

4.4 鋼製サイロ本体の応力解析法の提案

4.4.1 ま え が き

わが国における農産物の海外依存度は、ますます増加する傾向にあり、その貯蔵問題は社会的に極めて重要な問題となってきた。そのため、わが国においては、近年になって多数のサイロが建設されてきた。これらのサイロは臨海周辺の極めて地盤条件の悪い場所に建設されることが多く、その軽量化が要求される。したがって、鋼製サイロ需要は、ますます増加するものと考えられる。しかしながら、わが国においては、土木の分野で、サイロの設計法に関する指針や基準がまだ定められておらず、またその解析や構造挙動に関する研究も、活発には行われていないのが現状である。一般にサイロに作用する荷重としては、内容物による粒状体圧に加えて、風荷重および地震荷重が考えられる。粒状体圧には、充填時の静的圧力と、流出時に生じる過圧力による動圧があり、この動圧は静的圧力の2倍から4倍にもなることが知られているが、その詳細については、さまざまな説があり、明確な理論は与えられていない。いずれにしても、この粒状体圧は軸対称荷重であり、それによってサイロ本体に生じる応力としては、膜応力が卓越する。しかし、風荷重や地震荷重に関しては、その非対称性により、シェルの曲げ作用が無視できなくなる。イリノイ大学の Boresi と Jerath¹⁾ は、風荷重を受ける屋根付平底円筒貯蔵ビンを、シェルの曲げ理論によって解析した。すなわち、Donnell の近似による直交異方性円筒と等方性円錐の基礎偏微分方程式を、円筒と円錐の接合部にポテンシャルエネルギー停留の原理から誘導した境界条件式を導入し、端部での境界条件とともに解いている。解析手法としては、サイロをリング状のセグメントに分割し、変位を円周方向にはフーリエ級数に展開し、子午線方向には、3次の区分多項式で近似することによって、残差法を用いて近似解を求めている。しかし、この方法では解析に用いる接合部のバネ定数が不明確であり、また、端部での境界条件を式で与えるため、ホッパーを有するものなどの解析に拡張することは困難であり汎用性に欠けるといえる。そこで筆者らは、有限要素法を用いて、非対称荷重を受ける鋼製サイロを解析することを試みた。以下にその微小変位理論による定式化を示すとともに、他の計算例と比較するために、幾つかの例題の解析を行ったものを報告する。

4.4.2 非対称荷重を受ける薄肉回転シェルの有限要素法

(1) 応力—ひずみ—変位関係

汎用性を持たせるために、一般的な回転シェル要素を考え、図 4.4.1 に示すように、右手系の筒体極座標系によってこれを表わすものとすれば、シェル要素の中央面の各点は、半径 R と円周方向の角 θ 、および軸方向座標 Z によって定義できる。また、中央面の各点の変位は、図 4.4.1 に示すように、3 個の変位成分 \bar{u} 、 \bar{v} 、 \bar{w} による局所座標系によって決定することができる。非

対称荷重を受ける軸対称シェルに生じる一般化された応力 (図 4.4.1) は, 3 個の膜力 N_φ , N_θ , $N_{\varphi\theta}$ と 3 個の曲げモーメント M_φ , M_θ , $M_{\varphi\theta}$ であり, これらの力は, 一般化されたひずみ, すなわち, 中央面の対応する伸び ε_φ , ε_θ , $\varepsilon_{\varphi\theta}$ と曲率 κ_φ , κ_θ , $\kappa_{\varphi\theta}$ によって一義的に表わすことができる。すなわち,

$$\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_M \\ \sigma_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{D}_M & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{D}_B \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_M \\ \varepsilon_B \end{Bmatrix} = \mathbf{D} \varepsilon \dots\dots(1)$$

ここに

$$\sigma_M = \begin{Bmatrix} N_\varphi \\ N_\theta \\ N_{\varphi\theta} \end{Bmatrix}, \quad \sigma_B = \begin{Bmatrix} M_\varphi \\ M_\theta \\ M_{\varphi\theta} \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon_M = \begin{Bmatrix} \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{\varphi\theta} \end{Bmatrix}, \quad \text{および} \quad \varepsilon_B = \begin{Bmatrix} \kappa_\varphi \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{\varphi\theta} \end{Bmatrix} \dots\dots(2)$$

また, \mathbf{D}_M , \mathbf{D}_B はそれぞれシェルの膜力および曲げに対する弾性マトリックスであり, 次式で表わされる。

$$\mathbf{D}_M = \frac{t}{1 - \nu_\varphi \nu_\theta} \begin{pmatrix} E_\varphi & \nu_\theta E_\varphi & 0 \\ \nu_\varphi E_\theta & E_\theta & 0 \\ 0 & 0 & G(1 - \nu_\varphi \nu_\theta) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D}_B = \frac{t^3}{12(1 - \nu_\varphi \nu_\theta)} \begin{pmatrix} E_\varphi & \nu_\theta E_\varphi & 0 \\ \nu_\varphi E_\theta & E_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 2G(1 - \nu_\varphi \nu_\theta) \end{pmatrix} \dots\dots(3)$$

ここで E_φ , E_θ はそれぞれ φ , θ 方向のヤング係数を示し, ν_φ , ν_θ はポアソン比を示す。また, G はせん断弾性係数を示すものとする。

また, Novozhilov⁷⁾ は, 非対称荷重を受ける軸対称シェルの変位一ひずみ関係を, 着目点における法線と Z 軸の正の方向との為す角 φ を用いて次式で与えている。

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{\varphi\theta} \\ \kappa_\varphi \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{\varphi\theta} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\cos \varphi}{R} \bar{u} + \frac{\partial \bar{v}}{R \partial \theta} + \frac{\sin \varphi}{R} \bar{w} \\ \frac{\partial \bar{u}}{R \partial \theta} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} - \frac{\cos \varphi}{R} \bar{v} \\ - \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial s^2} \\ \frac{\sin \varphi}{R^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \bar{w}}{R^2 \partial \theta^2} - \frac{\cos \varphi}{R} \frac{\partial \bar{w}}{\partial s} \\ \frac{\sin \varphi}{R} \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} - \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{R^2} \bar{v} - \frac{\partial^2 \bar{w}}{R \partial s \partial \theta} + \frac{\cos \varphi}{R^2} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \end{pmatrix} \dots\dots(4)$$

ここで s は子午線方向の距離を表わす座標である。

こうして、シェル中央面の各点における変位が定めれば、それに伴うひずみおよび内部の応力を上述の式(1), (3), (4)によって決定することができる。

(2) 要素の形状関数

図 4.2.2 に示すように、中心軸まわりに子午線を回転したセグメントを考える。軸対称シェルに対して、円周方向に幾何学的性質および材料特性が変化しないものとすれば、全体座標系における R , θ , Z 方向の荷重 P_R, P_θ, P_Z および変位 u, v, w はフーリエ級数に展開でき、

$$\left. \begin{aligned} P_R &= P_{R0} + \sum P_{Rn} \cos n\theta \\ P_\theta &= P_{\theta 0} + \sum P_{\theta n} \sin n\theta \\ P_Z &= P_{Z0} + \sum P_{Zn} \cos n\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 + \sum u_n \cos n\theta \\ v &= v_0 + \sum v_n \sin n\theta \\ w &= w_0 + \sum w_n \cos n\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

と置ける。ここで添字 0 は軸対称成分を示し、 n は調和成分の番号を示す。また、微小変位の弾性問題では、展開の各成分間に連成はないので、各調和成分ごとに分離して考えることができる。したがって、非対称荷重を受ける場合にも、通常の軸対称問題と同様に次元問題に還元することができる。そこで、まず最初に要素内部での未知関数 ϕ を両端の節点 i, j における既知パラメーターを用いて補間することを考える。この補間式として、3次のエルミット多項式を用い、既知パラメーターに関数値とその一次の微係数を選べば、要素内における任意点の関数値 ϕ は、

