-Columns, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.99, No.ST6, pp.1003~1023, 1973.
- 6.32) Johnson, C.P. and Will, K.M. : Beam Buckling by Finite Element Procedure, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.100, No.ST3, pp.669~685, 1974.
- 6.33) Akay, H.V., Johnson, C.P. and Will, K.M. : Lateral and Local Buckling of Beams and Frames, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.103, No.ST9, pp.1821~1832, 1977.
- 6.34) Hancock, G.J. : Local Distortional and Lateral Buckling of I-beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.104, No.ST11, pp.1787~1798, 1978.
- 6.35) Hancock, G.J., Bradford, M.A. and Trahair, N.S. : Web Distortion and Flexural-torsional Buckling, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol.106, No.ST7, pp.1557~1571, 1980.

- 6.36) Bradford, M. A. and Trahair, N. S. : Distortional Buckling of I-beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST2, pp. 355~370, 1981.
- 6.37) Bradford, M. A. : Distortional Buckling of Monosymmetric I-beams, Jour. of Constructional Steel Research, Vol. 5, pp. 123~136, 1985.
- 6.38) 福本啓士・久保全弘 : U形断面桁の横倒れ座屈強度, 土木学会論文報告集, No. 264, pp. 17~32, 1977. 8.
- 6.39) Fukumoto, Y. and Kubo, M. : Buckling in Steel U-shaped Beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST5, pp. 1174~1190, 1982.
- 6.40) 薄木征三・長谷部薫 : 二次の変位場理論に基づく薄肉断面ばりの局部および全体座屈解析, 土木学会論文集, No. 344 / I-1, pp. 357~366, 1984. 4.
- 6.41) Fukumoto, Y. and Nishida, S. : Ultimate Load Behavior of Curved I-beams, Jour. of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 107, No. EM2, pp. 367~385, 1981.
- 6.42) Yoo, H. C. and Pfeiffer, A. P. : Elastic Stability of Curved Members, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 109, No. ST12, pp. 2922~2940, 1983.
- 6.43) Yoshida, H. and Maegawa, K. : Ultimate Strength Analysis of Curved I-beams, Jour. of the Engineering Mechanics Division, Vol. 109, No. EM1, pp. 192~214, 1983.
- 6.44) Nakai, H. and Kotoguchi, H. : A Study on Lateral Buckling Strength and Design Aid for Horizontally Curved I-girder bridges, Proc. of JSCE, No. 339, pp. 195~204, 1983. 11.
- 6.45) Trahair, N. S. : Inelastic Buckling of Beams, Chapter 2 in Beams and Columns, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp. 34~69, 1983.
- 6.46) 小堀為雄・吉田 博 : 鋼構造設計理論, 第9章, 森北出版, 1977.
- 6.47) Trahair, N. S. and Kitipornchai, S. : Buckling of Inelastic I-beams under Uniform Moment, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 98, No. ST11, pp. 2551~2566, 1972.
- 6.48) Nethercot, D. A. : Inelastic Buckling of Steel Beams under Non-uniform Moment, The Structural Engineer, Vol. 53, No. 2, pp. 73~78, Feb., 1975.
- 6.49) 久保全弘・福本啓士 : 鋼圧延 I 形はりの横ねじれ座屈強度に及ぼす曲げモーメント分布の影響, 土木学会論文集, No. 368 / I-5, pp. 79~87, 1986. 4.
- 6.50) Lindner, J. : Traglastkurven für I-Träger die Durch Außermittige Querlasten Beansprucht Werden, Der Stahlbau 43, Heft 10, S. 307~313, 1974.
- 6.51) Lindner, J., et al. : Laterally Supported and Unsupported Beams, Introductory Report, 2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures, ECCS-IABSE, Liege, pp. 127~143, 1977.
- 6.52) Vinnakota, S. : Inelastic Stability of Laterally Unsupported I-beams, Computers & Structures, Vol. 7, pp. 377~389, July, 1977.
- 6.53) 青島泰之 : 圧延 H 形鋼ばりの横倒れ座屈公式, 土木学会論文報告集, No. 267, pp. 1~8, 1977. 11.
- 6.54) 前川幸次・吉田 博 : 鋼 I 形ばりの横倒れ安定性の評価方法に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 331, pp. 55~63, 1983. 3.
- 6.55) Yoshida, H. and Maegawa, K. : Lateral Instability of I-beams with Imperfections, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. ST8, pp. 1875~1982, 1984.
- 6.56) Roberts, T. M. : Instability, Geometric Non-linearity and Collapse of Thin-walled Beams, Chapter 5 in Beams and Columns, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp. 135~160, 1983.
- 6.57) Nishida, S. and Fukumoto, Y. : Ultimate Load Behavior of Beams with Initial Imperfections, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 111, No. ST6, pp. 1288~1305, 1985.
- 6.58) Fukumoto, Y., Itoh, Y. and Kubo, M. : Strength Variation of Laterally Unsupported Beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST1, pp. 165~181, 1980.
- 6.59) Fukumoto, Y. and Itoh, Y. : Statistical Study of Experiments of Welded Beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST1, pp. 89~103, 1981.
- 6.60) Fukumoto, Y., Itoh, Y. and Hattori, R. : Lateral Buckling Tests on Welded Continuous Beams, Jour. of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, No. ST10, pp. 2245~2262, 1982.
- 6.61) 福本啓士・前川幸次・伊藤義人・浅里芳行 : モーメント勾配による溶接 I 形桁の横ねじれ座屈実験, 土木学会論文集, No. 362 / I-4, pp. 323~332, 1985. 10.
- 6.62) Fukumoto, Y. and Kubo, M. : A Survey of Tests on Lateral Buckling Strength of Beams, Preliminary Report, 2nd International Colloquium on Stability of Steel Structures, ECCS-IABSE, Liege, pp. 233~240, 1977.
- 6.63) Fukumoto, Y. and Kubo, M. : An Experimental Review of Lateral Buckling of Beams and Girders, Proceedings, International Colloquium on Stability of Structures under Static and Dynamic Loads, SSRC-ASCE, Washington D. C., pp. 541~562, 1977.
- 6.64) 福本啓士・伊藤義人 : 座屈実験データベースによる鋼はりの横ねじれ基準強度に関する実証的研究, 土木学会論文報告

集, No. 341, pp. 137~146, 1984. 1.

6. 65) Nethercot, D.A. and Trahair, N.S. : Design of Laterally Unsupported Beams, Chapter 3 in Beams and Columns, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp. 71~94, 1983.
6. 66) 小松定夫 : 薄肉構造物の理論と計算 I, 山海堂, 1969.
6. 67) 西野文雄・長谷川彰夫 : 構造物の弾性解析, 土木学会編, 新体系土木工学 7, 技報堂出版, 1983.