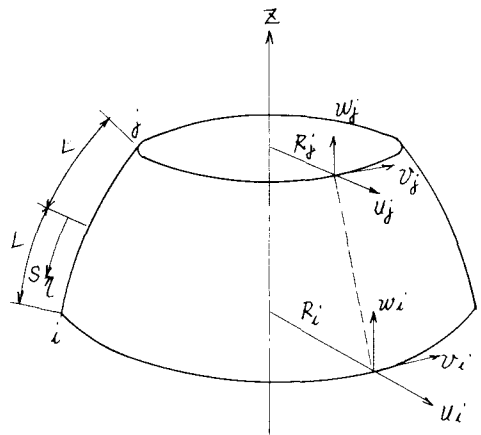


図 4.2.2 シェル要素

$$\phi = \{N_1 N_2 N_3 N_4\} \begin{Bmatrix} \phi_i \\ \phi_i' \\ \phi_j \\ \phi_j' \end{Bmatrix} = N \phi \dots\dots\dots(7)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= (2 + 3\eta - \eta^3) / 4 \\ N_2 &= L(-1 - \eta + \eta^2 + \eta^3) / 4 \\ N_3 &= (2 - 3\eta + \eta^3) / 4 \\ N_4 &= L(1 - \eta - \eta^2 + \eta^3) / 4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

また、 $\eta = s/L$ は、図4.4.2に示すように長さ $2L$ の子午線の中点から測った距離 s を用いた無次元長であり、2端点 i, j でそれぞれ $1, -1$ の値をとる変数である。こうして、式(7)によって要素内任意点の全体座標系における変位 u, v, w および座標 R, Z を表わすことができる。

(3) 要素剛性マトリックスの誘導

全体座標系での変位分布は、式(7)に示した形状関数によって次のように決定できる。すなわち、

$$\delta = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & N \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u^e \\ v^e \\ w^e \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \delta^e \dots\dots\dots(9)$$

ここに

$$\mathbf{u}^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ u_i' \\ u_j \\ u_j' \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{v}^e = \begin{Bmatrix} v_i \\ v_i' \\ v_j \\ v_j' \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{w}^e = \begin{Bmatrix} w_i \\ w_i' \\ w_j \\ w_j' \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

また、局所座標系における変位 $\bar{\delta}$ は、次の変換によって全体座標系での変位 δ を用いて表わすことができる。すなわち、

$$\bar{\delta} = \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \delta \dots\dots\dots(11)$$

ここで、(9)式を(11)式に代入すれば次式が得られる。

$$\bar{\delta} = \mathbf{T} \mathbf{A} \delta^e \dots\dots\dots(12)$$

次に(4)式はマトリックス表示を用いて次のように書き直すことができる。

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{\varphi\theta} \\ \kappa_\varphi \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{\varphi\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & 0 & 0 \\ \frac{\cos\varphi}{R} & \frac{\partial}{R\partial\theta} & \frac{\sin\varphi}{R} \\ \frac{\partial}{R\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial s} - \frac{\cos\varphi}{R} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial s^2} \\ 0 & \frac{\sin\varphi}{R^2} \frac{\partial}{\partial\theta} & -\frac{\partial^2}{R^2\partial\theta^2} - \frac{\cos\varphi}{R} \frac{\partial}{\partial s} \\ 0 & \frac{\sin\varphi}{R} \frac{\partial}{\partial s} - \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{R^2} & -\frac{\partial^2}{R\partial\theta\partial s} + \frac{\cos\varphi}{R^2} \frac{\partial}{\partial\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

$$= \alpha \bar{\delta} \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 $\partial/\partial s = 1/L \cdot \partial/\partial \eta$ であることに注意し、第 n 番目の調和成分に関して、(6)、(12)式を上式に代入すれば、次式が得られる。

$$\varepsilon_n = \begin{Bmatrix} \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_{\varphi\theta} \\ \kappa_\varphi \\ \kappa_\theta \\ \kappa_{\varphi\theta} \end{Bmatrix}_n = \begin{bmatrix} \frac{\cos\varphi}{L} \cos n\theta N' & 0 \\ \frac{1}{R} \cos n\theta N & \frac{1}{R} n \cos n\theta N \\ \frac{\cos\varphi}{R} \sin n\theta N & \frac{1}{L} \sin n\theta N' - \frac{\cos\varphi}{R} \sin n\theta N \\ -\frac{\sin\varphi}{L^2} \cos n\theta N'' & 0 \\ \frac{\sin\varphi}{R^2} n^2 \cos n\theta N - \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{RL} \cos n\theta N' & \frac{\sin\varphi}{R^2} n \cos n\theta N \\ \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{R^2} n \sin n\theta N + \frac{\sin\varphi}{RL} n \sin n\theta N' - \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{R^2} \sin n\theta N - \frac{\sin\varphi}{RL} \sin n\theta N' \\ -\frac{\sin\varphi}{L} \cos n\theta N' \\ 0 \\ \frac{\sin\varphi}{R} n \sin n\theta N \\ -\frac{\cos\varphi}{L^2} \cos n\theta N'' \\ \frac{\cos\varphi}{R^2} n^2 \cos n\theta N - \frac{\cos^2\varphi}{RL} \cos n\theta N' \\ -\frac{\cos^2\varphi}{R^2} n \sin n\theta N + \frac{\cos\varphi}{RL} n \sin n\theta N' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^e \\ v^e \\ w^e \end{Bmatrix}_n = \mathbf{B}_n \bar{\delta}_n^e = \dots\dots(14)$$

ここに、 $\mathbf{N}' = \frac{\partial}{\partial \eta} \mathbf{N}$ 、 $\mathbf{N}'' = \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \mathbf{N}$ であり、添字 n は第 n 番目の調和成分を表わすものとする。

ここで、節点変位ベクトルに対応する外力による等価節点力ベクトルの第 n 番目の調和成分を \mathbf{P}_n とし仮想変位の原理を適用すれば、要素内に生じる仮想ひずみは、(14)式より、 $\Delta \epsilon_n = \mathbf{B} \Delta \delta_n^e$ と書けるので、節点力の為す仕事を内力仕事と等置して次式が得られる。

$$(\Delta \delta_n^e)^t \mathbf{P}_n = \int_A (\Delta \epsilon_n)^t \delta_n (R d\theta) (L d\eta) \quad \dots\dots\dots (15)$$

上式に(1)式および(14)式を代入すれば、次式が得られる。

$$\mathbf{P}_n = L \int_A \mathbf{B}_n^t \mathbf{D} \mathbf{B}_n R d\theta d\eta \delta_n^e = \mathbf{K}_n \delta_n^e \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで、 \mathbf{K}_n は第 n 番目の調和成分に対する剛性マトリックスであり、

$$\mathbf{K}_n = L \int_{-1}^1 \left(\int_0^{2\pi} \mathbf{B}_n^t \mathbf{D} \mathbf{B}_n R d\theta \right) d\eta \quad \dots\dots\dots (17)$$

上式において、

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 n\theta d\theta = \begin{cases} \pi & (n = 1, 2, \dots\dots\dots \text{のとき}) \\ 2\pi & (n = 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 n\theta d\theta = \begin{cases} \pi & (n = 1, 2, \dots\dots\dots \text{のとき}) \\ 0 & (n = 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{N} \begin{Bmatrix} R_i \\ R_i' \\ R_j \\ R_j' \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{N} \begin{Bmatrix} Z_i \\ Z_i' \\ Z_j \\ Z_j' \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left\{ - \left(\frac{dZ}{d\eta} \right) / \left(\frac{dR}{d\eta} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

であることに着目すれば、剛性マトリックスの全ての要素は、幾何学的節点パラメーターおよび材料定数によって決定することができる。

(4) 等価節点力の誘導

分布荷重に対する等価節点外力ベクトル \mathbf{P} は、仮想変位の原理より次のように求められる。要素内の任意点における外力の成分 q_R, q_θ, q_Z は、要素構成節点 i, j における節点値とその一次微係数により形状関数を用いて、

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} q_R \\ q_\theta \\ q_Z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_R^e \\ \mathbf{q}_\theta^e \\ \mathbf{q}_Z^e \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \mathbf{q}^e \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここに

$$\mathbf{q}_R^e = \begin{Bmatrix} q_{Ri} \\ q_{Ri'} \\ q_{Rj} \\ q_{Rj'} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q}_\theta^e = \begin{Bmatrix} q_{\theta i} \\ q_{\theta i'} \\ q_{\theta j} \\ q_{\theta j'} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{q}_z^e = \begin{Bmatrix} q_{zi} \\ q_{zi'} \\ q_{zj} \\ q_{zj'} \end{Bmatrix} \quad \dots\dots\dots (23)$$

いま、分布外力の各成分をフーリエ級数に展開すれば、

$$\left. \begin{aligned} q_R &= q_{R0} + \sum q_{Rn} \cos n\theta \\ q_\theta &= q_{\theta 0} + \sum q_{\theta n} \sin n\theta \\ q_z &= q_{z0} + \sum q_{zn} \cos n\theta \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

したがって、第 n 番目の調和成分については、

$$\mathbf{q}_n = \begin{Bmatrix} q_{Rn} \cos n\theta \\ q_{\theta n} \sin n\theta \\ q_{zn} \cos n\theta \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos n\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin n\theta & 0 \\ 0 & 0 & \cos n\theta \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} q_R \\ q_\theta \\ q_z \end{Bmatrix} = \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{q}_n^e \quad \dots\dots (25)$$

仮想変位の原理より、

$$(\Delta \delta_n^e)^t \cdot \mathbf{P}_n = \int_A (\Delta \delta_n)^t \mathbf{q}_n (R d\theta) (L d\eta) \quad \dots\dots\dots (26)$$

上式に(4)式を考慮し、(9)、(24)式を代入すれば、

$$\mathbf{P}_n = L \int_{-1}^1 \left(\int_0^{2\pi} \mathbf{A}^t \mathbf{C}^t \mathbf{C} \mathbf{A} R d\theta \right) d\eta \mathbf{q}_n^e \quad \dots\dots\dots (27)$$

ここで(18)、(19)式を考慮すれば、

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_n &= 2\pi L \int_{-1}^1 \left\{ \begin{matrix} \mathbf{N}^t \mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N}^t \mathbf{N} \end{matrix} R d\eta \mathbf{q}_0^e (n=0 \text{ のとき}) \right\} \\ &= \pi L \int_{-1}^1 \left\{ \begin{matrix} \mathbf{N}^t \mathbf{N} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N}^t \mathbf{N} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{N}^t \mathbf{N} \end{matrix} R d\eta \mathbf{q}_n^e (n=1, 2, \dots \text{ のとき}) \right\} \quad \dots\dots (28) \end{aligned}$$

このようにして、(17)式と(27)式によって \mathbf{K}_n と \mathbf{P}_n が決定できれば、通常の有限要素法の手法によって構造物全体の節点変位ベクトルが決定でき、これを用いて各節点における合応力 σ を求めることができる。なお、計算にあたっては、(17)、(27)式に含まれる η に関する積分には、ガウスの4点積分を用いた。

4.4.3 解析プログラムの照査

上述の手法にしたがって作成した解析プログラムについてその妥当性を照査するため、次の2

ケースの例題について解析を行い、他の計算例と比較した。

(1) 冷却塔の解析

まず最初に、図 4.4.3 に示すような双曲線冷却塔を解析した。これは Chan と Firmin³⁾ による解と比較するために選んだものであり、解析にあたって、シェルの材料特性、境界条件および荷重に関して以下のような仮定が設けられている。すなわち、シェルは等厚、等質等方性材料より成り、塔の下端において全周にわたって固定支持されているものとする。塔に作用する荷重は風荷重のみであり、塔の高き方向に等分布するものとする。また、風荷重の円周方向の分布については、フーリエ級数に展開され、その最初の10項（軸対称成分を含む）が用いられている。すなわち、

$$P(\theta) = 0.2289 + 0.2278 \cos \theta + 0.5982 \cos 2\theta + 0.4701 \cos 3\theta + 0.0627 \cos 4\theta \\ - 0.1201 \cos 5\theta - 0.0268 \cos 6\theta + 0.0444 \cos 7\theta + 0.0018 \cos 8\theta \\ - 0.0198 \cos 9\theta$$

この荷重は、 $\frac{1}{2} \rho V^2 = 1^{(1 \text{ lb}/\text{ft}^2)}$ に対応するものである。

解析結果を比較したものを図 4.4.4 から図 4.4.8 に示す。図 4.4.4 は $\theta = 0^\circ$ における子午線に沿った半径方向の変位分布を示し、図 4.4.5 は塔頂部における θ 方向の変位分布を示している。また、図 4.4.6 は $\theta = 0^\circ$ における子午線に沿った N_ϕ, N_θ 分布を示し、図 4.4.7, 図 4.4.8 は、それぞれ M_ϕ, M_θ の分布を示している。これらの図からわかるように、本解析結果は、変位および合応力に関して、Chan と Firmin³⁾ の解および差分法による解⁹⁾ と良く一致しており、軸対称シェルの風荷重に対する挙動に妥当な評価を与えているといえる。

(2) 球形キャップを有するシリンダーの解析

次に、図 4.4.9 に示すような球形キャップを有する内圧を受けるシリンダーを解析した。これ

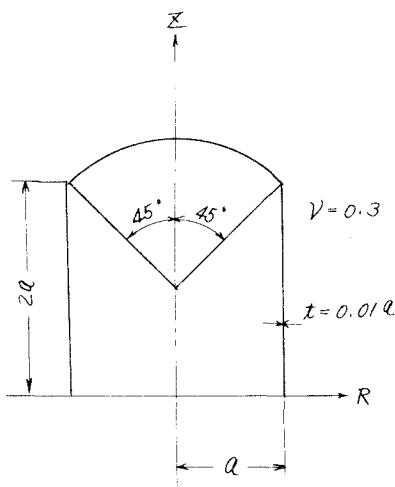


図 4.4.9 球形キャップを有するシリンダー

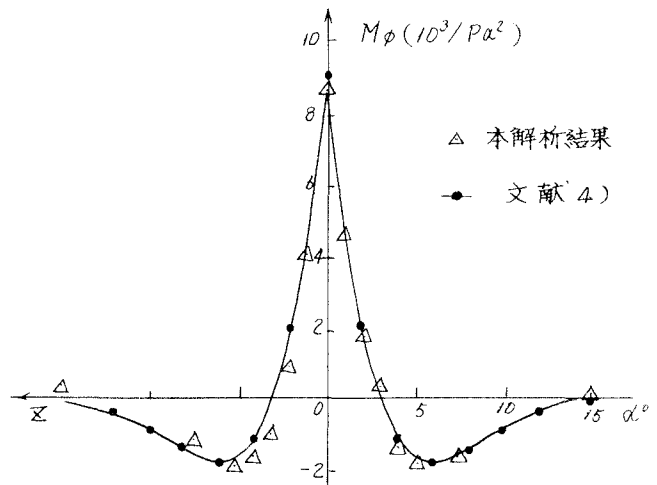


図 4.4.10 折れ曲り点付近の M_ϕ の分布

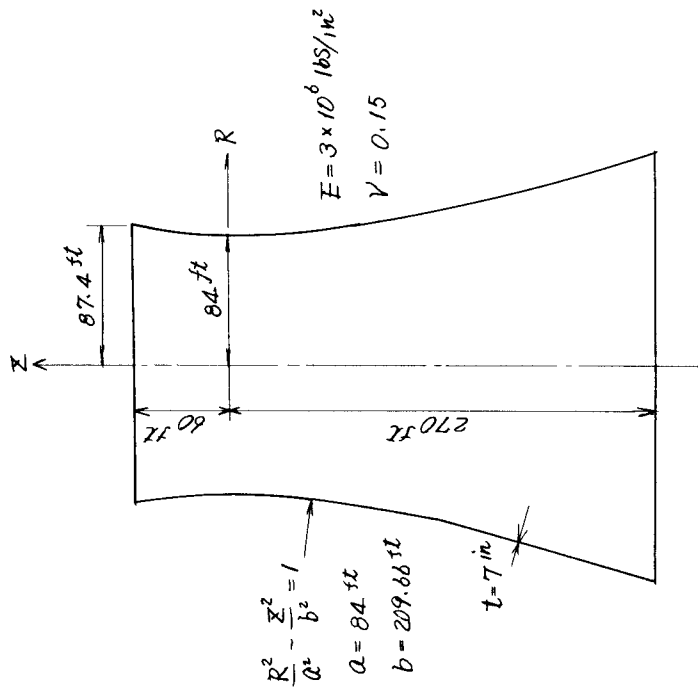


図 4.4.3 双曲線冷却塔

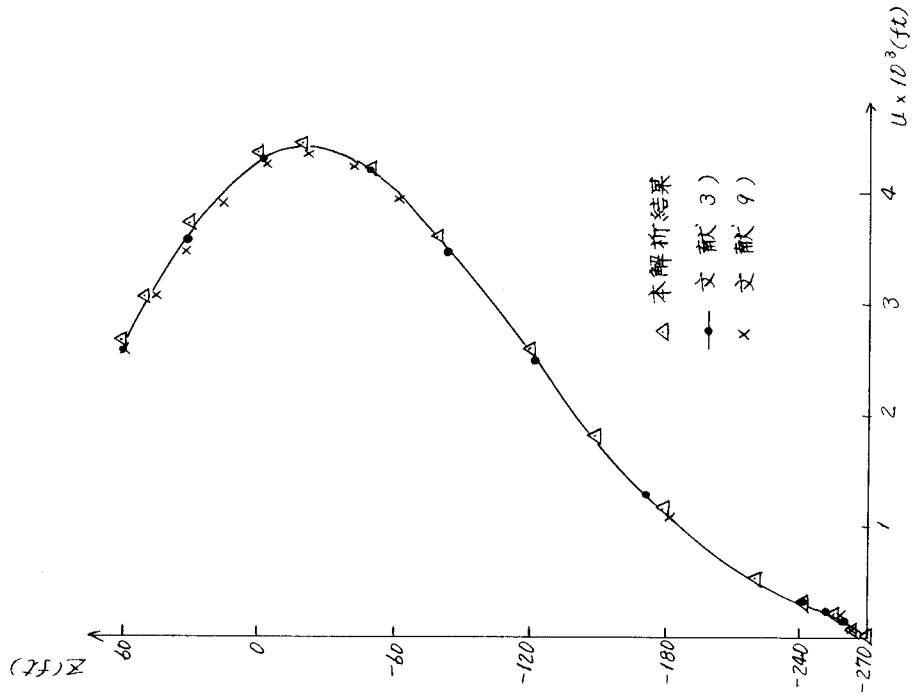


図 4.4.4 u 方向の変位 ($\theta = 0^\circ$)

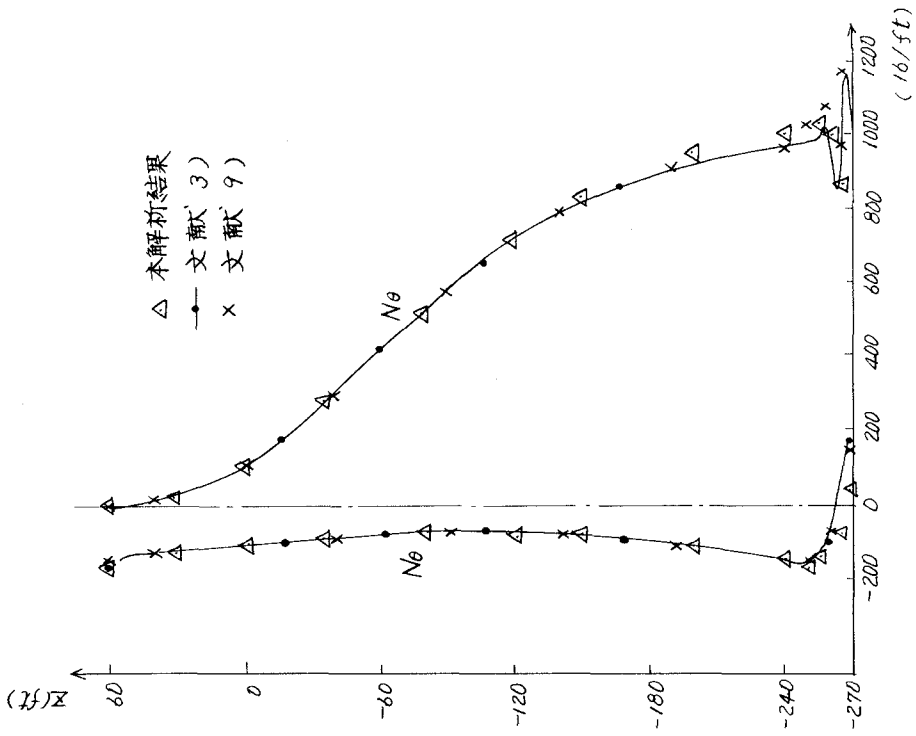


図 4.4.6 N_ϕ および N_θ ($\theta = 0^\circ$)

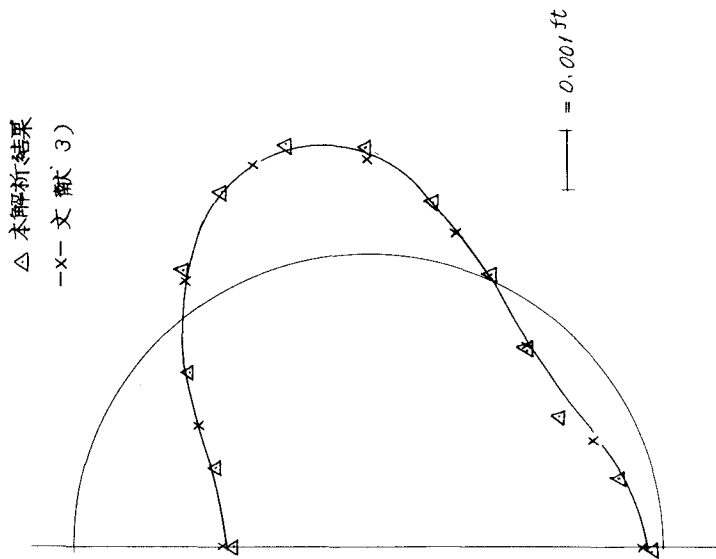


図 4.4.5 冷却塔頂部の変形

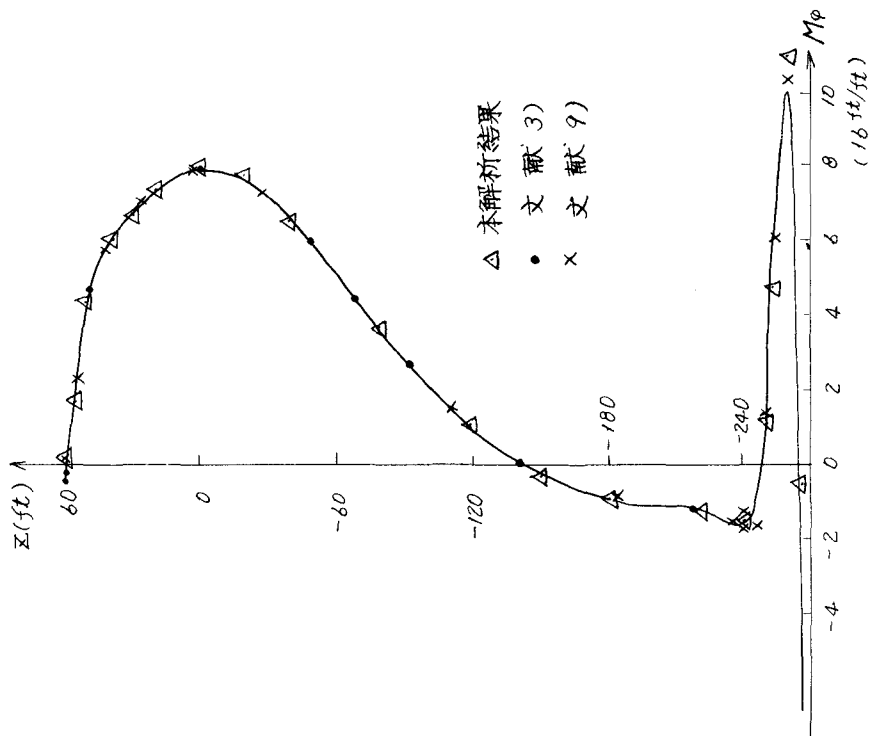


図 4.4.7 $\theta = 0^\circ$ における M_ϕ

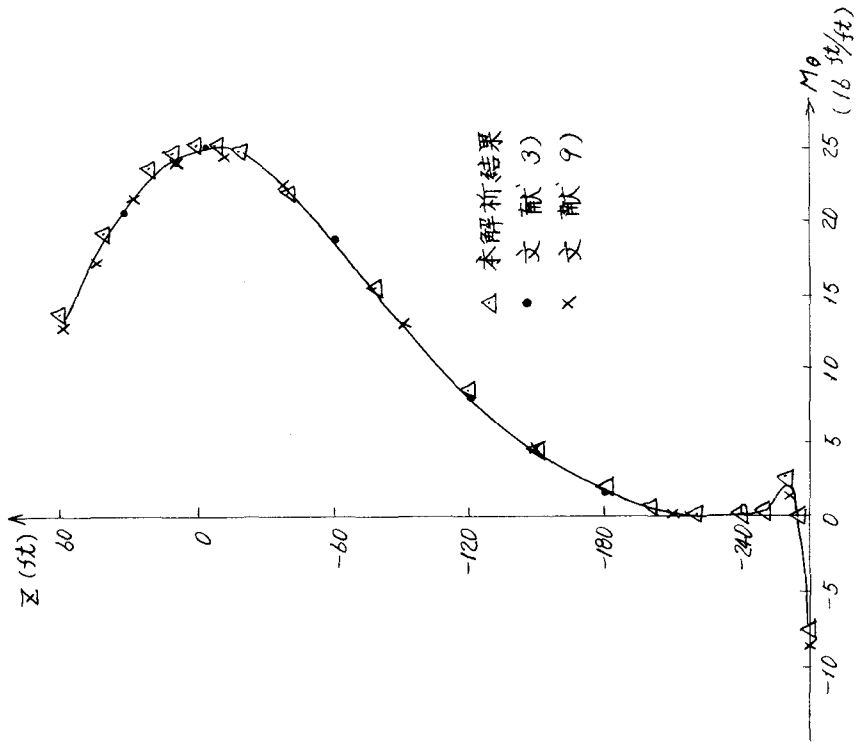


図 4.4.8 $\theta = 0^\circ$ における M_θ

は Flugge⁶⁾ の解と比較するために引用したものであり、Chan と Trbojevic⁴⁾ も混合法による解を与えている。この場合も、シェルは等厚、等質等方性材料より成ると仮定されている。また、円筒端部における境界条件としては、半径方向を自由とし、軸方向のみを拘束している。これらの結果を本解析結果と比較したものが図 4.4.10 である。この図より、シェルの折れ曲り部においても、本解析結果は比較的良好な近似を与えていることがわかる。

4.4.4 サイロの解析例

(1) 円錐屋根を有する平底円筒ビン

前述の Borelli と Jerath¹⁾ による解析結果と比較するため、図 4.4.11 に示すような、円錐屋根を有する平底円筒ビンを解析した。サイロに作用する荷重としては、静的穀物荷重には Janssen の公式⁵⁾ を用い、動圧には Jenike⁵⁾ の示した funnel flow に対する圧力分布を用いた。また、計算に用いた Janssen 係数は 0.4、穀物密度は $\rho = 50 (\text{lbs}/\text{ft}^2)$ 、穀物の壁面摩擦角は 20° である。風荷重は高さ 50 (ft) までは $V = 80 (\text{mils}/\text{hour})$ 、それを超える部分については $V = 95 (\text{mils}/\text{hour})$ とし、円周方向の分布については、フーリエ級数の最初の 7 項をとった。すなわち、

$$P(\theta) = \frac{1}{2} C_p(\theta) \rho V^2$$

$$C_p(\theta) = -0.387 + 0.338 \cos \theta + 0.533 \cos 2\theta \\ + 0.471 \cos 3\theta + 0.166 \cos 4\theta \\ - 0.066 \cos 5\theta - 0.055 \cos 6\theta$$

$$E = 30 \times 10^6 \text{ lbs}/\text{in}^2 \\ \nu = 0.25 \\ t = 0.28 \text{ in}$$

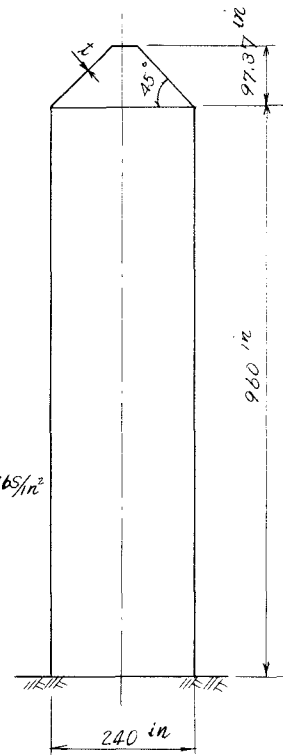


図 4.4.11 屋根付平底円筒ビン

また、使用材料としては、円筒部にはコルゲートシートを用い、円錐部には等方性鋼板を用いた。コルゲートシートの材料特性は文献 8) によるものとし、構造寸法は以下のとおりである。平均板厚 $t = 0.28 \text{ in}$ 、ピッチ $C = 6 \text{ in}$ 、深さ $2f = 2 \text{ in}$ 、接線角 $\Delta = 46.09^\circ$ 、曲率半径 $SR = 1.125 \text{ in}$ 、接線長 $TL = 1.702 \text{ in}$ 。円錐部の鋼板の板厚は、コルゲートシートの平均厚に等しくしている。また、境界条件は、ビン下端で全周固定とした。

図 4.4.12、図 4.4.13、図 4.4.14 はそれぞれ N_ϕ 、 N_θ 、 M_θ について本解析結果を Jerath と Borelli¹⁾ の解析結果と比較したものである。これらの図から、膜力 N_ϕ 、 N_θ については、比較的近い値を示しているが、 M_θ に関しては、円筒と円錐の結合部に近づくにつれて、かけ離れた値となっていくことがわかる。これは、Borelli と Jerath¹⁾ の解析においては、円筒と円錐の結合

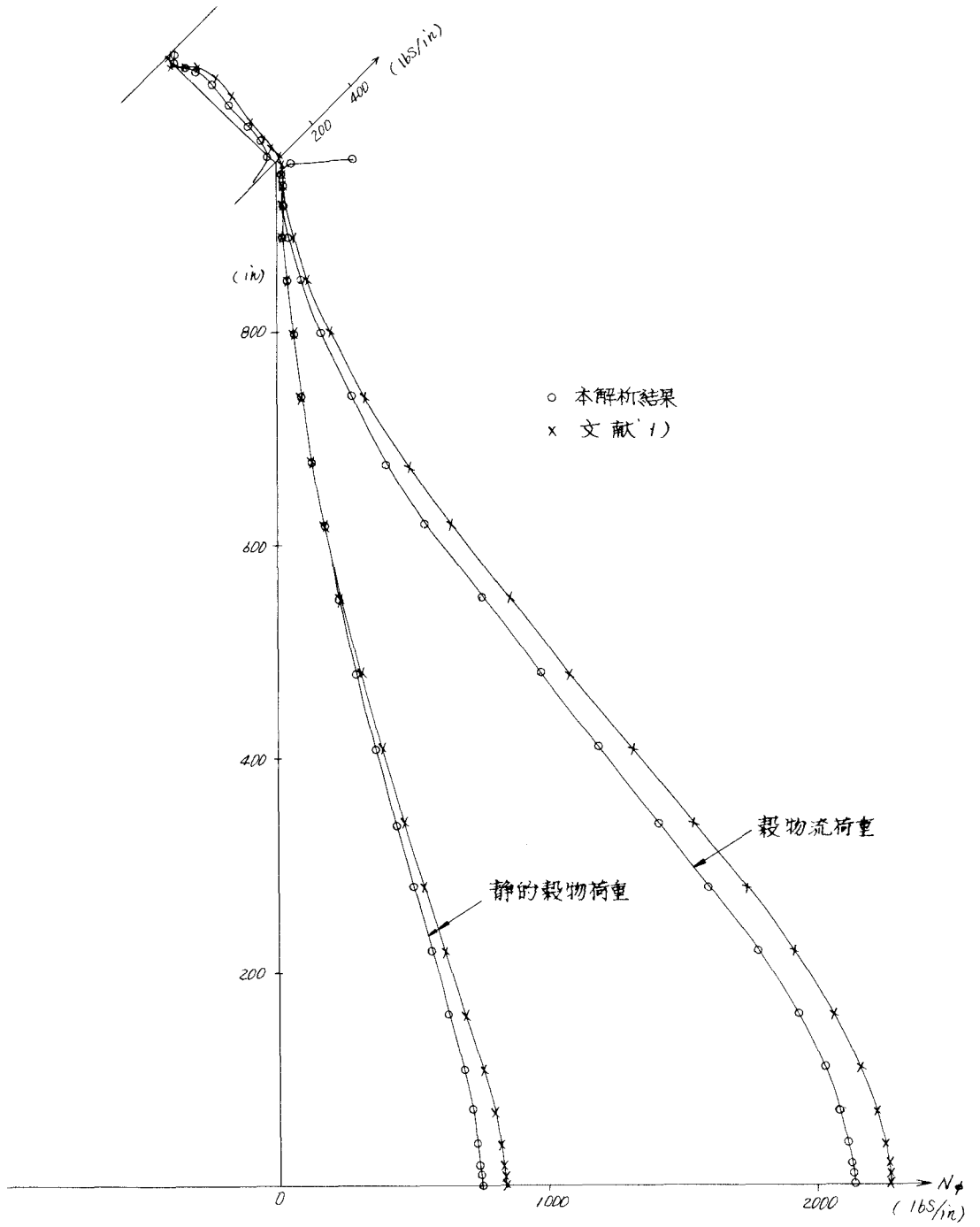


図 4.4.12 $\theta = 0^\circ$ における N_ϕ

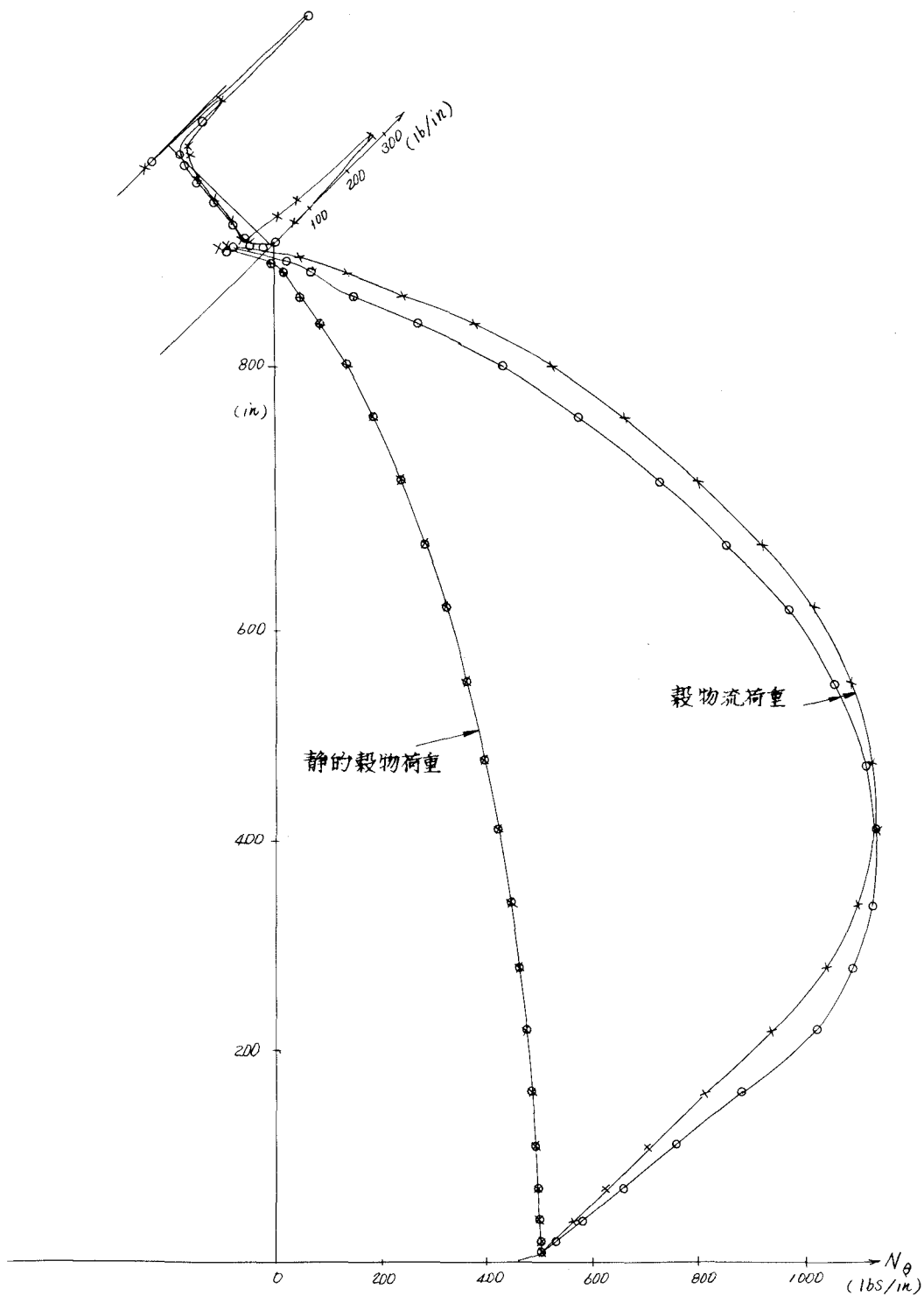


図 4.4.13 $\theta = 0^\circ$ における N_θ

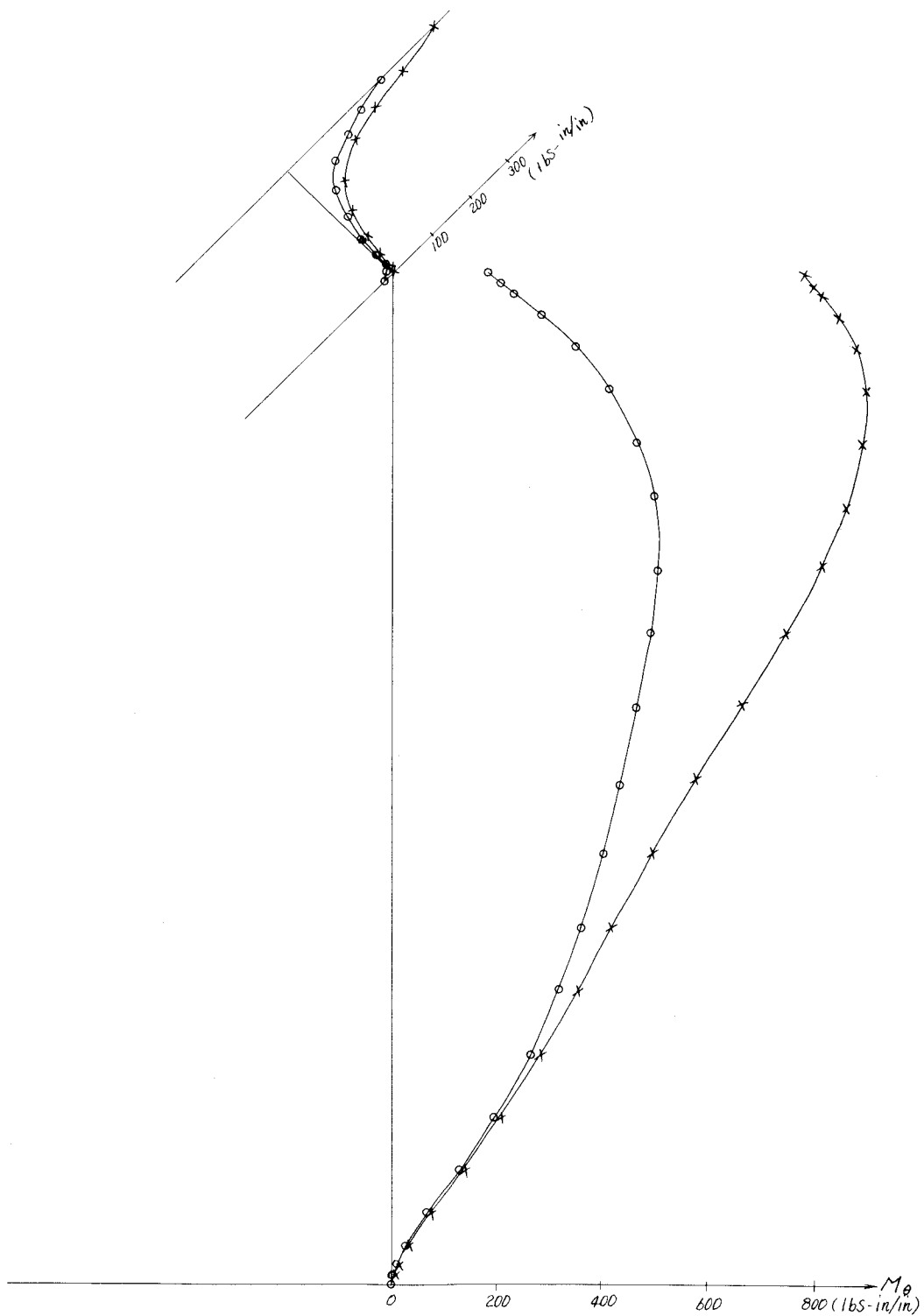


图 4.4.14 $M_\theta (\theta = 0^\circ)$

部に適当なバネ定数を仮定しており、この仮定が結合部におけるシェルの円周方向の曲げ剛性を過小に評価することになったものではないかと思われる。

(2) ホッパーおよび円錐屋根を有するサイロ

最後に、図 4.4.15 に示すようなホッパー付サイロを解析した。この場合も穀物荷重については、(1)の場合と同様に決定した。風荷重は全高にわたって等分布とし、 $V = 40 \text{ m/sec}$ を採用し、円周方向の分布については、(1)と同様に決定した。また、使用鋼材も(1)と同様とし、ホッパー部は屋根部と同様の板厚の鋼材を用いた。境界条件は、円筒とホッパーの交差部で u , v , w のみを固定した。

解析結果を図 4.4.16 から図 4.4.19 に示す。図 4.4.16 は円筒部における子午線に沿った N_φ の分布を示している。これによれば、円筒下端付近で穀物流荷重によって生じる合応力 N_φ は、静的穀物荷重によるものに対して、約 3.5 倍にもなり、平底ビンの場合 (図 4.4.12) よりも、その増加の割合が大きくなるのがわかる。図 4.4.17 は、円筒部における円周方向の合応力 N_θ の分布を示している。また、図 4.4.18 は $\theta = 0^\circ$ における円周方向モーメント M_θ の分布を示している。このモーメントは、風荷重によって生じるものであり、静的穀物荷重および穀物流荷重ではほぼ等しい値を示す。図 4.4.19 はホッパー部に生じる N_θ の分布を示したものである。この図から、流出時においてホッパー部に非常に大きな円周方向引張力が作用することが分かる。

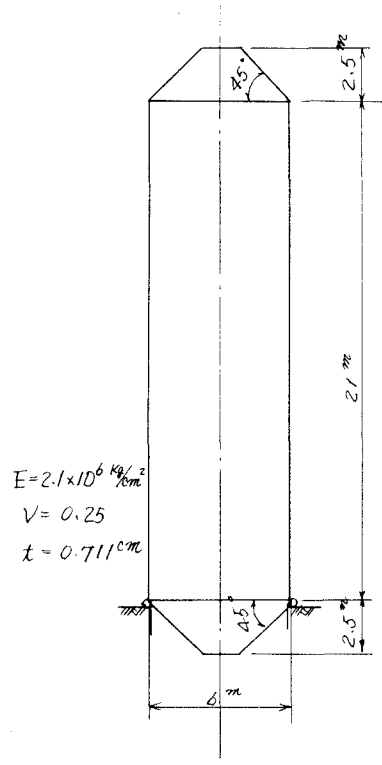


図 4.4.15 ホッパー付円筒ビン

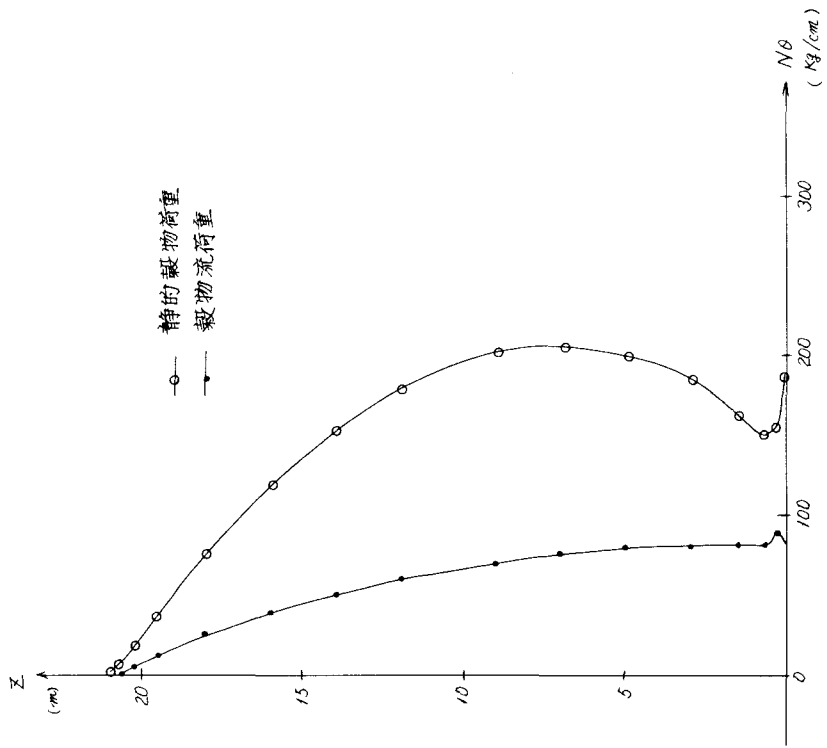


図 4.4.17 $\theta = 0^\circ$ における N_θ

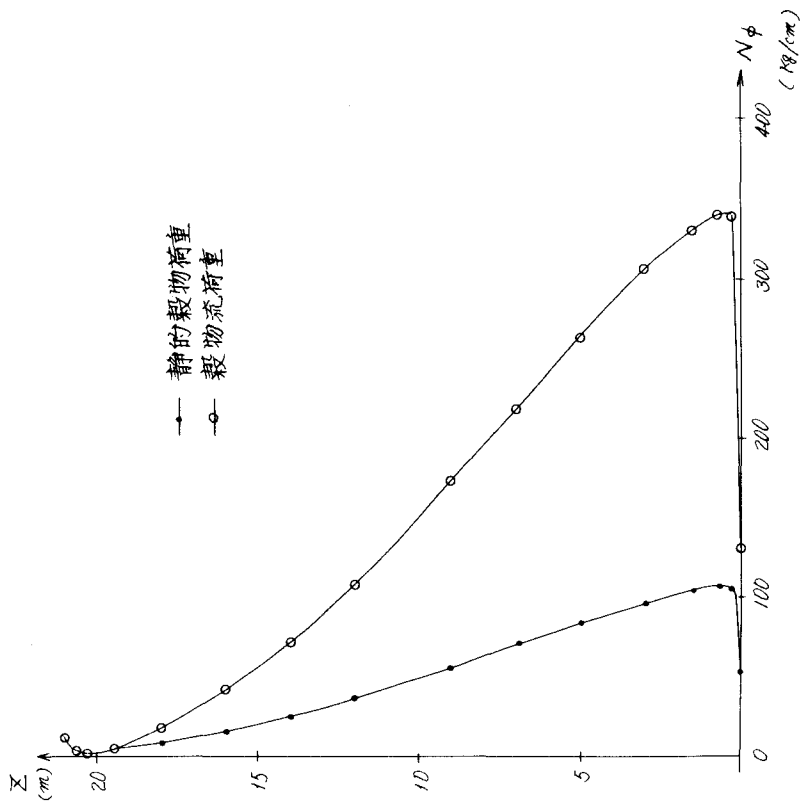


図 4.4.16 $\theta = 0^\circ$ における N_ϕ

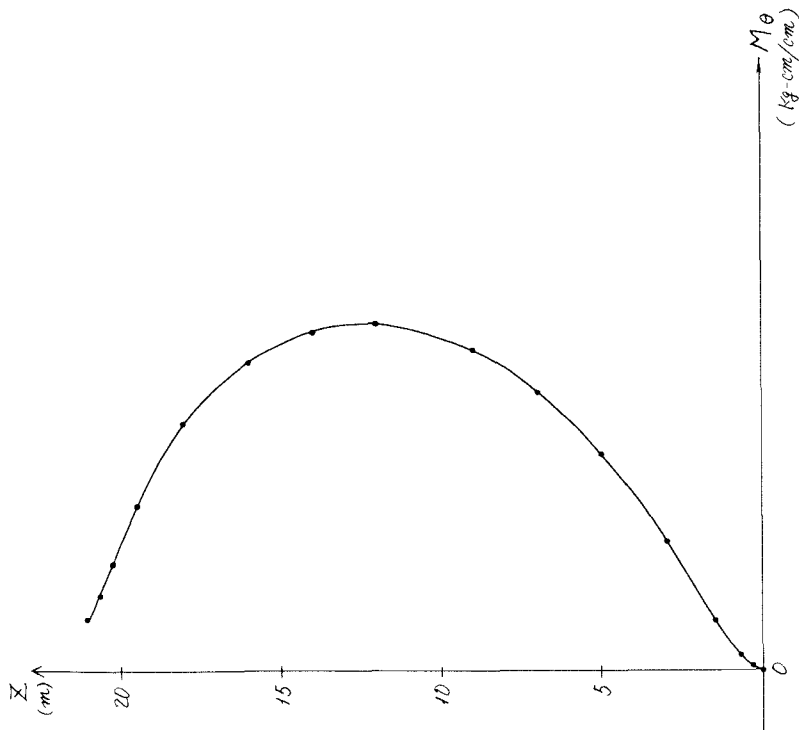


図 4.4.18 $\theta = 0^\circ$ における M_θ

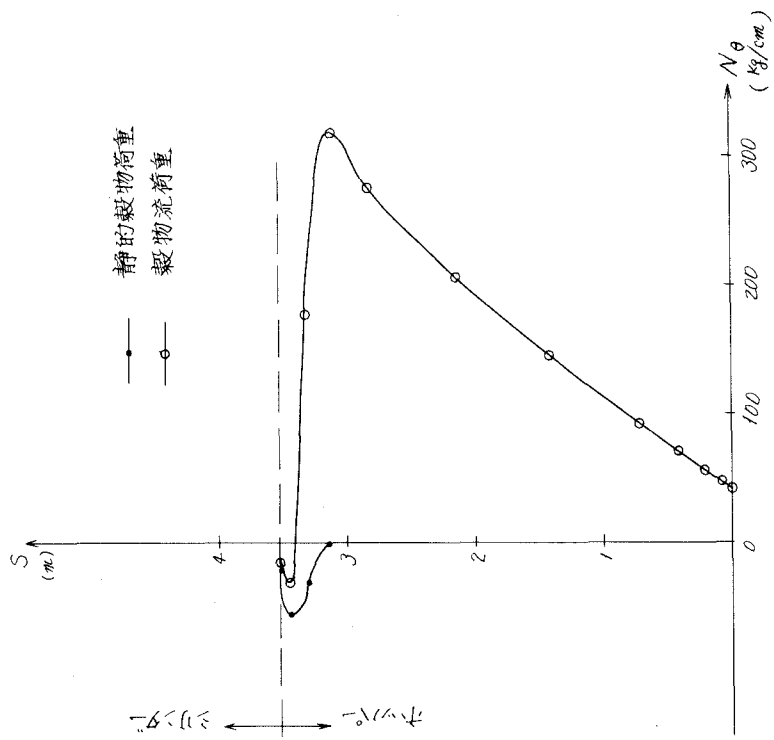


図 4.4.19 ホッパーに作用する $N_\theta (\theta = 0^\circ)$

4.4.5 結 論

前述の4種の例題によって、本解析手法が、サイロや他の非対称荷重を受ける軸対称シェルの解析に用いて、合理的にかつ精度よく評価することができることを示した。したがって、本解析手法がサイロの応力解析に、一つの基本的な手法として寄与できるものと考えられる。なお、本解析に使用した計算機は、大阪大学大型計算機センターのACOS-S 800であり、4章の例題の解析に要した、CPU TIMEは、わずか40秒足らずであったことを付記しておく。

参 考 文 献

- 1) Jerath S. and Boreasi A.P. : The Analysis of Covered Cylindrical Storage Bins Subjected to Unsymmetrical Loading by Shell Bending Theory, T. & A.M. Report No. 419, Department of Theoretical and Applied Mechanics, Univ. of Illinois, Urbana, Sept., 1977.
- 2) ツィエンキーヴィッツ, O. C. 著. 吉識雅夫・山田嘉明監訳: マトリックス有限要素法, 培風館, 1975, PP 267 ~ 271.
- 3) Chan A.S.L. and Firmin A. : The Analysis of Cooling Towers by Matrix Finite Element Method—Part II, Small Displacements, Aeron. J. Roy. Aeron. Soc., Oct., 1970.
- 4) Chan A.S.L. and Trbojevic V.M. : Thin Shell Finite Element by the Matrix Method Formulation—Part 1, Computer Method in Applied Mech. and Eng., 1976.
- 5) Jenike A.W., Johanson J.R. and Carson J.W. : Bin Loads - Part 2 : Concepts, Part 3 : Mass Flow Bins, Part 4 : Funnel Flow Bins, Journal of Eng. for Industry, Feb., 1973.
- 6) Flügge W. : Stresses in Shells, Springer-Verlag, New York, Heilderberg, Berlin, 1973.
- 7) Novozhilov V.V. : Theory of Thin Shells (Translation), P. Noordhoff, 1959.
- 8) Marzouk O.A. and Abdel-Sayed G. : Linear Theory of Orthotropic Cylindrical Shells, Journal of Struct. Div. ASCE, Vol. 99, No. ST11, Nov., 1973.
- 9) Albasiny E.L. and Martin D.W. : Bending and Membrane Equilibrium in Cooling Towers, Proc. of ASCE, Eng. Mech. Div., June, 1967.